

دستور کار آموزش مجازی
آزمایشگاه اپتیک

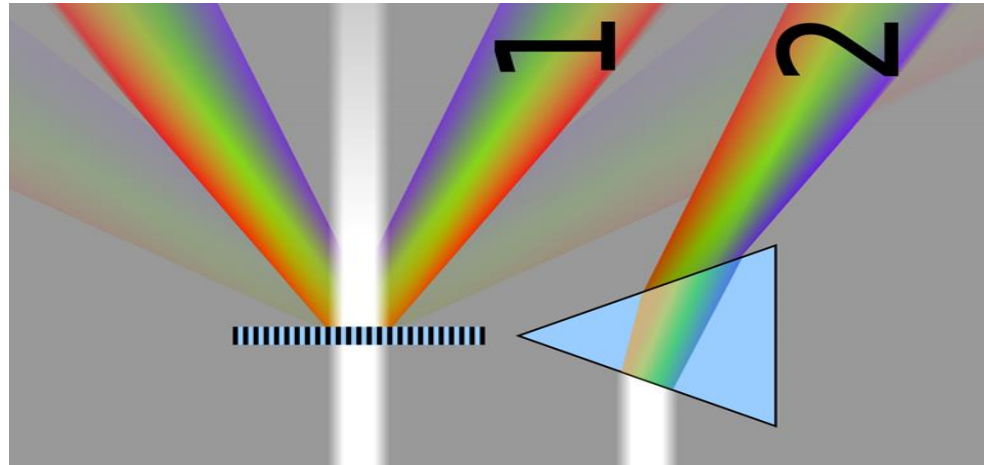
آزمایش ۶: توری پراش ۱

هدف آزمایش:

اندازه‌گیری طول موج با استفاده از منحنی پاشندگی توری و بررسی طیف لامپ هیدروژن

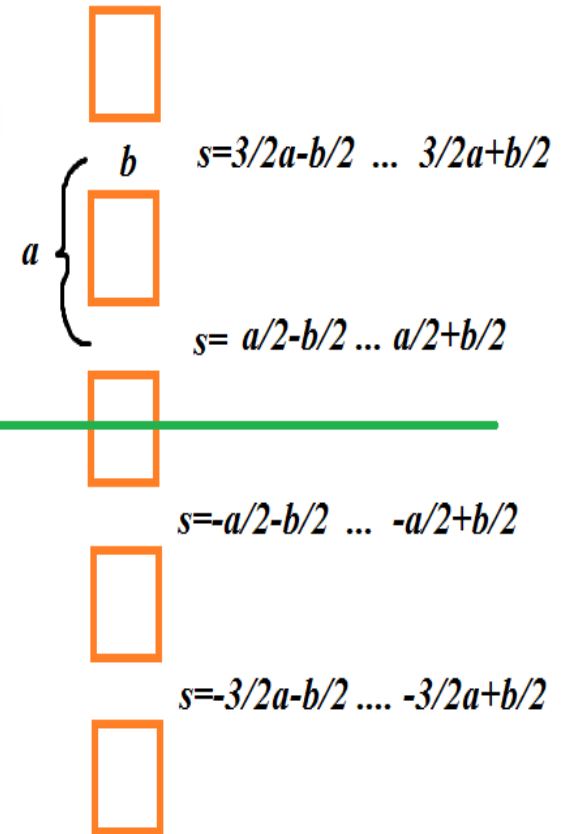
وسایل آزمایش:

اسپکترومتر، توری پراش، لامپ هلیم و منبع تغذیه، لامپ کادمیم و منبع تغذیه، چراغ رومیزی



تداخل از N شکاف

$$E_R = \frac{E_L}{r_0} \sum_{j=1}^{N/2} \left\{ \int_{[-(2j-1)a-b]/2}^{[-(2j-1)a+b]/2} e^{isk \sin \theta} ds + \int_{[(2j-1)a-b]/2}^{[(2j-1)a+b]/2} e^{isk \sin \theta} ds \right\}$$



$$I = \frac{1}{ik \sin \theta} \left\{ e^{-ik \sin \theta [(2j-1)a-b]/2} - e^{-ik \sin \theta [(2j-1)a+b]/2} \right\}$$

$$+ \frac{1}{ik \sin \theta} \left\{ e^{ik \sin \theta [(2j-1)a+b]/2} - e^{ik \sin \theta [(2j-1)a-b]/2} \right\}$$

$$I = \frac{b}{2i\beta} \left[e^{-i(2j-1)\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) + e^{i(2j-1)\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) \right]$$

