



دانشگاه کاشان
University of Kashan

آرایه ها و ساختارها

سید مهدی وحیدی پور

با تشکر از دکتر جواد سلیمی

دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آرایه ها

- آرایه ها به عنوان یک نوع داده مجرد
- ساختارها و یونیون ها
- نوع داده ای مجرد چند جمله ای
- نوع داده ای مجرد ماتریس اسپارس
- رشته ها
- بازنمایی آرایه های چند بعدی

دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۲

مروری بر ++C

دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

3

روشهای دسته بندی داده ها در کنار هم

آرایه

• مجموعه ای از عناصر از یک نوع داده می باشد

ساختار

• مجموعه ای از عناصر است که لزومی ندارد داده های آن یکسان باشد

یونیون

• اعلان یونیون مشابه تعریف و اعلان یک ساختار است با این تفاوت که فیلدهای یک یونیون باید در حافظه با هم مشترک باشند

کلاس

• مجموعه ای از عناصر است که لزومی ندارد داده های آن یکسان باشد به همراه توابعی که بر روی آنها اجرا می شوند

ساختارها

```
struct {
    char name[10];
    int age;
    float salary;
} person;
```

```
strcpy(person.name, "james");
person.age = 10;
person.salary = 35000;
```

• ما می توانیم ساختارهای داده خود را به کمک **typedef** ایجاد کنیم

```
typedef struct human-being { or typedef struct {
    char name[10];           char name[10];
    int age;                 int age;
    float salary;            float salary;
};                          } human-being;
```

• حال می توان از این نوع داده ای استفاده کرد

```
human_being ali, hasan;
```

یونیون

• فقط یک فیلد یونیون در هر زمان فعال می گردد.

```
enum kind {stu,emp};
typedef struct person {
    kind flag;
    union {
        int empno;
        long int stuno;
    } no;
};
```

```
person ali,hasan;
ali.flag= stu;
Ali.no.stuno=13245346753;
hasan.flag=emp;
hasan.no.empno=14353;
```

نوع داده ای مجرد

نوع داده مجرد یا انتزاعی

- نوع داده مجرد یا انتزاعی (ADT) نوع داده ای است که در آن مشخصات داده‌ها و اعمال بر روی آنها از بازنمایی و پیاده سازی داده جدا می شود
- پنهان سازی اطلاعات: مخفی کردن جزئیات پیاده سازی اشیا داده ای از دید دنیای خارج

Abstracted Data Type

دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۷

structure Array is

objects: A set of pairs $\langle \text{index}, \text{value} \rangle$ where for each value of *index* there is a value from the set *item*. *Index* is a finite ordered set of one or more dimensions, for example, $\{0, \dots, n-1\}$ for one dimension, $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$ for two dimensions, etc.

functions:

for all $A \in \text{Array}$, $i \in \text{index}$, $x \in \text{item}$, j , $\text{size} \in \text{integer}$

Array Create(j , *list*) ::= **return** an array of j dimensions where *list* is a j -tuple whose i th element is the size of the i th dimension. *Items* are undefined.

Item Retrieve(A , i) ::= **if** ($i \in \text{index}$) **return** the item associated with index value i in array A
else return error

Array Store(A , i , x) ::= **if** ($i \in \text{index}$)
return an array that is identical to array A except the new pair $\langle i, x \rangle$ has been inserted **else return error**.

آرایه مجموعه ای از زوج ها، شامل اندیس و مقدار است

end Array

۹

آرایه به عنوان یک نوع داده مجرد

لیست ها

• لیست های مرتب شده یا خطی به صورت

• **Ordered (linear) list:** (item1, item2, item3, ..., item n)

• مثال

- (Sunday, Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday, Friday, Saturday)
- (Ace, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Jack, Queen, King)
- (1941, 1942, 1943, 1944, 1945)
- ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$)

دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۱۰

لیست ها

آعمال

1. پیدا کردن طول یک لیست
2. خواندن ارقام داده یک لیست از چپ به راست یا بر عکس
3. باز یابی آ امین عنصر از یک لیست
4. تعویض یک قلم اطلاعاتی در آ امین موقعیت یک لیست
5. درج یک قلم داده جدید در آ امین موقعیت یک لیست
6. حذف یک قلم اطلاعاتی از آ امین موقعیت یک لیست

