

۴- کاهش ریپل گشتاور در درایو موتور BLDC

موتور BLDC با تغذیه دوزنقه ای، علیرغم دارا بودن مزایای قابل توجهی که در بخشهای قبل به آن اشاره شد، نسبت به موتور PM سینوسی، ریپل گشتاور بیشتری ایجاد می کند. از آنجا که نرمی گشتاور ایجاد شده، نیاز اساسی گستره وسیعی از کاربردهای کنترل حرکت با عملکرد بالا می باشد، در این بخش به تحلیل چگونگی تولید ریپل گشتاور و روشهای کاهش آن در درایو موتور BLDC با اینورتر ۶ و ۴ سوئیچه پرداخته می شود.

۴-۱- منابع ایجاد ریپل گشتاور در درایو موتور BLDC

موتور BLDC بطور ذاتی دارای سه منبع ایجاد کننده ریپل گشتاور می باشند [۱۸]:

- اثر **Cogging**: ناشی از برهم کنش شار مغناطیسی روتور و تغییرات رلوکتانس مغناطیسی استاتور می باشد. گشتاور ناشی از این اثر که بصورت نوساناتی بر روی گشتاور متوسط الکترومغناطیسی تولید شده ظاهر می شود به گشتاور Cogging نامگذاری می شود که البته به آن گشتاور دندانیه ای نیز می گویند. میدان تحریک استاتور اثری بر تولید این گشتاور ندارد [۱۹].
- **گشتاور رلوکتانسی**^۱: ناشی از برهم کنش نیروهای الکترومغناطیسی (mmf) استاتور با تغییرات زاویه ای رلوکتانس مغناطیسی روتور می باشد. ماشینهای از نوع مغناطیس سطحی^۲ گشتاور رلوکتانسی قابل ملاحظه ای تولید نمی کنند. همچنین توزیع شار غیر دوزنقه ایی روتور و mmf استاتور گشتاور متقابل^۳ را بوجود می آورند.
- **اثر تغذیه موتور**: در موتور BLDC بدلیل تغذیه سوئیچینگ استاتور و وجود تاخیر ناشی از اندوکتانس های استاتور، در لحظات کموتاسیون (تغییر جریان بین فازها) اعوجاجاتی در جریان موتور و در نتیجه گشتاور الکترومغناطیسی بوقوع می پیوندد. همچنین استفاده از تکنیکهای کنترل PWM نیز منجر به ایجاد نوسانات فرکانس بالای گشتاور می گردد.

^۱Reluctance Torque

^۲Surface Magnet

^۳Mutual Torque

۴-۲- روشهای کاهش ریپل گشتاور در درایو موتور BLDC

با توجه به اهمیت نرمی گشتاور در بسیاری از کاربردها، روشهای متنوعی بمنظور کاهش یا حذف ریپل گشتاور ارائه شده اند که می توان این روشها را در دو دسته تکنیکهای مبنی بر طراحی موتور و تکنیکهای مبنی بر طراحی سیستم کنترل تقسیم بندی نمود. در ادامه، اهم این تکنیکها بررسی می شوند [۲۰, ۲۱].

۴-۲-۱- تکنیکهای کاهش ریپل گشتاور بر مبنای طراحی موتور

موثرترین روش کاهش ریپل گشتاور موتور BLDC، طراحی بهینه موتور است. در طراحی موتور، هدف آنست که موتور رفتاری ایده آل داشته باشد. برای نمونه، می توان به روشهایی نظیر اصلاح شیارها^۴ و بهینه نمودن شکل و وضعیت مگنتها اشاره نمود. اثر کاگینگ بعنوان یک منبع عمده ریپل گشتاور اغلب با طراحی مناسب موتور کاهش می یابد. در ادامه بطور مختصر روشهای مختلف بررسی می شوند:

- **سیم بندی بدون شیار:** بدلیل آنکه عامل ایجاد گشتاور Cogging، برهم کنش دندانهای استاتور با میدان ناشی از مگنت می باشد، در حالت کلی با یک سیم پیچی بدون شیار گشتاور Cogging کاملاً حذف می شود. یک ماشین بدون شیار از موتور با شیار از مقدار ماده مغناطیس دائم بیشتری استفاده می کند.
- **شیار مورب^۵:** گشتاور Cogging، در حالت غیر مورب بودن استاتور و روتور بیشترین مقدار را دارد. مورب سازی شیارهای استاتور، تغییرات رلوکتانس را از دید مگنتهای روتور، کاهش می دهد. با مورب سازی مناسب می توان گشتاور Cogging را به صفر رسانید. مورب سازی شکل موجهای ولتاژ ضدمحرکه را نیز بهبود می بخشد. با این وجود اندوکتانس نشتی موتور افزایش یافته، تلفات گردابی زیاد شده و ساختار استاتور پیچیده تر می شوند [۲۲]. همچنین با شکل دهی مناسب دندانهای استاتور می توان دامنه گشتاور Cogging را کاهش داده و فرکانسهای پالسهای آنرا افزایش داد. شکل ۱۷ صورتهای مختلف شکل دهی شیارهای استاتور را برای کاهش گشتاور Cogging

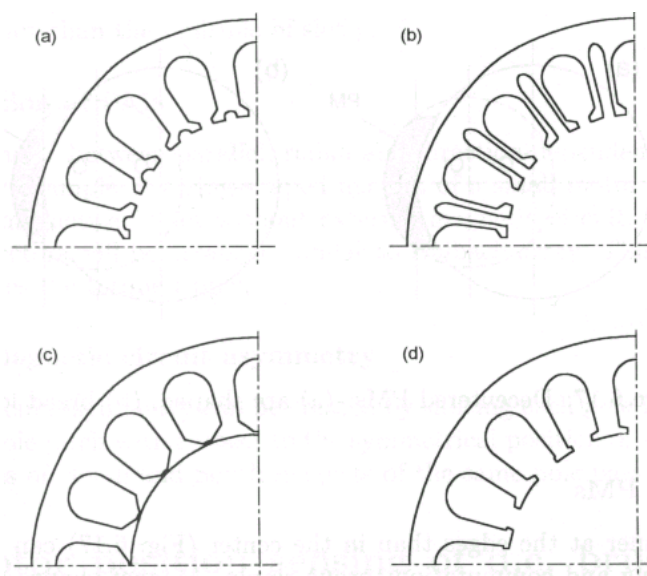
^۴ Slots

^۵ Skewing Stator Slots

نشان می دهد. آرایشهای مختلف عبارتند از: شیارهای انشعابی (چنگالی)^۶، شیارهای خالی^۷، شیارهای بسته و شیارهای با دندانهای مختلف (سطح اکتیو). آرایش انشعابی فرکانس پالسهای گشتاور را زیاد می کند. در آرایش شیار بسته، پل میان دو شیار مجاور بنحو مناسب باید طراحی شود تا مقدار اندوکتانس نشستی را زیاد نکند [۲۴،۲۳].