پراش از N شکاف

$$I = \frac{b}{2i\beta} [e^{-i(2j-1)\alpha}(e^{i\beta} - e^{-i\beta}) + e^{i(2j-1)\alpha}(e^{i\beta} - e^{-i\beta})]$$

$$I = \frac{b}{2i\beta} (2i \sin \beta) \{2 \cos[(2j-1)\alpha]\} \rightarrow I = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} \operatorname{Re}[e^{i(2j-1)\alpha}]$$

$$S = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{N/2} e^{i(2j-1)\alpha}$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_0} S$$

$$S = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} \operatorname{Re}[e^{i\alpha} + e^{i3\alpha} + e^{i5\alpha} + \dots + e^{i(N-1)\alpha}]$$

$$a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right) = e^{i\alpha} \left[\frac{(e^{2i\alpha})^{N/2} - 1}{e^{2i\alpha} - 1} \right] = \frac{e^{iN\alpha} - 1}{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}$$

$$\frac{(\cos N\alpha - 1) + i \sin N\alpha}{2i \sin \alpha} = \frac{i(\cos N\alpha - 1) - \sin N\alpha}{-2 \sin \alpha}$$

رابطه حقیقی سمت $\mathcal{S} = b \frac{\sin \beta \sin N\alpha}{\beta \sin \alpha}$

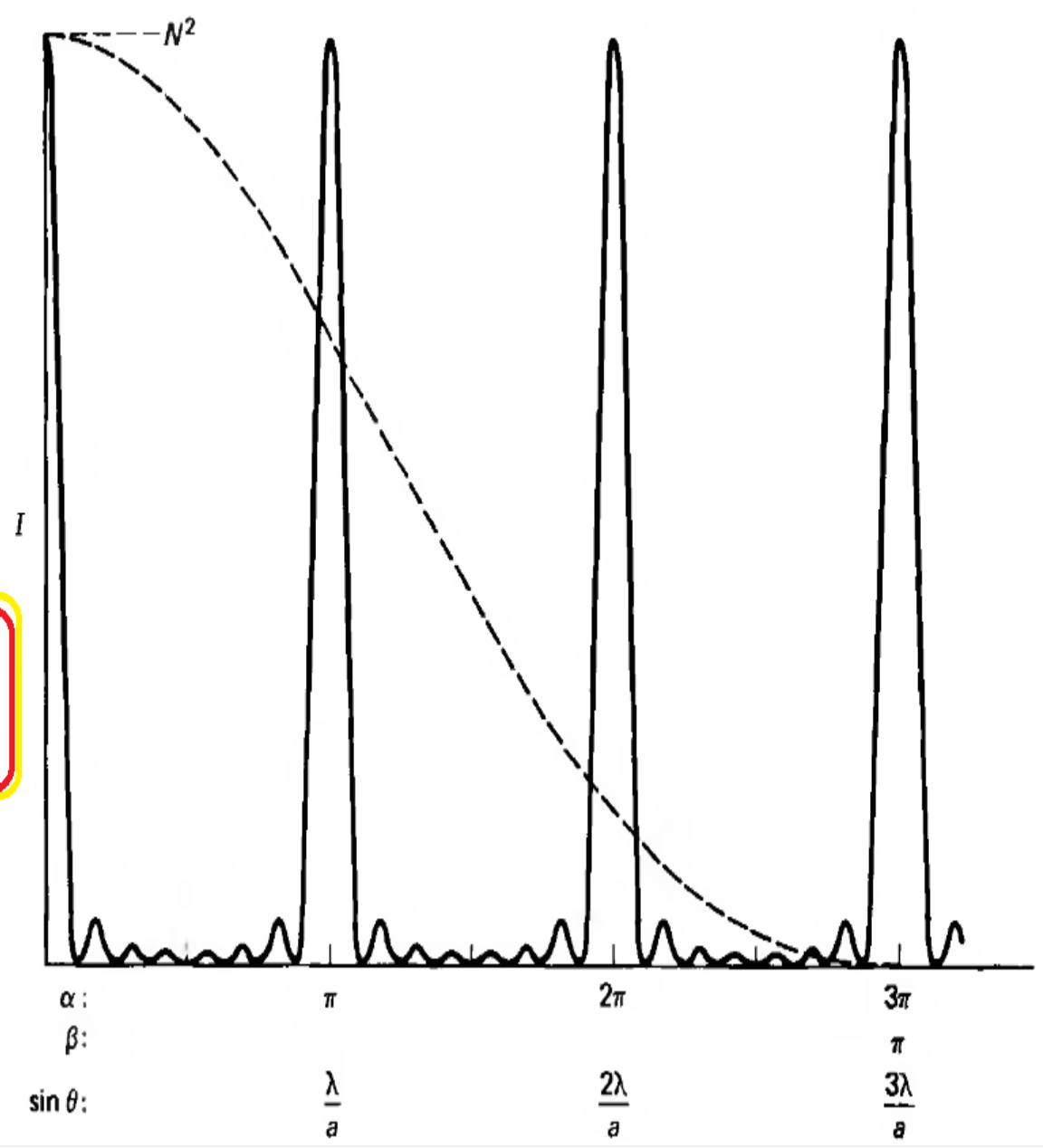
$$E_R = \frac{E_L b \sin \beta \sin N\alpha}{r_0 \beta \sin \alpha}$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow m\pi} \frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow m\pi} \frac{N \cos N\alpha}{\cos \alpha} = \pm N$$