پایاده سازی

نمایش یک لیست مرتب شده به صورت یک آرایه

✓نگاشت ترتیبی (4)~(1) sequential mapping
 ✓نگاشت غیر ترتیبی (6)~(5) non-sequential mapping

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۱

```

structure Polynomial is
  objects: p(x) = a1xe1 + ... + amxem; a set of ordered pairs of <ei, ai> where ai in
  Coefficients and ei in Exponents, ei are integers >= 0
  functions:
    for all poly, poly1, poly2 ∈ Polynomial, coef ∈ Coefficients, expon ∈ Exponents

    Polynomial Zero()             ::= return the polynomial,
                                  p(x) = 0
    Boolean IsZero(poly)         ::= if (poly) return FALSE
                                  else return TRUE
    Coefficient Coef(poly, expon) ::= if (expon ∈ poly) return its
                                  coefficient else return zero
    Exponent Lead -Exp(poly)     ::= return the largest exponent in
                                  poly
    Polynomial Attach(poly, coef, expon) ::= if (expon ∈ poly) return error
                                  else return the polynomial poly
                                  with the term <coef, expon>
                                  inserted
    Polynomial Remove(poly, expon) ::= if (expon ∈ poly)
                                  return the polynomial poly with
                                  the term whose exponent is
                                  expon deleted
                                  else return error
    Polynomial SingleMult(poly, coef, expon) ::= return the polynomial
                                  poly · coef · xexpon
    Polynomial Add(poly1, poly2)  ::= return the polynomial
                                  poly1 + poly2
    Polynomial Multi(poly1, poly2) ::= return the polynomial
                                  poly1 · poly2
end Polynomial
  
```

دانشگاه گیلان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر ۱۲

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۲

چند جمله ایهای نمونه

$A(x) = 3x^{20} + 2x^5 + 4$ and $B(x) = x^4 + 10x^3 + 3x^2 + 1$

- فرض کنید دو چندجمله ای زیر را داشته باشیم که در آنها X متغیر و Q ضریب و A توان است آنگاه

$$A(x) + B(x) = \sum (a^i + b^i)x^i$$

$$A(x) \cdot B(x) = \sum (a^i x^i \cdot \sum (b^j x^j))$$

- به صورت مشابه می توان تفریق و تقسیم چندجمله ایها و بسیاری از عملیات دیگر را تعریف کرد.

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۲

• Representation I

```
a.degree=n  
a.coef[i]=an-i
```

ضرایب به ترتیب نزول درجه در آرایه ذخیره شود

```
• #define MAX_degree 101  
/*MAX degree of polynomial+1*/  
typedef struct{  
    int degree;  
    float coef [MAX_degree];  
}polynomial;
```

Drawback: The first representation may waste space.

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۳

• Representation II

آرایه `coef` را به گونه ای در نظر بگیریم که طول آن برابر `a.degree+1` شود

```
Class polynomial{  
private:  
    int degree;  
    float *coef;  
};  
Polynomial::polynomial( int d )  
{  
    degree=d;  
    coef=new float[degree+1]  
}
```

Drawback: $X^{1000}+1$ in this representation has 2 nonzero term.

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۴

• Representation III

- تمام چند جمله ایها را در یک آرایه ذخیره کنیم
- فقط ضرایب غیر صفر را به همراه توان آنها ذخیره کنیم

```
• #define MAX_TERMS 100  
/*size of terms array*/  
typedef struct{  
    float coef;  
    int expon;  
}polynomial;  
  
polynomial terms [MAX_TERMS];  
int avail = 0;
```

