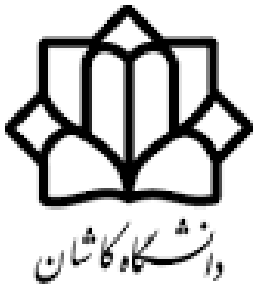


درس ساختمان داده‌ها

پروژه کلاسی جمع‌آوری تستهای کارشناسی ارشد

گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه دولتی و آزاد

حدفاصل سالهای ۸۳ تا ۹۵

با تشکر از دانشجویان درس در نیمسال دوم ۹۶-۹۷

مدرس: سید مهدی وحیدی پور

این گزارش یک پروژه کلاسی است و احتمالا اشتباهاتی در آن وجود دارد.

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۷

گروه مهندسی کامپیوتر، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان.

توضیحات

نام افراد	کار انجام شده
سیدمهدی وحیدی پور	مدرس
شکوفه پورکان	مدیر پروژه
هانیه احمدی	مدیر اجرایی
زهرا نیری	مدیر اجرایی
علیرضا گل افشان	مدیر اجرایی
هورا محمدی	تستهای سال ۱۳۹۵
غزل حیدرپور	تستهای سال ۱۳۹۴
محدثه مختاری	تستهای سال ۱۳۹۳
مطهره اعطایی	تستهای سال ۱۳۹۲
هانیه پرنون	تستهای سال ۱۳۹۱
آناهیتا خسروی	تستهای سال ۱۳۹۰
مریم بانویی	تستهای سال ۱۳۸۹
نگار کافی	تستهای سال ۱۳۸۸
سعید صبوری منش	تستهای سال ۱۳۸۷
محمد محمدی	تستهای سال ۱۳۸۶
محمد خاکی	تستهای سال ۱۳۸۵
امیرحسین دهقان	تستهای سال ۱۳۸۳

صفحه‌بندی به گونه‌ای انجام شده است که هر تست به صورت مجزا ارایه شود.
اطلاعات مربوط به هر تست در بالای صفحه‌ی آن درج شده است: دسته‌بندی، مرجع جواب، سال مربوطه و گروه مرتبط.
تستها به دسته‌های زیر تقسیم شده است:الگوریتم و مرتبه‌ی زمانی، آریه، صف، پشته، لیست پیوندی، درخت و سایر

موضوع: الگوریتم و مرتبه‌ی زمانی	منبع جواب: گسترش علوم پایه	سراسری ۸۳ – مهندسی کامپیوتر

۱-کدام گزینه تعداد مراحل برنامه زیر را به درستی بیان می‌کند؟

```
void sum (int m, int n, float s[][])
{       int i, j;
        for (j=0; j<m, j++)
        {       s[n-1][j]=0;
                for (i=0; i<n-1; i++)
                        s[n-1][j]+=s[i][j];
        }
}
```

۱) 2m+2n ۲) mn^2+m^2n ۳) m(2n+1)+1 ۴) m(2n+1)-1

پاسخ: گزینه ۳

خط سوم: m+1

خط چهارم: m × (1

خط پنجم: n

خط ششم: n-1)

تعداد کل مراحل اجرا :

m + 1 + m (1 + n + n - 1) = m + 1 + 2 mn = m (2n + 1) + 1=m(2n+1)+1

۲- مقدار تابع زیر به ازای $n \geq 2$ چقدر است؟ (مهندسی دولتی ۸۳)

```
Function      g(n);
begin
        if    n ≤ 1    then
                      g:=n;
        else
        g := 5 * g(n-1) – 6 * g(n-2);
end
```

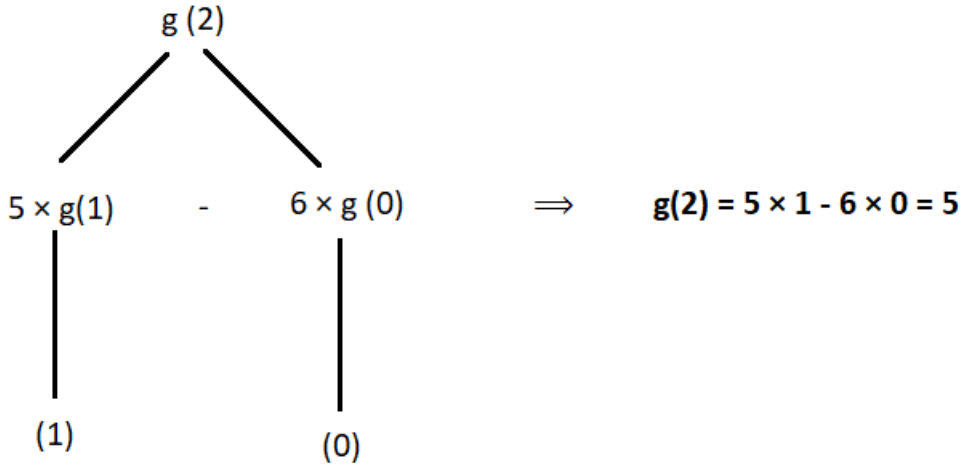
۱) $5^n - 6^n$

۲) $3^n - 2^n$

۳) $3^n + 2^n$

۴) $5^n + 6^n$

پاسخ : گزینه ۲



حال گزینه‌ها را به ازای n = 2 آزمایش می‌کنیم، فقط گزینه ۲ درست در می‌آید:

$$3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

۳-رویه زیر را در نظر بگیرید :

ایـــن الگـــوریتم قـــرار اســـت مقـــدار x^k را محاســـبه کنـــد. مقـــدار مســـتقل از حلقـــه (Loop invariant) این الگوریتم چیست؟

یعنی چه عبارتی همواره در ابتدای حلقه درست است؟

```
Function power (x,k)
    y ← x
    i ← k
    a ← 1
    while i > 0
        do if i is odd
                then a ← a×y
            y ← y × y
            i ← ⌊i/2⌋
     return a
```

۱) $y^i a = x^k$ ۲) $y^i a^i = x^k$ ۳) $a(ay)^i = x^k$ ۴) $y(ay)^i = x^k$

پاسخ : گزینه ۱

K را برابر ۳ در نظر گرفته و الگوریتم را Trace می‌کنیم :

Y	I	a	condition
x	3	1	True
x^2	1	x	True
x^4	0	x^4	False

برای هر سه سطر می‌بینیم که رابطه $y^i a = x^3$ برقرار است. پس جواب گزینه اول است.

موضوع: الگوریتم و مرتبه‌ی زمانی	منبع جواب: گسترش علوم پایه	آزاد ۸۳ – مهندسی کامپیوتر

۴- کدام‌یک از موارد زیر صحیح است؟

الف : $n!=O(n^n)$

ب : $\frac{n^2}{\log n} = \theta(n^2)$

ج : $n^2 \log n = \theta(n^2)$

د : $n^{2^n} + 6(2^n) = \theta(n^{2^n})$

۱) الف و ج ۲) ب و ج ۳) الف و د ۴) همه موارد

پاسخ : گزینه ۳

۵- فرض کنید $f(n) = O(g(n))$، کدام‌یک از گزینه های زیر برای هر تابع با مقادیر مثبت مانند $g(n)$ و $f(n)$ برقرار است؟

۱) $g(n) = \theta(f(n))$

۲) $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

۳) $2^{f(n)} = \Omega(2^{g(n)})$

۴) $\log(g(n)) = O(\log(f(n)))$ با فرض : $\log(g(n)) \geq 1$

پاسخ : گزینه 2

۶-فرض کنید که n توانی از ۲ باشد . الگوریتم زیر چه عددی را به عنوان جواب برمیگرداند ؟

```
function Test (n)
if n=1 Then
return 1
return 2*Test(n/2) + 6 * n – 1 ;
```

۱) $6\ n \log_2 n$
۲) $6\ n \log_2 n + 1$
۳) $6\ n \log_2 n - 1$
۴) $6n$

پاسخ : گزینه ی ۲

فرض کنید $n=4$ باشد :

T (4)

49

2 * T (2) + 6 * 4 – 1

13

2 * T (1) + 6 * 2 – 1

1

گزینه ها را آزمایش میکنیم گزینه ای درست است که به ازای $n=4$ جواب آن ۴۹ شود و این ویژگی فقط گزینه ی ۲ است

۷-تابع بازگشتی زیر را در نظر بگیرید . مقدار برگشتی recursive (5) برابر است با : (مهندسی کامپیوتر - آزاد ۸۴)

```
function recursive (n) ;
begin
        if n = 1 then
                recursive : = 1
        else
                recursive : = recursive (n-1) + recursive (n-1)
end ;
```

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۲۳ ۴) ۱۴

پاسخ : گزینه ی ۱ صحیح است

r(1) = 1

r(2)=r(1) + r(1) = 2

r(3)=r(2) + r(2) = 4

r(4) = r(3) + r (3) = 8

r(5) = r (4) + r(4) = 16

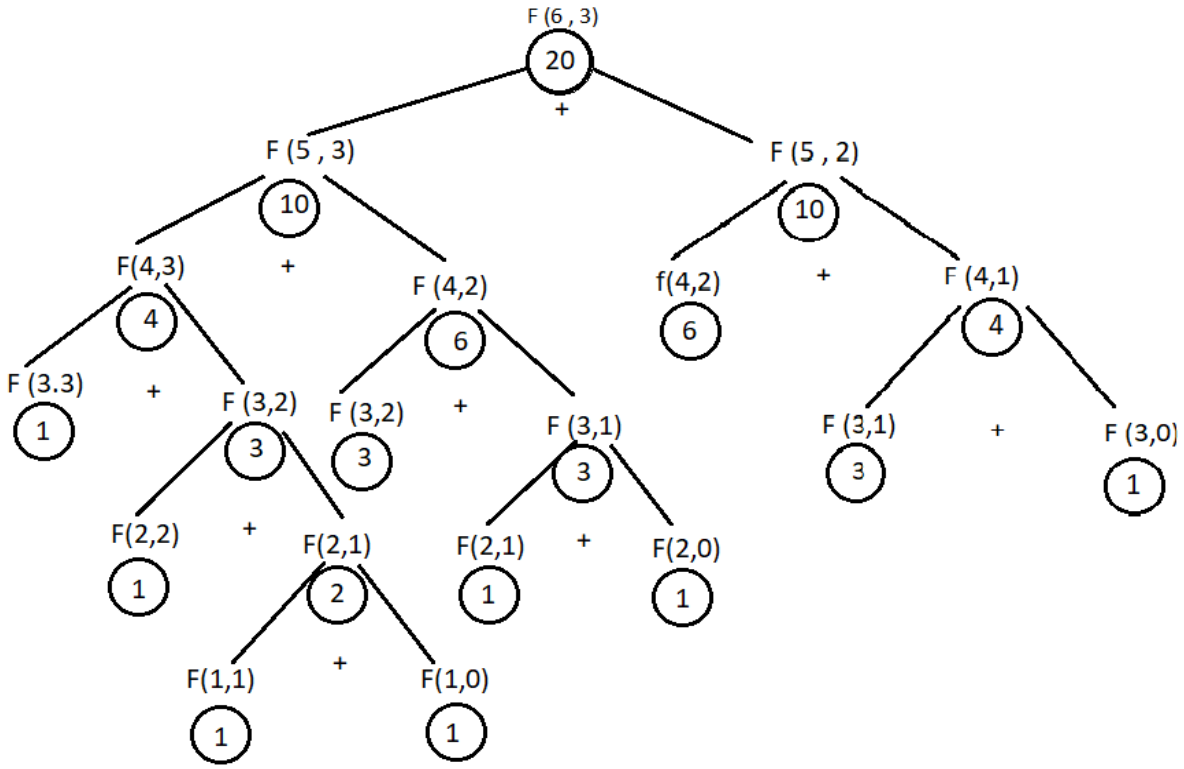
۸-در زیر برنامه ی زیر مقدار F (6 , 3) برابر است با :

```
int F (int m , int n )
{
        If (m == 1 || n == 0 || m == n )
                Return 1 ;
        else
                return F (m – 1 , n ) + F ( m-1 , n-1 )
}
```

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳)۱۸ ۴)۱۵

پاسخ : گزینه ی ۱

به شکل زیر دقت کنید



۹-فرض کنید a و b نمایش دو عدد صحیح مثبت باشند . فرض کنید تابع Q به شکل زیر به صورت بازگشتی تعریف شده است . مقدار Q(5861 , 7) برابر است با :

$$Q(a,b) = \begin{cases} 0 & if \quad a < b \\ Q\ (a-b,b)+1 & if \quad b \leq a \end{cases}$$

۱) 837 ۲) 843 ۳)850 ۴)858

پاسخ : گزینه ی ۱

تابع داده شده عمل a ÷ b را انجام میدهد

5861 ÷ 7 = 837

۱۰-فرض کنید زمان اجرایی الگوریتمی روی n ورودی ، T(n) بوده که به صورت زیر تعریف میشود . زمان اجرای الگوریتم مزبور کدام گزینه است ؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & if \quad n = 1 \\ n + T(n-1) & if \quad n \geq 2 \end{cases}$$

۱) $O(n)$ ۲) $O(n \log n)$ ۳) $O(n^{\frac{3}{2}})$ ۴) $O(n^2)$

پاسخ : گزینه ی ۴

مساله را با روش جایگذاری حل میکنیم :

$T(1) = 1$

$T(2) = 2 + T(1) = 2 + 1 = 3$

$T(3) = 3 + T(2) = 3 + 2 + 1$

$\vdots$

$T(n) = n + (n-1) + \ldots + 2 + 1 = \frac{n(n+1)}{2} = O(n^2)$

موضوع:الگوریتم و مرتبه‌ی زمانی	منبع جواب: گسترش علوم پایه	سراسری ۸۵ – مهندسی کامپیوتر

۱۱-کدام یک از عبارات زیر درست اند؟

i . $e^{c\sqrt{n}} = O(e^{\sqrt{n}})$ $c \geq ۱$

ii . $n^2 = O(n\log n)$

iii . $n = O(n\log n)$

۱) فقط ii

۲) فقط iii

۳) ii ,i

۴) iii, i

پاسخ:گزینه ۲

باتوجه به تعریف $O(g(n))$ باید داشته باشیم که $f_{(n)} \in O(g(n)) \Longrightarrow f_{(n)} \leq dg(n)$ $\forall n > n_0$ $\exists d , n_0 > 0$

برای i $f_{(n)} = e^{c\sqrt{n}}$, $g_{(n)} = e^{\sqrt{n}}$ $\Rightarrow e^{c\sqrt{n}} \not< de^{\sqrt{n}}$ $(c \geq ۱)$

برای ii $f_{(n)} = n^2$, $g_{(n)} = O(n\log n)$ $\Rightarrow n^2 \not< d\, n\log n$

برای iii $f_{(n)} = n$, $g_{(n)} = n\log n$ $\Rightarrow n \not\leq d \times n\log n$ $(d=1)(n_0=10)$

۱۲-رابطه های بازگشتی زیر برای اعداد صحیح $n>2$ تعریف شده اند و داریم $T(0)=T(1)=1$ کدام یک ازاین روابط جواب چند جمله ای (polynomial) ندارد؟

۱) $T(N)=2T(N-2)+1$

۲) $T(N)=T\left(\left[\frac{7N}{8}\right]\right)+8N+1$

۳) $T(N)=2T\left(\left[\frac{N}{2}\right]\right)+N^2$

۴) $T(N)= T(N-1)+N^2$

پاسخ: گزینه 1

مرتبه گزینه1 $\theta(2^{N/2})$ می باشد سایر گزینه ها را بدست می آوریم:

$$T(N)=T\left(\left[\frac{7N}{8}\right]\right)+8N+1= \theta(N)$$

$$T(N)=2T\left(\left[\frac{N}{2}\right]\right)+N^2 = \theta(N^2)$$

دقت کنید برای این دو از قضیه master استفاده کردیم.در این قضیه وجود [ ] بی تاثیر است.

$$T(N)= T(N-1)+N^2$$

برای حل این رابطه یک شرط اولیه مثلا فرض میکنیم حال داریم:

$$T(2)=T(1)+2^2=1+2^2 \quad , \quad T(3)=T(2)+3^2=1+2^2+3^2$$

$$T(N)=1+2^2+3^2+\ldots+N^2=\frac{N(N+1)(2N+1)}{6} = \theta(N^3)$$

۱۳-کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) $6\times2^N+N^2= \Theta(N^2)$

۲) $6\times2^N+N^2=O(2^N)$

۳) $6\times2^N+N^2=\Omega(2^n)$

۴) $6\times2^N+N^2= \Omega(N^2)$

پاسخ: گزینه 1

درست شده عبارت روبه رو است:$6\times2^N+N^2= \Theta(2^N)$

۱۴-تابع زیر چه عملی را انجام می دهد؟

```
int fun (int x, int y)
{
   if (y = = 0) return x;
   else return fun (y, x % y);
}
```

۱) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد x و y را محاسبه می نماید.

۲) باقی مانده x بر y را محاسبه می نماید.

۳) باقی مانده y بر x را محاسبه می نماید.

۴) این باقی مانده x بر y را محاسبه می نماید. لیکن در انتها مقدار y را بر می گرداند.

پاسخ :گزینه۱

این الگوریتم استاندارد یافتن ب.م.م به روش نردبانی (خوارزمی) است . مثلا اگر x=24 و y=18 باشد.

داریم :

fun (24, 18) = fun (18, 6) = fun (6, 0) = 6

که عدد ۶ ب.م.م دو عدد ۲۴ و ۱۸ می باشد.

۱۵- مرتبه اجرایی الگوریتم زیر کدام است ؟

```
int f (int n)
{
    if (n = = 1) return 1;
    else return f (n-1) + f (n-1) + 1;
}
```

۱) $O(n)$

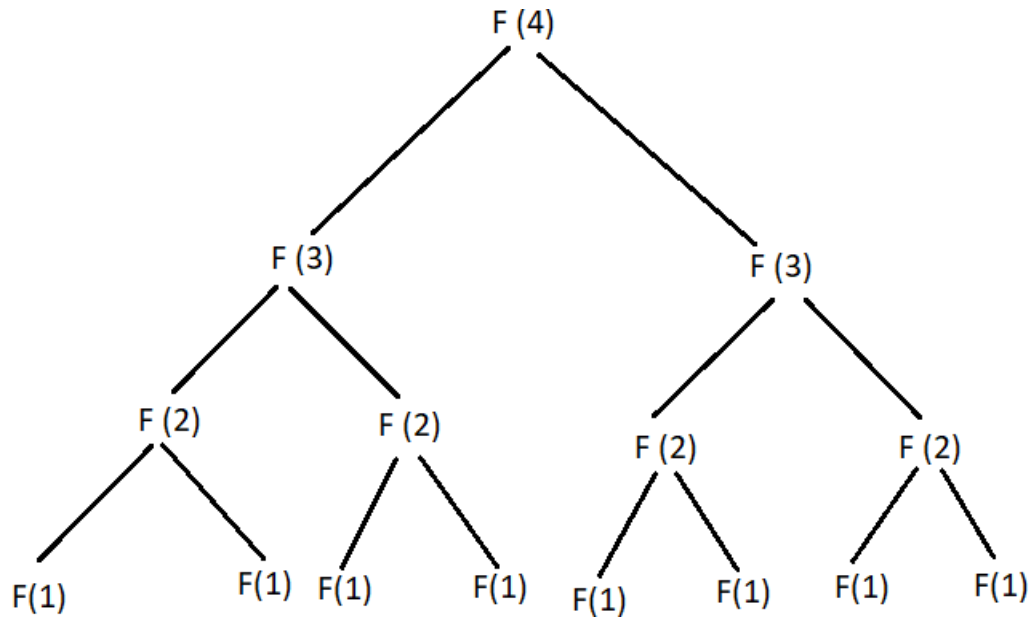
۲) $O(2n)$

۳) $O(n \log n)$

۴) $O\left(2^{\frac{n}{2}}\right)$

پاسخ :گزینه۲

تابع مذکور ۲ بار خودش را صدا زده و هر بار یک واحد از n کم می کند. پس فرم بازگشتی آن به صورت $F => F(n-1).F(n-1)$است. مثلا اگر n=4 باشد.



تابع مذکور به ازای n = 2 سه بار ، به ازای n = 3 هفت بار ، به ازای n = 4 ، پانزده بار و در حالت کلی به ازای n به تعداد 2^n-1 بار خودش را صدا می زند و لذا از مرتبه $O(2^n)$ است. بهتر است این موضوع را حفظ کنید که مرتبه تابع بازگشتی $F(n-1).F(n-1) => F$ به صورت $O(2^n)$می باشد.

۱۶- آرایه ی n عضوی A از اعداد و یک عدد $m < n/2$ داده شده اند . می خواهیم کلیه درایه های آرایه $\min s[1 \,..\, n - m + 1]$ را محاسبه کنیم.