بیشینه دامنه در نقاط قله

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

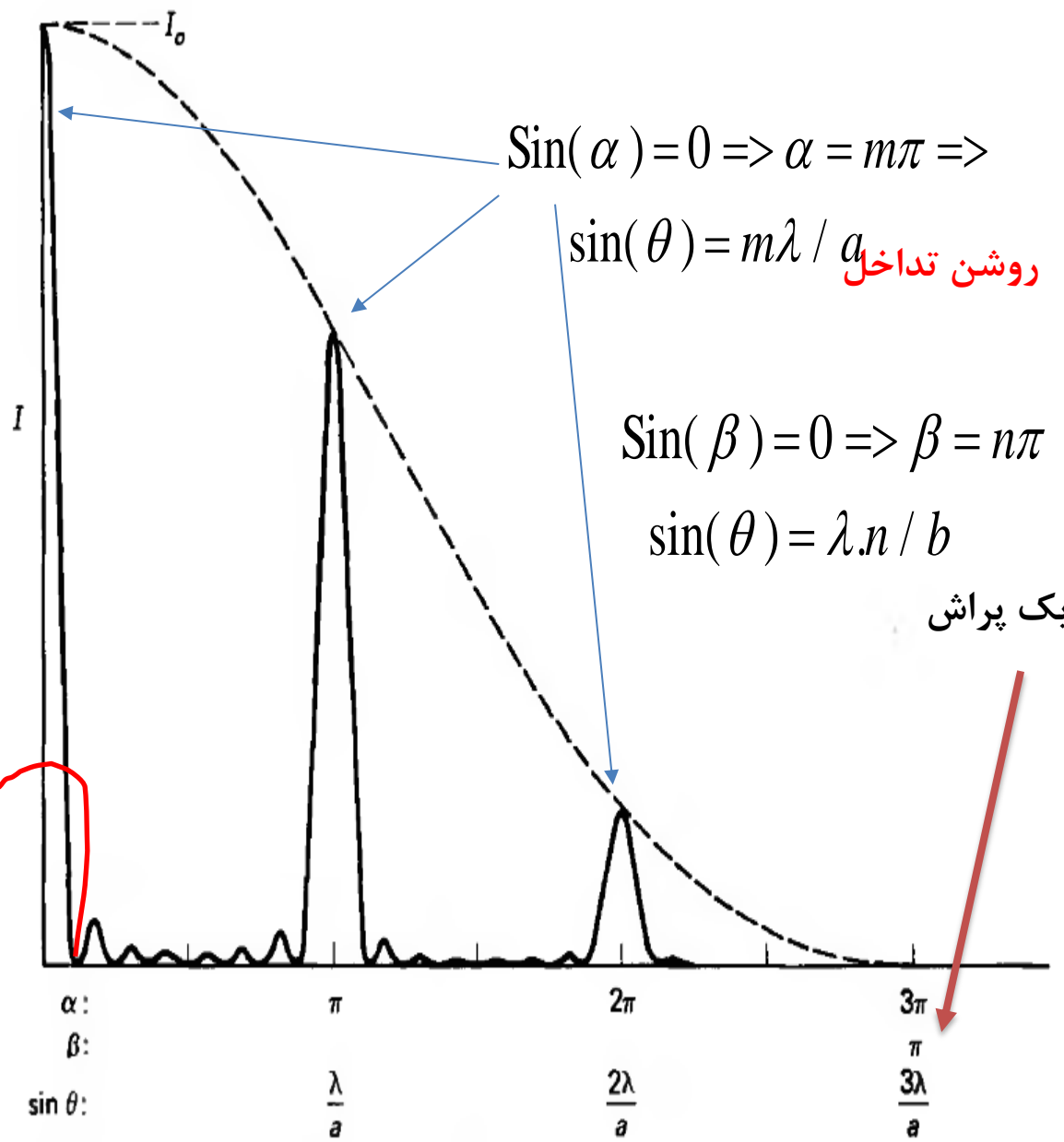


$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$\sin(N\alpha) = 0 \Rightarrow N\alpha = p\pi$$