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۱

storage requirements: start, finish, 2*(finish-start+1)

$$A(x) = 2x^{1000} + 1$$

$$B(x) = x^4 + 10x^3 + 3x^2 + 1$$

representation <start, finish>
specification poly A B
<0,1>
<2,5>

	starta	finisha	startb	finishb	avail
coef	2	1	1	10	3
exp	1000	0	4	3	2
	0	1	2	3	4

```
void padd(int starta, int finisha, int startb, int finishb,
          int *startd, int *finishd)
{
    /* add A(x) and B(x) to obtain D(x) */
    float coefficient;
    *startd = avail;
    while (starta <= finisha && startb <= finishb)
        switch(COMPARE(terms[starta].expon,
                      terms[startb].expon)) {
            case -1: /* a expon < b expon */
                attach(terms[starta].coef, terms[starta].expon);
                starta++;
                break;
            case 0: /* equal exponents */
                coefficient = terms[starta].coef +
                    terms[startb].coef;
                if (coefficient)
                    attach(coefficient, terms[starta].expon);
                starta++;
                startb++;
                break;
            case 1: /* a expon > b expon */
                attach(terms[startb].coef, terms[startb].expon);
                startb++;
                break;
        }
    /* add in remaining terms of A(x) */
    for(; starta <= finisha; starta++)
        attach(terms[starta].coef, terms[starta].expon);
    /* add in remaining terms of B(x) */
    for(; startb <= finishb; startb++)
        attach(terms[startb].coef, terms[startb].expon);
    *finishd = avail-1;
}
```

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۲

یک تاپه C که دو چند جمله ای A و B را جمع میکند تا D را به دست آورد
 $D = A + B$
Analysis: $O(n+m)$ where $n(m)$ is the number of nonzeros in $A(B)$.

```
void attach(float coefficient, int exponent)
{
    /* add a new term to the polynomial */
    if (avail >= MAX_TERMS) {
        fprintf(stderr, "Too many terms in the polynomial\n");
        exit(1);
    }
    terms[avail].coef = coefficient;
    terms[avail++].expon = exponent;
}
```

نوع داده ای مجرد چند جمله ای ۳

مشکل: هنگامی که چند جمله ای لازم نباشد باید فشرده سازی انجام شود
جایجایی داده انجام می شود

ماتریس اسپارس

- در ریاضیات، یک ماتریس شامل m سطر و n ستون از اعضا می باشد
- ماتریسی که عناصر صفر آن زیاد بوده **ماتریس اسپارس** نامیده می شود.

col 0	col 1	col 2	col 0	col 1	col 2	col 3	col 4	col 5	
row 0	-27	3	4	15	0	0	22	0	-15
row 1	6	82	-2	0	11	3	0	0	0
row 2	109	-64	11	0	0	0	-6	0	0
row 3	12	8	9	0	0	0	0	0	0
row 4	48	27	47	91	0	0	0	0	0
row 5				0	0	28	0	0	0

← sparse matrix data structure?

(a) 5*3 15/15 (b) 8/36 6*6

ماتریس اسپارس

structure Sparse-Matrix is
objects: a set of triples, $\langle row, column, value \rangle$, where *row* and *column* are integers and *value* comes from the set *item*.
form a unique combination, and *value* comes from the set *item*.

functions:
 for all $a, b \in \text{Sparse-Matrix}$, $x \in \text{item}$, $i, j, \text{max-col}, \text{max-row} \in \text{index}$

Sparse-Matrix Create(max-row, max-col) ::=
return a *Sparse-Matrix* that can hold up to $\text{max-items} = \text{max-row} \times \text{max-col}$ and whose maximum row size is max-row and whose maximum column size is max-col .

Sparse-Matrix Transpose(a) ::=
return the matrix produced by interchanging the row and column value of every triple.

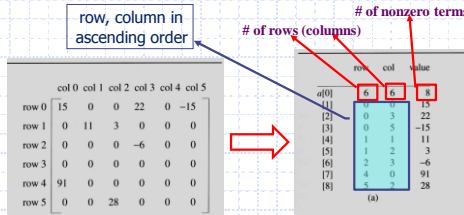
Sparse-Matrix Add(a, b) ::=
if the dimensions of *a* and *b* are the same
return the matrix produced by adding corresponding items, namely those with identical *row* and *column* values.
else return error

Sparse-Matrix Multiply(a, b) ::=
if number of columns in *a* equals number of rows in *b*
return the matrix *d* produced by multiplying *a* by *b* according to the formula: $d[i][j] = \sum_k a[i][k] \cdot b[k][j]$ where $d(i, j)$ is the (i, j) th element
else return error.