• طراحی مناسب مگنت: شکل قوسی مگنت تا حد زیادی سبب کاهش مقدار هارمونیکهای ولتاژ ضدمحرکه گشته و تأثیری مستقیم بر شکل شار فاصله هوایی دارد. پهنای مگنت نیز بی تأثیر نمی باشد. در [۲۵] از ترکیب پارامترهای مختلف طراحی نظیر عرض مگنت، وضعیت و زاویه تورب مگنت برای کاهش ریپل گشتاور استفاده نموده است.

از عوامل موثر دیگر می توان به توزیع سیم پیچی استاتور، شیفت دادن قطبها و جهت مغناطیسی مگنتها اشاره نمود. مقدار دهانه شیارها، تعداد شیارها و همچنین تعداد فازها و قطبهای موتور نیز تأثیری زیاد بر مقدار ریپل گشتاور دارند که از ذکر جزئیات مربوطه صرفنظر می شود [۲۷،۲۶،۲۴،۱۸].



شکل ۱۷: حداقل سازی گشتاور Cogging با شکل دهی مناسب شیارهای استاتور (a) شیار انشعابی، (b) شیار خالی، (c) شیار بسته، (d) شیار با سطح اکتیو

شکل ۱۷: حداقل سازی گشتاور Cogging با شکل دهی مناسب شیارهای استاتور

^۶Bifurcated Slots

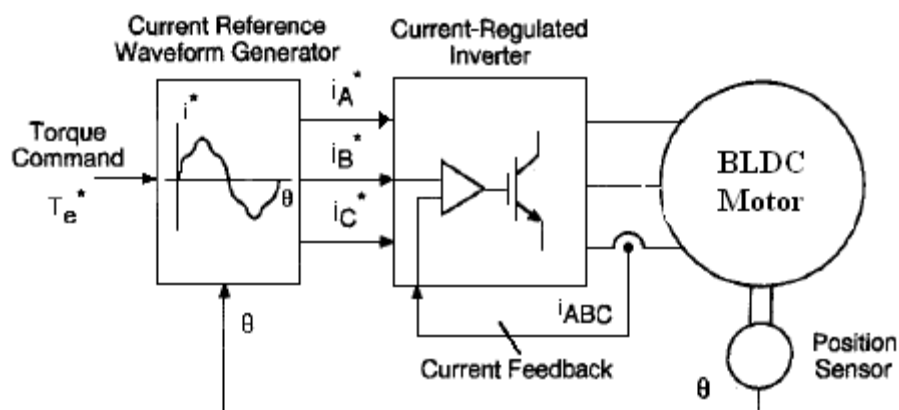
^۷Empty (Dummy) Slots

۴-۲-۲- تکنیکهای کاهش ریپل گشتاور بر مبنای طراحی سیستم کنترل با اینورتر ۶ سوئیچ

علیرغم طیف وسیع تکنیکهای مبتنی بر طراحی موتور بمنظور کاهش ریپل گشتاور در موتور BLDC، ممکن است که هنوز هم رفتار موتور در برخی حالات کارکرد نظیر کار در ناحیه سرعتهای بالا کیفیت مطلوب را دارا نباشد. لذا می توان با تغذیه مناسب و کنترل جریان تحریک بتوان رفتار موتور BLDC را به حالت ایده آل نزدیک نمود. عامل عمده ایجاد ریپل گشتاور از دید کنترلی، کموتاسیون فازها می باشد. تکنیکهای مختلفی برای کاهش و یا حذف ریپل گشتاور موتور BLDC ارائه شده اند. عمده روشهای ارائه شده در مقالات برای درایو با اینورتر ۶ سوئیچ هستند. در این قسمت پس از بررسی انواع روشهای ارائه شده، روشی مناسب برای کاهش ریپل درایو موتور BLDC با اینورتر ۴ سوئیچ استخراج می شود.

۴-۲-۲-۱- کاهش ریپل گشتاور با شکل دهی جریان^۸ و کنترل مولفه های هارمونیک

ایده این روشها بر مبنای شکل دهی جریان و کنترل مولفه های هارمونیک برای حذف ریپلهای جریان و در نتیجه کاهش ریپل گشتاور استوار است. شکل ۱۸، بلوک دیاگرام عمومی این روشها را نمایش می دهد. این روش فرض می کند که اطلاعات کافی درباره مشخصات موتور شامل گشتاور کاگینگ، جریان فازها، وضعیت زاویه روتور و غیره وجود دارند [۲۰].



شکل ۱۸: بلوک دیاگرام عمومی روش شکل دهی جریان برای کاهش یا حذف ریپل گشتاور موتور BLDC

^۸ Current Profiling

در [۲۸] و [۲۹] به روش حذف هارمونیک، با حل یک دسته معادلات غیرخطی، زوایای سوئیچینگ لازم برای حذف هارمونیکهای ناخواسته جریان بدست آورده شده اند. مرجع [۱۹] نیز به روش سعی و خطا با تغییر محتوای هارمونیک جریان و متناسب نمودن آن با ولتاژ ضدمحرکه، توانسته است گشتاور کاگینگ را بمقدار ۱۳٪ کاهش دهد. مرجع [۳۰] با تحلیل هارمونیک گشتاور با در نظر گرفتن تعدادی مناسب از هارمونیکهای جریان و ولتاژ ضدمحرکه موتور، توانسته است به مقدار قابل توجهی، ریپل گشتاور را کاهش دهد. [۳۱] نیز با کنترل هارمونیکهای جریان، مولفه های هارمونیک ناخواسته در تابع توان را حذف نموده است و دانسیته توان (گشتاور) موتور را افزایش داده است. در [۳۲] با بدست آوردن ضرایب سری فوریه و انتقال مولفه های هارمونیک به دستگاه مختصات ساکن دو محوری $d-q$ ، و ترکیب مجدد ضرایب، مقادیر مرجع جریان در دستگاه $d-q$ بدست شده است. در این روش از یک جبران ساز روبه جلو^۹ برای جبران ولتاژ نقطه صفر موتور استفاده شده است. مرجع [۳۳] نیز از یک روش کنترل حداقل ریپل گشتاور-حداکثر بهره در دستگاه مختصات $d-q-0$ استفاده نموده است. از دستگاه $d-q-0$ فقط برای بدست آوردن شکل موجهای جریان بهینه بر مبنای حداقل توان ورودی استفاده شده است. روش ارائه شده در حالات عدم تعادل فازهای استاتور و متفاوت بودن شکل موج ولتاژ ضدمحرکه از یک سیکل تا سیکل دیگر دارای عملکرد خوبی است.