$$\alpha = p\pi / N$$

محل صفر اول



$$\sin(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = m\pi \Rightarrow$$

$$\sin(\theta) = m\lambda / a$$

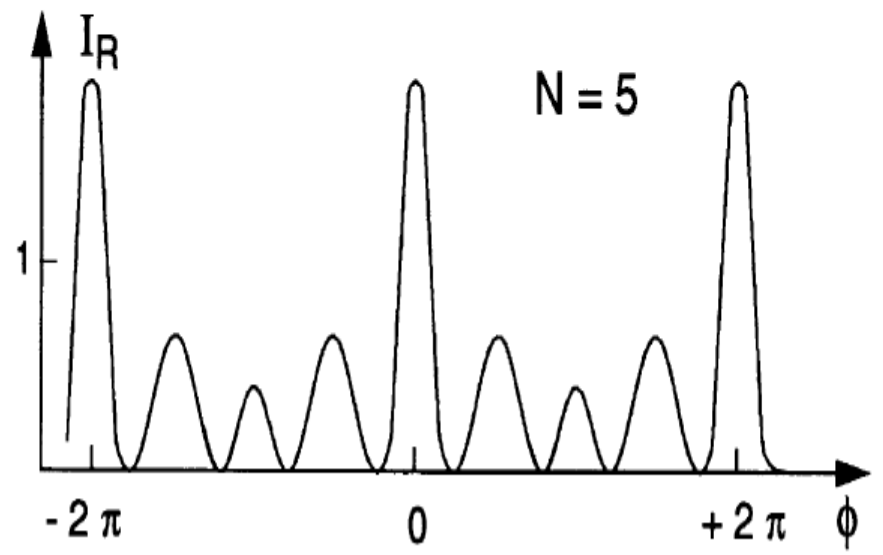
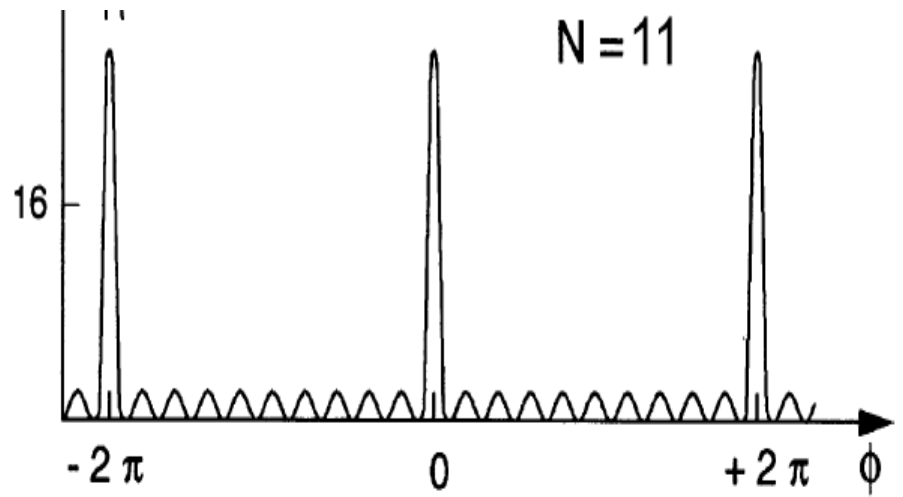
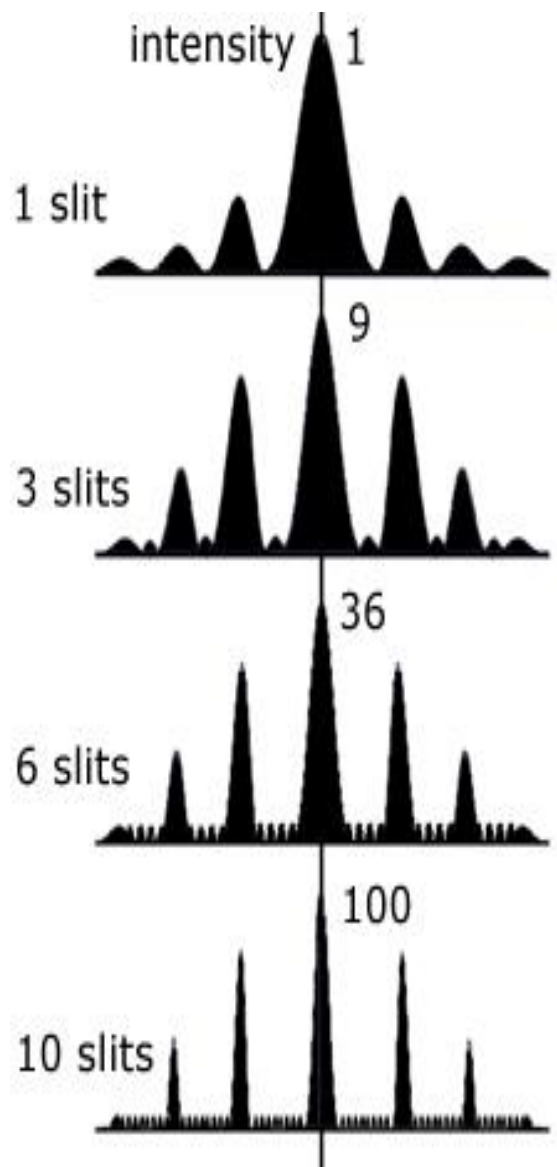
روشن تداخل

