تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک اسکالرهای شوینگر در فضازمان دوسیته

احسان باورساد[۱]، نازبه مارگسیان[۱]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کدپستی: ۸۷۳۱۷۵۳۱۵۳ کاشان

چکیده

در این مقاله، یک میدان اسکالر جرمدار و باردار در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه در فضازمان دوسیته با بُعد دلخواه، درنظر گرفته‌ایم. با استفاده از ضریب‌های بوگولیوبف تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک ذرات خلق شده، با سازوکار شوینگر، در حد میدان الکتریکی قوی محاسبه شده است. نشان داده ایم که تریس تانسور انرژی–تکانه صفر می‌شود. درباره اثر پسزنی تولید زوج روی میدان گرانشی زمینه بحث شده است.

ضریب‌های بوگولیوبف

اثر شوینگر برای ذرات اسکالر خلق شده در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه در فضازمان دوسیته ۱+۱ بُعدی [۱]، ۱+۲ بُعدی [۲] و ۱+۳ بُعدی [۳] مطالعه شده است. در آن کارها، جریان رسانندگی ذرات خلق شده به‌طور شبه‌کلاسیک و چشم‌داشتی بازبهنجارشده عملگر جریان در حالت خلأ ورودی مطالعه شده است. در مرجع [۲] تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک برای مورد ذرات اسکالر شوینگر بسیار سنگین محاسبه شده و اثر پسزنی گرانشی آن مطالعه شده است. در این مقاله ما می‌خواهیم تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک برای مورد ذرات اسکالر شوینگر در میدان الکتریکی بسیار قوی را محاسبه کنیم. متریک فضازمان دوسیته $D=1+d$ بُعدی را می‌توان از عنصر خط زیر خواند:

$$ds^2=\Omega^2(\tau)(d\tau^2-d\mathbf{x}^2),\qquad \Omega(\tau):=-\frac{1}{\tau H},\quad \tau\in(-\infty,0),\quad \mathbf{x}\in\mathbb{R}^d,$$

به گونه‌ای که τ زمان همدیس و H ثابت هابل است. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت در فضازمان دوسیته، پتانسیل برداری میدان الکترومغناطیسی زمینه را به‌صورت $A_\mu=-\frac{E}{H^2\tau}\delta_\mu^1$ درنظر می‌گیریم، E یک مقدار ثابت است. برای بیان روابط مناسب است که پارامترهای زیر را تعریف کنیم

$$k := |\mathbf{k}|, \quad \lambda_m := \frac{m}{H}, \quad \lambda := -\frac{eE}{H^2}, \quad r := \frac{k_x}{k}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{d^2}{4} - \lambda^2 - \lambda_m^2}, \quad \gamma = i|\gamma|, \quad \kappa = -i\lambda r,$$

به‌گونه‌ای که m جرم ذره، e بار الکتریکی آن و $\mathbf{k}$ تکانه است. در شرایط شبه‌کلاسیک رابطه $\lambda^2 + \lambda_m^2 \gg 1$ برقرار است، بنابراین: $|\gamma| \gg 1$. ضریب‌های بوگولیوبف در مرجع [۲] داده شده‌اند، ما به ضریب زیر نیاز خواهیم داشت

$$|\beta_{\mathbf{k}}|^2 \simeq \exp[-2\pi(|\gamma| - \lambda r)].$$

تانسور انرژی-تکانه شبه‌کلاسیک

تانسور انرژی-تکانه یک توزیع گسسته از ذرات شبه‌کلاسیک در مرجع [۲] به صورت زیر تعریف شده است

$$T_{\text{sem}}^{\mu\nu} = |g|^{\frac{-1}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} |\beta_{\mathbf{k}}|^2 \frac{p_{\mathbf{k}}^{\mu} p_{\mathbf{k}}^{\nu}}{p_{\mathbf{k}}^{0}},$$

به‌گونه‌ای که ضریب بوگولیبف $|\beta_{\mathbf{k}}|$ (۳) در واقع تابع توزیع ذرات اسکالر است، $p_{\mathbf{k}}^{\mu}$ مولفه‌های تکانه فیزیکی ذرات هستند [۲] و در حد میدان الکتریکی قوی $\lambda \to \infty$ به‌صورت زیر داده می‌شوند

$$p_{\mathbf{k}}^{0} \simeq \Omega^{-1}(\tau) H \lambda \sqrt{2(1+\cos\theta_1)}, \qquad p_{\mathbf{k}}^{1} \simeq \Omega^{-1}(\tau) H \lambda (1+\cos\theta_1),$$
$$p_{\mathbf{k}}^{i} \simeq \Omega^{-1}(\tau) H \lambda \omega^i, \qquad i = 2, \ldots, d,$$

