پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

شماره مقاله : ۸۳

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

اثر شوینگر و جریان شبه-کلاسیک فرمیونی در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی

احسان باورساد[۱]، طیبه سعیدی دهاقانی[۱]، زهرا مهری شرودانی[۱]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کدپستی ۸۷۳۱۷۵۳۱۵۳ کاشان

چکیده

در این مقاله اثر شوینگر فرمیونی در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی مطالعه شده است. ما ضریب‌های بوگولیوبف را محاسبه کرده‌ایم و از آنها برای به دست آوردن جریان رسانندگی و جریان قطبش فرمیونی در تقریب شبه کلاسیک استفاده کرده‌ایم. ما یافته‌ایم که در شرایط شبه-کلاسیک، پاسخ جریان رسانندگی و قطبش ذرات فرمیونی و ذرات اسکالر یکسان است

مقدمه

اثر شوینگر، پدیده تولید زوج در میدان الکتریکی قوی در فضای تخت است که در کار [۱] پیشگام شوینگر کشف شد. در چند سال گذشته اثر شوینگر در فضازمان دوسیته با بُعدهای گوناگون و برای ذرات گوناگون، با هدف مطالعه تاثیر آن بر مشاهدات کیهانشانسی، بررسی شده است [۲،۳،۴]. در تقریب شبه-کلاسیک، جریان فرمیونی در فضازمان دوسیته ۱+۱ بُعدی و ۳+۱ بُعدی مطالعه شده است [۳]. در این مقاله ما اثر شوینگر فرمیونی را در فضازمان دوسیته ۲+۱ بُعدی مطالعه خواهیم کرد و در تقریب شبه-کلاسیک جریان رسانندگی و قطبش را محاسبه می‌کنیم.

معادله دیراک در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی

برای مطالعه اثر شوینگر، به توابع مُد نیاز داریم و برای به دست آوردن توابع مُد، معادله دیراک باید حل شود. کنش الکترودینامیک کوانتمی، در فضازمان دوسیته ۳-بُعدی را به صورت زیر می‌نویسیم

$$S=\int d^3x\sqrt{g}\left\{\frac{i}{2}\bar{\psi}\Gamma^{\mu}(\partial_{\mu}+B_{\mu}+ieA_{\mu})\psi-\frac{i}{2}[(\partial_{\mu}+B_{\mu}-ieA_{\mu})\bar{\psi}]\Gamma^{\mu}\psi-m\bar{\psi}\psi\right\}, \qquad (۱)$$

به گونه‌ای که، ψ یک میدان اسپینور دو-مولفه‌ای دیراک، با جرم m و بار الکتریکی e است. فرض ما این است که میدان گرانشی و میدان الکترومغناطیسی از تولید زوج تاثیر نمی‌پذیرند و بنابراین می‌توان آنها را به صورت میدان زمینه در نظر گرفت. متریک فضازمان دوسیته را می‌توان از عنصر خط زیر خواند

$$ds^2=\Omega^2(\tau)(d\tau^2-d\mathbf{x}^2), \qquad \Omega(\tau):=-\frac{1}{\tau H}, \qquad \tau\in(-\infty,0), \qquad \mathbf{x}\in\mathbb{R}^2, \qquad (۲)$$

به گونه‌ای که H ثابت هابل و τ زمان همدیس است. هم-وستار اسپین به صورت زیر داده می‌شود

$$B_{\mu}=\frac{1}{2}H\Omega(\tau)(\sigma_2\delta_{\mu,2}-\sigma_3\delta_{\mu,1}), \qquad (۳)$$

به گونه‌ای که $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ ماتریس‌های پائولی هستند. ما نمایش زیر را برای ماتریس‌های دیراک در فضازمان دوسیته به کار می‌گیریم

$$\Gamma^0 = \Omega^{-1}(\tau)\sigma_1, \qquad \Gamma^1 = \Omega^{-1}(\tau)i\sigma_2, \qquad \Gamma^2 = \Omega^{-1}(\tau)i\sigma_3. \tag{۴}$$