$$\sin(\beta) = 0 \Rightarrow \beta = n\pi$$

$$\sin(\theta) = \lambda.n / b$$

تاریک پراش

(b)



$\lambda / (N \cdot d)$

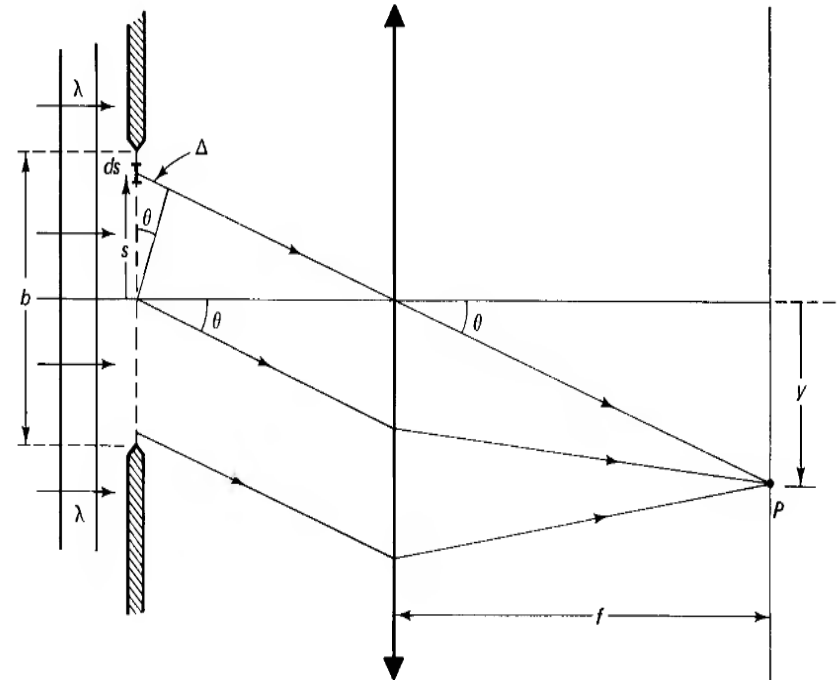
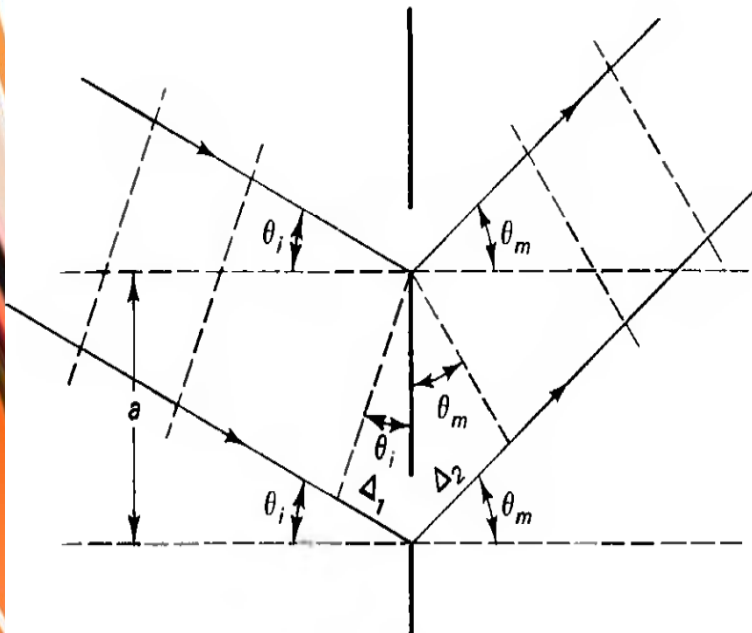
تابش نور به صورت مایل به چند شکافی (توری پراش)

$$a(\sin \theta_i + \sin \theta_m) = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