به‌گونه‌ای که ω^iها مختصات توصیف کننده رویه یک کره $d-1$ بُعدی با شعاع یک در فضای اقلیدسی d بُعدی، هستند و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\omega^1 = \cos\theta_1, \quad \omega^2 = \sin\theta_1 \cos\theta_2, \ldots, \quad \omega^{d-1} = \sin\theta_1 \cdots \sin\theta_{d-2} \cos\theta_{d-1},$$
$$\omega^d = \sin\theta_1 \cdots \sin\theta_{d-2} \sin\theta_{d-1}, \quad 0 \le \theta_1, \ldots, \theta_{d-2} \le \pi, \quad 0 \le \theta_{d-1} \le 2\pi.$$

در حد میدان الکتریکی بسیار قوی، می‌توان از جرم میدان اسکالر چشم‌پوشی کرد، بنابراین: $\lambda \gg |\gamma|$. در شرایط شبه‌کلاسیک انتگرال‌گیری روی تکانه k با استفاده از رابطه $k_i\tau \approx \lambda\omega^i$ به انتگرال‌گیری روی زمان همدیس τ تبدیل می‌شود [۱،۳]. با درنظر گرفتن این ملاحظات و جای‌گذاری معادله‌های (۳،۵،٦) در معادله (٤) خواهیم داشت

$$T_{\text{sem}}^{00} = \frac{C}{\Gamma(d-\frac{1}{2})}(4\pi\lambda)^{\frac{1}{4}} M_{\frac{-1}{4},\frac{d}{2}-\frac{3}{4}}(4\pi\lambda), \quad T_{\text{sem}}^{11} = \frac{Cd}{2\Gamma(d+\frac{1}{2})}(4\pi\lambda)^{\frac{-1}{4}} M_{\frac{-3}{4},\frac{d}{2}-\frac{1}{4}}(4\pi\lambda),$$

$$T_{\text{sem}}^{01} = \frac{C\Gamma(\frac{d+1}{2})}{\Gamma(d)\Gamma(\frac{d}{2})} M_{\frac{-1}{2},\frac{d-1}{2}}(4\pi\lambda), \quad T_{\text{sem}}^{ij} = \delta^{ij}\frac{C}{2\Gamma(d+\frac{1}{2})} M_{\frac{1}{4},\frac{d}{2}-\frac{1}{4}}(4\pi\lambda), \quad T_{\text{sem}}^{0i} = 0, \qquad i = 2,\cdots,d,$$

$$C = \Omega^{-2}(\tau)\frac{H^D \lambda^{\frac{d}{2}+1} e^{-2\pi\lambda}}{(2\pi)^d d\sqrt{\pi}}\Gamma(\frac{d}{2}).$$

با استفاده از رابطه‌های بازگشتی تابع‌های ویتاکر می‌توان نشان داد تریس تانسور داده شده در معادله (۷) صفر می‌شود

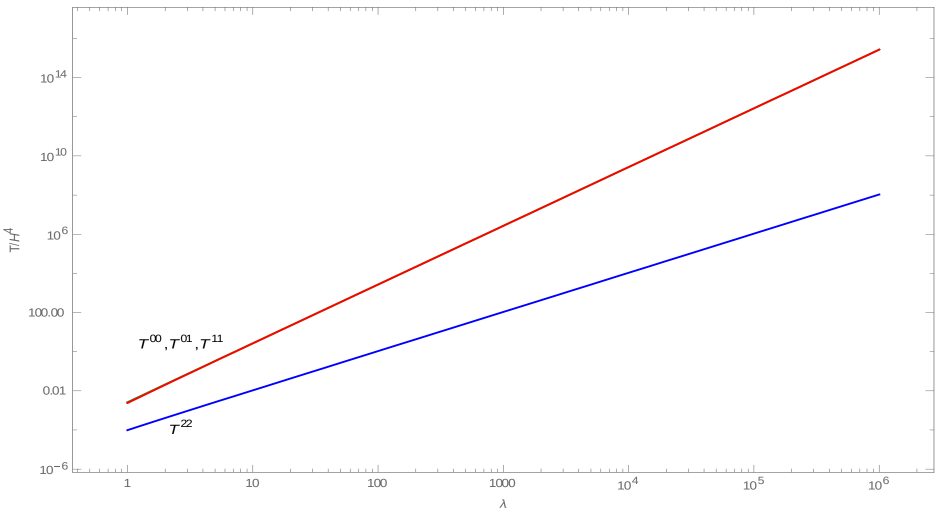
$$g_{\mu\nu}T_{\text{sem}}^{\mu\nu} = T_{\text{sem}\,\mu}^{\mu} = 0,$$

