



بارم: سوال ۱: ۱/۲۵ نمره، سوال ۲: ۲/۲۵ نمره، سوال ۳: ۱/۵ نمره، سوال ۴: ۱ نمره

تذکر: در هر یک از سوالات زیر، ابتدا به جای m و n ، به ترتیب اولین و دومین رقم از سمت راست شماره دانشجویی خود را قرار داده و سپس به سوالات پاسخ دهید. لازم به ذکر است که در سوالات، $[x]$ بیانگر جزء صحیح عدد x است.

۱. اگر $\alpha = m + 1$ و $\beta = n + 2$ آنگاه حاصل انتگرال زیر را به دست آورید.

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \frac{\sin^2(\beta t)}{t} dt$$

۲. اگر $a = [\frac{m}{4}] + 2$ و $b = [\frac{n}{4}] + 1$ آنگاه معادله زیر را با روش لاپلاس حل کنید.

$$y(t) + a \int_0^t e^{b(t-u)} y(u) du = u_2(t) + 5e^{-3t}$$

تذکر: در اینجا، $u_2(t)$ تابع پله‌ای واحد است.

۳. اگر $\alpha = [\frac{m}{2}] + 3$ و $\beta = [\frac{n+2}{n+1}]$ آنگاه جواب عمومی معادله زیر را به صورت سری

در مجاورت نقطه $x = 0$ به دست آورید.

$$\alpha y'' + (x^\beta - 3)y' + 4xy = 0$$

۴. اگر $a = [\frac{2m+1}{4}] + 1$ ، ابتدا با استفاده از تعویض متغیر $t = \frac{2}{a} e^{\frac{a}{4}x}$ معادله زیر را به

یک معادله بسل تبدیل کرده و سپس جواب عمومی آن را بر حسب توابع بسل بنویسید.

$$y'' + (e^{\alpha x} - \frac{1}{4})y = 0$$

موفق و پیروز باشید.

(دانشکده علوم ریاضی)