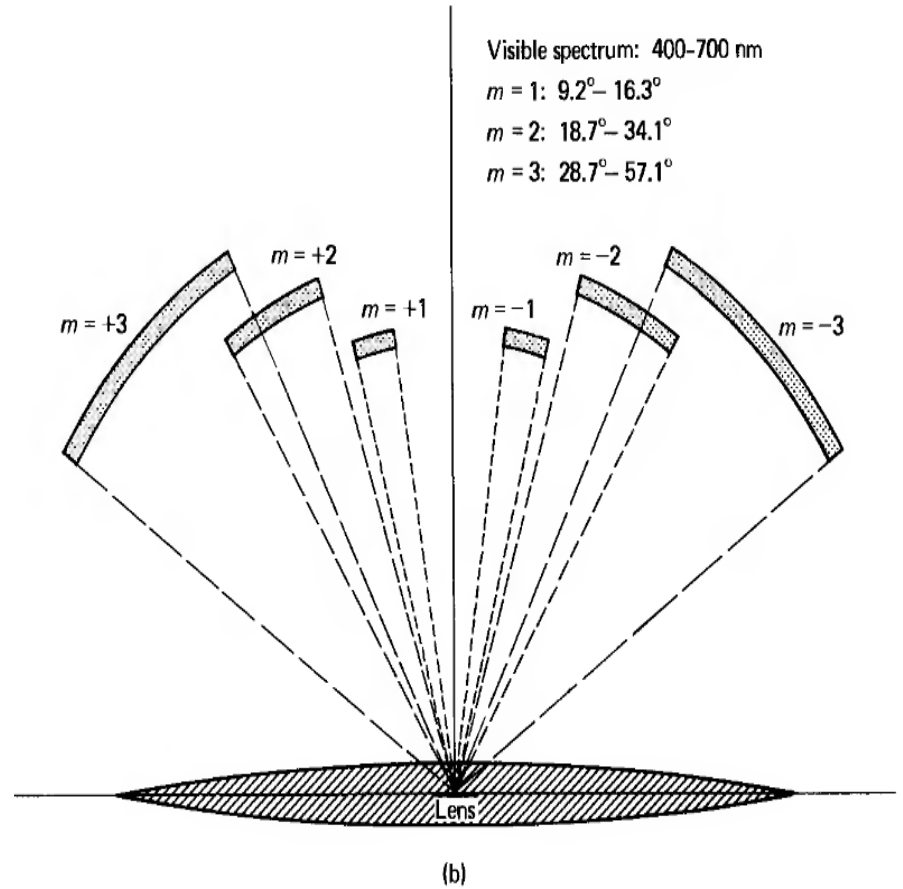
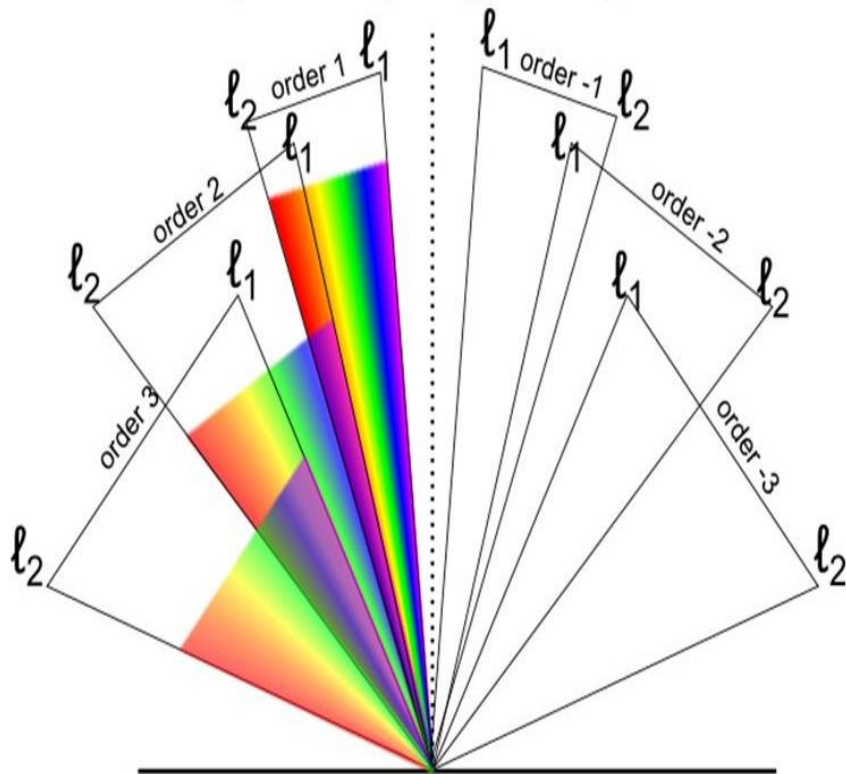
$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = a \cdot \sin \theta_i + a \sin \theta_m$$

$$\Delta = b \cdot \sin \theta$$

$$\Delta = m\lambda$$



مراتب پراش



محدوده آزاد طیفی در توری (FSR) (Free Spectral Range)

