مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

مطالعه جریان فرمیونی در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی

احسان باورساد[۱]، طیبه سعیدی دهاقانی[۱]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کدپستی ۸۷۳۱۷۵۳۱۵۳ کاشان

چکیده

در این کار، ما کوانتش کانونیک یک میدان فرمیونی جرمدار را در یک میدان الکتریکی یکنواخت در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی، انجام داده‌ایم. چشم‌داشتی عملگر جریان را در حالت خلأ ورودی مطالعه کرده‌ایم و نشان داده‌ایم که پدیده فرا-رسانندگی فروسرخ روی نمی‌دهد.

مقدمه

پدیده فرا-رسانندگی فروسرخ هنگامی روی می‌دهد که با کاهش میدان الکتریکی، جریان افزایش می‌یابد. این پدیده اولین بار در [۱] برای جریان ذرات اسکالر در دوسیته ۱+۱ بُعدی گزارش شد. همچنین برای جریان ذرات اسکالر در دوسیته ۲+۱ بُعدی [۲] و ۳+۱ بُعدی [۳] گزارش شده است. برای جریان ذرات فرمیونی در دوسیته ۱+۱ بُعدی [٤] و ۳+۱ بُعدی [۵] نشان داده شده است که فرا-رسانندگی فروسرخ وجود ندارد. در این کار، ما جریان ذرات فرمیونی در دوسیته ۲+۱ بُعدی را مطالعه می‌کنیم و نشان خواهیم داد که فرا-رسانندگی فروسرخ وجود ندارد.

معادله دیراک در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی

برای مطالعه چشم‌داشتی جریان، به توابع مُد نیاز داریم و برای به دست آوردن توابع مُد، معادله دیراک باید حل شود. کنش الکترودینامیک کوانتمی، در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی را به صورت زیر می‌نویسیم

$$S=\int d^3x\sqrt{g}\left\{\frac{i}{2}\bar{\psi}\Gamma^{\mu}(\partial_{\mu}+B_{\mu}+ieA_{\mu})\psi-\frac{i}{2}[(\partial_{\mu}+B_{\mu}-ieA_{\mu})\bar{\psi}]\Gamma^{\mu}\psi-m\bar{\psi}\psi\right\}, \quad (۱)$$

به گونه‌ای که، ψ یک میدان اسپینور دو-مولفه‌ای دیراک، با جرم m و بار الکتریکی e است. فرض ما این است که میدان گرانشی و میدان الکترومغناطیسی از تولید زوج تاثیر نمی‌پذیرند و بنابراین می‌توان آنها را به صورت میدان زمینه در نظر گرفت. متریک فضازمان دوسیته را می‌توان از عنصر خط زیر خواند

$$ds^2=\Omega^2(\tau)(d\tau^2-d\mathbf{x}^2),\qquad \Omega(\tau):=-\frac{1}{\tau H},\qquad \tau\in(-\infty,0),\qquad \mathbf{x}\in\mathbb{R}^2, \quad (۲)$$

به گونه‌ای که H ثابت هابل و τ زمان همدیس است. هم-وستار اسپین به صورت زیر داده می‌شود

$$B_{\mu}=\frac{1}{2}H\Omega(\tau)(\sigma_2\delta_{\mu,2}-\sigma_3\delta_{\mu,1}), \quad (۳)$$

به گونه‌ای که $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ ماتریس‌های پائولی هستند. ما نمایش زیر را برای ماتریس‌های دیراک در فضازمان دوسیته به کار می‌گیریم

$$\Gamma^0=\Omega^{-1}(\tau)\sigma_1,\qquad \Gamma^1=\Omega^{-1}(\tau)i\sigma_2,\qquad \Gamma^2=\Omega^{-1}(\tau)i\sigma_3. \quad (٤)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

میدان همیوغ اسپینور به صورت $\bar{\psi} := \psi^\dagger \sigma_1$ تعریف می‌شود. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت، پتانسیل برداری الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$A_\mu = -\frac{E}{H^2\tau}\delta_{\mu,1}, \qquad (۵)$$

به گونه‌ای که E یک مقدار ثابت است. از وردش کنش (۱)، معادله دیراک به دست می‌آید. با جای‌گذاری معادله‌های (۵-۳) در معادله دیراک و استفاده از بازتعریف

$$\hat{\psi}(x) = \Omega(\tau)T\psi(x), \qquad T = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}}\begin{pmatrix} 1 & b \\ -b & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \ell + \sqrt{1+\ell^2}, \qquad \ell := \frac{eE}{mH}. \qquad (۶)$$

معادله‌ی زیر را به دست می‌آوریم

$$\left[\partial_0^2 - \partial_1^2 - \partial_2^2 - \frac{2ieE}{H}\Omega\partial_1 + \left(\frac{e^2E^2}{H^2} + m^2\right)\Omega^2 + imH\sqrt{1+\ell^2}\,\Omega^2\sigma_3\right]\hat{\psi} = 0. \qquad (۷)$$

جواب‌های فرکانس مثبت و منفی معادله (۷) که در حد $\tau \to -\infty$ به صورت موج تخت در فضازمان مینکوفسکی رفتار می‌کنند، به ترتیب به صورت زیر داده می‌شوند

$$U_{in} = e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{i\kappa\pi}{2}} (2\gamma)^{\frac{-1}{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\gamma+\kappa}\, W_{\kappa,\gamma-\frac{1}{2}}(z) \\ \sqrt{\gamma-\kappa}\, W_{\kappa,\gamma+\frac{1}{2}}(z) \end{pmatrix}, \quad V_{in} = e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{-i\kappa\pi}{2}} (2\gamma)^{\frac{-1}{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\gamma+\kappa}\, W_{\kappa,-\gamma+\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \\ \sqrt{\gamma-\kappa}\, W_{\kappa,-\gamma-\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \end{pmatrix}, \qquad (۸)$$