اغلب روشهای فوق بر اساس روش حذف حلقه باز می باشند و موثر بودن این روشها در کاربردهای عملی با توجه به تغییرات پارامترهای موتور ضعیف است. همچنین روشهای فوق، همگی دارای حجم محاسباتی بالایی هستند.

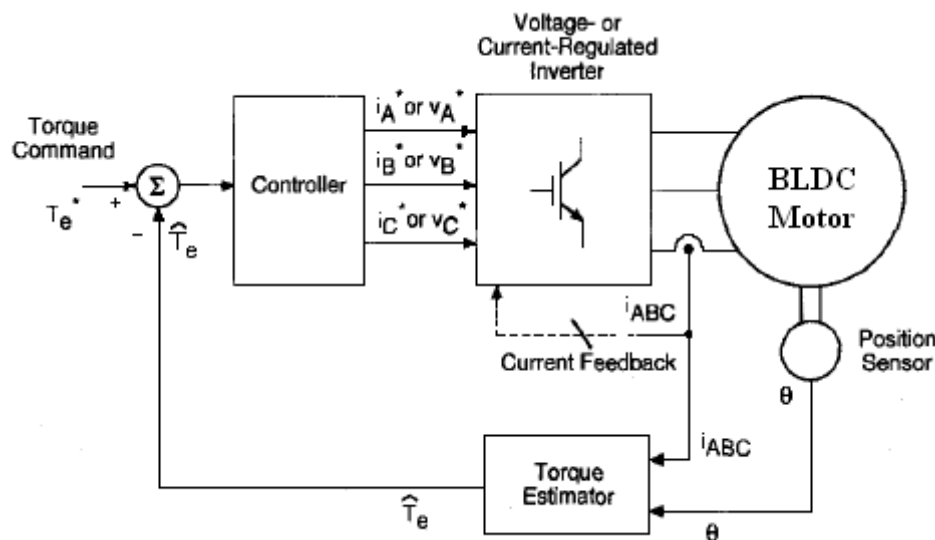
۴-۲-۲- کاهش ریپل گشتاور به روش کنترل مستقیم گشتاور و با استفاده از رویتگرها

با توجه به محدودیتهای ذاتی روشهای کنترل روبه جلو، بعضی محققین به استفاده از روشهای کنترل حلقه بسته برای حداقل نمودن ریپل گشتاور موتور BLDC روی آورده اند. اساس این الگوریتمها بر مبنای اندازه گیری مستقیم یا غیر مستقیم مقدار گشتاور لحظه ای و سوئیچ زنی مناسب اینورتر برای رسیدن به

^۹ Feed Forward

گشتاور مطلوب استوار است. در این روشها، با استفاده روئیتگرها و تخمین زنهای مناسب تخمین زده می شود. شکل ۱۹ بلوک دیاگرام عمومی این روشها را نمایش می دهد.

مرجع [۳۴] از یک روئیتگر لیونبرگر برای تخمین گشتاور موتور BLDC با تغذیه دوزنقه ایی غیر ایده ال استفاده نموده است. سیستم کنترلی مذکور نیاز به یک اینکودر با دقت بالا دارد. مشکلاتی نظیر حساسیت به پارامترهای موتور و تغییرات نقطه کار که در مورد روئیتگرها و تخمین زنها وجود دارد، بر استفاده از روش فوق برای حذف ریپل گشتاور موتور BLDC تاثیر منفی می گذارد. همچنین روئیتگرها در سرعتهای پائین قادر به تخمین دقیق نمی باشند در حالیکه در سرعتهای پائین کاهش ریپل گشتاور اهمیت زیادی دارد. مرجع [۳۵] نیز یک روش جبران سازی پالسهای گشتاور با استفاده از یک فیلتر کالمن توسعه یافته^{۱۱} ارائه کرده است که از یک مدل پارامتری برای اغتشاش پالسهای گشتاور بر پایه مشاهدات آزمایشگاهی وضعیت زاویه ایی استفاده نموده است. مدل پارامتری، تمام منابع ایجاد پالس گشتاور را لحاظ می کند. جبران سازی با استفاده از سیستم حلقه بسته کنترل انجام شده و تخمین پارامترهای موتور با EKF انجام می گردد.



شکل ۱۹: بلوک دیاگرام عمومی روش کنترل مستقیم گشتاور برای کاهش یا حذف ریپل گشتاور موتور BLDC

^{۱۱}Extended Kalman Filter (EKF)

۴-۲-۲-۳- کاهش ریپل گشتاور با حذف اغتشاش در حلقه سرعت

روشهای قبل بر مبنای کنترل مستقیم و یا غیرمستقیم جریان موتور، درصدد کاهش ریپل گشتاور موتور BLDC بودند. با استفاده از یک تنظیم کننده سریع سرعت در حلقه خارجی سرعت می توانیم اغتشاشات سرعت ناشی از ریپلهای گشتاور را از بین ببریم [۳۶]. این روش قابلیت حذف ریپل گشتاور در تمامی بازه سرعت را داراست. شرط اصلی استفاده از این روش آنست که فرکانس ریپلهای گشتاور در پهنای باند حلقه سرعت قرار گیرد. علاوه بر آن این روش نیاز به فیدبک سرعت با دقت بسیار بالا دارد. لذا روش مذکور بدلیل وجود سنسورهای هال در موتور BLDC کارآیی لازم را نخواهد داشت. این روش مناسب کاربردهایی است که نرمی گشتاور در تمامی بازه سرعت شرط اساسی کار است.

۴-۲-۲-۴- کاهش ریپل گشتاور با استفاده از رگولاتور جریان سرعت بالا

ولتاژ ضدمحرکه در اغلب موتورهای PM بطور خطی با افزایش سرعت زیاد شده و رگولاتورهای جریان در این حالت به اشباع رفته و دیگر قادر به کنترل مناسب جریان نیستند. بعبارتی دوره عملکرد^{۱۱} اینورتر به یک نزدیک می شود. این اثر در سرعتهای بالا بر کار ماشین تاثیر بسزایی دارد. همچنین در فصل ۲ به بیانی دیگر عملکرد موتور BLDC در سرعتهای بالا را بررسی نمودیم و دلایل افزایش ریپل گشتاور را مشاهده نمودیم. یک راه حل آنست که پهنای باند رگولاتور سرعت افزایش یابد تا رگولاتور جریان بتواند در زمان کوچک و محدود کموتاسیون، جریان را به مقدار نهایی آن برساند [۲۰]. این راه حل در عمل با محدودیت مواجه است. راه حل دیگر که روش عام کنترل موتور BLDC در سرعتهای بالاست، استفاده از روش زاویه پیشفازی است که در بخش ۳-۲ مفصلاً به آن پرداخته شد. همچنین افزایش بازه هدایت از ۱۲۰ درجه به ۱۸۰ درجه نیز می تواند مشکل کار در سرعتهای بالا را تا حدودی رفع کند که در بخش ۳-۳ بررسی شد.