حد اقل اعمال ممکن شامل ایجاد، جمع، ضرب و ترانهاده ماتریس می باشد.

ماتریس اسپارس

- می توان از یک آرایه از سه تایی های $\langle row, col, value \rangle$ برای نمایش یک ماتریس اسپارس استفاده کرد.



ماتریس اسپارس

• پیاده سازی Create operation

```
Sparse-Matrix Create(max_row, max_col) ::=  
  
#define MAX_TERMS 101 /* maximum number of terms +1 */  
typedef struct {  
    int col;  
    int row;  
    int value;  
} term;  
term a[MAX_TERMS];
```

ترانژاده یک ماتریس اسپارس

- برای پیدا نمودن ترانژاده یک ماتریس باید جای سطرها و ستون ها را عوض کرد بدین مفهوم که هر عنصر $a[i][j]$ در ماتریس اولیه به عنصر $b[j][i]$ در ماتریس ترانژاده تبدیل می شود.

	row	col	value		row	col	value	
	a[0]	6	6	8	b[0]	6	6	8
	[1]	0	0	15	[1]	0	0	15
	[2]	0	3	22	[2]	0	4	91
	[3]	0	5	-15	[3]	1	1	11
	[4]	1	1	11	[4]	2	1	3
	[5]	1	2	3	[5]	2	5	28
	[6]	2	3	-6	[6]	3	0	22
	[7]	4	0	91	[7]	3	2	-6
	[8]	5	2	28	[8]	5	0	-15
	(a)				(b)			

ترانژاده یک ماتریس اسپارس

- For each row i
 - take element $\langle i, j, value \rangle$ and store it in element $\langle j, i, value \rangle$ of the transpose.
 - difficulty: where to put $\langle j, i, value \rangle$
 $\langle 0, 0, 15 \rangle \implies \langle 0, 0, 15 \rangle$
 $\langle 0, 3, 22 \rangle \implies \langle 3, 0, 22 \rangle$
 $\langle 0, 5, -15 \rangle \implies \langle 5, 0, -15 \rangle$
 $\langle 1, 1, 11 \rangle \implies \langle 1, 1, 11 \rangle$
 - For all elements in column j
 - place element $\langle i, j, value \rangle$ in element $\langle j, i, value \rangle$
- الگوریتم بیان شده نشان می دهد که باید تمام عناصر در ستون i را پیدا و آنها را در سطر i ذخیره کرد همچنین تمام عناصر ستون j را پیدا و در سطر j قرار داد و همین فرآیند را ادامه داد. از آنجا که ماتریس اولیه سطر i بوده لذا ستون های داخل هر سطر از ماتریس ترانژاده نیز به صورت صعودی مرتب می شود.

الگوریتم ترانهاده

```

void transpose(term a[], term b[])
/* b is set to the transpose of a */
{
    int n,i,j, currentb;
    n = a[0].value; /* total number of elements */
    b[0].row = a[0].col; /* rows in b = columns in a */
    b[0].col = a[0].row; /* columns in b = rows in a */
    b[0].value = n;
    if (n > 0) { /* non zero matrix */
        currentb = 1;
        for (i = 0; i < a[0].col; i++)
            /* transpose by the columns in a */
            for (j = 1; j <= n; j++)
                /* find elements from the current column */
                if (a[j].col == i) {
                    /* element is in current column, add it to b */
                    b[currentb].row = a[j].col;
                    b[currentb].col = a[j].row;
                    b[currentb].value = a[j].value;
                    currentb++;
                }
    }
}

```

Assign $A[i][j]$ to $B[j][i]$

place element $\langle i, j, \text{value} \rangle$ in element $\langle j, i, \text{value} \rangle$

For all columns i

For all elements in column j

Scan the array
"columns" times.
The array has
"elements" elements.