این خاصیت، سازگار است با این واقعیت که تریس تانسور انرژی–تکانه یک شاره کامل با معادله حالت تابش صفر است. در حد $\lambda \to \infty$ جمله‌های پیشتاز مولفه‌های غیرصفر تانسور (۷) به‌صورت زیر داده می‌شوند

$$T_{\text{sem}}^{00} \simeq T_{\text{sem}}^{11} \simeq T_{\text{sem}}^{01} \simeq \Omega^{-2}(\tau)H^D \frac{2\lambda^{\frac{2+D}{2}}}{(2\pi)^d d}, \quad T_{\text{sem}}^{ij} \simeq \delta^{ij}\Omega^{-2}(\tau)H^D \frac{\lambda^{\frac{D}{2}}}{2(2\pi)^D d}.$$

نتیجه‌گیری

در این مقاله تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک ذرات اسکالر شوینگر خلق شده در فضازمان دوسیته با بُعد دلخواه



شکل ۱: تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی برای مورد ۳+۱ بُعد، رسم شده است.

محاسبه شده است، معادله (۷) را ببینید. ما نشان داده‌ایم که تریس تانسور صفر می‌شود. این خاصیت، سازگار است با این واقعیت که تریس تانسور انرژی–تکانه یک شاره کامل با معادله حالت تابش صفر است. در حد $\lambda \to \infty$ نشان داده‌ایم که رفتار تریس به‌صورت $\lambda^{\frac{2+D}{2}}$ است، معادله (۹) را ببینید. در شکل ۱ تانسور داده شده در معادله (۷) به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی برای مورد ۳+۱ بُعد رسم شده است. شکل نشان می‌دهد که با افزایش میدان الکتریکی تانسور افزایش می‌یابد و مولفه‌های $T_{\rm sem}^{00}, T_{\rm sem}^{01}, T_{\rm sem}^{11}$ تقریبا با هم مساوی و از دیگر مولفه‌های غیرصفر بزرگ‌تر هستند. این نتیجه‌های ما برای تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک برای بحث درباره اثر پسزنی گرانشی تولید زوج شوینگر بسیار مهم هستند. اگر پارامتر هابل را مانند مرجع [۲] به‌صورت زیر تعریف کنیم

$$H(\tau) := \Omega^{-2}(\tau)\frac{d\Omega(\tau)}{d\tau},$$

آن‌گاه پس از جای‌گذاری متریک دوسیته (۱) در معادله انشتین و استفاده از تانسور انرژی–تکانه شبه‌کلاسیک (۹)، می‌توان نشان داد آهنگ تحول پارامتر هابل، ناشی از تولید زوج شوینگر، به‌صورت زیر خواهد بود

$$\Omega^{-1}(\tau)\frac{dH}{d\tau} \approx -\frac{16\pi H^4}{(D-1)(2\pi)^{D-1}M_P^2}\lambda^{\frac{2+D}{2}}.$$

بنابراین تولید زوج باعث واپاشی ثابت هابل می‌شود و با درنظر گرفتن تحلیل مرجع [٤]، می‌توان نشان داد برای موردی که ما در این مقاله درنظر گرفته‌ایم مدت زمان واپاشی متناسب با $t \sim H^{-3}M_P^2\lambda^{\frac{-2-D}{2}}$ است.

مرجع‌ها

M. B. Fröb, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka and A. Vilenkin, J. Cosmol. Astropart. Phys. 04, 009 (2014).

E. Bavarsad, C. Stahl, and S.-S Xue, Phys. Rev. D 94, 104011 (2016).

T. Kobayashi and N. Afshordi, J. High Energy Phys. 10, 166 (2014).

E. Mottola, Phys. Rev. D 31, 754 (1985).