مرجع [۱۸] نشان داده است که در موتور BLDC، درصورت کاهش گشتاور کاگینگ، اصلی ترین منبع ایجاد ریپل گشتاور، عمل کموتاسیون است. لذا در بخش بعد با تحلیل دینامیکی درایو در بازه زمانی کموتاسیون، روشهای مختلف کاهش ریپل ناشی از عمل کموتاسیون بررسی می شوند.

^{۱۱} Duty Cycle

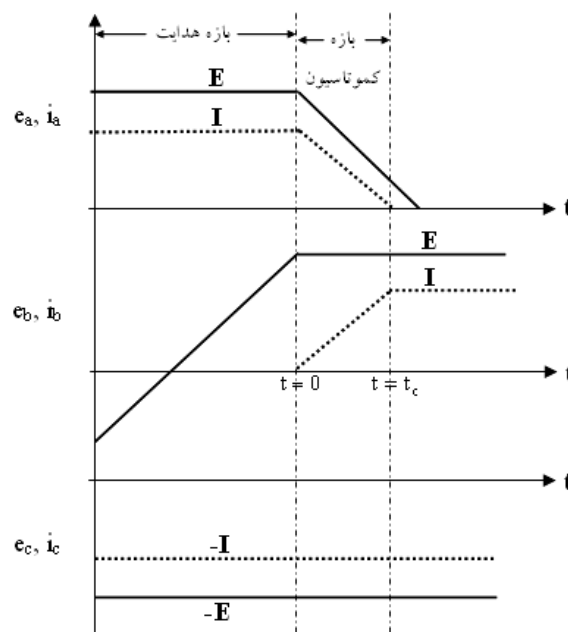
۴-۳- کاهش ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون در درایو با اینورتر ۶ سوئیچ

همانطور که در بخشهای پیشین نیز بیان شد، ریپل گشتاور ناشی از کموتاسیون در موتور BLDC به دلیل وجود اندوکتانس غیرصفر استاتور و ولتاژ محدود باس dc می باشد. مقدار این نوع ریپل در سرعتهای بالا زیادتر است که با بکار بردن تکنیکهای مناسب می باید آنرا کاهش داد [۲۰]. در این بخش پس از آنالیز ریپل گشتاور ناشی از کموتاسیون، روشهای موجود در کاهش این ریپل در درایوهای موتور BLDC با اینورتر ۶ سوئیچ بررسی و روش یا روشهای مناسب برای درایو موتور BLDC با اینورتر ۴ سوئیچ ارائه می شود.

۴-۳-۱- تحلیل ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون

۴-۳-۱-۱- اثبات وجود ریپل گشتاور کموتاسیون در شرایط کاری مطلوب

نشان داده می شود که ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون حتی اگر کنترل جریان به بهترین نحو نیز انجام شود، همواره وجود دارد [۳۷]. شکل ۲۰ تغییرات ولتاژ و جریان فازهای موتور در بازه کموتاسیون را برای حالتی نشان می دهد که عمل کنترل جریان بدرستی انجام می شود. بعبارتی نرخ کاهش و افزایش (شیبهای) جریان دو فاز دخیل در بازه کموتاسیون (i_a و i_b) با هم برابرند و جریان فاز سوم (i_c) در طی این بازه بدون تغییر باقی می ماند. شرایط لازم برای چنین کموتاسیونی در قسمتهای بعد بررسی می شوند.



شکل ۲۰: تغییرات جریان و ولتاژ ضدمحرکه فازهای موتور BLDC در بازه های هدایت و کموتاسیون

گشتاور الکترومغناطیسی موتور BLDC در هر لحظه از زمان از رابطه ذیل تبعیت می کند:

$$T = \frac{1}{\omega_m} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c) \quad (11)$$

مطابق شکل ۲۰، ولتاژ ضدمحرکه و جریان موتور BLDC از روابط ذیل بدست می آیند:

$$i_a = -\frac{I}{t_c} t + I, \quad i_b = \frac{I}{t_c} t, \quad i_c = -I \quad (12)$$

$$e_a = -\frac{6E}{\pi} \theta + E, \quad e_b = E, \quad i_c = -E \quad (13)$$

با جایگذاری روابط ۱۲ و ۱۳ در ۱۱ و با فرض $\theta = \omega_m t$ داریم:

$$T = \frac{2E \cdot i_c}{\omega_m} + \frac{6E \cdot i_c}{\pi} \left(\frac{t^2}{t_c} - t \right) = T_i + T_c \quad (14)$$

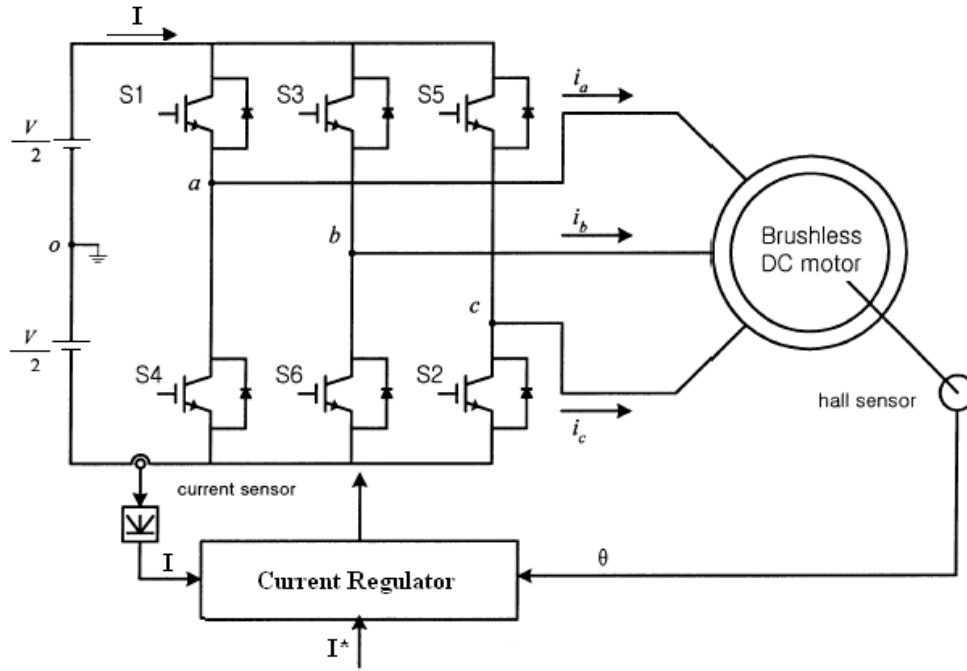
رابطه ۱۴ نشان می دهد که گشتاور لحظه ایی شامل دو مولفه است. T_i گشتاور ناشی از جریان فاز c است و در صورتیکه جریان دارای ریپل باشد، T_i نیز حاوی ریپل خواهد بود. T_c گشتاور ناشی از کموتاسیون است که رابطه غیرخطی نسبت به زمان دارد. T_c همواره وجود داشته و حداکثر مقدار منفی برابر با

$$T_{c,MAX} = \frac{-3k_e I \cdot t_c}{2\pi} \quad (15)$$

در زمان $t = t_c / 2$ دارد و در رابطه فوق، $E = k_e \cdot \omega_m$ است.