=> $O(\text{columns} * \text{elements})$



EX: $A[6][6]$ transpose to $B[6][6]$

i=1 j=8
a[i].col = 2 != i

	6	6	8
0	6	6	8
1	0	3	15
2	0	3	22
3	0	5	-15
4	1	1	11
5	1	2	3
6	2	3	-6
7	4	0	91
8	5	2	28

```

void transpose(term a[], term b[])
/* b is set to the transpose of a */
{
    int n,i,j, currentb;
    n = a[0].value; /* total number of elements */
    b[0].row = a[0].col; /* rows in b = columns in a */
    b[0].col = a[0].row; /* columns in b = rows in a */
    b[0].value = n;
    if (n > 0) { /* non zero matrix */
        currentb = 1;
        for (i = 0; i < a[0].col; i++)
            /* transpose by the columns in a */
            for (j = 1; j <= n; j++)
                /* find elements from the current column */
                if (a[j].col == i) {
                    /* element is in current column, add it to b */
                    b[currentb].row = a[j].col;
                    b[currentb].col = a[j].row;
                    b[currentb].value = a[j].value;
                    currentb++;
                }
    }
}

```

Set Up row & column in $B[6][6]$

And So on...



بحث در مورد الگوریتم ترانهاده

مقایسه الگوریتم ارائه شده برای بازنمایی اسپارس و بازنمایی دوبعدی

- $O(\text{columns} * \text{elements})$ vs. $O(\text{columns} * \text{rows})$
- وقتی ماتریس اسپارس نباشد $\text{elements} \rightarrow \text{columns} * \text{rows}$

مشکل: ارزیابی columns بار بررسی می شود

می توان ترانهاده ماتریسی که به صورت سه تاییها نگهداری شده را در زمان $O(\text{columns} + \text{elements})$ پیدا کرد.

راهکار:

- تعداد عناصر در هر ستون ماتریس اولیه را مشخص کنید
- شروع هر سطر ماتریس ترانهاده را تعیین کنید

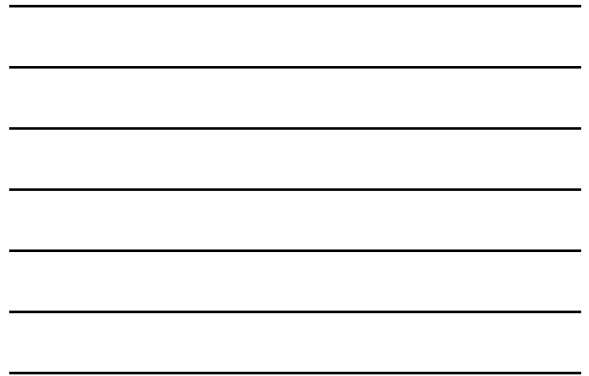


الگوریتم ترانپاده سریع

- تعداد عضوهای هر ستون ماتریس A تعداد عضوهای هر سطر B را به دست می دهد
- Rowstart[i] برابر $RowStart[i-1] + RowSize[i-1]$ است

$[0] [1] [2] [3] [4] [5]$
 row_terms = 2 1 2 2 0 1
 starting_pos = 1 3 4 6 8 8

	row	col	value		row	col	value
a[0]	6	6	8	→ transpose	b[0]	6	6
a[1]	0	0	15		b[1]	0	0
a[2]	0	3	22		b[2]	0	4
a[3]	0	5	-15		b[3]	1	1
a[4]	1	1	11		b[4]	2	1
a[5]	1	2	3		b[5]	2	5
a[6]	2	3	-6		b[6]	3	0
a[7]	4	0	91		b[7]	3	2
a[8]	5	2	28		b[8]	5	0
(a)					(b)		



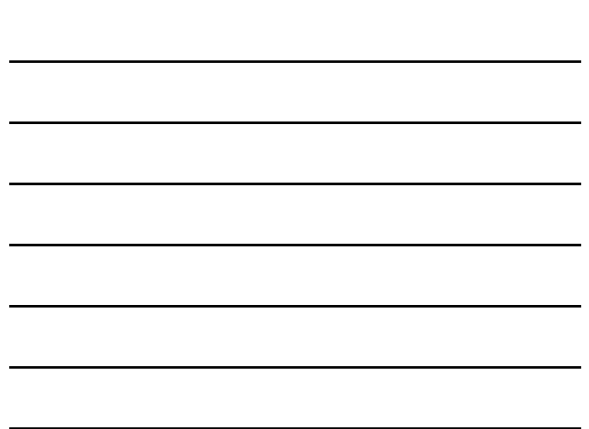
Matrix A
Row Col Value

a[0]	6	6	8
a[1]	0	0	15
a[2]	0	3	22
a[3]	0	5	-15
a[4]	1	1	11
a[5]	1	2	3
a[6]	2	3	-6
a[7]	4	0	91
a[8]	5	2	28