اگر بازه طیفی ما چقدر باشد طیفی از مرتبه دوم روی طیف دیگری از مرتبه اول نمی افتد؟

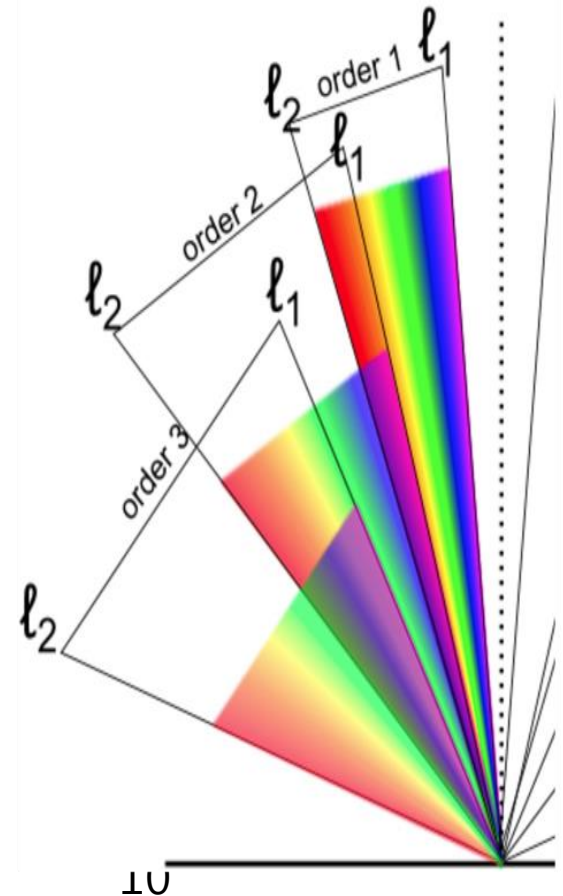
$$m\lambda_2 = (m+1)\lambda_1$$

$$FSR = \lambda_2 - \lambda_1 = \left(\frac{m+1}{m} - 1\right)\lambda_1 = \lambda_1 / m$$

به عبارتی:

اگر در مرتبه اول بخواهیم در بازه ای از طول موجها کار کنیم که ابتدای آن ۵۰۰ نانومتر باشد باید بدانیم که ۵۰۰/۱ نانومتر جلوتر مرتبه دوم ۵۰۰ نانومتر دقیقاً روی مرتبه اول ۱۰۰۰ نانومتر خواهد افتاد.