۴-۳-۱-۲- تحلیل عمل کموتاسیون در شرایط کاری مختلف

در این قسمت روابط ریپل گشتاور در بازه کموتاسیون در شرایط کاری مختلف تحلیل می شوند. فرض می شود که از یک سنسور جریان برای کنترل جریان فازهای موتور استفاده می شود. این سنسور در باس dc اینورتر قرار دارد [۳۸]. شکل ۲۱ ساختار درایو موتور BLDC با اینورتر ۶ سوئیچ را نشان می دهد. در تحلیل ارائه شده، کموتاسیون جریان بین دو فاز a و b بررسی می شود. (i_a کاهش و i_b افزایشی هستند). در حالت کلی، این تغییر جریان فاز با خاموش شدن سوئیچ S_1 و روشن شدن سوئیچ S_3 انجام می شود. شکل‌های a-۲۲ و d-۲۲ حالات قبل و بعد از این کموتاسیون را نشان می دهند. اما تغییر جریان فاز مستقیماً از حالت شکل a-۲۲ به شکل d-۲۲ انجام نمی گیرد و به دلیل ثابت زمانی مدار استاتور در بازه های زمانی،



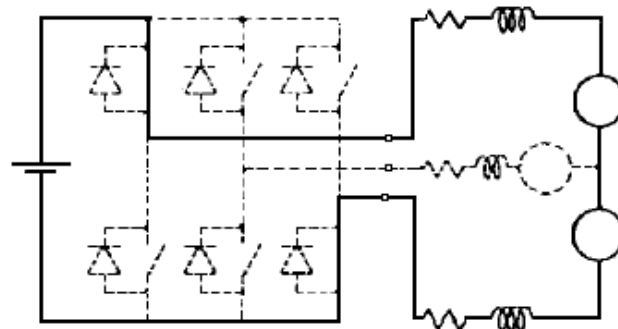
شکل ۲۱: ساختار اینورتر ۶ سوئیچ در درایو موتور BLDC

کموتاسیون با دخالت دیودهای هرزه گرد انجام می شود که در ادامه به آنها می پردازیم [۳۹، ۴۰]. بلافاصله بعد از حالت شکل ۲۲-a، حالت شکل ۲۲-b اتفاق می افتد. از این زمان به بعد بسته به شرایط کاری موتور، سه حالت مختلف می تواند اتفاق بیفتد که در شکل ۲۳ نشان داده شده اند و این حالات عبارتند از:

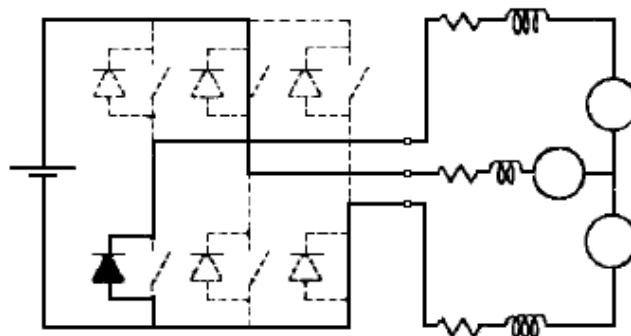
- **حالت A:** جریان i_a درست زمانی به مقدار صفر می رسد که جریان i_b نیز به مقدار نهایی خود (I) رسیده باشد. این حالت مطابق شکل ۲۳-a است. در این حالت جریان i_c بدون تغییر باقی می ماند. حالت بعدی مطابق با شکل ۲۲-d خواهد بود.

- **حالت B:** جریان i_a قبل از زمانی که جریان i_b نیز به مقدار نهایی خود (I) برسد، صفر می شود. این حالت مطابق شکل ۲۳-b می باشد. دامنه جریان i_c در بازه کموتاسیون برای لحظاتی اندکی کاهش می یابد. حالت بعدی باز هم مطابق شکل ۲۲-d خواهد بود.

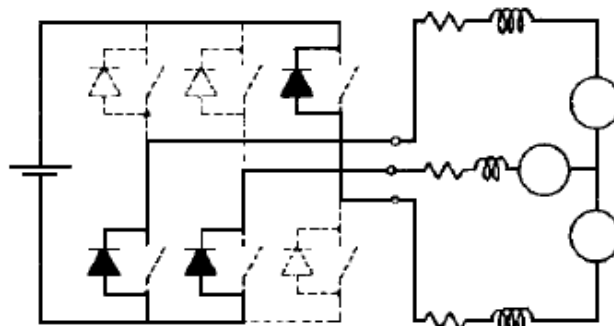
- **حالت C:** جریان i_b قبل از زمانی که جریان i_a صفر می شود به مقدار نهایی خود (I) می رسد. این حالت مطابق شکل ۲۳-c است. دامنه جریان i_c در بازه کموتاسیون برای لحظاتی اندکی افزایش می یابد. حالات بعدی ابتدا شکل ۲۲-c و سپس مطابق شکل ۲۲-d خواهد بود.



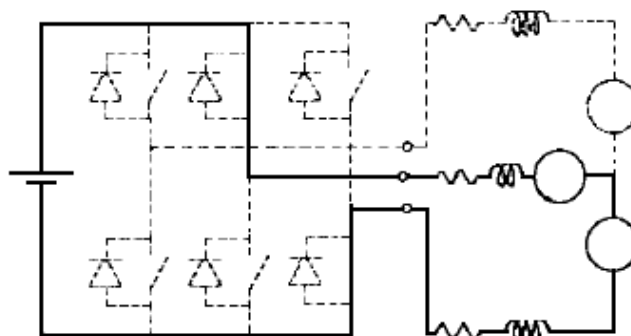
(a) حالت قبل از کموتاسیون (هدایت دو سوئیچ S_1 و S_2)



(b) حالت هدایت دو سوئیچ و یک دیود (سوئیچ S_2 روشن است).