برای $1 \le i \le n - m + 1$ درایه iام این آرایه به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{Min } s[i] = \min\{ A[i], A[i+1], \ldots, A[i = m - 1] \}$$

کدام یک از گزینه های زیر زمان اجرای یک الگوریتم کارا برای حل این مسئله است؟ (بهترین جواب را انتخاب کنید)

۱) $O(n \lg m)$
۲) $O(m \lg n)$
۳) $O(nm)$
۴) $O((n + m) \lg(n + m))$

پاسخ : گزینه ۱

در اینجا یک آرایه با n ورودی داریم که خواندن آن از مرتبه خطی از $O(n)$می باشد و چون مقدار m هر بار از نصف n کمتر می باشد می شود گفت از مرتبه $O(\log m)$می باشد. (m وابسته به مقدار n می باشد)

۱۷- با فرض وجود تعداد n دیسک در برج هانوی مشخص نمایید تعداد جابجایی های لازم برای انتقال دیسک های فوق از میلهiام به میله jام معادل کدام رابطه بازگشتی است؟

1) $T(n)=2T(n-1)+1$ 2) $T(n)=3T(n-1)+1$

3) $T(n)=2T(n-2)+n-1$ 4) $T(n)=3T(n-2)+2$

پاسخ : گزینه ۱

با توجه به برنامه بازگشتی برج های هانوی مشخص شده است که جواب گزینه ۱ می شود:

```
H(n,A,b,C){
   If(n==1) move a disk from A to C;
    Else {
          H( n-1 ,A,C,B);
           Move a disk from A to C;
           H( n-1 , B , A , C);
          }
}
```

۱۸- مرتبه اجرایی الگوریتم زیر چه می باشد؟

```
Int f( int a){
   If (a==1) return 1;
    Else return f(a-1)+f(a+1)+1;
}
```

۱) $O(2^a)$

۲) $O(a)$

۳) $O(a \log a)$

۴) $O(\frac{a}{2^2})$

پاسخ: گزینه ۱

$f(2)$ با سه بار صدا زدن، $f(3)$ با هفت بار صدا زدن، $f(4)$ با پانزده بار صدا زدن و ... در حالت کلی $f(a)$ به $2^a - 1$ بار صدا زدن نیاز دارد، پس از مرتبه $O(2^a)$ است.

۱۹-توابع $f(n) = 4^{\log n}$ ، $g(n) = (\log n)^{\log n}$ و $h(n) = \log^2 n$ را در نظر می گیریم.کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱) $g(n) \in \Omega(h(n)), h(n) \in \Omega(f(n))$

۲) $f(n) \in (g(n)), f(n) \in \Omega(f(n))$

۳) $f(n) \in h((n)), g(n) \in \Omega(f(n))$

۴) $h(n) \in O(g(n)), f(n) \in \theta(g(n))$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

برای اعداد صحیح r,b,a بزرگتر از صفر، از نظر مرتبه داریم:

$$logn < (logn)^r < n^b < a^n < n! < n^n$$

طبق فرمول بالا:

$f(n) = 4^{\log n} = n^{\log 4} = n^2$

$g(n) = (logn)^{\log n} = n^{\log \log n}$

$h(n) = log^2 n$

$h(n) \epsilon O(f(n)) \Rightarrow f(n) \in \Omega(h(n))$

$\longrightarrow$ $h(n) \epsilon O(f(n)) \in O(g(n))$

۲۰-رابطه بازگشتی زیر را درنظر بگیرید:

$$F(x,0) = F(x+1\ ,0) + F(x+1\ ,1)\ , if\ x < n$$

$$F(x\ ,1) = 2F(x+1\ ,0) + \ F(x+1\ ,1)\ , if\ x < n$$

$$F(n\ ,0) = 1$$

$$F(n\ ,1) = 0$$

اگراز این رابطه بخواهیم مقدار$F(1\ ,1)$ را به صورت کارا حساب کنیم، چند بارعمل «جمع» (همان + در رابطه های فوق) را باید انجام دهیم؟

۱) $O(2^n)$

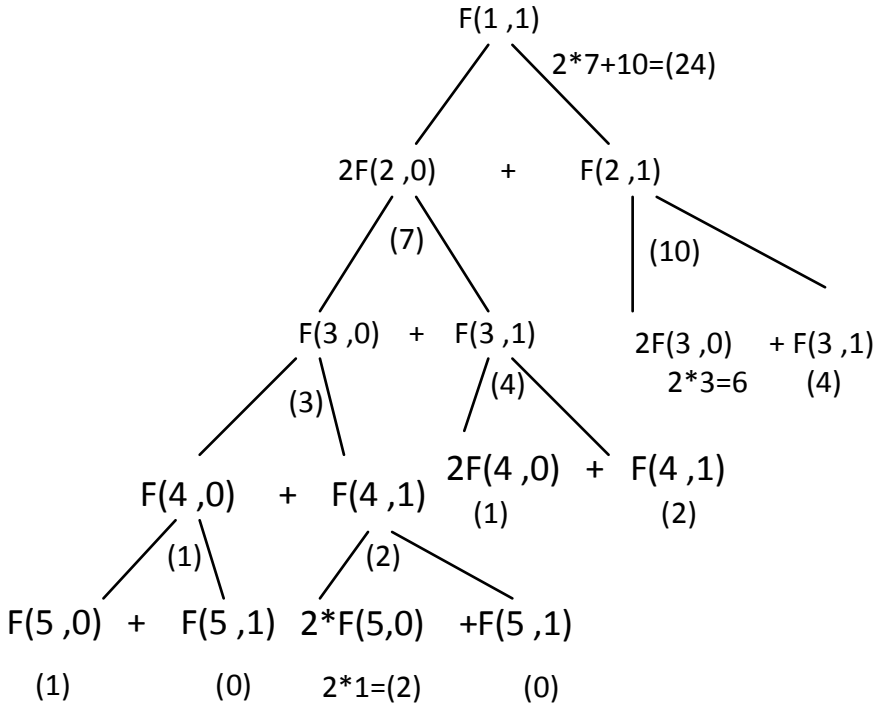
2) $O(n^2)$

۳) $O(n)$

4) $O(2^{n-1})$

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

این تابع به صورت بازگشتی از x تا n حرکت می کند مثلا اگر n=5 باشد داریم :



۲۱-تابع بازگشتی زیر چه عملیاتی انجام میدهد ؟

$$T(a,b)=\begin{cases} a & : a<b \\ T(a-b,b) & : a\geq b \end{cases}$$

۱) $a\ div\ b$
۲) $a\ mod\ (b-1)$
۳) $(a-1) mod\ b$
۴) $a\ mod\ b$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است .

در این تابع بازگشتی تا زمانی که $a \geq b$ باشد از پارامتر a و b واحد کم شده و دوباره تابع از خودش فراخوانی می شود تا زمانی که $a < b$ شود که در این صورت مقدار a به عنوان مقدار نهایی تابع برگشت داده می شود و با توجه به مطالب بالا می توان نتیجه گرفت که این تابع برابر باقی مانده a بر b است،به راحتی می توان این مطلب را با یک مثال نشان داد. داریم :

$$T(7,4)=T(7-4,4)=T(3,4)=3$$

در گزینه یک $7\ div\ 4=1$ است و در گزینه ۲ : $7\ mod(4-1)=1$ و در گزینه ۳ :$(7-1) mod\ 4=$ 2که هیچ کدام از گزینه ها جواب صحیح را نتیجه نمی دهد و تنها گزینه ۴ صحیح است یعنی: $7\ mod\ 4=3$.

۲۳-کدام گزینه ی زیر درست است ؟

۱) $f(n)+g(n)\in O(\max(f(n),g(n)))\ ,\ f^2(n)\in \Omega(f(n))$
۲) $f(n)+g(n)\notin O(\max(f(n),g(n)))\ ,\ f^2(n)\in \Omega(f(n))$
۳) $f(n)+g(n)\in O(\max(f(n),g(n)))\ ,\ f^2(n)\notin \Omega(f(n))$
۴) $f(n)+g(n)\notin O(\max(f(n),g(n)))\ ,\ f^2(n)\notin \Omega(f(n))$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است .
اگر فرض کنیم $\max(f(n),g(n))=h(n)$ باشد آنگاه داریم :

$$f(n)+g(n)\le 2h(n)\rightarrow f(n)+g(n)\in O(h(n))\rightarrow f(n)+g(n)\in O(\max(f(n),g(n)))$$

و اگر $f(n)$ تابع صعودی باشد همواره داریم $f^2(n)\ge f(n)$ و در نتیجه $f^2(n)\in \Omega(f(n))$.

۲۴-خروجی تابع بازگشتی زیر به ازاء $b = 8$ کدام گزینه است ؟

```
int fun(int b){
  int f;
if(b <= 0)
  f = 2;
  else
    f = fun(b − 3) + fun(b − 2);
    return f;
}
```

۱) ۲۲

۲) ۲۰

۳) ۲۴

۴) ۱۸

پاسخ : گزینه ۳ درست است .

با استفاده از ضابطه ریاضی تابع داریم :

$$fun(b) = \begin{cases} 2, & b <= 0 \\ fun(b-3) + fun(b-2) \end{cases}$$

$$fun(8) = fun(5) + fun(6) = 10 + 14 = 24$$

$$fun(6) = fun(3) + fun(4) = 6 + 8 = 14$$

$$fun(5) = fun(2) + fun(3) = 4 + 6 = 10$$

$$fun(4) = fun(1) + fun(2) = 4 + 4 = 8$$

$$fun(3) = fun(0) + fun(1) = 2 + 4 = 6$$

$$fun(2) = fun(-1) + fun(0) = 2 + 2 = 4$$

$$fun(1) = fun(-2) + fun(-1) = 2 + 2 = 4$$

$$fun(0) = 2$$

$$fun(-1) = 2$$

$$fun(-2) = 2$$

موضوع: الگوریتم و مرتبه‌ی زمانی	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۹۰ – مهندسی کامپیوتر

۲۵-اگر برای حل رابطه بازگشتی $T(n,k) = T(n/2.k) + T(n,k/4) + (T(1,*) = a) * (T(*,1))$ از درخت بازگشت استفاده کنیم،ارتفاع درخت به کدام یک از گزینه های زیر نزدیک تر است؟

۱) $\log_4 nk$

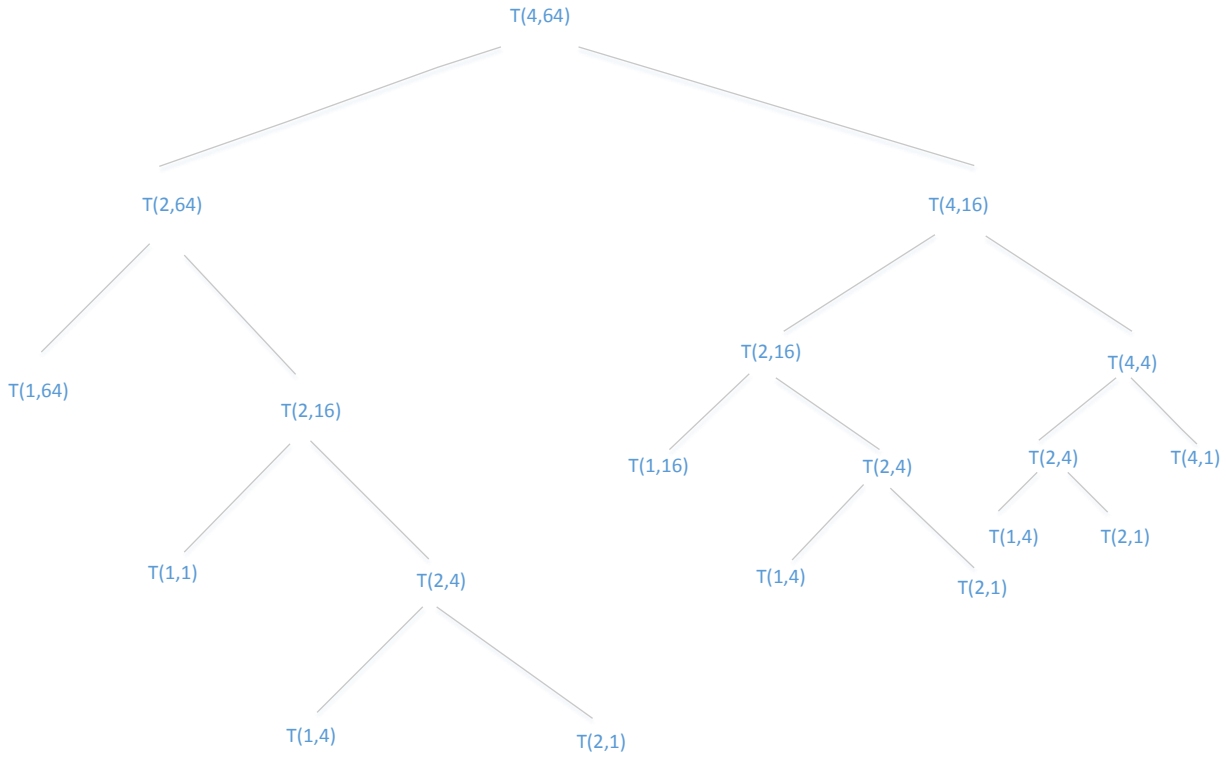
۲) $\log_4 k$

۳) $\log_2 n + \log_4 k$

۴) $\max\{\log_2 n , \log_4 k\}$

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

با یک مثال مساله را حل میکنیم .برای k=64 و n =4 داریم:



فقط گزینه ۳ درست است:

$\log_2 4+\log_4 64=2+3=5$

۲۶- فرض کنید دو هرم (min heap) هریک دارای n عدد داده شده باشند. ادغام این دو هرم در یک آرایه به صورت صعودی دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) O(n)　　۲) O(log n)　　۳) O(n log n)　　۴) O(n $log^2 n$)

پاسخ: گزینه۳ صحیح است.

حذف یک عنصر از درخت heap از مرتبهO(logn) و حذف n عنصر از مرتبه O(nlogn) است و می دانیم اگر عنصر یک درخت heap-min را حذف کنیم اعداد آن را بصورت صعودی ظاهر می شوند.پس در زمان nlogn+nlogn یعنی 2nlogn=O(nlogn) دو min-heap را به صورت صعودی در دو آرایه قرار می دهیم.از طرف دیگر می دانیم ادغام دو آرایهm وn خانه ای مرتب،در بدترین حالت از مرتبه n+m-1=O(n+m) لذا ادغام آنها به اندازه n+n-1=O(n) زمان می برد،پس در کل،زمان عملیات مورد نظر برابر است با:

O(n logn+n)=O(nlogn)

۲۷-تابع رو به رو را در نظر بگیرید. فرض کنید که $T(n)$ نشان دهنده ی تعداد عملیات $++$ (هر سه)در تابع فوق باشد.اگر تابع فوق با پارامتر n فراخوانده شود،کدام رابطه ی بازگشتی زیر درست است؟

```
int test (int n)
{
        int i,j,count=0;
        for(i=0;i<n;i++)
        for(j=0;j<i;j++)
        count++;
        return count;
}
```

۱) $T(n) = T(n-1) + 2n + 1$

۲) $T(n) = nT(n-1) + n - 1$

۳) $T(n) = T(n-1) + 2n - 1$

۴) $T(n) = nT(n-1) + n + 1$

پاسخ : گزینه ۱ صحیح است.

دو حلقه ی for داده شده،دو حلقه ی وابسته استاندارد هستند که می دانیم بدنه آن ها یعنی دستور $count++$ به تعداد $\frac{n(n+1)}{2}$ بار تکرار می شود. دستور $j++$ به تعداد $count++$ اجرا می شود و دستور $i++$ نیز n بار تکرار می شود.پس فرمول مستقیم $T(n)$ خواسته شده برابر است با:

$$T(n) = 2 \times \frac{n(n+1)}{2} + n = n^2 + 2n$$

و به ازای $n = 1$ مقدار $T(1) = 3$ می باشد و از فرمول فوق به دست می آوریم که :

$$T(2) = 2^2 + 2 \times 2 = 8$$

به ازای $n = 2$ گزینه ها راآزمایش می کنیم که گزینه ۱ صحیح است.

توجیه به این صورت است که در بار n ام اجرای حلقه ی for مربوط به i و $j++$ و $count++$ هر کدام n بار و در نتیجه در کل $2n$ بار اجرا می شوند،سپس کنترل به دستور $i++$ منتقل شده و یک بار هم آن را اجرا می کند و در این حال چون شرط $i < n$ غلط است،برنامه تمام می شود و در کل برای بار n ام دستورات $i++$ به تعداد $2n + 1$ بار اجرا می شود.

موضوع :الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

۲۸-برای عنصر با کلید های مجزا کدام یک از داده ساختارهای زیر را می‌توان ایجاد کرد ؟

الف) درج و حذف از مرتبه $o(logn)$ و یافتن تعداد عناصر بزرگتر از a و کوچک تر از b (به ازای هر a و b) در $o(lgn)$

ب)ساخت ان از مرتبه $o(n)$, درج یک عنصر در $o(lgn)$ و حذف کوچیکترین عنصر در $o(lgn)$

۱) الف: می توان , ب: می توان

۲) الف:می توان , ب: نمی توان

۳) الف: نمی توان , ب: می توان

۳) الف: نمی توان , ب: نمی توان

پاسخ:

قسمت الف یعنی درج و حذف از مرتبه $o(logn)$ و یافتن تعداد عناصر بزرگتر از a و کوچکتر از b در $o(logn)$را می توانیم ایجاد کنیم ولی در قسمت ب کوچکترین عنصر مشخص نیست , در نتیجه باید مورد جستجو قرار گیرد و از مرتبه $o(n)$است نه $o(logn)$.

موضوع :الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲- مهندسی فناوری اطلاعاتIT

۲۹-داده ساختار (l یک درخت دودویی کامل است که اعداد دلخوا a_1 ,...,a_n را در برگ های خود ذخیره می کند. (درخت دودویی کامل درختی است که اگر برگ های سطح اخر ان را برداریم درخت باقی مانده پر یعنی کامل و کاملا متوازن خواهد بود و برگ های سطح اخر ان به صورت متوالی از چپ به راست قرار دارند . هرم یا heap چنین ساختاری دارد.) همچنین می دانیم که هر گره داخلی فقط مقدار کوچکترین عدد دو فرزندش را ذخیره می‌کند .

چندتا از اعمال زیر را می توان در این داده ساختار در مرتبه $o(lgn)$ انجام داد؟

.حذف یک عنصر دلخواه از D

.درج یک عنصر دلخواه در D

.کاهش مقدار یک عنصر موجود در D

1) ۰

2) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ:گزینه ۴ درست است.

درختی که گفته شده مانند درخت هیپ است و همانطور که میدانیم عملیات گفته شده با پیچیدگی $o(logn)$ در هیپ قابل انجام است.

موضوع :الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

۳۰- یک جدول درهم سازی پویا با روش ادرس دهی باز پیاده سازی شده است.اگر هنگام درج یک عنصر ۳/۴ اندازه ی جدول پر باشد جدولی به اندازه ی ۲ برابر جدول فعلی ایجاد میشود عناصر فعلی به این جدول منتقل , جدول قبلی حذف و سپس عنصر جدید در ان درج میشود. اگر با حذف یک عنصر تعداد عناصر موجود در جدول از ۳/۸ ام اندازه ی جدول کم تر شود جدولی به اندازه ی نصف جدول فعلی ایجاد و همه ی عناصر جدول فعلی به ان منتقل شده و جدول قبلی حذف می شود. فرض کنید که هزینه ی درج و حذف مستقیم هر عنصر در جدول (۱) O است.با فرض اینکه در حال حاضر جدول n عنصر دارد و قرار است n عمل درج یا حذف صورت گیرد هزینه ی سرشکن شده ی هرکدام از این اعمال کدام است؟

1) $\theta(1)$

2) $\theta(\log n)$

3) $\theta(\sqrt{n})$

4) $\theta(n)$

پاسخ:

گزینه ۴ درست است

فرض n=100 باشد ۷۵ عنصر اول را با (۱) θ درج می نماییم ولی عنصر بعدی به دلیل اینکه ۳/۴ اندازه جدول پر شد کنید

باید در جدول جدیدی که اندازه ان ۲۰۰ می باشد درج شود و ۷۵ عنصر اول نیز به جدول دوم منتقل شوند که هزینه ان برابر

$\theta(n)$ خواهد شد.

موضوع :الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

۳۱-الگوریتم زیر که عنصر کمیته ی ارایه ی n عضوی A را به دست می اورد در نظر بگیرید:

```
MINIMUM (A,n)
1  min ← -∞
2  for I ← 1 to n
3  do if min > A[i]
4  then min ← A[i]
```

با فرض این که ارایه ی A به احتمال یک سان یکی از جایگشت های ان است , کدام یک از گزینه های زیر میانگین تعداد دفعاتی است که سطر ۴ الگوریتم بالا اجرا میشود؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

۱) $\theta(logn)$

۲) $\theta(n)$

۳) $\theta(\sqrt{n})$

۴) $\theta(log^2 n)$

پاسخ: فاقد گزینه صحیح می باشد.

صورت این سوال دارای مشکل می باشد و غلط است.چون نمیتوان min ← -∞ بریزیم و سپس عددی وجود داشته باشد که از منفی بینهایت کوچکتر باشد.

موضوع :الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

۳۲-عدد صحیح غیر تکراری در بازه ی $[0, n^k - 1]$را با چه مرتبه زمانی میتوان مرتب کرد , بهترین گزینه را انتخاب کنید. منظور از هزینه تعداد دفعاتn خواندن و نوشتن این اعداد از حافظه است.