$[0] [1] [2] [3] [4] [5]$
 row_terms 0 0 0 0 0 0 #col = 6
 starting_pos 1 3 4 6 8 8 #term = 6

```

void fast_transpose(term a[], term b[])
{
    /* the transpose of a is placed in b */
    int row_terms[MAX_COL], starting_pos[MAX_COL];
    int i, j, num_cols = a[0].col, num_terms = a[0].value;
    b[0].row = num_cols; b[0].col = a[0].row;
    b[0].value = num_terms;
    if (num_terms > 0) { /* nonzero matrix */
        for (i = 0; i < num_cols; i++)
            row_terms[i] = 0;
        for (i = 1; i <= num_terms; i++)
            row_terms[a[i].col]++;
        starting_pos[0] = 1;
        for (i = 1; i < num_cols; i++)
            starting_pos[i] =
                starting_pos[i-1] + row_terms[i-1];
        for (i = 1; i <= num_terms; i++) {
            j = starting_pos[a[i].col]++;
            b[j].row = a[i].col; b[j].col = a[i].row;
            b[j].value = a[i].value;
        }
    }
}
    
```



I = 8

Matrix A
Row Col Value

a[0]	6	6	8
a[1]	0	0	15
a[2]	0	3	22
a[3]	0	5	-15
a[4]	1	1	11
a[5]	1	2	3
a[6]	2	3	-6
a[7]	4	0	91
a[8]	5	2	28

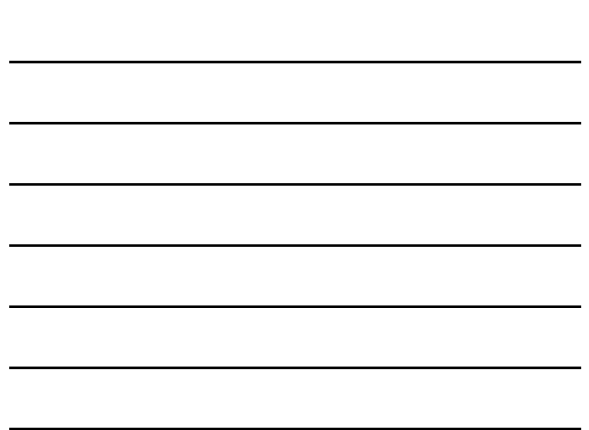
Row Col Value

0	6	6	8
1	0	0	15
2	0	4	91
3	1	1	11
4	2	1	3
5	2	5	28
6	3	0	22
7	3	2	-6
8	5	0	-15

$[0] [1] [2] [3] [4] [5]$
 row_terms = 2 1 2 2 0 1
 starting_pos = 3 4 6 8 8 9

```

void fast_transpose(term a[], term b[])
{
    /* the transpose of a is placed in b */
    int row_terms[MAX_COL], starting_pos[MAX_COL];
    int i, j, num_cols = a[0].col, num_terms = a[0].value;
    b[0].row = num_cols; b[0].col = a[0].row;
    b[0].value = num_terms;
    if (num_terms > 0) { /* nonzero matrix */
        for (i = 0; i < num_cols; i++)
            row_terms[i] = 0;
        for (i = 1; i <= num_terms; i++)
            row_terms[a[i].col]++;
        starting_pos[0] = 1;
        for (i = 1; i < num_cols; i++)
            starting_pos[i] =
                starting_pos[i-1] + row_terms[i-1];
        for (i = 1; i <= num_terms; i++) {
            j = starting_pos[a[i].col]++;
            b[j].row = a[i].col; b[j].col = a[i].row;
            b[j].value = a[i].value;
        }
    }
}
    
```