میدان همیوغ اسپینور به صورت $\bar{\psi} := \psi^\dagger\sigma_1$ تعریف می‌شود. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت، پتانسیل برداری الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$A_\mu = -\frac{E}{H^2\tau}\delta_{\mu,1}, \tag{۵}$$

به گونه‌ای که E یک مقدار ثابت است. از وردش کنش (۱)، معادله دیراک به دست می‌آید. با جای‌گذاری معادله‌های (۵-۳) در معادله دیراک و استفاده از بازتعریف

$$\hat{\psi}(x) = \Omega(\tau)T\psi(x), \qquad T = \frac{1}{\sqrt{1-b^2}}\begin{pmatrix} 1 & b \\ -b & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \ell + \sqrt{1+\ell^2}, \qquad \ell := \frac{eE}{mH}. \tag{۶}$$

معادله‌ی زیر را به دست می‌آوریم

$$\left[\partial_0^2 - \partial_1^2 - \partial_2^2 - \frac{2ieE}{H}\Omega\partial_1 + \left(\frac{e^2E^2}{H^2} + m^2\right)\Omega^2 + imH\sqrt{1+\ell^2}\,\Omega^2\sigma_3\right]\hat{\psi} = 0. \tag{۷}$$

جواب‌های فرکانس مثبت و منفی معادله (۷) که در حد $\tau \to -\infty$ و $\tau \to 0$ به صورت موج تخت در فضازمان مینکوفسکی رفتار می‌کنند، به ترتیب به صورت زیر داده می‌شوند

$$U_{in} = e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{i\kappa\pi}{2}} (2\gamma)^{\frac{-1}{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\gamma+\kappa}\,W_{\kappa,\gamma-\frac{1}{2}}(z) \\ \sqrt{\gamma-\kappa}\,W_{\kappa,\gamma+\frac{1}{2}}(z) \end{pmatrix}, \quad V_{in} = e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{-i\kappa\pi}{2}} (2\gamma)^{\frac{-1}{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\gamma+\kappa}\,W_{\kappa,-\gamma+\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \\ \sqrt{\gamma-\kappa}\,W_{\kappa,-\gamma-\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \end{pmatrix},$$
$$U_{out} = e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{i\gamma\pi}{2}} \begin{pmatrix} M_{\kappa,\gamma-\frac{1}{2}}(z) \\ AM_{\kappa,\gamma+\frac{1}{2}}(z) \end{pmatrix}, \quad V_{out} = e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} e^{\frac{i\gamma\pi}{2}} \begin{pmatrix} AM_{\kappa,-\gamma+\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \\ M_{\kappa,-\gamma-\frac{1}{2}}(ze^{i\pi}) \end{pmatrix}, \quad A = \sqrt{\frac{(\gamma-\kappa)(\gamma+\kappa)}{4\gamma^2(1-4\gamma^2)}}. \tag{۸}$$

$M_{\kappa,\gamma}(z), W_{\kappa,\gamma}(z)$ تابع‌های ویتاکر هستند. ضریب‌ها به صورت زیر تعریف شده‌اند

$$z := 2i|\mathbf{k}|\tau, \quad \lambda := \frac{eE}{H^2}, \quad \lambda_m := \frac{m}{H}, \quad r := \frac{k_x}{|\mathbf{k}|}, \quad \gamma = i\sqrt{\lambda^2 + \lambda_m^2}, \quad \kappa = i\lambda r. \tag{۹}$$

تولید زوج و جریان شبه-کلاسیک

با درنظرگرفتن رابطه‌ی تعریف کننده ضریب‌های بوگولیوبف، $U_{out;\mathbf{k}} = \alpha_{\mathbf{k}}U_{in;\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}}V_{in;-\mathbf{k}}$، و استفاده از معادله‌های (۸،۹) نتیجه‌های زیر را به دست می‌آوریم

$$\alpha_{\mathbf{k}} = e^{\frac{i\pi(\kappa-\gamma)}{2}}\sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma+\kappa)}}\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma+\kappa)}, \qquad \beta_{\mathbf{k}} = e^{\frac{i\pi(\kappa+\gamma)}{2}}\sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-\kappa)}}\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma-\kappa)}. \tag{۱۰}$$