۱) $\theta(n)$

2) $\theta(n + k)$

3) $\theta(nk)$

4) $\theta(nlog\ k)$

پاسخ: گزینه ۳ درست است.

موضوع:الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع : خودم	سراسری ۹۳_مهندسی کامپیوتر

1)مخزنی با n لیترآب داریم. هربار 1\k ۳۳- ازآب مخزن را برمیداریم. حداقل چندبار باید این کار را تکرارکنیم تا میزان آب به یک لیتر یا کمتر از آن برسد؟ فرض کنیدk>2

۱) $log^{n}_{k\backslash k-1}$

۲) $log^{n}_{1-1\backslash k}$

۳) $log^{n}_{1+1\backslash k}$

۴) log^{n}_{k}

پاسخ:گزینه‌ی یک صحیح است.

T(n)=T(n-n\k)

T(n) =T(n)-1\k

T(n-1)-1\k-1\k

T(n-2)-1\k-1\k-1\k

T(n-3)-1\k-1\k-1\k-1\k

.

.

.

T(n-n+1)-1\k-1\k…-1\k

T(n)=a T(n\b)+c n^{k}

موضوع:الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع:پارسه	سراسری ۹۴_مهندسی کامپیوتر

۳۴-کدام گزینه حل تابع بازگشتی زیر است؟

$T(n) = T(\log n) + O(1)\ ,\ T(1) = 1$

۱) $O(\log n)$

۲) $O(\log^2 n)$

۳) $O(\log^* n)$

۴) $O(n/\log n)$

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

رابطه بازگشتی ذکر شده معادل $\log^* n$ است و از مرتبه $O(\log^* n)$ است.

$T(n) = T(\log n) + O(1)$

$T(\log n) = T(\log\log n) + O(1)$

$T(\log\log n) = T(\log\log\log n) + O(1)$

موضوع:الگوریتم و مرتبه زمانی	منبع:پارسه	سراسری ۹۴_مهندسی کامپیوتر

۳۵-میخواهیم مجموعه ای از nلیست خطی داشته باشیم که بتوانیم اعمال زیر را بر روی انها انجام دهیم:

- Insert(x,i): درج عنصر x در لیست i هزینه ی این کار ۱ واحد است.
- Sum(i): جمع همه ی عناصر لیست iرا به دست اورده و کل لیست را با یک عنصر با مقدار جمع به دست امده جایگزین میکند. هزینه این کار برابر تعداد عناصر موجود در لیست iهنگام اجرای عمل فوق است.

اگر با لیستهای تهی اغاز کنیم و اعمال گفته شده را به ترتیب دلخواه انجام دهیم، هزینه سرشکن هر یک از اعمال بالا متناسب با کدام گزینه است؟

۱) درج:۲،جمع:۱

۲) درج:۱،جمع:۲

۳) درج:۱،جمع:n

۴) درج:n،جمع:۱

پاسخ:

گزینه ۲ صحیح است.

هزینه هر درج را یک واحد در نظر می‌گیریم .حال بدترین حالت به این صورت است که ابتدا دو عنصر اول را درج ، کرده و سپس آنرا جمع می‌کنیم و حاصل جمع مجددا در لیست وارد میشود سپس عنصر سوم درج شده و بلافاصله با مجموع قبلی جمع و حاصل جمع درج می‌شود این کار را تا آخرین عنصر ادامه میدهیم هزینه هر جمع برابر۲ واحد است.(هر بار۲ عدد جمع می شود) چون nبار عمل جمع داریم پس هزینه سرشکنی برابر ۲واحد است:

$$\frac{2n}{n} = 2$$

۳۶-اگر $S(n)$ متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی موفق در یک آرایه مرتب با طول n و $u(n)$ متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی ناموفق در این آرایه با استفاده از روش جستجوی دودویی باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) $S(n) = \theta(u(n))$
۲) $S(n) = u(n) - 1$
۳) $S(n) = \left(1 + \frac{1}{2}\right) u(n) - 1$
۴) موارد ۱ و ۳ صحیح است.

جواب : گزینه ۲

متوسط جست و جو ناموفق $u(n)$

متوسط جست و جو موفق $S(n)$

طول آرایه n

مرتبه زمانی جست و جو های موفق $T(n)$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$$

گزینه یک : جست و جو موفق می توند به عنوان مرتبه ای زمانی از جست و جو ها ناموفق قرار بگیرد (پس این گزینه صحیح است)

گزینه دو : اگر $T(n)$ جای $u(n)$ بگذاریم جواب منطقی نخواهد بود (پس این گزینه اشتباه است)

گزینه سوم : جست و جو های موفق ضریبی از جست و جو های ناموفق است (پس این گزینه صحیح است)

۳۷-در یک آرایه A به اندازه n، اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$ می‌گوییم که زوج (i,j) یک «زوج – معکوس» (inversion) در A است. بیشترین تعداد زوج – معکوس‌ها در یک آرایه n عضوی چند تاست؟(کارشناسی ارشد – دولتی ۸۳)

۱- $\frac{n(n-1)}{2}$
۲- n^2
۳- $n^2 - n$
۴- $\frac{n^2}{2}$

جواب: گزینه ۱

بیشترین تعداد زوج – معکوس‌ها هنگامی رخ می‌دهد که آرایه به صورت نزولی باشد مثلا برای $n = 4$ داریم:

۹	۸	۷	۶

تعداد زوج معکوس ها = $1 + 2 + 3$ = $\begin{cases} (1,2), (1,3), (1,4) \\ (2,3), (2,4) \\ (3,4) \end{cases}$

پس در حالت کلی بیشترین تعداد زوج معکوس ها برابر است با :

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$$

۳۸-آرایه ی دو بعدی $A[1 \ldots x, 1 \ldots y]$ اگر به صورت سطری در حافظه ی اصلی ذخیره شده باشد و آدرس $A[1,1]$ در حافظه صفر باشد ، آدرس $A[a, b]$ در حافظه از کدام فرمول به دست خواهد آمد ؟

۱) $y \times b - y + a + 1$

2) $y \times a - y + b - 1$

۳) $y(a - b) + 1$

4)هیچکدام

پاسخ :

گزینه ۲ صحیح است

$$A[a, b] = (a - 1) \times y + (b - 1) = ya - y + b - 1$$

۳۹- میخواهیم برای ماتریس ها $M1_{(10\times20)}$و $M2_{(20\times50)}$ و $M3_{(50\times1)}$و $M4_{(1\times100)}$ ترکیب بهینه پرانتز بندی پیدا نماییم تا تعداد ضرب های کل جهت محاسبه عبارت ذیل حداقل گردد :

$$M = M1 \times M2 \times M3 \times M4$$

این ترکیب بهینه عبارت است از :

1) $(M1 \times (M2 \times M3)) \times M4$
2) $((M1 \times M2) \times M3) \times M4$
3) $M1 \times ((M2 \times M3) \times M4)$
4) هیچکدام

پاسخ : گزینه ی ۱ صحیح است

ابتدا $M3_{(50\times1)} \times M2_{(20\times50)}$ را انجام میدهیم چون بعد وسطشان از بقیه بزرگتر است ، ماتریس حاصل $(M2 \times M3)_{20\times1}$ می شود . سپس این حاصل را در $M1_{(10\times20)}$ ضرب میکنیم :

$$(M1_{(10\times20)} (M2 \times M3)_{20\times1})$$

حاصل ماتریس 10×1 می شود و در آخر آن را در ماتریس $M4_{(1\times100)}$ ضرب می کنیم .

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: گسترش علوم پایه	سراسری ۸۵ – مهندسی کامپیوتر

۴۰- قرار است الگوریتم مقابل کلیه زیرمجموعه هایی از اعداد صحیح که در آرایه w[1...n] قرار دارند و مجموعه مولفه های آن ها برابر m است را پیدا و چاپ کند. آرایه x سراسری است و x[i]=1 یعنی w[i] انتخاب شده و x[i]=0 یعنی w[i] انتخاب نشده. متغیر m نیز سراسری است. الگوریتم به صورت sumofsub($\sum_{i=1}^{n} w[i]$,0,1) از بیرون فراخوانی خواهد شد؟

```
void sumofsub(s,r,k)
{
        x[k]=1;
        if(s+w[k]==m)print(x[1],x[2],...,x[k]);
        else if (s+w[k]+w[k+1]<=m)
                sumofsub(s+w[k],r-w[k],k+1);
        if((s+r-w[k]>=m)&&(s+w[k+1]<=m)){
                x[k]=0;
                sumofsub(s,r-w[k],k+1);
        }
}
```

۱) الگوریتم فقط یک جواب را پیدا میکند.

۲) الگوریتم همه جواب ها را به درستی پیداکرده و چاپ می کند.

۳) الگوریتم شرط توقف ندارد و در حلقه نامتناهی فراخوانی بازگشتی خواهد افتاد.

۴) الگوریتم یک جواب درست و چندین جواب نادرست پیدا خواهد کرد چرا که آرایه x برای جواب های بعدی مقداردهی اولیه نمیشود.

پاسخ:گزینه ۲

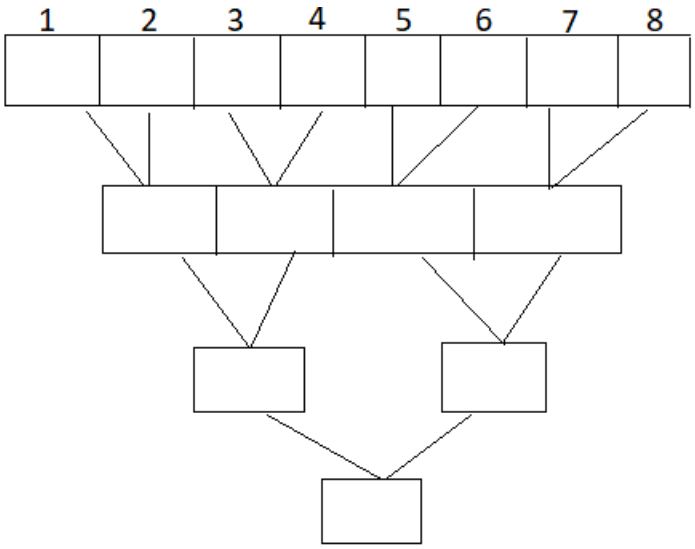
این الگوریتم تمام جواب ها را به درستی پیدا می کند،البته در ابتدا باید S برابر صفر باشد.

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: گسترش علوم پایه	آزاد ۸۵ – مهندسی کامپیوتر

۴۱-یک کامپیوتر با $\frac{n}{2}$ پردازنده مفروض است . اگر بخواهیم با استفاده از این کامپیوتر اعداد موجود در یک آرایه n عنصری را جمع نماییم ، زمان مورد نیاز چیست ؟

۱) $O(\log_{10} n)$ ۲) $O(\log_2 n)$ ۳) $O(n\log_{10} n)$ ۴) $O(\frac{n}{2})$

پاسخ : گزینه ی ۲ صحیح است



موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: گسترش علوم پایه	آزاد ۸۶ – مهندسی کامپیوتر

۴۲-تعداد مقایسه های لازم برای مشخص نمودن مینیمم و ماکزیمم عناصر ذخیره شده در یک آرایه یک بعدی شاملn عنصررا(T(n فرض میکنیم.در این صورت رابطه (T(n کدام است؟(فرض کنید T(1)=0 و T(2)=1 باشد)

۱) $T(n)\ \frac{3T(n-2)}{2}+1$

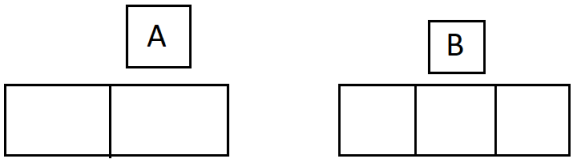
۲) $T(n)=T(n-1)+T(n-2)+2$

۳) $T(n)=2T(n-2)+1$

۴) $T(n)=T(n-2)+3$

پاسخ : گزینه ی ۴ صحیح است

الگوریتم بازگشتی به این صورت است که آرایه ی n خانه ای را به دو قسمت ، یکی به ۲ خانه ای و دیگری به n-۲ خانه ای تقسیم میکند



حال با یک مقایسه در قسمشAمینیمم و ماکزیمم آن را به دست می آوریم.اگر ماکزیمم و مینیمم موجود در قسمتBرا پیدا کرده باشیم.با دو مقایسه ماکزیمم مینیمم در کل آرایه(مجموع آرایه AوB)را می توان پیدا کرد پس داریم:

$$T(n)=T(n-2)+3$$

۴۳-کدام یک از روابط زیر روابط بازگشتی $T(n)$را برای الگویتم بازگشتی جست وجوی دودویی نشان می دهد؟(فرض کنیم n توانی از دو می باشد)

۱) $T(n) = 2T(n-2) + 1$

۲) $T(n) = T(n/2) + 1$

۳) $T(n) = 1/2\ T(n-2) + 1$

۴) $T(n) = 2T(n-1) + 1$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است

یکی از بدترین حالت ها هنگامی رخ می دهد که عدد مورد جست وجو آخرین عنصر آرایه باشد.در این حالت آرایه باید مرتبا نصف شود تا هنگامی که آرایه در نهایت یک خانه داشته باشد.آرایه ای با یک خانه نیز تنها به یک عمل مقایسه نیاز دارد لذا پیچیدگی زمانی جست وجوی دودویی مرتبط است با:

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

۴۴-با فرض اینکه تعداد عناصر موجود در آرایه n باشد و بخواهیم عنصر x را در آرایه جستجو کنیم و عنصر x در آرایه وجود داشته باشد دراین صورت پیچیدگی زمان حالت میانی جستجو کدام است؟

۱) $\frac{n}{2}$

۲) $\frac{n-1}{2}$

۳) $\log \frac{n}{2}$

۴) $\frac{n+1}{2}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴ صحیح است.

در بهترین حالت عنصر مورد نظر در خانه اول است و در بدترین حالت در خانه nام پس به طور متوسط به تعداد $\frac{n+1}{2}$ مقایسه احتیاج داریم.

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۸ – مهندسی کامپیوتر

۴۵_ آرایه دو بعدی A[1..m , 1..n] مفروض است و عنصر A[1,1] در آدرس حافظه ای ۱۰۱ ذخیره شده است.چنانچه آرایه مذکور به صورت ستونی در حافظه اصلی ذخیره شده باشد،آدرس حافظه ای A[I,j] کدام است؟

1) I + mj – (m – 100)
2) m(i+j) – 101 –n
3) I + mj – (m -99)
4) J + ni – (n -100)

پاسخ گزینه 1 صحیح است.

A[1 .. m , 1 .. n] , α=101

ابعاد سمت چپ × (حد پایین مربوطه _ اندیس) $\sum$ = ادرس ستونی

آدرس حافظه A[,j] = (j-1) × m + (i-1) + 101 = mj – m + 100 = I + mj – (m-100)

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۸ – مهندسی کامپیوتر

۴۶- می‌نیمم و ماکزیمم اعداد ذخیره شده در آرایه A [1...n] با چند مقایسه بین این اعداد به دست می آید؟ (فرض کنید n=2k و k عدد طبیعی است)

1) 3k-2 2) $\frac{3k}{2}-1$ 3) $\frac{3k}{2}+1$ 4) $\frac{3}{2}(k-1)$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم که این الگوریتم برای آرایه ای به طول n دارای پیچیدگی زیر است :

$$T(n)=\begin{cases}\frac{3n}{2}-2 & \text{اگر n زوج باشد}\\ \frac{3n}{2}-\frac{3}{2} & \text{اگر n فرد باشد}\end{cases}$$

و چون در این تست n زوج است (n=2k) داریم:

$$T(n)=\frac{3n}{2}-2=\frac{3\times 2k}{2}-2=3k-2$$

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۸۹ _ مهندسی کامپیوتر

۴۷-در یک زمستان سرد خرس قطبی n قطعه گوشت دقیقا به اندازه های ۲،۱تا n را در غاری ذخیره کرده است، او هر روز یکی از این قطعه گوشت ها را به صورت تصادفی انتخاب می کند.اگراندازه ی گوشت عدد فردی بود، آن را کاملا می خورد.اگر زوج بود، آن را دقیقا نصف می‌کند، یک نصف آن را می‌خورد و نصف دیگر آن را مجددا در غار قرار می‌دهد. اگرگوشتی موجود نباشد، خرس می‌میرد. با این الگوریتم، برای n های خیلی بزرگ روزهای باقیمانده ازعمر خرس ما تابع کدام یک از گزینه ها خواهد بود؟

۱) $\theta(n)$

۲) $\theta(logn)$

۲) $\theta(n\,logn)$

۴) $\theta(n^2)$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

مثلا n را برابر۸ بگیرید، پس ۸ قطعه گوشت به اندازه های ۱،۲،۳،۴،۵،۶،۷و۸ کیلوگرم داریم. فرض کنید ابتداگوشت های فرد و بعد گوشت های زوج را می خورد:

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
گوشت های باقی مانده پس از۴روز		۲		۴		۶		۸
گوشت های باقی مانده پس از۴روز		۱		۲		۳		۴
گوشت های باقی مانده پس از۲روز				۲				۴
گوشت های باقی مانده پس از۲روز				۱				۲
گوشت های باقی مانده پس از۱روز								۲
گوشت های باقی مانده پس از۱روز								۱
گوشت های باقی مانده پس از۱روز								۰

پس درکل خرس به اندازه زیرعمر کرده است:

$2 \times 4 + 2 \times 2 + 2 \times 1 + 1 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 = 2 \times 8 - 1$

پس درحالت کلی خرس به اندازه$2n - 1 = O(n)$ عمرمی کند.

موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۹ _ مهندسی کامپیوتر

۴۸-اگر اولویت ضرب ازتقسیم کمتر باشد آنگاه عبارت پیشوندی $(A \times (B - C + D - E)/F \times G) \times H$ معادل کدام گزینه است؟

1) $\times\times/\mathrm{A} + -\mathrm{B} - \mathrm{CDEFGH}$

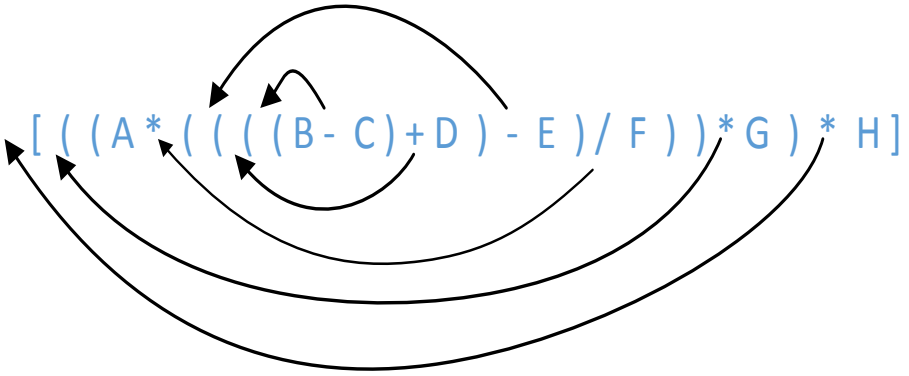
2) $\times\times\times\ A/- + -BCDEFGH$

3) $\times\times/\times\ A - + - BCDEFGH$

4) $\times\times\times\ A +/-B - CDEFGH$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

فرض شده اولویت ضرب از تقسیم کمتر است.



موضوع: آرایه و رشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۹۰ _ مهندسی کامپیوتر

۴۹-آرایه $int\ S[2][3] = \{2,4,6,8,10,12\}$ را در نظر بگیرید.با فرض آنکه زبان مربوطه آرایه ها را به صورت سطری ذخیره نموده و برای هر متغیر صحیح دو بایت اختصاص می دهد اگر آدرس شروع آرایه $0X0012ff80$ باشد، آدرس عضو $S[1][1]$ کدام گزینه است؟

1) $0X\ 0012ff88$

۲) $0X\ 0012ff86$

۳) $0X\ 0012ff0c$

۴) $0X\ 0012ff82$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

روش در سطری $A\ [i\ ,j]$ محل $= [(i - L1)(U2 - L2 + 1) + (j - L2)] * n + \alpha$

$int\ S[2][3] = \{2,4,8,10,12\}$

آدرس $S[1][1] = [(1 - 0) * 3 + (1 - 0)] * 2 + 0X0012ff80$

$= 8 + 0X0012ff80 = 0X0012ff88$

موضوع:آرایه و پشته	منبع:پارسه	سراسری۹۳-مهندسی کامپیوتر

۵۰- می‌خواهیم عناصر آرایه‌ی N عنصری a را ، یکی درمیان (از هر دوعنصر یکی) از آخر به اول به ترتیب در آرایه‌ی b از ابتدا به انتها ذخیره کنیم. کدام گزینه این را به درستی انجام می دهد؟ (a و b سراسری هستند). فراخوانی تابع از بیرون را store(N-1 , 0) در نظر بگیرید.