بحث در مورد الگوریتم ترانپاده سریع

```

void fast-transpose(term a[], term b[])
{
    /* the transpose of a is placed in b */
    int row_terms[MAX_COLS], starting_pos[MAX_COLS];
    int i, j, num_cols = a[0].col, num_terms = a[0].value;
    b[0].row = num_cols; b[0].col = a[0].row;
    b[0].value = num_terms;
    if (num_terms > 0) { /* nonzero matrix */
        for (i = 0; i < num_cols; i++)
            row_terms[i] = 0;
        for (i = 1; i <= num_terms; i++)
            row_terms[a[i].col]++;
        starting_pos[0] = 1;
        for (i = 1; i < num_cols; i++)
            starting_pos[i] =
                starting_pos[i-1] + row_terms[i-1];
        for (i = 1; i <= num_terms; i++) {
            j = starting_pos[a[i].col]++;
            b[j].row = a[i].col; b[j].col = a[i].row;
            b[j].value = a[i].value;
        }
    }
}

```

Buildup
row_term & starting_pos For columns
For elements
For columns
transpose For elements

بحث در مورد الگوریتم ترانپاده سریع

مقایسه الگوریتم ارائه شده برای بازنمایی اسپارس و بازنمایی دوبعدی وقتی ماتریس اسپارس باشد

- $O(\text{columns} + \text{elements})$ vs. $O(\text{columns} * \text{rows})$
هم در حافظه و هم در زمان اجرا صرفه جویی خواهد شد
- $\text{elements} \rightarrow \text{columns} * \text{rows}$ وقتی ماتریس اسپارس نباشد
 $O(\text{columns} * \text{rows})$

شبهه حالت استفاده از بازنمایی دوبعدی، فقط ضریب ثابت FastTranspose بزرگتر از حالت آرایه ای

هزینه: FastTranspose در مقایسه با transpose نیازمند حافظه بیشتری می باشد.

راهکار: از همان حافظه مشترک برای نمایش دو آرایه row_terms و starting_pos استفاده شود

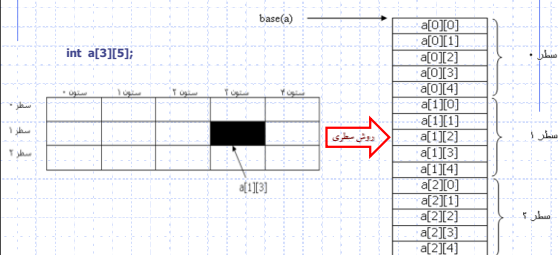
نمایش آرایه ها

- معمولاً آرایه چند بعدی از طریق ذخیره سازی عضوهایش در یک آرایه یک بعدی پیاده سازی می شود.
- اگر یک آرایه به صورت $[upper_n] \dots [upper_1] a$ اعلان شده باشد تعداد عضوهای این آرایه برابر است با $\prod_{i=1}^n upper_i$
- مثال: اگر ما a را به صورت $a[10][10][10]$ اعلان کنیم آنگاه به ۱۰۰۰ واحد حافظه برای ذخیره آن احتیاج داریم
- اگر یک آرایه به صورت $[p_n \dots q_n] \dots [p_2 \dots q_2] \dots [p_1 \dots q_1] a$ اعلان شده باشد تعداد عضوهای این آرایه برابر است با $\prod_{i=1}^n (q_i - p_i + 1)$
- مثال: اگر ما a را به صورت $a[4..5][2..4][1..2][3..4]$ اعلان کنیم آنگاه این آرایه $2 * 3 * 2 * 2 = 24$ عضو دارد

پیاده سازی آرایه های چند بعدی

- آرایه های دوبعدی می توانند به صورت **سطری** یا **ستونی** ذخیره شوند. در روش سطری، ابتدا عناصر سطر اول، سپس عناصر سطر دوم و غیره ذخیره می شوند. در روش ستونی، ابتدا عناصر ستون اول، سپس عناصر ستون دوم و غیره ذخیره می شوند.
- در روش سطری آرایه های چند بعدی را به وسیله سطرهای آن ذخیره می کنیم. به عنوان مثال آرایه دو بعدی $A[upper_0][upper_1]$ دارای $upper_0$ سطر به صورت $(row_0, row_1, \dots, row_{upper_1-1})$ است به نحوی که هر سطر شامل $upper_1$ عنصر می باشد