چگالی تعداد زوج‌های خلق شده در یکای زمان، یا آهنگ واپاشی، برابر است با

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

$$\Gamma = \frac{1}{\Omega^3(\tau)\Delta\tau} \times \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} |\beta_{\mathbf{k}}|^2 = \frac{|\gamma|^2 H^3}{4\pi} \operatorname{csch}(2\pi|\gamma|)\left(I_0(2\pi\lambda) - e^{-2\pi|\gamma|}\right), \tag{۱۱}$$

برای به دست آوردن نتیجه (۱۱) از تقریب شبه-کلاسیک استفاده کرده‌ایم، به دیگر سخن $\gamma \gg 1$. همچنین با استفاده از رابطه $|\mathbf{k}|\tau \gg -|\gamma|$ انتگرال تکانه را به انتگرال زمان تبدیل کرده‌ایم [۲]. این رابطه زمان خلق زوج با تکانه $|\mathbf{k}|$ را در شرایط شبه-کلاسیک نشان می‌دهد. چگالی تعداد زوج‌های خلق شده در زمان τ برابر است با

$$n = \Omega^{-2}(\tau) \times \int_{-\infty}^{\tau} \Omega^3(\tau')\Gamma d\tau' = \frac{\Gamma}{2H}, \tag{۱۲}$$

به گونه‌ای که Γ در رابطه (۱۱) داده شده است. به طور کلی رابطه میان جریان رسانندگی، J_{con}، و چگالی تعداد ذرات باردار شبه-کلاسیک با سرعت v به صورت $J_{con} = 2evn$ است. با استفاده از بسط مجانبی تابع بسل، برای ذرات باردار فرا-نسبیتی $v \gg 1$ در میدان الکتریکی بسیار قوی، $\lambda \to \infty$ جریان رسانندگی به دست می‌آید $J_{con} = \frac{e(eE)^{3/2}}{4\pi^2 H}$. برای ذرات باردار بسیار سنگین سرعت را به صورت $v \gg \frac{|eE|}{mH}$ در نظر می‌گیریم. در این شرایط $mH \gg |eE|$ است و می‌توان نشان داد که جریان رسانندگی به دست می‌آید $J_{con} = \frac{em\sqrt{eE}}{4\pi^2}\exp(-2\pi m/H)$. در فضازمان دوسیته به دلیل این که انبساط و بنابراین خلق ذره به صورت تدریجی انجام می‌شود، جریان برآمده از تغییر تدریجی قطبش الکتریکی را نیز می‌توان تعریف کرد. جریان قطبش به صورت زیر تعریف می‌شود

$$J_{pol} = \frac{2}{E\Omega^3(\tau)\Delta\tau} \times \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}\, |\beta_{\mathbf{k}}|^2, \qquad \mathbf{p} = \Omega^{-1}(\tau)(\mathbf{k} + e\mathbf{A}). \tag{۱۳}$$

با استفاده از معادله‌های (۵،۱۱) و همچنین دنبال کردن فرآیندی مانند به دست آوردن نتیجه (۱۱)، سرانجام برای ذرات فرا-نسبتی خواهیم داشت $J_{pol} = \frac{e(eE)^{3/2}}{\pi^2 H}$ و برای ذرات نانسبیتی به دست می‌آوریم $J_{pol} = \frac{em^3H^2}{2\pi^2(eE)^{3/2}}\exp(-2\pi m/H)$.

نتیجه گیری

در شرایط شبه-کلاسیک، پاسخ جریان رسانندگی و جریان قطبش برای فرمیون‌ها و اسکالرها [٤] یکسان است.

مرجع‌ها

1. J. S. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
2. M. B. Fröb, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka and A. Vilenkin, *JCAP* **1404**, 009 (2014); T. Kobayashi and N. Afshordi, *JHEP* **1410**, 166 (2014).
3. C. Stahl, E. Strobel and S. S. Xue, *Phys. Rev. D* **93**, no. 2, 025004 (2016); C. Stahl and E. Strobel, *AIP Conf. Proc.* **1693**, 050005 (2015).
4. E. Bavarsad, C. Stahl and S. S. Xue, [arXiv:1602.06556v1[hep-th]].