۱)

```
Void store (n, I) {
If (n < 0) return;
b [ I] = a[n];
Store (n-2, i+1);}
```

۲)

```
Void store (n, I) {
If (n < 0) return;
b [ i+1] =a[n];
store (n-2, i+1);}
```

۳)

```
Void store (n, I) {
If (n < 0) return;
B [ I] = a[n];
Store (n-2, i+2);}
```

۴)

```
Void store (n, I) {
If (n<0) return;
b [ i+1] =a[n];
store (n-2, i+2);}
```

پاسخ:گزینه‌ی یک صحیح است

توجه کنید که چون ۲ تا ۲ در آرایه‌ی a به سمت عقب می‌رویم آرگومان اول تابع store عبارت n-2 می باشد و چون آرایه‌ی b نصف آرایه‌ی a بوده و از اول به آخر پر می‌شود آرگومان دوم تابع store عبارت i+1 است. پس store(n-2,i+1); درست بوده و تا اینجا گزینه‌های (۳) و (۴) غلط هستند.

خانه ی N-1 آرایه a که آخرین خانه است باید در اولین خانه آرایه b یعنی b[0] ذخیره شود پس جمله‌ی b[I]=a[n] درست بوده و گزینه ی (۲) غلط است. اندیس آرایه‌های N خانه‌ای مانند زبان c از 0 تا N-1 فرض شده اند.

۵۱-می‌خواهیم ساختار داده‌ای مشابه پشته برای حداکثر n عدد طراحی کنیم تا اعمال push، pop، FindMax، FindMin را بتواند به صورت کارا انجام دهد. برای این کار از دو آرایه A[1...n] و B[1...n] استفاده می‌کنیم که با انجام اعمال فوق مقادیرشان عوض می‌شود. A[i] عنصر i ام پشته است و B[i] اندیس کوچکترین عنصر بین A[1] تا A[i]. با استفاده از این آرایه ها، اعمال فوق را با چه هزینه‌ای می‌توان انجام داد؟

۱) همه اعمال $O(1)$
۲) همه اعمال $O(\log n)$
۳) همه اعمال به جز FindMax $O(1)$ است.
۴) همه اعمال به جز POP و FindMax $O(1)$ است.

جواب : گزینه ۳

اعمال POP و push در پشته ها از مرتبه $O(1)$ است چرا که این اعمال حلقه نداشته و تعداد دستورات محدود و اندکی دارند. از آنجا که در آرایه B اندیس کوچکترین عناصر ذخیره می‌شود پس بدیهی است عمل FindMin نیز از مرتبه $O(1)$ است ولی برای FindMax باید عمل ماکزیمم‌یابی در یک حلقه صورت گیرد که از مرتبه $O(n)$ می‌باشد.

۵۲-اگر عبارت prefix جمله‌ای به صورت $+ \times + ABD \div E + F \times AD$ باشد، کدام یک از جملات زیر می‌تواند postfix معادل باشد؟ (کارشناسی ارشد – آزاد ۸۳)

۱) $AB + D \times E + F \div A + D \times$
۲) $AB + D \times EFAD \times + \div +$
۳) $AB + DE \times FAD \times + \div +$
۴) $AB + DE + FAD \times + \div$

جواب : گزینه ۲

ابتدا به صورت infix و سپس به صورت postfix می‌نویسیم.

$$\Big(\big((A + B) \times D\big) + (E \div (F + (A \times D)))\Big) \Rightarrow AB + D \times EFAD \times + \div +$$

۵۳-یک پشته خالی و اعداد ۱ تا ۶ در ورودی داده شده است . اعمال زیر بر روی پشته قابل انجام هستند :

push = کوچکترین عدد ورودی را برداشته و وارد پشته می کند

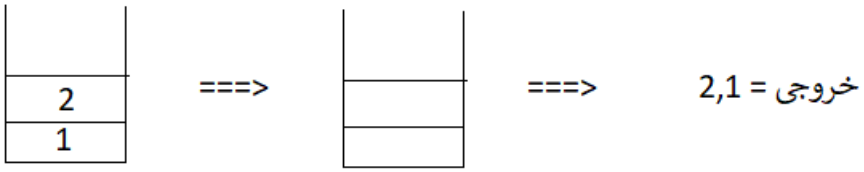
pop = عنصر بالا ی پشته را در خروجی گذاشته و سپس آنرا حذف میکند.

کدام یک از گزینه های زیر را با هیچ ترتیبی نمی توان از اعمال فوق بدست آورد ؟ اعداد را از چپ به راست بخوانید

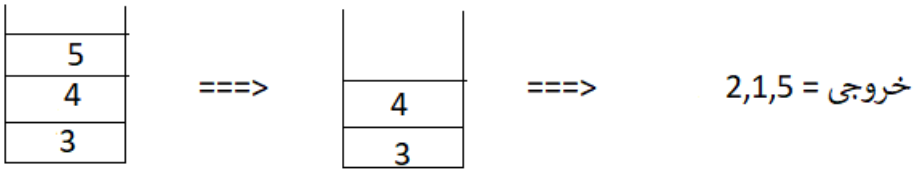
۱)۱۲۳۵۶۴ ۲)۳۲۴۶۵۱ ۳)۲۱۵۳۴۶ ۴)۴۳۲۱۶۵

پاسخ : گزینه ی ۳ صحیح است

در گزینه ۳ ابتدا اعداد ۱ و ۲ را در پشته ریخته و سپس آنها را می خوانیم :



پس اعداد ۳ تا ۵ را ریخته و عدد ۵ را میخوانیم :



حال نمی توان بعد از ۵ عدد ۳ را در خروجی نوشت چرا که عدد ۴ بالای آن قرار گرفته است.

۵۴-عبارت محاسباتی میانوندی Q زیر را در نظر بگیرید :

$$Q : A + (B \times C - (D \ /E \ \hat{} F) \times G) \times H$$

عبارت پسوندی (postfix) معادل آن عبارت است با :

1) $ABC \times DEF\hat{}/G \times -H \times +$

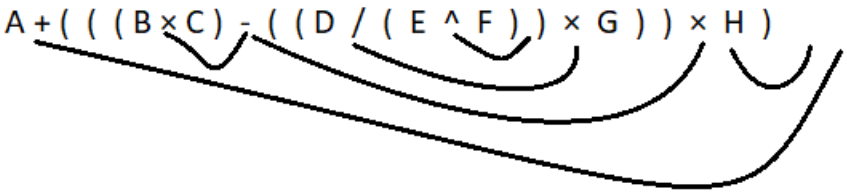
۲) $ABC \times D\hat{}E \times F/G - H \times +$

۳) $\mathrm{ABC \times DE \times F\hat{}/G - H \times +}$

۴)هیچکدام

پاسخ :

گزینه ی ۱ صحیح است



$$ABC \times DEF\hat{}/G \times -H \times +$$

موضوع: صف،پشته و ارزشیابی عبارات	منبع جواب: مدرسان شریف	آزاد ۸۵ و ۸۶ – مهندسی کامپیوتر

۵۵-مقدار ارزیابی عبارت پسوندی (postfix) زیر چیست؟($ عملگر توان است)

6 2 3 + − 3 8 2 / + × 2 $ 3 +

۵۰

۴۸

۶۰

۵۲

پاسخ:گزینه ۴

با استفاده از روش پرانتزگذاری داریم:

$6,2,3,+,-,3,8,2,/,+,\times,2,\$,3,+$

$((((6,(2,3,+),-)(3,(8,2,/),+),\times),2,\$),3,+)$

- $((((6,5,-),(3,(8,2,/),+),\times),2,\$)3,+)$
- $(((1,(3,(8,2,/),+),\times),2,\$),3,+)$
- $(((1,(3,4,+),\times),2,\$),3,+)$
- $(((1,7,\times),2,\$),3,+)$
- $((7,2,\$),3,+)$
- $(49,3,+)$
- 52

۵۶-دو صف را در یک آرایه یک بعدی M[1...n] ذخیره می‌کنیم به گونه‌ای که ابتدا و انتهای آنها جلوی هر صف باشد. کدام شرط پر بودن آرایه نیست؟(با فرض اینکه با هر حذفی از صف، صف مربوطه به سمت جلو شیفت داده می شود)

۱) rear 1+1=rear 2

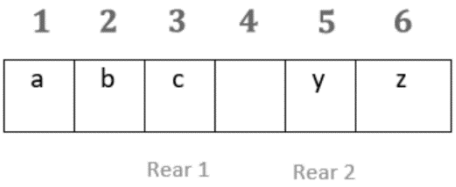
۲) rear 1=n

۳) rear 2=1

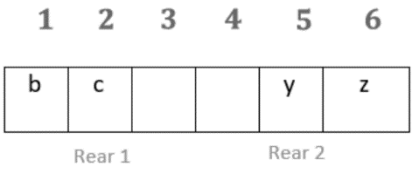
۴) rear 1= rear 2

پاسخ:

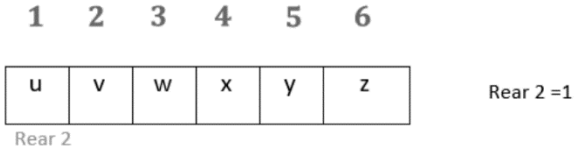
مثلا برای n=6 حالت های زیر را می توانیم داشته باشیم:

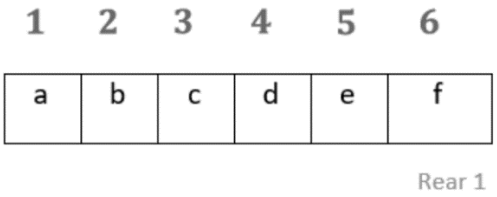


حال مثلا اگر از صف سمت چپی چیزی را حذف کنیم شکل زیر حاصل می شود:

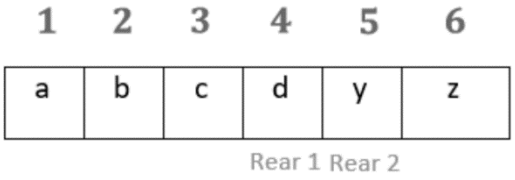


با توجه به توضیحات فوق در حالات زیر آرایه پر است:





Rear 1 =6=n



Rear 1+1=Rear2

موضوع: صف و پشته	منبع جواب: گسترش علوم پایه	آزاد ۸۶ – مهندسی کامپیوتر

۵۷-ماتریس پنج قطری ماتریس مربعی است n×n که به جز عناصر قطر اصلی و دو قطر بالای آن و دو قطر پایین آن ، سایر عناصر برابر صفر است . اگر عناصر غیر صفر را به صورت سطری در آرایه یک بعدی ذخیره کنیم فرمول ذخیره سازی loc (A[i , j]) چیست ؟ (به فرض a آدرس شروع آرایه و e اندازه ی هر عنصر باشد.)

۱) $f(x)=\begin{cases}a+[4i+j-4]\times e & i\le 2\\ a+[4i+j-6]\times e & i>2\end{cases}$

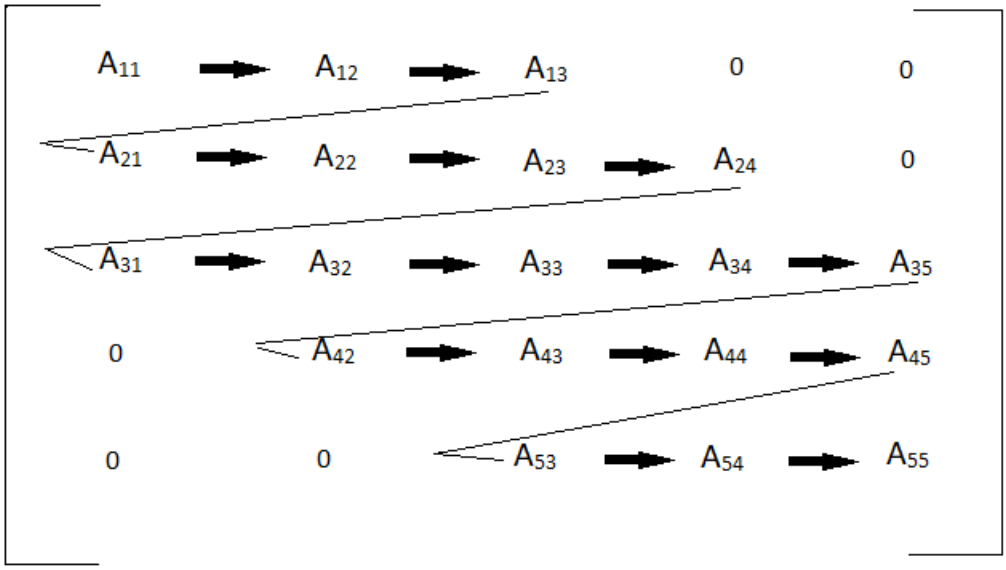
۲) $f(x)=\begin{cases}a+[3i+j-6]\times e & i\le 2\\ a+[3i+j-4]\times e & i>2\end{cases}$

3) $f(x)=\begin{cases}a+[4i+j-3]\times e & i\le 2\\ a+[3i+j-6]\times e & i>2\end{cases}$

۴) $f(x)=\begin{cases}a+[3i+j-6]\times e & i\le 2\\ a+[4i+j-3]\times e & i>2\end{cases}$

پاسخ : گزینه ی ۱ صحیح است .

مثلا در ماتریس ۵ قطری زیر :



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	A_{42}	A_{43}

مثلا برای حالت i≤2 $(i\,,j)=(2\,,1)\Rightarrow 3$

برای حالت i>2 $(i\,,j)=(4\,,3)\Rightarrow 13$

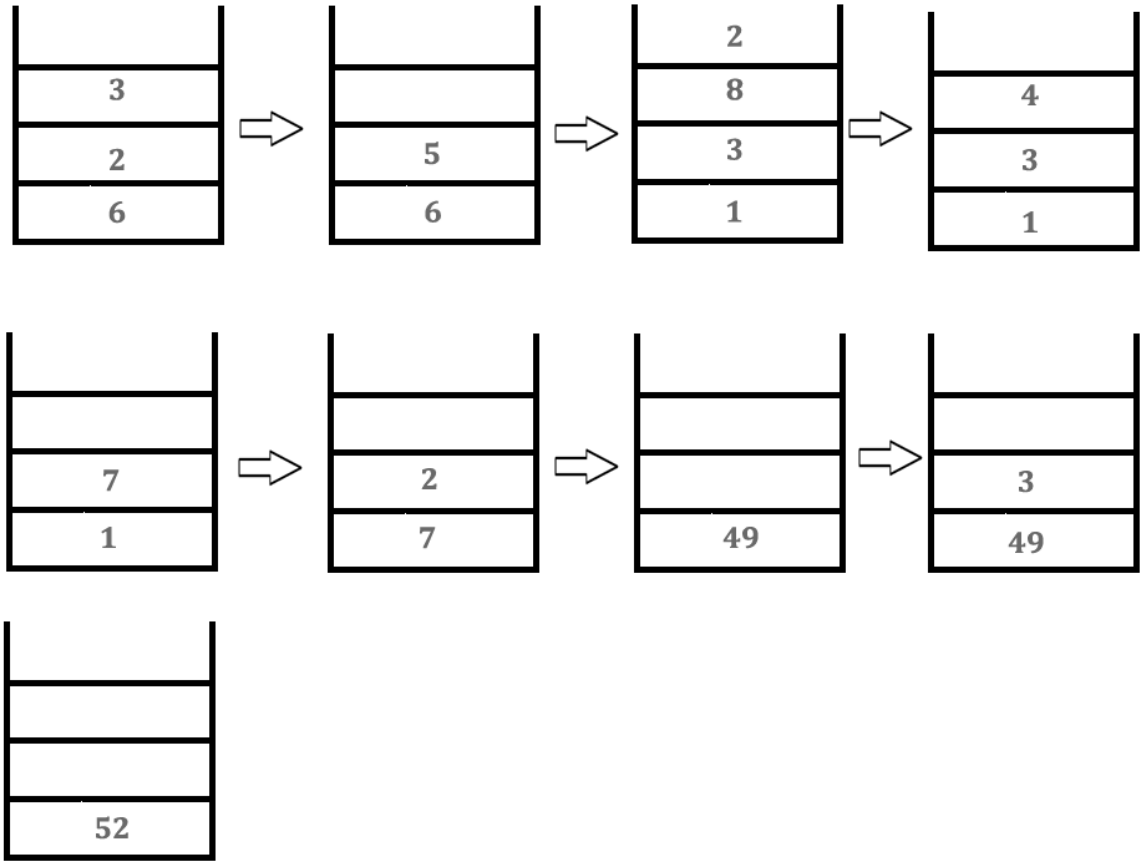
که تنها گزینه ی ۱ صادق است

۵۸- مقدار ارزیابی عبارت پسوندی(postfix)زیر چیست؟ $ عملگر توان است.

6 2 3 + - 3 8 2 / + * 2 $ 3 +

۱) ۵۰ ۲) ۴۸ ۳) ۶۰ ۴) ۵۲

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است



موضوع: صف و پشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۹ _ مهندسی کامپیوتر

۵۹-تابع زیرداده ITEM را به صف اضافه می کند.چنانچه صف را توسط یک آرایه چرخشی پیاده سازی نماییم، درجای خالی چه دستوری باید نوشته شود؟

```
QINSERT ( QUEUE  , N ,FRONT,REAR ,ITEM)
If FRONT=1  and  rear =N, or if  FRONT=REAR+1,then:
   Write: OVERFLOW, and Return.
If FRONT=NULL, then:
     Set FRONT: =1 and REAR:=1
ELSE if REAR =N then:
       SET   ?
ELSE:
   SET REAR: =REAR+1
Set
    QUEUE[REAR] : =ITEM.
RETURN.
```

1) REAR:=N-1

2) REAR: = 1

3) REAR: = N+1

4) REAR=FRONT=2

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

خط دوم و سوم شرط پربودن صف را بررسی می کند.اگر REAR به آخرصف رسیده یعنی REAR=N ، باید دوباره آن را به اول صف برگرداند با دستور REAR:=1

موضوع: صف و پشته	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۹۰_ مهندسی کامپیوتر

۶۰-عبارت پسوندی $- + 72 * - + 6324$ مفروض است نتیجه ارزیابی عبارت با استفاده از پشته و حداکثر فضای مورد نیاز برای پشته کدام گزینه است؟

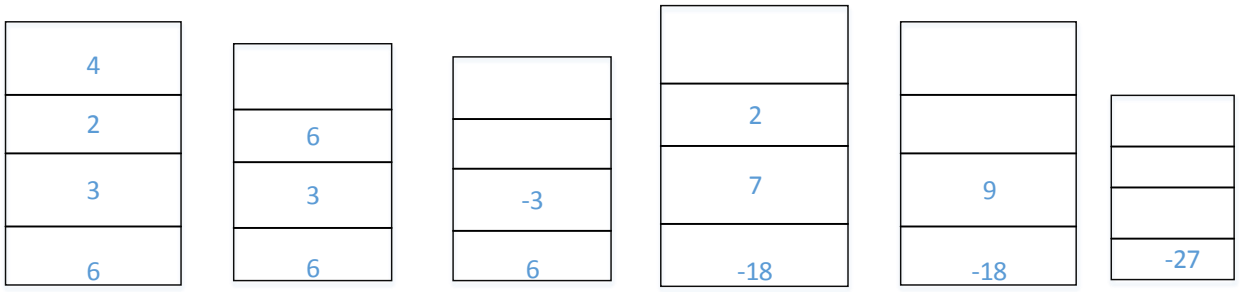
۱) $-27و4$

۲) $-9و4$

۳) $-27و6$

۴) $-9و6$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.



موضوع: صف و پشته	منبع جواب : مدرسان شریف	سراسری ۹۰– مهندسی کامپیوتر

۶۱-تعداد دنباله های مجاز خروجی با k ورودی از یک پشته $(stack)$ برابر با کدام گزینه است ؟

۱) $\frac{1}{k+1}\binom{2k}{k}$

۲) $\frac{1}{k}\binom{2k}{k}$

۳) $2k+1$

۴) $\frac{1}{k-1}\binom{2k}{k}$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است .

اگر k برابر به 3 باشد کلا 5 حالت وجود دارد. به مثال زیر توجه کنید.

فرض کنید اعداد 1 و 2 و 3 را به ترتیب از راست به چپ به پشته وارد کنیم.کل خروجی های ممکن در زیر از چپ به راست نمایش داده می شود:

1) 3,2,1
2) 1,2,3
3) 1,3,2
4) 2,1,3
5) 2,3,1

و با بررسی چهار گزینه،گزینه صحیح به دست می آید:

۱) $\frac{1}{k+1}\binom{2k}{k} = \frac{1}{3+1} \times \frac{6!}{3!3!} = 5$

۲) $\frac{1}{k}\binom{2k}{k} = \frac{1}{3} \times \frac{6!}{3!3!} = \frac{20}{3}$

۳) $2k+1 = 2 \times 3 + 1 = 7$

۴) $\frac{1}{k-1}\binom{2k}{k} = \frac{1}{2} \times \frac{6!}{3!3!} = 10$

موضوع : صف و پشته	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

۶۲-برای ساخت یک صف Q را دو پشته S2,S1 استفاده میکنیم.برای درج X در انتهای Q عمل PUSH(S1,X) را انجام می دهیم.برای حذف یک عنصر از ابتدای Q اگر S2 خالی نباشد عمل POP(S2) را انجم می دهیم. در غیر این صورت همه‌ی عناصر S1 را به ترتیب POP کرده و در PUSH(S2) می‌کنیم. اکنون عمل POP بر روی S2 عنصر ابتدایی Q را برمی‌گرداند.