پیاده سازی آرایه های چند بعدی



پیاده سازی آرایه های چند بعدی

فرض کنید آرایه A با $upper_0$ سطر و $upper_1$ ستون تعریف شده است و α آدرس $A[0][0]$ باشد،

برای رسیدن به اولین عنصر سطر i م (یعنی عنصر $A[i][0]$) باید از α سطر کامل بگذریم که هر سطر آن دارای $upper_1$ عنصر است. لذا آدرس عنصر اول سطر i

$$i \cdot upper_1 = \alpha + i \cdot upper_1$$

فاصله اولین عنصر سطر i تا ستون j برابر با j است. بنابراین آدرس عنصر $A[i][j]$ به صورت زیر است:

$$A[i][j] \text{ آدرس} = \alpha + i \cdot upper_1 + j$$

پیاده سازی آرایه های چند بعدی

$A[upper_0][upper_1]$

- Row major order: $A[i][j] : \alpha + i * upper_1 + j$
- Column major order: $A[i][j] : \alpha + j * upper_0 + i$

	col_0	col_1	...	col_{u_1-1}
row_0	$A[0][0]$ α	$A[0][1]$ $\alpha + u_0$...	$A[0][u_1-1]$ $\alpha + (u_1-1) * u_0$
row_1	$A[1][0]$ $\alpha + u_1$	$A[1][1]$...	$A[1][u_1-1]$
row_{u_0-1}	$A[u_0-1][0]$ $\alpha + (u_0-1) * u_1$	$A[u_0-1][1]$...	$A[u_0-1][u_1-1]$

پیاده سازی آرایه های چند بعدی

برای نمایش آرایه سه بعدی $A[upper_0][upper_1][upper_2]$ آن را به عنوان $upper_0$ آرایه دو بعدی با ابعاد $upper_1 \times upper_2$ در نظر می گیریم.

برای پیدا کردن محل $a[i][j][k]$

address of $a[i][0][0] = \alpha + i * upper_1 * upper_2$

چون آرایه دو بعدی با ابعاد $upper_1 \times upper_2$ قبل از این عضو وجود دارد

address of $a[i][j][0] = \alpha + i * upper_1 * upper_2 + j * upper_2$

address of $a[i][j][k] = \alpha + i * upper_1 * upper_2 + j * upper_2 + k$

پیاده سازی آرایه های چند بعدی

• با تعمیم بحث ارائه شده فرمول آدرس هر عضو $A[i_0][i_1] \dots [i_{n-1}]$ در یک آرایه n بعدی که به صورت $A[upper_0][upper_1] \dots [upper_{n-1}]$ به صورت زیر به دست می آید.

$$\text{where: } \begin{cases} a_j = \prod_{k=j+1}^{n-1} upper_k & 0 \leq j < n-1 \\ a_{n-1} = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha + i_0 * upper_1 * upper_2 \dots * upper_{n-1} \\ + i_1 * upper_2 * upper_3 \dots * upper_{n-1} \\ + i_2 * upper_3 * upper_4 \dots * upper_{n-1} \\ \vdots \\ + i_{n-2} * upper_{n-1} \\ + i_{n-1} \end{matrix} = \alpha + \sum_{j=0}^{n-1} i_j a_j$$

نوع داده ای مجرد رشته

عملکردهایی که می توان برای رشته ها تعریف کرد مانند :

- ایجاد یک رشته نهی جدید
- خواندن یا نوشتن یک رشته
- ضمیمه کردن دو رشته به یکدیگر (concatenation)
- کپی کردن یک رشته
- مقایسه رشته ها
- درج کردن یک زیر رشته به داخل رشته
- برداشتن یک زیر رشته از یک رشته مشخص
- پیدا کردن یک الگو (pattern) یا عبارت در یک رشته

نوع داده ای مجرد رشته

نحوه ذخیره سازی در حافظه :

در زبان C، رشته ها به صورت آرایه های کاراکتری که به کاراکتر تهی، \0 ختم می شوند نگهداری می گردد.

s[0] s[1] s[2] s[3]

d	o	g	\0
---	---	---	----

`char s[] = {"dog"};`



پیدا کردن یک الگو در یک رشته ؟ روش کنوت-مورس-برات مطالعه شود