$$FSR = 500$$

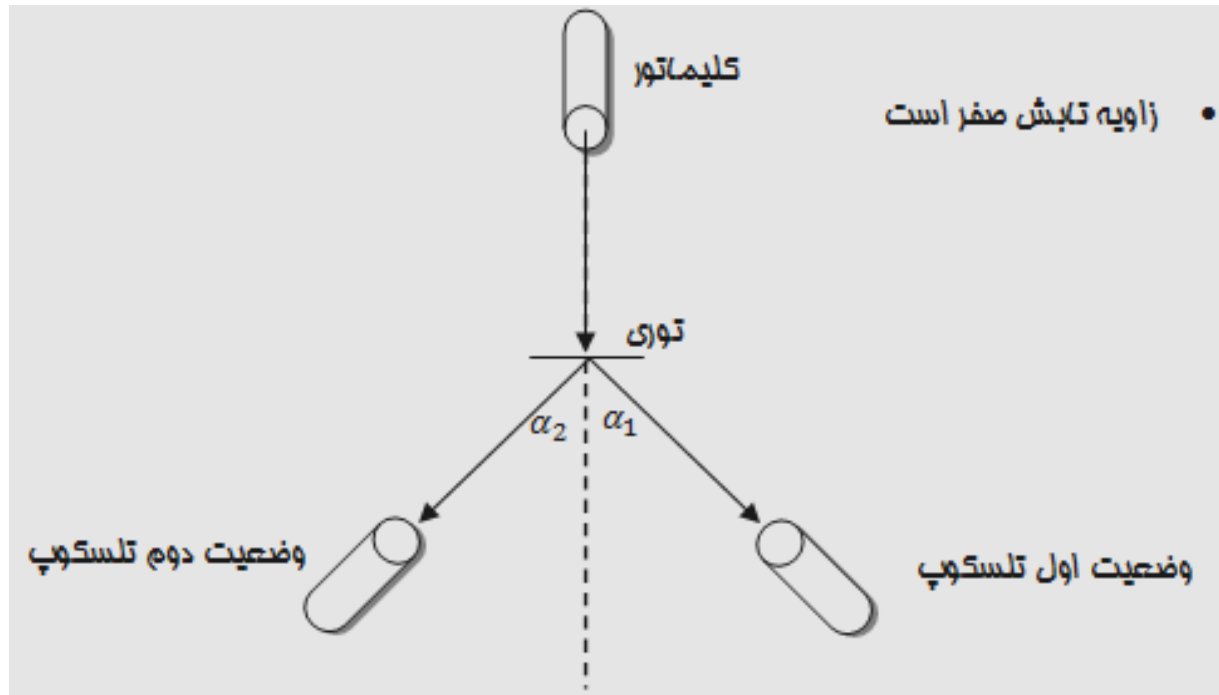


روش انجام آزمایش

اسپکترومتری توری

طرز کار این اسپکترومتر شبیه اسپکترومتر منشوری است با این تفاوت که به جای منشور از توری استفاده می شود.

ابتدا توری مورد نظر را روی صفحه‌ی حامل اسپکترومتر قرار دهید و با احتیاط در گیره‌های مخصوص نصب کنید. در حین کار با توری سعی کنید از تماس انگشتان با قسمت‌های شفاف توری خودداری کنید. برای این منظور سعی کنید که توری را از لبه‌های آن با دو انگشت گرفته و در محل نصب کنید. جهت نصب توری بایستی به گونه‌ای باشد که نور تابشی از لامپ بر صفحه‌ی آن عمود باشد.



آزمایش اول: اندازه‌گیری زاویه پراش توری در مرتبه ی اول

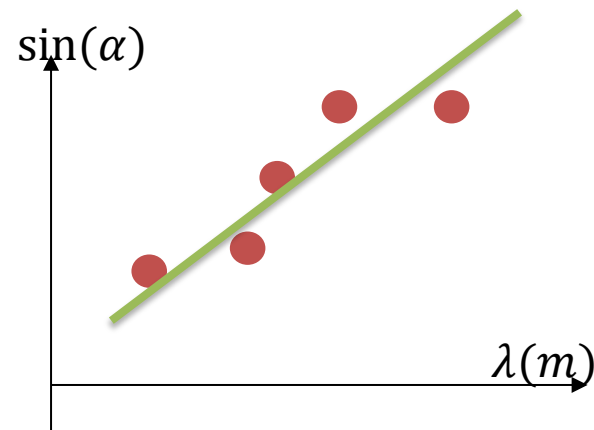
$k = 1$

رنگ	λ (nm)	α	$\sin \alpha$
آبی	438.5	۱۴.۵	
بنفش	۴۰۵.۷	۱۳.۳۳	
سبز آبی	۴۹۳.۹	۱۶.۲۵	
سبز	۵۴۷.۷	۱۸.۱۶	
زرد	۵۷۹.۸	۱۹.۱۶	

$k = ۲$

رنگ	λ (nm)	α	$\sin \alpha$
بنفش	۴۰۵.۱	۲۷.۵۸	
سبز	۵۴۷.۱	۳۸.۶۳	
زرد	۵۷۹.۸	۴۱.۳۷	
آبی	۴۳۸.۵	۲۹.۹۶	
سبز آبی	۴۹۳.۹	۳۴.۲۷	

$$(\sin i + \sin \alpha) = Nk\lambda$$



تعیین طول موج‌های لامپ کادمیم

حال به جای لامپ هلیوم از لامپ کادمیم استفاده کنید
با استفاده از فرمول مربوط به توری
با استفاده از نمودار پاشندگی یاد شده

$$k = 1$$

رنگ	λ (nm)	α	$\sin \alpha$	λ_2	خطا
آبی	438.5	۱۴.۵			
بنفش	۴۰۵.۷	۱۳.۳۳			
سبز آبی	۴۹۳.۹	۱۶.۲۵			
سبز	۵۴۷.۷	۱۸.۱۶			
زرد	۵۷۹.۸	۱۹.۱۶			

تکالیف

- یک ۱۰۰ شکافی با پهنای هر شکاف ۱ میکرومتر و فاصله شکافها از هم ۲ میکرومتر در برابر نوری با طول موجهای ۷۰۰ و ۵۰۰ و ۶۰۰ نانومتر قرار گرفته است. بیان کنید هر طول موج در چه زاویه ای پراشیده می شود؟
- به همه رنگها در مرتبه اول دقت کنید. کدام رنگ در مرتبه‌های بالاتر شکافته و به دو طیف تبدیل می شود؟ اختلاف طول موج آن دو را محاسبه کنید.
- با توری پراش مورد استفاده در این آزمایش حداقل و حداکثر مرتبه پراش را محاسبه کنید. (منظور از حداقل مرتبه، دیدن همه رنگها و حداکثر دیدن یک رنگ است).