اگر بر روی Q که در ابتدا خالی است.۱۰۰عمل صورت گیرد (درج در انتها, حذف از ابتدا یا هر ترتیب دلخواهی از آن‌ها) حداکثر هزینه چه مقدار خواهد بود ؟فرض کنید هر PUSH و هر POP بر روی هر یک از این دو پشته ۱ واحد هزینه دارد.

۱۵۰(1

۱۵۱(۲

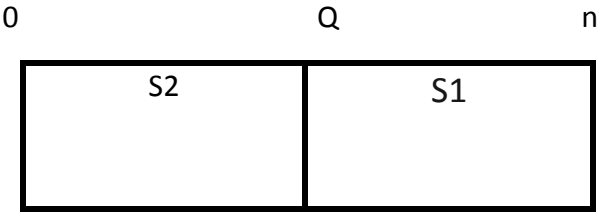
۱۹۹(۳

۲۰۰(۴

پاسخ:

گزینه ۳ درست است.

برای درج هزینه ها برابر ۹۹ است و برای حذف ۱+۹۹ است که مجموع آن برابر ۱۹۹ می شود.



موضوع: پشته و صف	منبع جواب: -	سراسری ۹۴ –علوم کامپیوتر

۶۳-در یک صف حلقوی به طول nمقدار متقیری که اول صف را نشان میدهد (f) چگونه به روز رسانی میشود؟

۱) f=f+1

2) f=(f+1)%n

۳) f=(f+1)%(n-1)

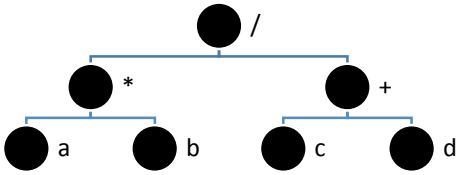
۴) f=(f-1)%n

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به کد درج در صف حلقوی:

```
Rear=(rear+1)%n;
```

۶۴-درخت یک عبارت جبری در شکل مقابل نشان داده شده است. نمایش لهستانی (polish notation) این عبارت کدام است؟



۱- $\mathrm{ab} \times \mathrm{cd} + /$

۲- $ab \times /cd +$

۳- $/\times + abcd$

۴- $/\times ab + cd$

جواب : گزینه ۴

منظور از polish همان پیشوندی (VLR) است.

۶۵-یک درخت دودوئی کامل با ارتفاع h چند گره دارد ؟

۱) 2^h
۲) 2^{h+1} گره
۳) بین 2^h و 2^{h+1} گره
۴) بین 2^{h-1} و 2^h گره

جواب : گزینه ۳ و ۴

اگر ریشه را صفر فرض کنیم حداقل تعداد نود 2^h و حداکثر $2^{h+1} - 1$ است و اگر عمق ریشه را یک فرض کنیم حداقل نود 2^{h-1} و حداکثر $2^h - 1$ است .

موضوع: درخت	منبع جواب: مدرسان شریف	سراسری ۸۵ – مهندسی کامپیوتر

۶۶- فرض کنید در یک درخت درجه تمام عناصر داخلی (internal) k باشد، فرض کنید n ، تعداد عناصر خارجی (external) باشد ، در این صورت کدام یک از گزاره های زیر برقرار است؟

۱) $n \bmod k = ۱$
۲) $(n+۱) \bmod k = ۱$
۳) $n \bmod (k-۱) = ۱$
۴) $(n-۱) \bmod (k-۱) = ۱$

پاسخ:گزینه ۳

با توجه به فرض مسئله در درخت ، درجه تمامی عناصر غیر برگ k است بنابراین در عناصر غیر برگ nil وجود ندارد nk ، nil در برگ ها می‌باشد. با در نظر گرفتن اصل موضوعی یک ، اگر تعداد عناصر غیر برگ را h در نظربگیریم به طور کلی (n+h)(k-1)+1 ، nil خواهیم داشت و داریم

$$(n+h)(k-1)+1 = nk \Rightarrow nk - n(k-1) = h(k-1)+1 \Rightarrow \cancel{nk} - \cancel{nk} + n = h(k-1)+1 \Rightarrow n \bmod (k-1) = 1$$

موضوع: درخت	منبع جواب: مدرسان شریف	سراسری ۸۵ – مهندسی کامپیوتر

۶۷-درخت AVL یک درخت دودویی جست‌وجو است که اختلاف ارتفاع دو زیر درخت هر عنصر در آن حداکثر 1 باشد. با عناصر ۱،۲،۳،۴،و۵ حداکثر چندتا درخت AVL می‌توان ساخت (ارتفاع درخت تهی ۱- فرض می‌شود)؟

۱) ۵

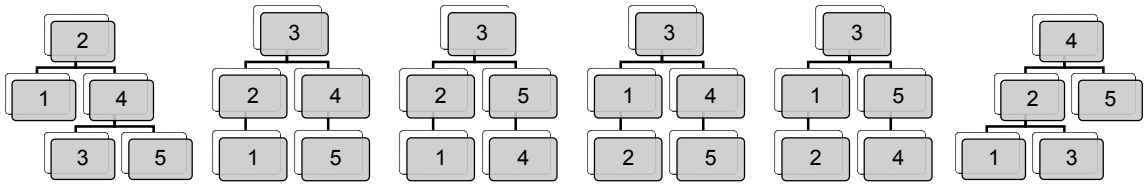
۲) ۶

۳) ۷

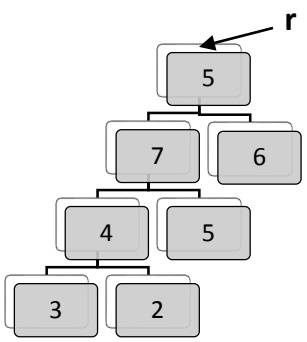
۴) ۸

پاسخ:گزینه ۲

درخت های AVL ساخته شده توسط عناصر ذکرشده عبارت اند از:



۶۸-الگوریتم زیر بر روی یک گره R از درخت دودویی اجرا می‌شود؟




```
Traverse(r,inc)
        if r is not a leaf
                then{Traverse(left(r),inc+1)
                        Traverse(right(r),inc+1)
                        if key(left(r))>key(right(r))
                                then key(r) <- key(r)+inc
                }
```

اگر Traverse(r,0) بر روی درخت با ریشه r و کلیدهای شکل فوق اجرا شود بیشترین مقدار key عناصر درخت در انتها چه خواهد بود؟

۱۰(۱ ۹(۲ ۸(۳ ۷(۴

پاسخ:گزینه ۳

درتابع ذکرشده اگر آدرس دریافتی مربوط به برگ نباشد یکبار تابع با آدرس فرزند چپ و inc+۱ و یکبار با آدرس فرزند راست inc+۱ فراخوانی می‌شود و اگر مقدار key(left(r)) > key(right(r)) باشد ، مقدار key(r) برابر key(r)+inc خواهد شد یا به عبارت دیگر اگر مقدار برگشتی key برای زیردرخت چپ گره بیشتر از زیردرخت راست گره باشد مقدار key گره برابر مقدار قبلی به‌اضافه‌ی inc می‌شود، در شکل مقادیر برگشتی keyنشان داده شده است.

بیشترین مقدارkey عناصر درخت در انتها هشت است

۶۹-آرایه T که در آن تعدادی از خانه ها هنوز مقداردهی نشده اند را درنظر می‌گیریم؟

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	75		30		17	28	20	7		

با قراردادن مقادیر کدام یک از موارد زیر این آرایه به یک هیپ تبدیل خواهد شد؟

۱) $T[2] = 30;\ T[4] = 9;\ T[9] = 10;\ T[10] = 16$

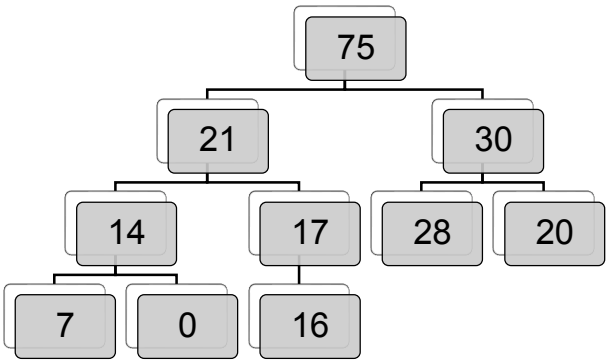
۲) $T[2] = 15;\ T[4] = 15;\ T[9] = 17;\ T[10] = 10$

۳) $T[2] = 35;\ T[4] = 30;\ T[9] = 32;\ T[10] = 16$

۴) $T[2] = 21;\ T[4] = 14;\ T[9] = 0;\ T[10] = 16$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

با قراردادن گزینه ها می‌توان دریافت که فقط گزینه چهار سبب می‌شود که آرایه T ، max heap شود.



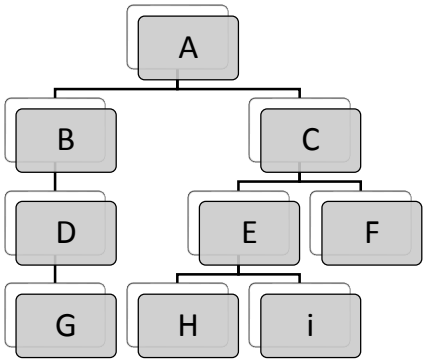
۷۰-پیمایش پسوندی (postorder) درخت دودویی زیر چیست (از چپ به راست)؟

۱) GDBACEHIF

۲) GDBHIEFCA

۳) GDBCEHIFA

۴)DGBAHEICF



پاسخ:گزینه ۳ صحیح است.

در پیمایش پسوندی ابتدا زیردرخت چپ و بعد زیر درخت راست هرگره و در آخر ریشه را پیمایش می‌کنیم.

۷۱-کدام یک از گزاره های زیر در مورد یک درخت ۵ تایی کامل با ۹۵ گره صحیح است؟با فرض اینکه ریشه گره اول باشد و در هر عمق گره ها به ترتیب از چپ به راست در نظر گرفته شوند؟

۱)این درخت ۷۶ برگ داردو گره پانزددهم آن پدر گره هفتاد و دوم آن است.

۲) این درخت ۷۶ برگ داردو گره چهاردهم آن پدر گره هفتاد و دوم آن است.

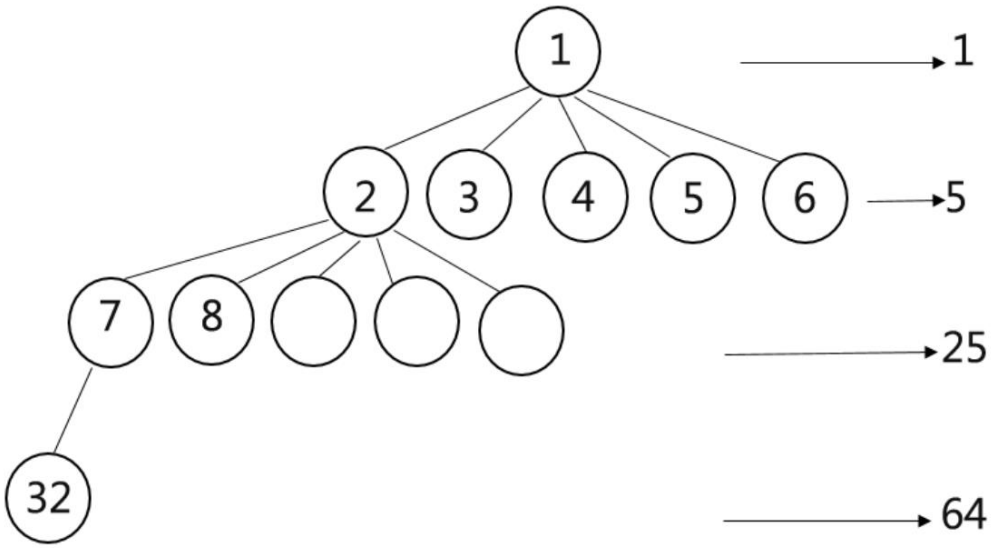
۳ این درخت ۷۷ برگ داردو گره چهاردهم آن پدر گره هفتاد و دوم آن است.

۴) این درخت ۷۷ برگ داردو گره پانزددهم آن پدر گره هفتاد و دوم آن است.

پاسخ:

گزینه ۱ صحیح است.

درخت دودویی کامل دارای ۱۱ نود به شکل زیر است.



۷۲-کدام گزینه پیمایش preorder یک درخت جست و جوی دودوئی BST با پیمایش postorder به صورت زیر است ؟

Postorder : 5 , 6 , 15 , 10 , 23 , 24 , 22 , 26 , 20

۱) 20 , 23 , 15 , 5 , 6 , 10 , 26 , 24 , 22 ۲) 6 , 5 , 10 , 15 , 20 , 22 , 24 , 23 , 26

۳) 20 , 10 , 6 , 5 , 15 , 26 , 24 , 23 , 22 ۴) 20 , 10 , 6 , 5 , 15 , 26 , 22 , 24 , 23

پاسخ : گزینه ۴ صحیح است

می دانیم پیمایش inorder یک درخت BST صعودی است و میدانیم با داشتن دو پیمایش inorder و preorder درخت قابل ترسیم است :

Postorder : 5 , 6 , 15 , 10 , 23 , 24 , 22 , 26 , 20

Inorder : 5 , 6 , 10 , 15 , 20 , 22 , 23 , 24 , 26

۷۳-یک درخت عبارت E با عملگر های دودویی و گونه کاملاً پرانتزی آن را در نظر بگیرید. اگر درخت فقط یک برگ با برچسب a باشد. گونه کاملاً پرانتزی آن (a) و گرنه ($E_1 r E_2$) است. که در این حالت r عملگر ریشه و E_1 و E_2 گونه های کاملاً پرانتزی زیر درخت های نا تهی E_1 و E_2 است. مثلاً (((a)-((b)*(c)))/(((d)/e)) گونه کاملا پرانتزی عبارت (a-b*c)/(d/e) است. گونه << میانوندی ساده شده >> یک عبارت میانوندی کاملاً پرانتزی همان رشته است که ار آن برچسب برگ ها و نیز همه "(" ها حذف شده باشند و مثلاً)/(((/(((+))-(((گونه میانوندی ساده شده E است.

فقط با داشتن گونه میانوندی ساده شده یک عبارت ریاضی E با عملگر های دودویی (خود E را نداریم.) کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟ (بهترین جواب را انتخاب کنید.)

۱) درخت عبارت E را می توان با $O(n^2)$ و به صورت تک ساخت.

۲) درخت عبارت E را می توان با $O(n)$ و به صورت تک ساخت.

۳) درخت عبارت E را می توان با $O(n^2)$ ساخت. ولی جواب لزوماً تک نیست.

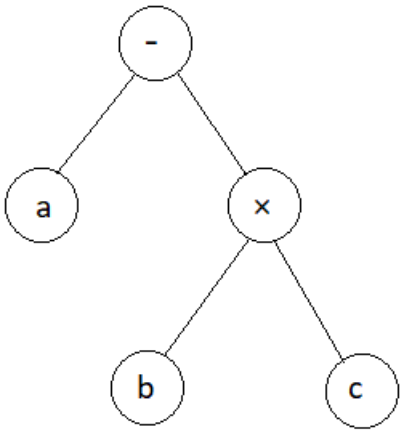
۴) درخت عبارت E را می توان با $O(n)$ ساخت. ولی جواب لزوماً تک نیست.

پاسخ) گزینه ۲

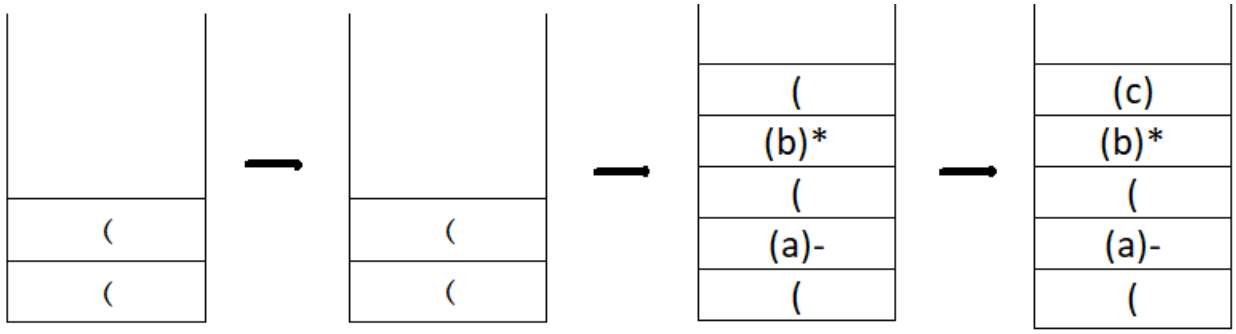
به نمونه زیر توجه کنید :

$$(a - b * c) \longrightarrow ((a) - ((b) * (c))) \longrightarrow ((- ((* ($$

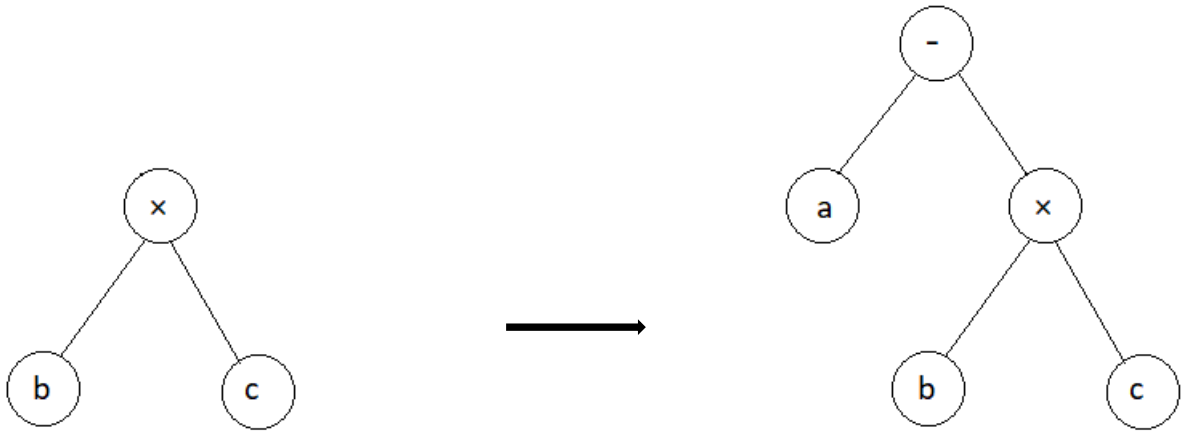
حال ما از عبارت سمت راست باید درخت بسازیم. به کمک پشته و الگوریتم زیر میتوان این کار را در زمان $O(n)$ انجام داد و این کار شبیه محاسبه یک عبارت postfix به کمک پشته است .



عبارت) * ( ) - ( ) را از چپ به راست می خوانیم و پرانتز های باز را در پشته می ریزیم. به محض رسیدن به یک عملگـرد یک پرانتز باز را از پشــته برداشته، یک حرف را به همـراه پرانتز بسته و عملگـرد در پشته قرار می دهیم.این کار را تا رسیدن به انتهای عبارت انجام می دهیم در انتهای عبارت اگر بالای پشته پرانتز باز بود یک حـرف و پرانتز بسته به آن اضافه می کنیم :



حال از بالا به پایین پشته را خوانده و درخت را از پایین به بالا می سازیم. در مثال فوق ابتدا (c)*(b) ساخته می شود و سپس a منهای آن می شود.



موضوع: درخت	منبع جواب: شخص دانشجو	سراسری ۸۷ – مهندسی کامپیوتر

۷۴- فرض کنید پیمایش پسوندی (postfix) یک درخت دودویی جستجوی T با n عنصر در آرایه ای به نام postfix و به طول n ذخیره شده است. که postfix[i] کلید i امین گره این پیمایش باشد. فرض کنید که برای $1 < i < n$ داریم $postfix[\, i - 1\,] = a$.

$Postfix[i] = x$ و $postfix[\, i + 1\,] = b$ شرط لازم و کافی برای x برگ درخت T باشد کدام یک ار موارد زیر است؟

۱) $a < x$

۲) $x > b$

۳) $a < b$

۴) هر سه مورد صحیح است.

جواب : گزینه ۴ صحیح است

می دانیم که درخت (BST) ویژگی های زیر را دارد:

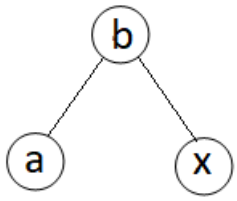
۱) عناصر هر گره منحصر به فرد هستند. (کلید های هر گره یکتا هستند و کلید تکراری وجود ندارد)

۲) تمام زیر درخت های سمت راست از زیر درخت های چپ و ریشه بزرگتر هستند.