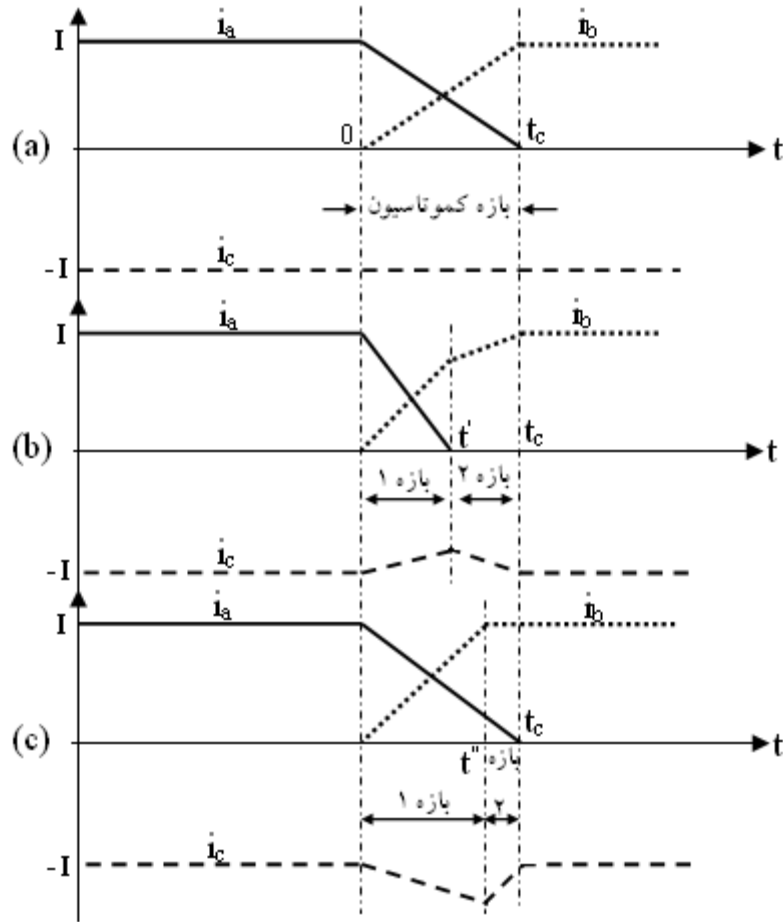


(c) حالت هدایت سه دیود (سوئیچ S_2 خاموش است).



(d) حالت بعد از کموتاسیون (هدایت دو سوئیچ S_2 و S_3)

شکل ۲۲: ترتیب کموتاسیون در درایو موتور BLDC



شکل ۲۳: تغییرات جریان فازها در بازه کموتاسیون در شرایط کاری مختلف
(a) سرعت متوسط (b) سرعت بالا (c) سرعت پایین

اکنون معادلات حاکم بر سیستم در حالات مختلف شکل ۲۲ بدست آورده می شوند. برای شکل ۲۲-b، فاز a از طریق دیود هرزه گرد و فازهای b و c از طریق سوئیچ زنی کلیدهای S_2 و S_3 تغذیه می شوند. لذا معادلات ولتاژ سه فاز عبارتند از:

$$-\frac{V}{2} = R \cdot i_a + L \frac{di_a}{dt} + e_a + V_{no} \quad (16)$$

$$S \cdot \frac{V}{2} = R \cdot i_b + L \frac{di_b}{dt} + e_b + V_{no} \quad (17)$$

$$-S \cdot \frac{V}{2} = R \cdot i_c + L \frac{di_c}{dt} + e_c + V_{no} \quad (18)$$

$$V_{no} = -\frac{V}{6} - \frac{e_a + e_b + e_c}{3} \quad (19)$$

در روابط فوق، V_{no} ولتاژ نقطه ستاره نسبت به مرجع و S سیگنال سوئیچینگ (مقادیر $\pm 1, 0$) می باشند. حالت $S=1$ ، شکل ۲۲-b و حالت $S=-1$ شکل ۲۲-c را نتیجه می دهد. با جایگذاری روابط و صرف نظر کردن از مقاومت اهمی R داریم:

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{V + 2E}{3L} \quad (20)$$

$$\frac{di_b}{dt} = +\frac{2(V - E)}{3L} \quad (21)$$

$$\frac{di_c}{dt} = -\frac{V - 4E}{3L} \quad (22)$$

روابط جریان برحسب زمان را با انتگرالگیری از روابط فوق می توان تعیین نمود که برای نمونه داریم:

$$i_a(t) = I - \frac{V + 2E}{3L} t \quad (23)$$

برای شکل ۲۲-c به روشی مشابه، معادلات شیب جریانها عبارتند از:

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{V + 2E}{3L} \quad (24)$$

$$\frac{di_b}{dt} = -\frac{V + 2E}{3L} \quad (25)$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{2(V + 2E)}{3L} \quad (26)$$

و برای شکل ۲۲-d، معادلات شیب جریانها عبارتند از:

$$\frac{di_a}{dt} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{V - 2E}{2L} \quad (28)$$

$$\frac{di_c}{dt} = -\frac{V - 2E}{2L} \quad (29)$$

در ادامه بحث با استفاده از روابط بدست آمده، معادلات گشتاور را برای سه حالت مختلف کاری (A، B و C) بدست می آوریم.

۳-۱-۳-۴- تعیین ریپل گشتاور کموتاسیون در شرایط کاری مختلف

• حالت کاری A: در این حالت مطابق شکل ۲۳-ا، در بازه کموتاسیون، شیب جریانهای i_a و i_b برابرند و شیب جریان i_c نیز صفر است. روابط ۲۰ تا ۲۲ نیز تصدیق می کنند که در صورت برقراری $V = 4E$ ، برابری شیبهای دو جریان دخیل در عمل کموتاسیون برقرار است. این حالت با کار در سرعتهای متوسط (حوالی سرعت نامی) موتور BLDC اتفاق می افتد.

• حالت کاری B: در این حالت مطابق شکل ۲۳-ب، کموتاسیون شامل دو بازه ۱ و ۲ است. در بازه ۱ که از $t = 0$ تا $t = t'$ ادامه دارد، جریان i_a به مقدار صفر می رسد و حالت مدار مطابق شکل ۲۲-ب است. در بازه ۲، جریان i_b به مقدار نهایی خود می رسد. شیب i_a از شیب i_b بیشتر است. لذا در صورت برقراری شرط $V < 4E$ ، گشتاور حاوی ریپلهایی با دامنه کاهشی است. این حالت کاری متناظر با کار در سرعتهای بالا موتور BLDC است.

