



آزمون پایان ترم مبانی احتمال

۴۹ خرداد

زمان: ۱ ساعت

توضیح: - در سوالات  $m$  و  $n$  به ترتیب اولین و دومین رقم شماره دانشجویی شما از سمت راست است. ابتدا  $m$  و  $n$  را چاکریں و سپس مسئله مربوطه را حل کنید. ۲- حل سوال (قسمت ج) اختیاری و دارای امتیاز اضافه است.

۱- یک دست توپ  $20 + 3m + 3n$  تایی، شامل  $n+5$  توپ سیاه فلزی و  $m+5$  توپ سفید فلزی و  $2m+5$  توپ سیاه پلاستیکی و  $5+2n$  توپ سفید پلاستیکی داریم که هر یک از چهار نوع توپ از یک تا تعداد توپ‌ها از آن نوع، شماره‌گذاری شده‌اند. دو توپ به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم.

الف) احتمال اینکه هر دو فلزی باشند به شرط این که:

(a) حداقل یکی از توپ‌ها فلزی باشد.

(b) حداقل یکی از توپ‌ها سیاه فلزی باشد.

(c) یک توپ فلزی با شماره یک باشد.

ب) اگر توپ انتخابی دوم سیاه باشد، احتمال این که توپ اول سیاه فلزی باشد چقدر است؟

ج) اگر  $E$  پیشامد فلزی بودن توپ انتخابی اول و  $F$  پیشامد سفید بودن توپ انتخابی دوم باشد، آیا  $E$  و  $F$  مستقل هستند؟

۲- اگر  $P(A|B) + P(A^c|B^c) = 1$  برسی کنید آیا  $A$  و  $B$  مستقل هستند یا خیر؟

۳- دو بازیکن  $A$  و  $B$  یکی پس از دیگری به طرف یک هدف تیراندازی می‌کنند. فرض کنید تیراندازی‌ها مستقل از یکدیگر و احتمال اصابت به هدف برای این دو بازیکن به ترتیب

$$P_A = \frac{m+1}{m+n+2}$$

و

$$P_B = \frac{m+2}{m+n+4}$$

باشد. اگر  $A$  قبل از  $B$  به هدف بزنند، چقدر احتمال دارد که  $A$  شروع کننده بازی باشد.