طبق این دو نکته ، وقتی X برگ باشد یا باید از پدرش بزرگتر باشد یا کوچکتر و چون باید منحصر به فرد باشد مساوی پدرش نمی تواند باشد. پس روابط زیر باید حتما صدق کند:

۱) $a<x$ ۲) $x>b$ ۳) $a<b$

یعنی درخت مربوطه زیر می باشد:



حال اگر این درخت را به صورت Postfix پیمایش کنیم به صورت زیر در آرایه ذخیره می شوند:

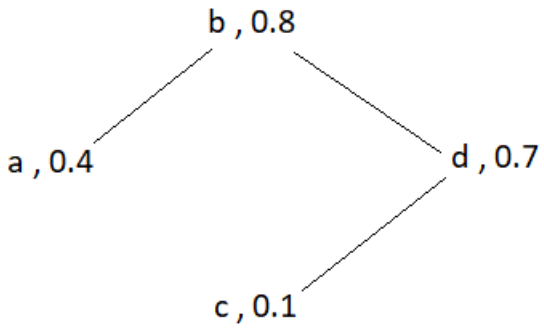
a	x	B
i-1	i	i-1

یعنی a در مکان i-1 و x در مکان i و b در مکان i+1 قرار دارد که همان فرض صورت مسئله است.

پس این سه شرط برای این مسئله لازم و کافی می باشد.

موضوع: درخت	منبع جواب: شخص دانشجو	سراسری ۸۷ – مهندسی کامپیوتر

۷۵-داده ساختار treap درخت دودویی است که بر روی n عنصر با کلید های متمایز ساخته می شود. هر عنصر علاوه بر کلید یک مؤلفه ی <<امتیاز>> دارد که عدد حقیقی بین ۰ و ۱ می باشد. treap طوری طراحی می شود که از نظر کلید ها دودویی جستجو و از نظر امتیاز ها یک هرم بیشینه (max-heap) است. مثلاً عناصر a. b .c. و d با امتیاز های به ترتیب برابر ۰/۴ ، ۰/۸ ، ۰/۱ ، ۰/۷ در یک treap زیر قرار می گیرد.



توجه کنید که فقط خاصیت هرم (head) بین امتیاز عناصر مهم است (یعنی امتیاز هر عنصر از پدرش پیش تر نیست.)
کدام یک از گزینه های زیر مورد treap درست است؟

۱) اگر کلید ها و امتیاز عناصر متمایز باشند، فقط یک treap برای آن وجود دارد.

۲) اگر کلید ها و امتیاز عناصر متمایز باشند، ممکن است treap برای آن وجود نداشته باشد.

۳) اگر کلید ها متمایز ولی امتیاز ها در حالت کلی باشند، ممکن است treap برای آن وجود نداشته باشد.

۴) اگر کلید ها و امتیاز متمایز باشند، treap برای آن وجود دارد ولی ممکن است جواب تک نباشد.

جواب : گزینه ۱ صحیح است

در صورت مسئله گفته شده کلید ها به صورت BTS هستند یعنی کلید های تکراری در این درخت وجود ندارد و همچنین تمام زیر درخت های راست از زیر درخت های چپ و ریشه بزرگتر هستند (از نظر کلید یعنی ترتیب الفبایی حروف).
از طرفی گفته شد که از نظر امتیازات این درخت Max Heap می باشد یعنی ریشه از فرزندانش بزرگتر است و می دانیمکه درخت Heap حتما کامل است یعنی تمام برگها در منتها الیه سمت چپ قرار دارند.
اگر این مسئله را در نظر بگیریم درخت اصلا Heap نیست و در واقع این درخت Max Tree است و در ضمن کامل هم نیست. (حالا این مسئله بماند که صورت مسئله ایراد دارد پس ما فرض می کنیم که Max Heap است.)

موضوع: درخت	منبع جواب: شخص دانشجو	سراسری ۸۷ – مهندسی کامپیوتر

۷۶-در یک درخت n-ary هر گره حداکثر n فرزند می تواند داشته باشد، در درخت n-ary با k گره و ارتفاع h کدام یک از روابط زیر حد بالایی برای تعداد برگ های درخت می باشد؟

۱) h^n

۲) n^h

۳) Log_h^k

۴) $\frac{k}{\log n \, k}$

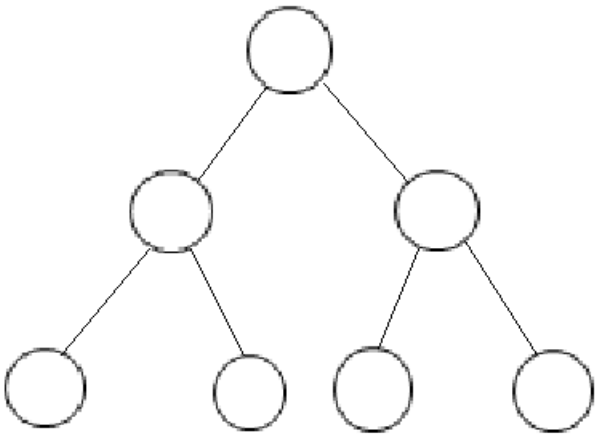
جواب : گزینه ۲ صحیح است

می دانیم تعداد برگ ها به ارتفاع درخت بستگی دارند.

با دو مثال ثابت می کنیم:

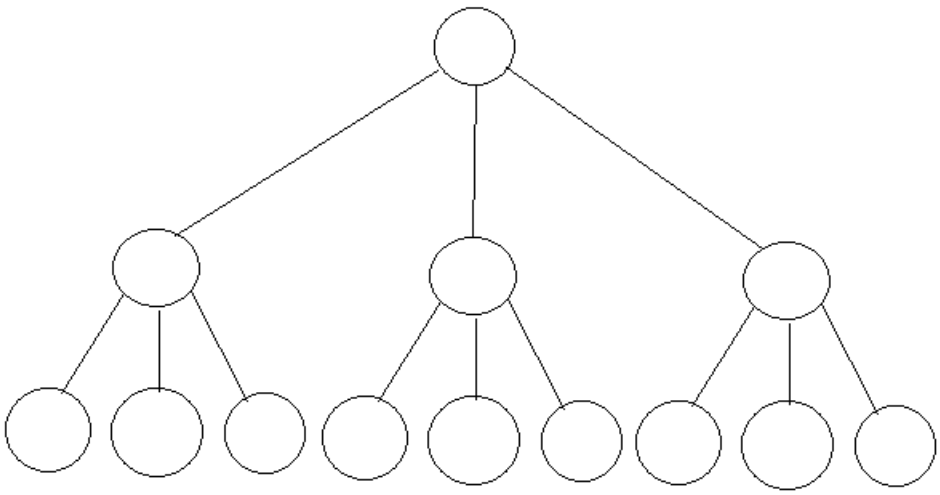
در این جا می دانیم این درخت دودویی ۴ برگ دارد و ارتفاع برابر ۲ می باشد. پس طبق این مسئله $h = 2$ و $n = 2$ می باشد یعنی این درخت دودویی است (2-ary) پس داریم:

$n^h = 2^2 = 4$



و برای درخت سه تایی (3-ary) ارتفاع برابر $h = 2$ و $n = 3$ می باشد پس داریم:

$n^h = 3^2 = 9$



کاملاً واضح است که، حد بالای تعداد برگ ها در درخت n-ary برابر n^h می باشد.

موضوع: درخت	منبع جواب: شخص دانشجو	سراسری ۸۷ – مهندسی کامپیوتر

۷۷-تعداد درخت های دودویی جستجویی که می توان با ۳۶ کلید داده مجزا از هم ساخت به طوری که اختلاف عمیق برگ های آن درخت حداکثر ۱ باشد. چند تا است؟

۱) $\binom{16}{5}$

۲) $\binom{36}{5}$

۳) $\binom{32}{5}$

۴) $\binom{16}{5}\times 5!$

جواب : گزینه ۳ صحیح است

چون در این سوال گفته شده درخت جستجوی دودویی پس منظور درخت BST هست و می دانیم که درخت BTS درختی است که تمام گره های آن منحصر به فرد است و همچنین فرزندان چپ از ریشه و ریشه از فرزندان راست کوچکتر هستند.

پس می دانیم:

در ریشه سطح یک گره داریم

سطح ۲ ، ۲ گره / سطح ۳ ، ۴ گره / سطح ۴ ، ۸ گره / سطح ۵ ، ۱۶ گره ...

جمع این مقادیر می شود:

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$$

حال اگر این ۳۱ از ۳۶ که تعداد کلید هایی است که داده شده کم شود ۵ گره باقی می ماند که در واقع این ۵ گره در سطح آخر هستند و گره های برگ را تشکیل می دهند چون درخت BST است پس با کمی توجه می توان به این نتیجه رسید که گره ای سطوح قبل از گره های برگ را نمی توان به هیچ عنوان جا به جا کرد چون بر طبق BTS مرتب شده اند و یکتا و باید فرزند چپ از ریشه و ریشه از راست کوچکتر باشد پس فقط می توان روی حالات مختلف این ۵ گره برگ کار کرد چون که ترتیب این ۵ گره در سطح آخر مشخص نشده و فقط گفته شده که ارتفاع برگهای درخت یا گره های بالایی یک باشد یعنی درخت متوازن باید باشد؛ پس با این ۳۶ گره درخت (مثل بالا که گفتیم) پر است به جز سطح آخر که ۵ گره دارد و برای حالات سطوح بالاتر نمی توان به جز حالتی که هستند حالت دیگری را در نظر گرفت و چون ۵ گره هست ۳۲ حالت در سطح آخر ایجاد میشود و چون ترتیب مهم است می توان گفت که جایگشت (یا ترتیب) ۵ تایی از ۳۲ تایی. که همین کار را به راحتی می توان با گرفتن Log از عدد ۳۶ انجام داد که همان نتیجه را می دهد پس داریم:

ابتدا کف عبارت زیر را محاسبه میکنیم:

$$[\ Log_2{}^{36}] = 5$$

بعد به صورت زیر عمل میکنیم: $\binom{32}{5}$

موضوع: درخت	منبع جواب: شخص دانشجو	سراسری ۸۷ – مهندسی کامپیوتر

۷۸-نمی توان ساختمان داده ای برای n عنصر طراحی کرد که .....

۱) ساخت آن $O(n \lg n)$ و حذف بزرگترین عنصر آن، درج و حذف کلید یک عنصر دلخواه در آن $O(\lg n)$ باشد.

۲) ساخت آن $O(n)$ و حذف بزرگترین عنصر آن، درج، حذف و افزایش و کاهش کلید یک عنصر دلخواه در آن $O(\lg n)$ باشد.

۳) ساخت آن $O(n)$ و حذف بزرگترین عنصر آن، درج، حذف و افزایش کلید یک عنصر دلخواه در آن $O(\lg n)$ باشد.

۴) ساخت آن $O(n)$ و حذف بزرگترین عنصر آن $O(1)$ و درج و حذف یک عنصر دلخواه در آن $O(\lg n)$ باشد.

جواب : گزینه ۴ صحیح است

در گزینه ی ۱:

این ساختاری نوعی از درخت BST است که AVL نام دارد. درخت BST ای که متوازن باشد AVL نامیده می شود که ساخت آن از مرتبه $O(n \text{ Log } n)$ و اعمال جستجو، حذف، یافتن Min و Max، یافتن عنصر بعدی و قبلی از مرتبه $O(\log n)$ می باشد. در حالی که عمل حذف و درج در BST در بهترین حالت و حالت متوسط $O(n \log n)$ و در بدترین حالت $O(n^2)$ می باشد. و همین اعمال در AVL در بهترین حالت $O(\text{Log } n)$ و در بدترین حالت از مرتبه $O(n)$ است.

در گزینه ی ۴:

می دانیم که درخت دودویی Maxheap ریشه حاوی بزرگترین عنصر و گره های برگ حاوی کوچکترین مقادیر هستند. ساخت درخت Maxheap از مرتبه $O(n)$ است (چون تعداد ورودی ها n تا است) و چون بزرگترین عنصر در ریشه قرار دارد حذف از مرتبه $O(1)$ است (در اینجا ما به اعمال بعد از حذف یعنی جابجایی ها کاری نداریم.)

درج و حذف یک عنصر در Maxheap از مرتبه $O(\log n)$ می باشد.

در واقع چون Heap ابتدا در آرایه قرار میگیرد پس ساخت آن $O(n)$ و برای مرتب سازی آن هم به Log n نیاز است پس کلا ساخت و مرتب سازی یک Heap از مرتبه $O(n \log n)$ می باشد. پس اگر مرتب سازی آن را در نظر نگیریم گزینه ۴ غلط می باشد.

۷۹-اگر b_n تعداد درخت های دودویی باشد که با n گره ساخته می شوند کدام یک نادرست است؟

1) $b_n \in (2^n)$ 2) $b_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$

3) $\binom{2}{n}\prod_{i=1}^{n} b_n$ 4) $b_n = \sum_{K=1}^{n-1} b_K b_{n-K}$

پاسخ گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم که تعداد درخت های دودویی که با n گره می توان ساخت برابر جمله n+1 از سری کاتالان است یعنی :

$$b_n = T(n+1) = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

پس گزینه ۲ درست است.

از طرف دیگر می دانیم که سری فوق را می توان به صورت بازگشتی روبرو نوشت :

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i)T(n-i)$$

که به فرم گزینه ۴ است. اعداد سری کاتالان به صورت فاکتوریلی رشد می کنند که از 2^n بزرگ تر هستند پس عبارت گزینه یک درست است.

۸۰-کدام یک از اعمال زیر را نمیتوان در یک max-heap با n عنصر در مرتبه ی o(log n) انجام داد؟

1) یافتن یک عنصر با کلید مشخص
2) حذف یک عنصر داده شده
۳) کاهش مقدار کلید یک عنصر داده شده
۴) افزایش مقدار کلید یک عنصر داده شده

پاسخ : گزینه ۱ صحیح است.
می دانیم که درج و حذف یک عنصر در درخت heap از مرتبه O(log n) است لذا گزینه ۲ درست است.با کاهش یا افزایش کلید به عنصر معین ممکن است لازم باشد این عنصر با عنصر بالایی یا پایینی خود جابه جا شود که این عمل هم حداکثر به تعداد ارتفاع درخت یعنی O(log n) انجام می پذیرد لذا گزینه های ۳و۴ هم درست هستند.

موضوع: درخت	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۸ – مهندسی کامپیوتر

۸۱- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

۱) فقط درخت مورب راست است که پیمایش های میان ترتیب و پیش ترتیب آن یکسان است.

۲) با دارا بودن پیمایش های میان ترتیب و پیش ترتیب یک درخت دودویی می توان آن درخت را به صورت یکتا رسم نمود.

۳) با دارا بودن پیمایش های پیش ترتیب و پس ترتیب می توان درخت را به صورت یکتا رسم نمود.

۴) پیمایش های عمقی چون بازگشتی می باشند از پشته استفاده می نمایند.

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

گزینه های ۱ و ۲ و ۴ صحیح هستند.

۸۲-در یک درخت دودویی جستجوی متوازن اعمالی مانند درج، حذف و جستجو درچه زمانی انجام می شود؟

1) $O(n \log n)$ 2) O(n/2) 3) $O(2n)$ 4) $O(n^2)$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

اعمال درج و حذف و جستجوی یک گره در درخت متوازن BST از مرتبه O(log n) و در نتیجه برای n گره O(n log n) است.

۸۳-تعداد برگ یک درخت کامل از درجه ۵ با ۹۵ گره برابر است با:

۱) ۷۷

۲) ۷۵

۳) ۷۶

۴) ۷۴

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

دریک درخت k تایی کامل، تعداد گره های غیر برگ برابر $[\frac{n-1}{k}]$ و تعداد گره های برگ برابر$n - [\frac{n-1}{k}]$ می باشد،پس برای n=95 و k=5داریم:

تعداد برگ ها = $95 - [\frac{95-1}{5}] = 95 - 19 = 76$

۸۴- می دانیم که در یک درخت دودویی،سطح (یا عمق) یک گره برابر طول مسیر از آن گره تا ریشه است.ارتفاع درخت هم بزرگترین سطح گره ها درآن درخت است.«پهنای» یک درخت دودویی T را برابر بیشترین تعداد گره های هم سطح در T معرفی می کنیم.آیا درخت دودویی با n گره وارتفاع وپهنای زیر وجود دارد؟

I. ارتفاع $\theta(n)$ و پهنای ۱

II. ارتفاع $\theta(\log n)$ و پهنای $\theta(n)$

III. ارتفاع $\theta(n)$ و پهنای $\theta(n)$

IV. ارتفاع $\theta(\log n)$ و پهنای $\theta(\sqrt{n})$

جواب چند تا از موارد فوق است:

۱) ۲

۲) ۱

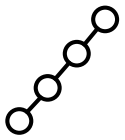
۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

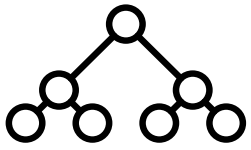
جمله(I) درست است و مربوط به درخت مورب می باشد:

۱= پهنا ، $\theta(n)$ = ارتفاع



جمله(II) درست است و مربوط به درخت کامل است:

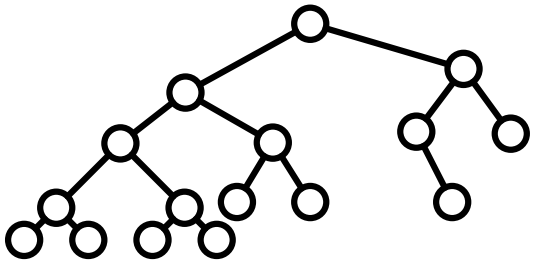
$\theta(n)$= پهنا ، $\theta(\log n)$= ارتفاع



از آنجا که جمله(I) درست است حتما جمله (III) غلط است.

پس تا این جا ۲ یا ۳ جمله درست است و جواب گزینه ۱ یا گزینه ۳ می شود.

درخت به ارتفاع $\theta(\log n)$ و پهنای $\theta(\sqrt{n})$ می توان داشت مثلا برای n=16 درخت زیر این ویژگی را دارد:



موضوع : درخت	منبع جواب : مدرسان شریف	سراسری ۹۰ – مهندسی کامپیوتر

۸۵- n عدد صحیح بین ۱ تا $\sqrt{n}$ داده شده که ممکن است یک عدد بیش تر از یک بار آمده باشد و فرقی بین آن ها نیست.داده ساختاری می خواهیم تا با مصرف حافظه ی کم،اعمال درج،حذف و جستجو را در زمان کمی انجام دهد.بهترین داده ساختاری برای این سوال کدام یکی از ویژگی های زیر را دارد؟(بهترین جواب ممکن را علامت بزنید.)

۱) درج ، حذف و جستجو در $O(\log n)$ و میزان حافظه $\sqrt{n}$

۲) درج ، حذف و جستجو در $O(1)$ و میزان حافظه n

۳) درج ، حذف و جستجو در $O(1)$ و میزان حافظه $\sqrt{n}$

۴) درج ، حذف از $O(\log n)$ و جستجو در $O(1)$ و میزان حافظه $\sqrt{n}$

پاسخ : گزینه ۱ صحیح است.

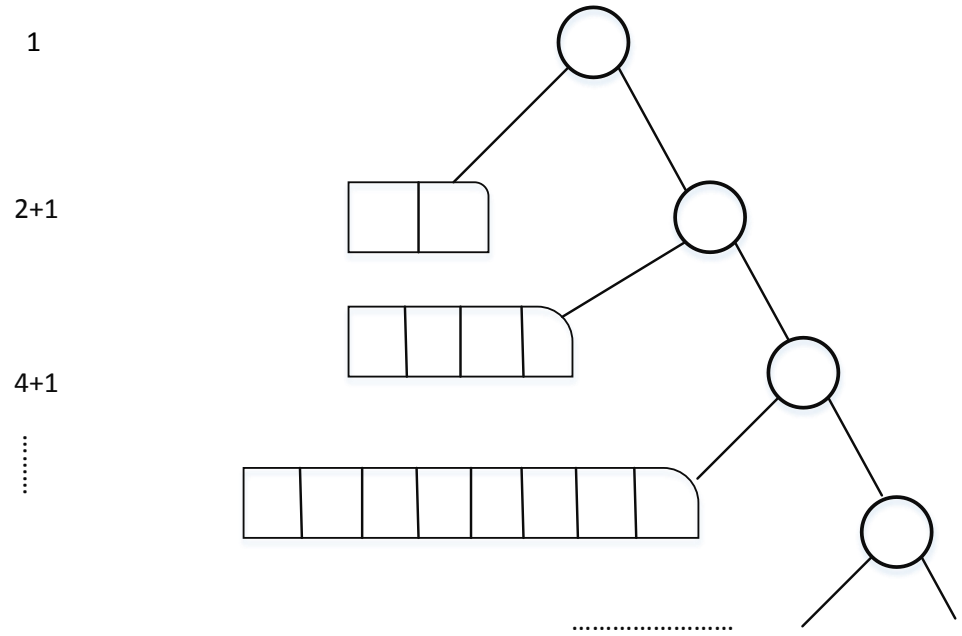
چون اعداد بین ۱تا $\sqrt{n}$ می باشد. بنابراین در این n عدد،تکراری نیز داریم و بهترین ساختمان داده برای نگهداری این n عدد،درخت جستجوی دودویی می باشد که متوازن باشد (AVL).در این درخت عملیات درج و حذف و جستجو با مرتبه اجرایی $O(\log n)$ انجام می شود.