• حالت کاری C: در این حالت مطابق شکل ۲۳-ج، باز هم کموتاسیون شامل دو بازه ۱ و ۲ است. در بازه ۱ که از $t = 0$ تا $t = t''$ ادامه دارد، جریان i_b به مقدار نهایی خود می رسد و حالت مدار مطابق شکل ۲۲-ب است. در بازه ۲، جریان i_a نیز به مقدار صفر می رسد. شیب i_a از شیب i_b کمتر است. لذا در صورت برقراری شرط $V > 4E$ ، گشتاور حاوی ریپلهایی با دامنه افزایشی است. این حالت با کار در سرعتهای پائین موتور BLDC اتفاق می افتد.

نوشتن روابط زمانی جریانها، زمان کموتاسیون و زمان بازه های ۱ و ۲ عبارتند از:

$$t_c = \frac{LI}{2E} \quad (30)$$

$$t' = \frac{3LI}{V + 2E} \quad (31)$$

$$t'' = \frac{LI}{2(V - E)} \quad (32)$$

جهت ساده سازی روابط با ثابت فرض نمودن ولتاژ ضد محرکه برای همه فازها و با ترکیب روابط و جایگذاری جریانها در معادله گشتاور، مقدار گشتاور برحسب زمان در بازه زمانی کموتاسیون به صورت ذیل است:

$$T(t) = \frac{2E}{\omega} \left[I + \frac{V - 4E}{3L} t \right] \quad (33)$$

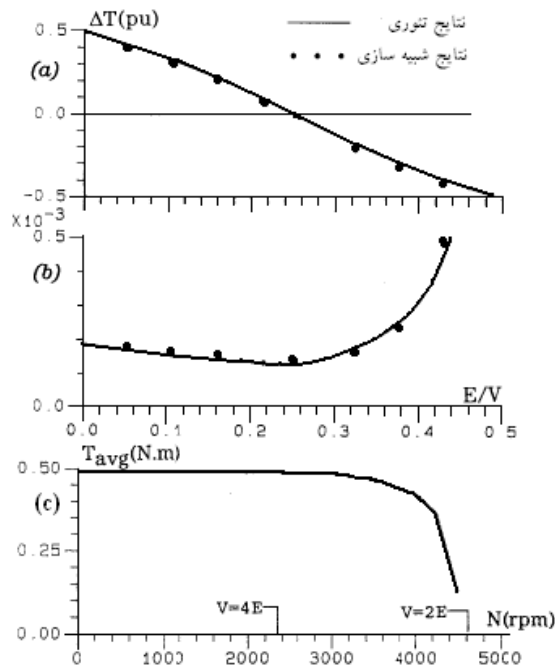
با جایگذاری مقادیر زمانی t' ، t'' و t_c در رابطه فوق، ریپل گشتاور را برای حالت‌های مختلف کاری (A، B و C) می‌توان بدست آورد. برای حالت $V = 4E$ ، گشتاور مطابق رابطه ۳۳ ثابت بوده و لذا ریپل گشتاور برابر با صفر است. برای حالت $V < 4E$ تغییرات (ریپل) گشتاور در بازه کموتاسیون برابر با:

$$\Delta T = \frac{V - 4E}{V + 2E} \quad (\text{pu}) \quad (34)$$

می‌باشد و برای حالت $V > 4E$ تغییرات (ریپل) گشتاور در بازه کموتاسیون برابر است با:

$$\Delta T = \frac{V - 4E}{2(V - E)} \quad (\text{pu}) \quad (35)$$

روابط ۳۴ و ۳۵ نشان می‌دهند که در صورت ثابت بودن ولتاژ V ، ریپل گشتاور وابسته به مقدار E و نه مقدار جریان فاز است. شکل ۲۴، دامنه ریپل گشتاور (پریونیت شده)، زمان کموتاسیون و مقدار گشتاور متوسط را برحسب مقدار E برای یک موتور BLDC نمونه نمایش می‌دهد [۴۰]. کوچکترین مقدار t_c برای $V = 4E$ بدست می‌آید. متوسط گشتاور در سرعت‌های بالا بدلیل افزایش زمان کموتاسیون کاهش می‌یابد.



شکل ۲۴: تغییرات ریپل ولتاژ و زمان کموتاسیون برحسب نسبت E/V و گشتاور متوسط برحسب سرعت

۴-۳-۲- روشهای کاهش ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون

در قسمت ۴-۳-۱ به تحلیل ایجاد ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون پرداخته شد و روابط مربوط استخراج گردید. در این قسمت به بررسی روشهای مختلف کاهش (حذف) این نوع ریپل می پردازیم.

۴-۳-۲-۱- روش برابر نمودن شیب جریان فازها و استفاده از یک سنسور جریان

نشان داده شد که در سرعتهای پائین و بالا ریپل گشتاور وجود دارد و برای حالت $V = 4E$ ، مقدار ریپل گشتاور برابر با صفر (و بعبارت واقعی تر، حداقل) گردید. وقوع این حالت، معادل با برابری شیب جریانهای دخیل در عمل کموتاسیون است. لذا محققین به انحاء مختلف با استفاده از این ایده به کاهش ریپل گشتاور ناشی از عمل کموتاسیون پرداخته اند. استفاده از این روش سبب خواهد شد تا همچنان برای تنظیم جریان، فقط از یک سنسور جریان که در باس dc قرار دارد استفاده شود و این مزیت موتور BLDC نسبت به سایر موتورهای PM همچنان حفظ شود.

مرجع [۴۱]، با کنترل مناسب دوره عملکرد سوئیچها، توانسته است تا شیب جریان فازهای دخیل در عمل کموتاسیون را برابر کرده و ریپل گشتاور را کاهش دهد. همچنین بمنظور از اشباع در آوردن رگولاتور جریان، روش کنترلی بدست آمده را با یک کنترل کننده دارای سکون^{۱۲} ترکیب نموده است. در [۴۲] بطور تطبیقی شیب جریانهای دخیل در عمل کموتاسیون را برابر نگه می دارد. این سیستم نیاز به یک رگولاتور جریان و یک کنترل کننده سرعت سریع دارد. مرجع [۴۳] نیز برای دو روش PWM یکطرفه و دوطرفه، دوره کارکرد مناسب سوئیچها برای حذف ریپل گشتاور را بدست آورده است. در [۴۴] نیز از روش همپوشانی و چاپر PWM در بازه زمانی کموتاسیون برای کاهش ریپل گشتاور استفاده شده است.