$M_{\kappa,\gamma}(z), W_{\kappa,\gamma}(z)$ تابع‌های ویتاکر هستند. ضریب‌ها به صورت زیر تعریف شده‌اند

$$z := 2i|\mathbf{k}|\tau, \quad \lambda := \frac{eE}{H^2}, \quad \lambda_m := \frac{m}{H}, \quad r := \frac{k_x}{|\mathbf{k}|}, \quad \gamma = i\sqrt{\lambda^2 + \lambda_m^2}, \quad \kappa = i\lambda r. \qquad (۹)$$

اکنون با داشتن توابع مُد می‌توان عملگر میدان فرمیون را نوشت

$$\psi(x) = \Omega^{-1}(\tau)T^\dagger \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2}[U_{in,\mathbf{k}}(x)a_{in,\mathbf{k}} + V_{in,\mathbf{k}}(x)b^\dagger_{in,\mathbf{k}}], \qquad (۱۰)$$

زیرنویس in مشخص می‌کند که توابع مُد در زمان بینهایت گذشته رفتار مجانبی دلخواه را دارد، خلأ توصیف شده با این توابع مُد خلأ ورودی نامیده می‌شود. کوانتش کانونیک نظریه را با روابط پادجابه‌جایی زیر را آغاز می‌کنیم

$$\{a_{in,\mathbf{k}}, a^\dagger_{in,\mathbf{k'}}\} = \{b_{in,\mathbf{k}}, b^\dagger_{in,\mathbf{k'}}\} = (2\pi)^2\delta^2(\mathbf{k'} - \mathbf{k}), \qquad (۱۱)$$

و حالت خلأ که آن را خلأ ورودی می‌نامیم به صورت زیر تعریف می‌شود

$$a_{in,\mathbf{k}}|0\rangle = 0. \qquad (۱۲)$$

می‌توان نشان داد که عملگر جریان که به صورت زیر تعریف می‌شود پایسته است

$$j^\mu = \frac{e}{2}[\bar{\psi}, \Gamma^\mu\psi]. \qquad (۱۳)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

مقدار چشم‌داشتی خلأ مولفه زمان گونه عملگر جریان (۱۳) همواره صفر است. چشم‌داشتی مولفه فضاگونه در امتداد میدان الکتریکی زمینه از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\left\langle j^1 \right\rangle = -e\,\Omega^{-3}(\tau)\left(\frac{b}{1+\ell b}\right)\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2}\left[\ell(|U_{in1}|^2-|U_{in2}|^2)+U_{in1}U_{in2}^*+U_{in2}U_{in1}^*\right], \qquad (١٤)$$

به گونه‌ای که زیرنویس‌های ۱و۲ به ترتیب، نشان دهنده مولفه بالا و پایین اسپینور داده شده در معادله (۸) هستند. در جریان ذرات اسکالر، فرا-رسانندگی فروسرخ برای ذرات با جرم صفر یا بسیار کوچک و میدان الکتریکی بسیار ضعیف روی می‌دهد. در [۱] نشان داده شده است که فرا-رسانندگی فروسرخ برآمده از واگرایی انتگرالده جریان در حد فروسرخ یا $k \to 0$ است. از این‌رو، ما رفتار انتگرالده جریان (١٤) را برای مورد $\lambda_m \to 0, \quad \lambda \to 0$ در حد فروسرخ، به دیگر سخن $k \to 0$ مطالعه می‌کنیم. با استفاده از بسط مجانبی تابع ویتاکر

$$W_{\kappa,\frac{1}{2}+\gamma}(z) \simeq \frac{\Gamma[1+2\gamma]}{\Gamma[1+\gamma-\kappa]}z^{-\gamma}, \qquad z \to 0, \qquad (١٥)$$

و محاسبه انتگرالده در حد $\kappa \to 0, \quad \gamma \to 0, \quad \lambda_m/\lambda \to 0$ به سادگی می‌توان نشان داد در حد فروسرخ برای ذرات بیجرم و بسیار سبک در میدان الکتریکی بسیار ضعیف، انتگرالده جریان صفر می‌شود. بنابراین در جریان فرمیونی برخلاف جریان اسکالر فرا-رسانندگی فروسرخ روی نمی‌دهد.

نتیجه‌گیری

ما در این کار نشان دادیم که در جریان ذرات فرمیونی در دوسیته ۲+۱ بُعدی برخلاف جریان ذرات اسکالر، فرا-رسانندگی فروسرخ روی نمی‌دهد. این نتیجه با نتیجه‌های به دست آمده در کارهای [٤،٥] که نشان داده‌اند در جریان فرمیونی در دوسیته ۱+۱ و ۳+۱ بُعدی، فرا-رسانندگی فروسرخ روی نمی‌دهد سازگار است.

مرجع‌ها

1. M. B. Fröb, *et al.*, *JCAP* **1404**, 009 (2014).
2. E. Bavarsad, C. Stahl and S. S. Xue, [arXiv:1602.06556v1[hep-th]].
3. T. Kobayashi and N. Afshordi, *JHEP* **1410**, 166 (2014).
4. C. Stahl, E. Strobel and S. S. Xue, *Phys. Rev. D* **93**, no. 2, 025004 (2016).
5. T. Hayashinaka, T. Fujita, J. Yokoyama, [arXiv:1603.04165[hep-th]].