موضوع : درخت	منبع جواب : مدرسان شریف	سراسری ۹۰– مهندسی کامپیوتر

۸۶- در یک درخت دودویی خاص T گره های داخلی هر کدام یک عنصر دارند اما برگ b واقع در عمق d،به جای یک گره،یک آرایه نامرتب A_b به طول حداکثر 2^d است(عمق ریشه صفر فرض می شود.)
در بین همه درخت های با n عنصر،درختی با بیش ترین ارتفاع را در نظر بگیرید.اگر ارتفاع این درخت h باشد،چه ارتباطی برقرار است؟(بهترین گزینه را انتخاب کنید.)

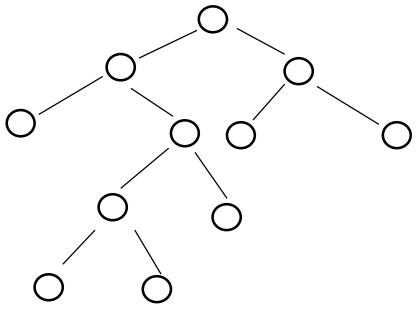
۱) $n \leq 2^{h+1} - 1$
۲) $n \leq h + 2^h$
۳) $n \leq 2^{h+1}$
۴) $n \leq h + 2^{h+1} - 1$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.
با توجه به صورت سوال، شکل زیر درختی با کمترین تعداد عنصر و بیشترین ارتفاع را نشان می دهد. با توجه به اینکه عمق ریشه صفر در نظر گرفته شده است، در این حالت: $n = 2^{h+1} - 1 + h\mathrm{Z}$
در نتیجه در حالت کلی داریم: $n \leq h + 2^{h+1} - 1$



۸۷-به چند طریق می توان اعداد ۱ تا ۱۱ را در گره های درخت روبه رو برچسب گذاری کرد تا عدد هر گره از اعداد فرزندان آن گره بزرگتر باشد؟ دقت کنید که از هر ۱۱ عدد باید استفاده شود و تکرار مجاز نیست.

۱) ۹۶ ۲) ۲۰۴۸ ۳) ۱۱۵۲۰ ۴) ۳۶۲۸۸۰



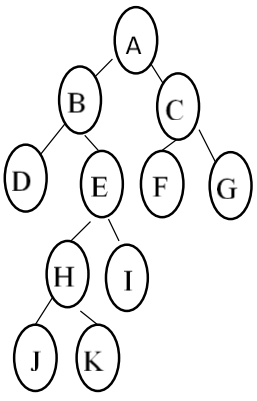
پاسخ: گزینه۳ صحیح است.

طبق تعریف بیان شده این یک درخت MAX TREE است که بزرگترین عدد یعنی ۱۱ باید در ریشه باشد. پس ریشه فقط یک حالت دارد. برای زیر درخت CFG؛۳ عدد دلخواه را از ۱۰ عدد باقی مانده انتخاب می کنیم که مجبوریم بزرگترین آنها را در ریشه C قرار دهیم ولی F و G می توانند جابه جا شوند لذا تعداد حالات زیردرخت CFG برابراست با:

$$\binom{10}{3} \times 2 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} \times 2 = 240$$

به همین ترتیب از ۷ عدد باقی مانده بزرگترین آنهارا مجبوریم در B قرار دهیم که فقط یک حالت دارد ولی برای D، ۶ انتخاب داریم. پس تا اینجا ۶×۲۴۰ حالت داریم. برای زیردرخت EHJKIبرای E فقط یک حالت داریم ولی برای I، ۴حالت داریم. پس جواب تا اینجا ۴×۶×۲۴۰ می شود و بالاخره برای ۳ عدد باقی مانده جهت زیردرخت HJK فقط دو حالت برای جابه جایی Kو Iداریم. لذا جواب آخر می شود:

$$240 \times 6 \times 4 \times 2 = 11520$$



۸۸-فرض کنید که $L_{EAF}\ C(T)$ تعداد برگ های درخت دودویی Tو اگر T تهی باشد صفر را برمی گرداند. همچنین، فرض کنید تابع $I_S L_{EAF}(T)$ اگر T برگ باشد مقدار ۱ وگرنه مقدار صفر برمی‌گرداند. کدام یک از رابطه‌های بازگشتی زیر درست است؟

۱) $L_{EAF}\mathrm{C}(T) = L_{EAF}\ \mathrm{C}(\mathrm{LEFT}[T] + \ L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{RIGHT}[T])$

۲) $L_{EAF}\mathrm{C}(T) = L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{LEFT}[T] + \ L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{RIGHT}[T]) + 1$

۳) $L_{EAF}\mathrm{C}(T) = L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{LEFT}[T] + \ L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{RIGHT}[T]) + I_S L_{EAF}(\mathrm{T}) + 1$

۴) $C(T) = L_{EAF}\ \mathrm{C}(\mathrm{LEFT}[T]) + \ L_{EAF}\mathrm{C}(\mathrm{RIGHT}[T]) + I_S L_{EAF}(\mathrm{T})$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

جمله بازگشتی برای یافتن تعداد برگ ها به این صورت است:برای هر گره غیر برگ، تعداد برگ های زیر درخت چپ به علاوه تعداد برگ های زیردرخت راست،تعداد برگ های آن زیرگره را می دهد و اگر آن گره برگ است خروجی ۱ میشود.این جمله در گزینه ۴ بیان شده است.گزینه ۱ ناقص است چون حالت خاص برگ بودن T رادر نظر نگرفته است.گزینه ۲ تعداد کل گره ها را می دهد.

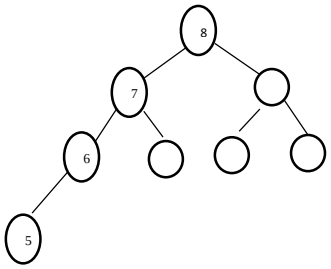
۸۹-یک هرم بیشینه (max-heap) حاوی ۶۴ عنصر با کلید های ۱تا ۶۴ است.بزرگترین عددی که می تواند در آخرین سطح این هرم قرارگیرد، کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

۱) ۵۶ ۲) ۵۷

۳) ۵۸ ۴) ۵۹

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا با حالت ساده تر۸ عنصر درخت max-heap را بررسی می کنیم که شکل زیر را با ارتفاع $\log_2 8 =3$ دارد:



بزرگترین عددی که می تواند درسطح آخر قرار گیرد هنگامی است که فرزند چپ ۸ عدد۷و فرزند چپ ۷برابر ۶ باشد که در این حالت آخرین عدد در سطح آخر برابر ۵ می شود:این عدد۵از فرمول $8- \log_2 8 = 8 - 3$ بدست آمده است. پس در حالت کلی جواب این مساله $\log_2 n$ -nاست که برای n=64 میشود:

$$64 - \log_2 64 = 64 - 6 = 58$$

موضوع : درخت	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲- مهندسی فناوری اطلاعات IT

۹۰- مسئله ی (چند مرتبه اماری) به صورت زیر است.ارایه ی A با n عنصر نامرتب و دنباله ی $s = \langle i_1, \dots, i_k \rangle$ داده شده است.هدف یافتن به ترتیب عنصر i_1 ام , سپس عنصر , i_2...تا عنصر i_kام است.مثلا اگر $s = \langle 1, n/2 \rangle$ باشد.هدف یافتن عنصر کمینه و سپس عنصر کمینه و سپس عنصر میانه ی ارایه A است.

زمان اجرای دو مسئله ی $s_1 = \langle 1,2, \dots, k \rangle$ و نیز $s_2 = \langle \frac{n}{2}, \frac{n}{4}, \frac{n}{8}, \dots, 1 \rangle$ کدام است؟

۱) s_1 در $o(nlogk)$ و s_2 در $o(nlogn)$

۲) s_1 در $o(n + klogk)$ و s_2 در $o(n)$

۳) s_1 در $o(klogn)$ و s_2 در $o(n)$

۴) s_1 در $o(n + klogk)$ و s_2 در $o(nlogn)$

پاسخ: گزینه ۲ درست است.

$n/2 = o(n)$

$n/4 = o(n/2)$

$n/8 = o(n/4)$

.

.

.

$n/n = o(n(1 + 1/2 + 1/4 + \cdots.)) = 2n = o(n)$

موضوع : درخت دودویی	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲- مهندسی فناوری اطلاعات IT

۹۱-کدام یک از دنباله‌های زیر می‌تواند پیمایش پیش ترتیب یک درخت دودویی جست و جو با ۱۲ گره باشد ؟

۱) ⟨12,8,5,10,9,20,14,15,18,13,16,19⟩

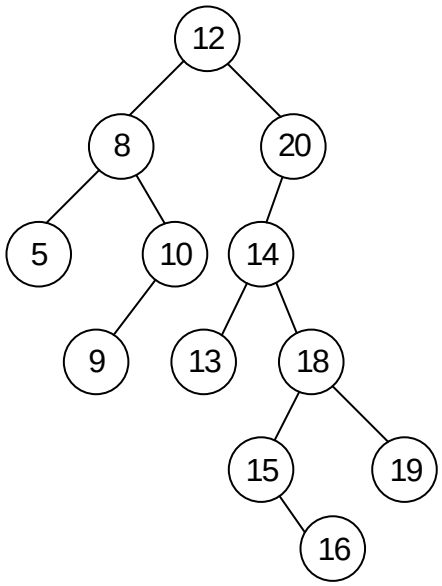
۲) ⟨12,8,5,10,9,20,14,13,18,15,16,19⟩

۳) ⟨20,14,13,12,8,5,9,18,10,19,15,16⟩

۴) ⟨20,14,13,12,8,5,9,10,18,19,15,16⟩

پاسخ: گزینه ۲ درست است.

درخت حاصل به صورت زیر است.



موضوع:درخت‌ها	منبع:پارسه	سراسری۹۳-مهندسی کامپیوتر

۹۲-اگر a c d f b e g (ازچپ به راست) پیمایش پیش‌ترتیب (preorder) یک درخت دودویی باشد، کدام یک ازگزینه‌های زیر نمی‌تواند پیمایش میان‌ترتیب (inorder) آن باشد؟

۱) f d e c b a g

۲) c a b f g e d

۳) f d b c a g e

۴) a d c b f g e

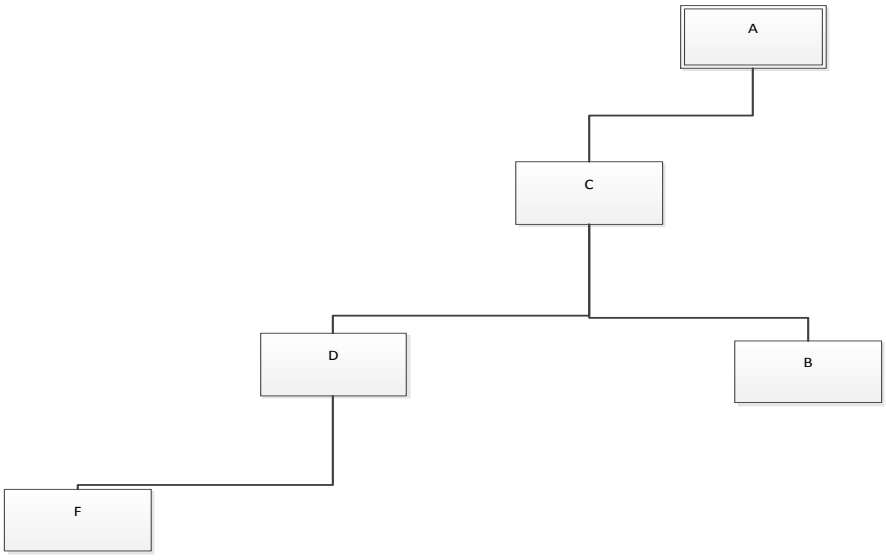
پاسخ:گزینه‌ی یک صحیح است.

روال کار بدین صورت است که حرف به حرف از سمت چپ پیمایش پیش‌ترتیب پیش می‌رویم وموقعیت مکانی هرحرف رابا پیمایش میان‌ترتیب موجود درگزینه‌ها ثابت می‌کنیم.باپیمایش پیش‌ترتیب a c d f b e g داریم:

گزینه‌یک:f d e c b a g

a رادر ریشه می‌گذاریم. c درزیردرخت چپa باید باشد. d نیز بایدسمت چپ c باشد. f بایدگره‌ی سمت چپ d باشد. b باید سمت راست c و سمت چپ a باشد و e باید سمت چپ c و سمت راست d باشد. اما بنابر پیمایش پیش‌ترتیب e ، دیگر نمی‌تواند سمت چپ c قرارگیرد.

بنابراین این پیمایش میان‌ترتیب ازدرختی که پیمایش پیش‌ترتیب آن درسؤال آمده‌است نیست.



موضوع:درخت ها	منبع:گسترش علوم پایه	سراسری ۹۳-علوم کامپیوتر

۹۳-کدام یک از آرایه‌های زیر تشکیل یک minmax-heap را می‌دهد؟

۱) 7,70,40,30,9,10,15,45,50,30,20,12

۲) 7,70,40,15,9,10,30,45,50,30,20,12

۳) 7,70,40,30,15,10,9,45,30,20,12

۴) 7,70,40,30,9,10,15,12,50,30,20,45

پاسخ:گزینه‌ی یک صحیح است.

در minmax-heap ردیف‌ها یکی‌درمیان ازفرزندانشان کوچکتروبزرگتر هستند.

مثلاً ردیف دوم بزرگتریا مساوی ردیف اول است وبرعکس ردیف سوم کوچکتر یا مساوی ردیف دوم است والی آخر.

موضوع: درخت	منبع جواب: پارسه	سراسری ۹۴ – مهندسی کامپیوتر

۹۴-یک درخت دودویی جست و جوی متوازن با nراس را در نظر بگیرید. در هر گره تعداد عناصر موجود در زیردرخت به ریشه ان گره را ذخیره کرده ایم. چندتا از اعمال زیر را می‌توان در زمان o(log n) انجام داد؟

- یافتن مرتبه یک عنصر داده شده.
- یافتن تعداد عناصر بین a و (a<b) داد شده
- یافتن جمع عناصر بین a و (a<b) داد شده

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۲

پاسخ: گزینه۳ صحیح است.

اعمال اول و دوم را می توان در زمان o(log n) انجام داد ولی عمل سوم چون نیاز به بررسی تمام عناصر میان b و دارد از مرتبه o(n)میباشد.

موضوع: درخت	منبع جواب: -	سراسری ۹۴ – علوم کامپیوتر

۹۵-کدام گزینه در مورد درختهای دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره ها بزرگتر یا مساوی یک فرض میشود.)

۱) همواره تعداد برگها و تعداد گره های تک فرزندی دو عدد متوالی می‌باشد.

2) همواره تعداد برگها و گره های تک فرزندی برای درختهای کامل،دو عدد متوالی میباشند.

۳) همواره تعداد برگها و تعداد گره های دو فرزندی دو عدد متوالی میباشد.

۴) همواره تعداد گره های تک فرزندی و تعداد گره های دو فرزندی ،دو عدد متوالی میباشند.

پاسخ: گزینه۳ صحیح است.

تعداد برگ =تعداد گره درجه دو +۱

موضوع: درخت	منبع جواب:-	سراسری ۹۴ – علوم کامپیوتر

۹۶-درختی با n گره وجود دارد به طوری که درجه گره های ان d1,d2...,dn میباشد.کدام یک از موارد زیر حاصل d1+d2...+dn را نشان میدهد؟

۱) 2n-2

2) 2n-1

۳) n-2

۴) n-1

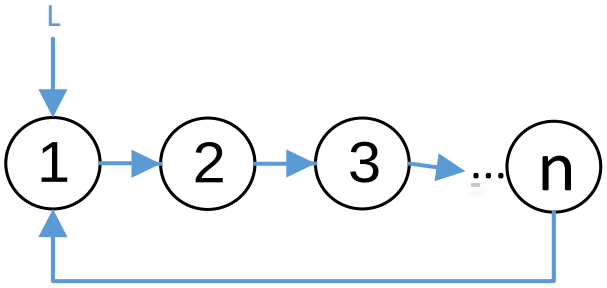
پاسخ: گزینه۱صحیح است.

۹۷-در اضافه کردن یک گره به لیست پیوندی دو طرفه ، چند اشاره‌گر باید تغییر یابد و تعداد حالات مجاز برای تغییر آن ها چیست؟

۱) ۴ اشاره‌گر و ۸ حالت مجاز
۲) ۲ اشاره‌گر و ۶ حالت مجاز
۳) ۴ اشاره‌گر و ۶ حالت مجاز
۴) ۲ اشاره‌گر و ۸ حالت مجاز

پاسخ:گزینه ۱
برای اضافه کردن یک گره به لیست پیوندی دوگانه باید ۴ اشاره‌گر تغییر یابد و تعداد حالات مجاز ۸ حالت است ، زیرا اگر x را گره‌ای در نظر بگیریم که می‌خواهیم گره جدید p را به بعد از آن اضافه کنیم باید فیلد Rlink <- x حتما بعد از فیلد Link <- Rlink <- x مقداردهی شود.

۹۸-باتوجه به تابع روبه رو و لیست حلقوی مذکور به ازای مقادیر n برابر ۷۲۹ و ۲۲۰۰ مقدار خروجی به ترتیب برابر چند خواهد بود؟




```
Int So(LIST * L){
While(L → next ! = L){
    L → next = L → next → next
    L  = L → next;
}
Return   L → data;
}
```

۱)۱و۴۰

۲)۱و ۱

۳)۷۲۹و۲۲۰۰

۴)هیچ کدام

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

دستور $L \to next = L \to next \to next$ با شروع از گره ۱، گروه ۱ را با گره ۳ و گره ۳ را به گره ۵ و... وصل کرده وگره های ۲، ۴ و۶ و... حذف می کند. پس در بار اول پیمایش لیست از گره ۱ تاگره n=729، گره های زوج حذف می شوند و لیست به صورت زیر می شود:

$1,3,5,7,9,11, \dots 727,729$

در باردوم گره های ۱، ۵ و۹ و... حذف شده و لیست زیر باقی می ماند. پس تا این گزینه های ۱ و۲ غلط هستند:

$3,7,11,15, \dots 727$

یعنی اعداد $4i - 1$ باقی می مانند، از آن جا که $727 = 182 \times 4 - 1$ و $729 = 182 \times 4 + 1$ پس عدد ۷۲۷ باقی مانده و ۷۲۹ حذف می شود. بنابراین گزینه ۳ حتما غلط است.

هنگامی که n عدد زوجی باشد در بار اجرای پیمایش اول کلیه گره های زوج حذف می شوند پس هنگامی که n=220 باشد خروجی نمی تواند ۴۰ یا ۲۲۰۰ باشد و از این نظر هم گزینه ی ۱ و ۳ غلط هستند.

پس جواب تست گزینه ۴ است.

موضوع: لیست پیوندی	منبع جواب: پارسه	سراسری ۹۴ – مهندسی کامپیوتر

۹۹-فرض کنید گره x باید بعد از گره n در یک لیست دو سویه درج شود.کدام گزینه به درستی اشاره گرها را مقداردهی

میکند.(ترتیب عملیات از چپ به راست است و فرض کنید next[n]وجود دارد.)

۱) next[x]=next[n]; prev[x]=prev[next[n]]; next[n]=x; prev[next[n]]=x;

2) next[n]=x; prev[x]=n; next[prev[n]]=x; prev[next[x]]=x;

۳) next[n]=x; prev[x]=n; next[prev[x]]=x; prev[next[x]]=x

۴) next[x]=next[n]; prev[x]=n; next[n]=x; prev[next[x]]=x;

پاسخ: گزینه4 صحیح است.

تنها در گزینه ۴ ترتیب اعمال به درستی بیان شده.

موضوع: گراف	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۹۱ – مهندسی کامپیوتر

۱۰۰-قدرت یک درخت فراگیر در یک گراف G برابر وزن سنگین ترین یال در آن درخت است.می خواهیم در گراف داده شده G،از میان تمام درخت های فراگیر،آن را انتخاب کنیم که قدرتش از همه کم تر باشد.خروجی کدام یک از الگوریتم های پریم یا کروسکال همواره کم قدرت ترین درخت فراگیر است؟

۱)پریم ۲)کروکسال
۳)هر دو ۴)هیچ کدام

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.
الگوریتم کروسکال یال ها را از کوچک به بزرگ به ترتیب انتخاب می کند پس روشن است درخت فراگیر کروسکال کم قدرت ترین درخت را میدهد.از طرف دیگر اگر یال های هم وزن نداشته باشیم درخت فراگیر کروسکال می شود که در این حالت یکتاست،پس جواب گزینه ۳ یعنی هر دو می شود.

موضوع: گراف	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۹۱ – مهندسی کامپیوتر

۱۰۱-کدام گزینه درست نیست؟

۱)هزینه درج یک عنصر به جدول درهم سازی با آدرس دهی باز(open addressing) حاوی nعنصر، در بدترین حالت O(n) است.
۲)هزینه زمانی درج یک عنصر به درخت AVLحاوی nعنصر،دربدترین حالت $O(\log_n n)$ است.
۳) هزینه زمانی هر یک از چرخش ها در درخت AVL حاوی n عنصر، دربدترین حالت O(1) است.
۴)هزینه زمانی پیدایش اول عمق (depth first search) گراف G=(v;E) که به صورت ماتریس مجاورت (adjacency matrix) بیان شده است،در بدترین حالت $O(|V| + |E|)$ است.

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.
اگر گراف توسط لیست همسایگی تعریف شود زمان اجرای الگوریتم BFS و یا DFS از مرتبه O(n+e) و اگر توسط ماتریس همسایگی نشان داده شود از مرتبه $O(n^2)$ است. پس گزینه ۴ غلط است و بقیه گزینه ها درست می باشند.

موضوع: گراف	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۹۱ – مهندسی کامپیوتر

۱۰۲-چه تعداد از گزاره های زیر درست هستند؟

*با هزینه($O(|V| + |E|$ می توان وجود یا عدم وجود دور اویلری در یک گراف G=(V;E) را تشخیص داد.
*یک گراف دور اویلری دارد اگر و تنها اگر برای هر راس vرابطه ی indegree(v)=outdegree(v) برقرار باشد.
*درخت فراگیر کمینه برای یک گراف وزن دار با وزن های متمایز یکتاست. اما عکس آن درست نیست.

۱) ۰ ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.
هر سه گزاره صحیح است.

۱۰۳-در یک گراف جهت دار، بدون دور و بدون یال چندگانه که با بی جهت گرفتن یال ها گراف هم بند است، کدام یک از نامساوی های زیر ممکن است برقرار نباشد؟

۱) $|E| \leq |V|^2$ ۲) $|E| \geq |V| - 1$ ۳) $|V| \leq |E|^2 + 1$ ۴) $|V| \geq {|E|}/{2}$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۲ همواره درست است چرا که گراف همبند با حداقل یال یک درخت است و می دانیم درخت همواره فرمول $|E| = |V| - 1$ برقرار است. گزینه ۱ هم درست است چرا که در گراف کامل با حداکثر یال داریم:

$$e = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} \leq n^2$$

این رابطه همواره برقرار است چراکه: $-\frac{n}{2} \leq n^2 - \frac{n^2}{2} \rightarrow -\frac{n}{2} \leq \frac{n^2}{2}$

گزینه ۴ غلط است.مثلا در گراف کامل با n=8 گره می دانیم تعداد یال ها برابراست با $e = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{8\times7}{2} = 28$ در حالی که رابطه $n \geq \frac{e}{2}$ یعنی $8 \geq \frac{28}{2}$ برقرار نیست.

موضوع: مرتب سازی	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	آزاد ۸۸– مهندسی کامپیوتر

۱۰۴- Heap sort ، Quick sort و Merge sort را به عنوان روش های مرتب سازی در نظر بگیرید.کدام یک از روش های فوق پایدار می باشند؟

۱) Merge sort و Heap sort

2) فقط Merge sort

۳) Merge sort و Quick sort

4) Merge sort و Quick sort و Heap sort

پاسخ : گزینه ۲ صحیح است.
مرتب سازی سریع و Heap پایدار نیستند.

موضوع: مرتب سازی	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۸۹ – مهندسی کامپیوتر

۱۰۵-درالگوریتم مرتب سازی آرایه ی A با n عنصر فرض کنید b>1 یک عدد ثابت است.همچنین فرض کنید که هزینه ی مقایسه دو عنصر A[i] وA[j]،یا تعویض آن ها،اگر $|j - i| \leq b$ برابر صفر(خیلی کم) و درغیر این صورت برابر۱ (خیلی زیاد)است.توجه کنید که با این فرض،هزینه ی مرتب سازی درجی، حبابی(Bubble sort) برابر O(1) می شود.چون فقط عناصر مجاور را مقایسه و تعویض می کنند.با این فرض هزینه ی مرتب سازی ادغامی (Merge sort) A در بدترین حالت چقدر است؟(بهترین جواب را انتخاب کنید.)(بدیهی است که اگر T(n) زمان اجرا باشد،داریم: T(n)=1 , n < b)

۱) $O(n \lg(n/b))$

۲) $O(n/b \lg(n/b))$

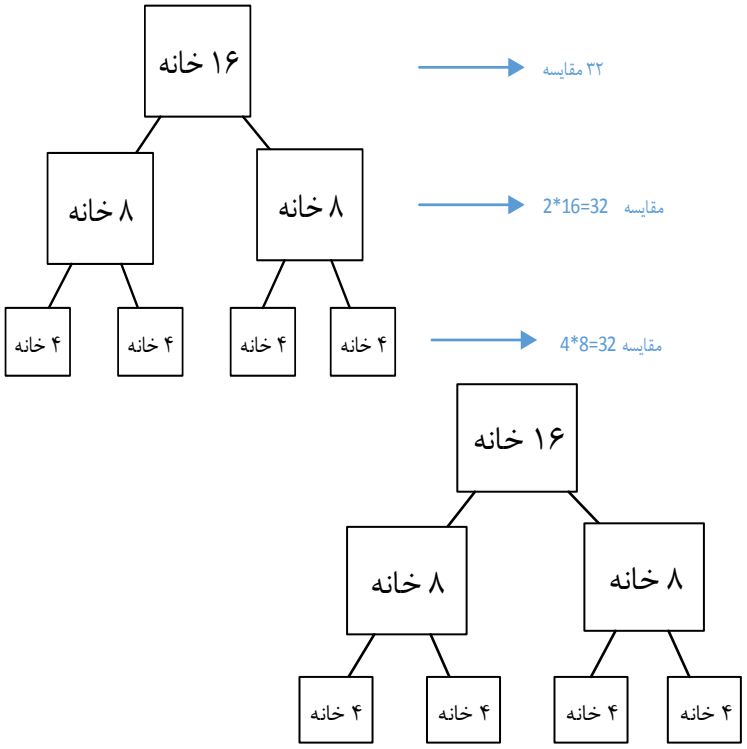
۳) $O(\lg n)$

۴) $O\ (n \lg n)$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

درحالت کلی برای ادغام دوآرایه از قبل مرتب که جمعا n خانه دارند به n-1 مقایسه یاO(n) مقایسه نیاز است.مثلا دوآرایه مرتب که هرکدام ۸ وجمعا ۱۶ خانه دارند هنگام ادغام حداکثر به ۱۵ مقایسه نیاز است.

در روش مرتب سازی ادغام، درحالت معمولی اندازه آرایه ها مرتبا نصف می شود تا هنگامی که در نهایت به ۱ برسد،یعنی آستانه درحالت معمولی عدد ۱ است ولی دراین قسمت فرض می شود که آستانه نصف شدن آرایه ها عدد b است.یعنی مثلا اگر b=3 باشد هنگامی که هر آرایه برابر ۲ خانه شد، کار تقسیم کردن تمام است و باید برگشت کنیم و به عبارتی دیگر ادغام دو آرایه که هرکدام ۲ خانه دارند زمان صفر می خواهد.حال فرض کنید مثلا n=32 و b=5 باشد، در ابتدا آرایه ۳۲ خانه ای با ۲ آرایه ۱۶ خانه ای شکسته می شود و الی آخر:



پس در این مثال ما سه مرحله داریم که هرکدام n=32 مقایسه می خواهند. بدیهی است تعداد مراحل $O(log\frac{n}{b})$ بوده که درهر مرحله n مقایسه نیاز داریم پس جواب این سوال $O(n\ log\frac{n}{b})$ است.

۱۰۶-دو لیست نامرتب A و B هرکدام با n عنصر داده شده اند.می خواهیم به صورت بهینه لیست $A \cap B$ را به دست آوریم.زمان اجرای بهینه ی این الگورتیم در دو حالت میانگین و بدترین حالت چقدر است ؟

۱) میانگین $\theta(n \log n)$ و بدترین حالت $\theta(\mathrm{n}^2)$
۲) میانگین $\theta(n)$ و بدترین حالت $\theta(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$
۳) میانگین $\theta(n)$ و بدترین حالت $\theta(\mathrm{n})$
۴) میانگین $\theta(n \log n)$ و بدترین حالت $\theta(n \log n)$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است .

برای بدست آوردن استراک دو لیست نامرتب A و B به صورت بهینه می توان هر دو لیست را با بهترین الگوریتم مرتب کرد که مرتبه اجرایی $O(n \log n)$ خواهد بود ، با مقایسه عنصر به عنصر به صورت مرتب اشتراک دو لیست را به دست آورد که این عمل تیز در مرتبه $O(n)$ انجام می شود . در هردو حالت مرتبه اجرایی $O(n \log n)$ خواهد بود.

موضوع: مرتب سازی	منبع جواب: انتشارات گسترش علوم پایه	سراسری ۹۱ – مهندسی کامپیوتر

۱۰۷- کدام گزینه درستی یا نادرستی گذاره های زیر را بیان می کند؟

A)در radix-sort اگر برای مرتب سازی رقم ها به جای مرتب سازی شمارشی(count sort) از مرتب سازی ادغامی استفاده کنیم، الگوریتم سریع تر خواهد بود.

B)اگر آرایه تقریبا مرتب باشد، مرتب سازی درجی(insersion sort) از مرتب سازی سریع (quick sort) سریع تر مرتب می کند.

۱)aنادرست،bنادرست

۲)a نادرست، b درست

۳)aدرست،bنادرست

۴)aدرست، b درست

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

مرتب سازی درجی در آرایه های تقریبا مرتب از سایرروش های بهتر است پس جمله b درست است.جمله a نادرست است.

موضوع : گراف	منبع جواب :پارسه	سراسری ۹۲-مهندسی کامپیوتر

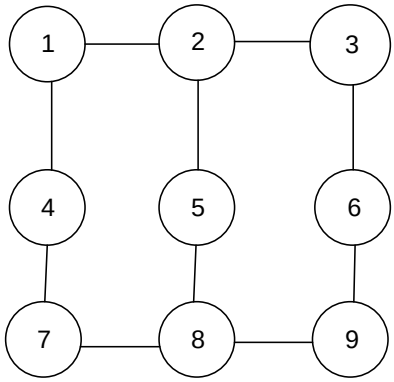
۱۰۸-کدام یک از دنباله های زیر نمی تواند بیانگر ترتیب ملاقات گره های گراف شکل مقابل توسط الگوریتم جست و جوی عمق اول باشد.

۱) از چپ به راست: 1,4,7,8,9,6,5,2,3

۲) از چپ به راست: 1,2,3,6,9,8,7,4,,5

۳) از چپ به راست: 1,2,4,3,5,7,6,,8,9

۴) از چپ به راست: 1,2,3,6,5,4,7,8,9



پاسخ:

گزینه ۳ درست است.

دنباله های گزینه های ۱ و ۲ و ۴ همگی بیانگر ترتیب ملاقات های گره های گراف داده شده می باشند ولی گزینه سوم دارای مشکل است و زمانی که به گره دوم می رسیم نمیتوانیم بعد از ان گره چهارم را ملاقات کنیم.

موضوع:سایر	منبع:گسترش علوم پایه	سراسری۹۳-مهندسی کامپیوتر

۱۰۹-در یک لیست خطی یک سویه با عناصر (x_1,x_2,x_n) اگر x_1 عنصر اول لیست باشد،جست‌وجو برای عنصر x_i برابر i واحد هزینه خواهدداشت.MTF(Move to Front) روشی برای کاهش میانگین زمان جست‌وجو است.دراین روش هرعنصری که مورد جست‌وجو قرارمی‌گیرد به ابتدای لیست منتقل می‌شود.لیستی با100عنصر$A=<x_1,x_2,...,x_{100}>$ را درنظر بگیرید.ابتدا به ترتیب عناصر زوج x_2 تاx_{100} و سپس عناصر فرد x_1 تا x_{99} را در A جست‌وجو می‌کنیم. اگر جست‌وجوی لیست به روش‌های الف)عادی وب) MTF مدیریت شود،اختلاف میانگین هزینه‌ها بین این دو روش چقدر است؟

۱) 0

۲) 1275

۳) 3775

۴) 2550

پاسخ:گزینه‌ی ۲ صحیح است.

در روش عادی جمع هزینه جست‌وجو برابر است با:

$$1+2+3+...+100=\frac{100\times(100+1)}{2}=50\times 101=5050$$

در حالت MTF گفته‌شده، با انتقال عنصر زوج جستجو شده به اول لیست، خواهیم‌داشت:

$$2=x_2 \rightarrow x_2,x_1,x_3,x_4,...,x_{100}$$

$$4=x_4 \rightarrow x_4,x_2,x_1,x_3,x_5,...,x_{100}$$

.

.

.

$$100=x_{100} \rightarrow x_{100},x_{98},...,x_4,x_2,x_1,x_3,x_5,...,x_{99}$$

سپس برای عناصر فرد داریم:

$$51=x_1 \rightarrow x_1,x_{100},x_{98},...,x_2,x_3,x_5,...,x_{99}$$

$$52=x_3 \rightarrow x_3,x_1,x_{100},x_{98},...,x_2,x_5,...,x_{99}$$

.

.

$100=x_{99} \rightarrow x_{99},x_{97},\ldots,x_3,x_1,x_{100},x_{98},\ldots,x_4,x_2$

جمع فوق: $(2+4+\ldots+100)+(51+52+\ldots+100)=\frac{(2+100)\times 50}{2}+\frac{(51+100)\times 50}{2}=6325$

6325-5050=1275

موضوع:سایر	منبع:گسترش علوم پایه	سراسرس۹۳-مهندسی کامپیوتر

۱۱۰-هزار عنصر باکلیدهای 1تا1000 رابا تابع درهم‌سازی $h(i)= i^3 \bmod 10$ درآرایه‌ای به اندازه 10 (وبا اندیس 0تا9) به روش زنجیره‌ای تخصیص می‌دهیم.احتمال آنکه دوعنصر دلخواه (ازکلیدهای داده‌شده)به یک درایه نگاشت شوند چقدراست؟نزدیک ترین گزینه را انتخاب کنید.

۱) 0.01

۲) 0.02

۳) 0.1

۴) 0.2

پاسخ:گزینه‌ی سه صحیح است.

تابع $h(i)=i^3 \bmod 10$ عدد را به توان سه رسانده و رقم سمت راست آن را انتخاب می‌کند.دراین فرمول فقط رقم سمت راست عدد i مهم است که ده حالت زیر رخ می‌دهد:

$0^3=0 , 1^3=1 , 2^3=8 , 3^3=7 , 4^3=4 , 5^3=5 , 6^3=6 , 7^3=7 , 8^3=2 , 9^3=9$

پس خروجی تابع مذکور به احتمال مساوی به خانه‌های 0تا9 نگاشت میکند.

حال فرض کنید اولین عدد در خانه‌ای قرارگرفته‌است،احتمال آنکه عدد دوم درهمان خانه بیفتد$\frac{1}{10}$ است.

موضوع:سایر	منبع:گسترش علوم پایه	سراسری ۹۳-مهندسی IT

۱۱۱-درستی گزاره‌های زیر راتعیین کنید.

الف)در هر الگوریتم مرتب‌سازی مبتنی برمقایسه،دوعددی که اختلاف مرتبه‌ی آنها یک است،حتماً با یکدیگر مقایسه میشوند.

ب)در هرالگوریتم مرتب‌سازی مبتنی برمقایسه،کوچک‌ترین وبزرگ‌ترین عدد حتماً بایکدیگر مقایسه میشوند.

۱)الف:نادرست وب:نادرست

۲)الف:درست وب:درست

۳)الف:نادرست وب:درست

۴)الف:درست وب:نادرست

پاسخ:گزینه‌ی چهار صحیح است.

اگربهالگوریتم‌هایانتخابی،تعویضی،حبابی،درجی،سریع،ادغامی،HEAPودرختی توجه کنید متوجه می‌شوید که جمله‌ی (الف) درست است.البته به احتمال زیاد منظور طراح این بوده که حداقل دو عددکه اختلاف مرتبه‌ی آنها یک است،باهم مقایسه می‌شوند.ولی جمله‌ی (ب)مثلاً برای الگوریتم حبابی که ازFLAG استفاده میکند درست نیست: دریک آرایه ازقبل مرتب‌شده هرخانه با خانه بلافاصله بعدی مقایسه می‌شود واگر دریک گذر هیچ جابه‌جایی صورت نگیرد الگوریتم خاتمه می‌یابد ودرچنین حالتی کوچکترین وبزرگترین عدد که اول وآخرآرایه هستند باهم مقایسه می‌شوند.

موضوع:سایر	منبع:گسترش علوم پایه	سراسری ۹۳-علوم کامپیوتر

۱۱۲-فرض کنید nکاراکتر $a_1,a_2,...,a_n$ هریک بافراوانی $f_1,f_2,...,f_n$ در یک فایل متنی ظاهرشده‌اند.مقادیر f_i به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$f_1=f_2=1$

$f_i=f_{i-1}+f_{i-2}$, $\forall\ i>2$

کدام‌یک از روابط زیر مجموع طول کد هافمن n کاراکتر را برحسب بیت به‌درستی بیان می‌کند؟

۱) $\frac{n(n+1)}{2}$

۲) $\frac{n(n+1)}{2}$ -1

۳) $\frac{n(n-1)}{2}$

۴) $\frac{n(n-1)}{2}$ -1

پاسخ: گزینه‌ی دو صحیح است.

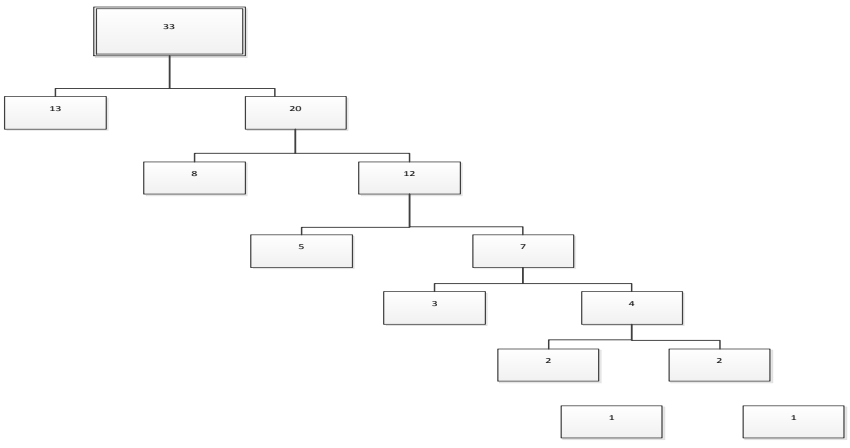
فراوانی‌ها معادل سری فیبوناچی هستند مثلاً برای n=7 داریم:

1,1,2,3,5,8,13, ...

که سری هافمن به صورت زیر می‌شود:

یعنی تعداد بیت‌ها برابراست با:

$1+2+3+4+5+6+6=(1+2+3+4+5+6+7)-1=\frac{n(n+1)}{2}-1$



موضوع: سایر	منبع جواب: پارسه	سراسری ۹۴ – مهندسی کامپیوتر

۱۱۳-فرض کنید در الگوریتم مرتب سازی سریع پس از عمل بخش‌بندی (partition) ارایه ی (3,1,2,4,58,7,6,9) به دست امده است. چند عدد از بین ۹ عددر ارایه ممکن است محور این بخش بندی قرار گرفته باشد؟

۱) ۳

2) ۲

۳) ۵

۴) ۴

پاسخ: گزینه۱ صحیح است.

پس از بخش بندی عنصر محور باید سرجایش قرار گرفته باشد. به این صورت که عناصر کوچکتر ان زد یک سمت ان و تمام عناصر بزرگتر از ان در سمت دیگر ان باشد.در ارایه پس از بخش بندی عناصر ۴و۵و۹ به این صورت هستند.

موضوع: سایر	منبع جواب: پارسه	سراسری ۹۴ – مهندسی کامپیوتر

۱۱۴-فرض کنید برای درهم سازی به روش زنجیره ای بایک جدول به اندازه ی mاستفاده شده است.تابع درهم ساز رکورد با کلید kرا به خانه ی k mood n نگاشت میکند.اگر بدانیم کلید رکوردها زبرمجموعه $\{i^2|1 \leq i \leq 100\}$ است.به ازای کدام یک از mهای زیر هزینه جست و جو در بدترین حالت کمتر است؟

۱) ۱۱

2) ۷

۳) ۹

۴) ۱۲

پاسخ: گزینه۱ صحیح است.

باید در نظر داشت که mباید عددی اول باشد و تا حد امکان نزدیک به توان های ۲ باشددر نتیجه عدد ۱۱ بهتر است.تحلیل دیگر نیز این است که یکان اعداد مربع کامل همواره یکی از اعداد ۰،۱،۴،۵،۶،۹ .بهتر است که عددی باشد که تعداد بیشتری از این اعداد را پوشش دهد تا احتمال تصادم کاهش یابد.

منابع:

مشخصات نشر: تهران: مدرسان شریف، ۱۳۹۴

مولف: مهندس بهروز تبریزیان

مشخصات نشر: تهران: گسترش علوم پایه، ۱۳۹۵

مولف: حمیدرضا مقسمی

مشخصات نشر: تهران: پوران پژوهش، ۱۳۹۴

مولف: هادی یوسفی

مشخصات نشر: تهران: پارسه، ۱۳۹۴

مولف: جواد گرشاسبی