۴-۳-۲-۲- روش جبران سازی ولتاژ نقطه ستاره موتور با استفاده از یک سنسور جریان

می توان با بازنویسی روابط ولتاژی در دو حالت قبل از کموتاسیون و در هنگام عمل کموتاسیون نشان داد که ولتاژ نقطه ستاره (صفر) موتور BLDC (V_{NN_0})، مقادیر متفاوتی نسبت به ولتاژ مرجع خواهد گرفت

^{۱۲} Deadbeat Controller

[۴۵]. این ولتاژ در بازه زمانی کموتاسیون سبب ایجاد اعوجاج در جریانهای دو فاز دخیل در عمل کموتاسیون و نهایتاً ایجاد ریپل گشتاور می شود. لذا برخی محققین به جبرانسازی این ولتاژ روی آورده اند و روشهایی نیز برای درایو موتور BLDC با اینورتر ۶ سوئیچ ارائه شده است. [۴۵] در دو حالت کموتاسیون در ساقهای بالایی و ساقهای پائینی، روابطی ثابت ماندن ولتاژ نقطه ستاره برحسب دوره عملکرد سوئیچها در قبل و هنگام عمل کموتاسیون ارائه نموده است.

[۴۶] و [۴۷] نیز دو راه برای مقابله با اثر ولتاژ V_{NN_0} ارائه نموده اند. یکی افزایش پهنای باند رگولاتور جریان که از لحاظ پیاده سازی دیجیتالی دارای محدودیت است. روش دیگر استفاده از یک جبران ساز فید فوروارد می باشد که ضریبی از ولتاژ V_{NN_0} را به مقدار دوره عملکرد (α) رگولاتور جریان اضافه می نماید. برای جلوگیری از اشباع شدن رگولاتور جریان (۱۰۰٪ شدن α) از یک کنترل کننده پیش بین نیز برای تصحیح مقدار α استفاده شده است. [۴۸] نیز از یک روش جبران سازی اصلاح شده برای کاهش ریپل گشتاور کموتاسیون یک درایو موتور BLDC بدون استفاده از سنسورهای سرعت و جریان استفاده نموده است که در آن دوره عملکرد اینورتر را برای ثابت بودن ولتاژ نقطه صفر تنظیم نموده است. مرجع [۴۹]، اثر الگوریتمهای مختلف کلیدزنی PWM را بر مقدار ولتاژ نقطه خنثی بررسی نموده است و سپس ریپل گشتاور را در هر حالت بدست آورده است. مرجع [۵۰] نیز اثر الگوریتمهای مختلف کلیدزنی PWM را بر مقدار ولتاژ ضدمحرکه در بازه زمانی عمل کموتاسیون بررسی کرده است و ریپلهای جریان ناشی از این ولتاژهای ضدمحرکه را با هم مقایسه نموده است.

۴-۳-۳-۳- روش کنترل مستقیم جریان فازها^{۱۳} و استفاده از بیش از یک سنسور جریان

علت اصلی ایجاد ریپل گشتاور در بازه کموتاسیون، نبود کنترل کامل روی جریانهای سه فاز موتور می باشد. بعبارتی فقط جریان در باس dc کنترل می شود. لذا برخی محققین بر آن شده اند تا بجای یک سنسور از دو سنسور جریان استفاده نمایند. این روش بنام روش کنترل مستقیم جریان فاز نامیده می شود.

^{۱۳} Direct Phase Current Control

اتخاذ این روش، سبب می شود تا ریپل گشتاور بطور قابل ملاحظه ایی بهبود یابد. اما مزیت بزرگ درایو موتور BLDC که همانا استفاده از تنها یک سنسور جریان می باشد، خدشه دار می شود.

در مرجع [۴۰] استفاده از روش کنترل مستقیم جریان فاز در تمام حالات کاری موتور (برحسب نسبت V/E) تحلیل شده است. برای حالت $V = 4E$ ، عملکرد همانند موقعی است که از یک سنسور جریان استفاده شود. برای حالت $V > 4E$ ، جریان فاز غیر دخیل در بازه کموتاسیون (i_c) با سوئیچینگ مناسب کلید متناظر با آن (S_2) در مقدار مرجع متناظر تثبیت می گردد. اگر از کنترل جریان هیستریزس استفاده شود، جریان فاز c در محدوده باند هیستریزس تغییر خواهد نمود. برای حالت $V < 4E$ (سرعت های بالا)، در بازه ۱ از ناحیه کموتاسیون (به شکل ۲۳-b رجوع شود). جریان i_c منفی بوده ولیکن مشتق آن مثبت است و روشن و خاموش شدن کلید متناظر با آن (S_2) نیز نخواهد توانست از کاهش دامنه آن بکاهد و دامنه i_c کم می شود تا زمانی که مقدار جریان i_a به صفر برسد (در زمان $t = t'$). در مرجع [۳۹]، نیز روش کنترل مستقیم جریان فاز را با دو حالت کنترل جریان فاز با جریان افزایشی و کنترل جریان فاز غیر دخیل در عمل کموتاسیون مقایسه نموده است. نتیجه گرفته است که هیچ یک از روش های کنترل جریان فاز، قادر به کنترل ریپل گشتاور در سرعت های بالا نیست.

لذا روش کنترل مستقیم جریان فاز که از دو سنسور جریان بهره می برد برای درایو موتور BLDC با اینورتر ۶ سوئیچه، به دلیل عملکرد دیویدهای هرزه گرد، در سرعت های بالا قادر به کاهش ریپل گشتاور نخواهد بود و تنها در سرعت های متوسط به پائین ($V \geq 4E$) قادر به حذف ریپل گشتاور ناشی از کموتاسیون خواهد بود.

- [۱]. *John M. Miller*; “**Power electronics in hybrid electric vehicle applications**”, Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۲۰۰۳. APEC '03, pp. ۲۳-۲۹.
- [۲]. *H. Zeroug, D. Holliday, D. Grant, N. Dahnoun*; “**Performance prediction and field weakening simulation of a brushless DC motor**”, Eighth International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, 2000. (IEE Conf. Publ. No. 475), pp.321 – 326.
- [۳]. *S.K. Safi, P.P. Acarnley, A.G. Jack*; “**Analysis and simulation of the high-speed torque performance of brushless DC motor drives**”, IEE Proceedings of Electric Power Applications, Volume: ۱۴۲ ۳, May ۱۹۹۵, pp. ۱۹۱ –۲۰۰.
- [۴]. *Hao Lei; H.A. Toliyat*; “**BLDC motor full speed range operation including the flux-weakening region**”, 38th IEEE IAS Annual Meeting of Industry Applications Conference, 2003, Vol.1, pp. 618 – 624.
- [۵]. *Hong-xing Wu, Shu-kang Cheng, and Shu-mei Cui*; “**A Controller of Brushless DC Motor for Electric Vehicle**”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. ۴۱, NO. ۱, January ۲۰۰۵, pp. ۵۱۹-۵۱۳.
- [6]. *Han-Woong Park, S-Jun Park, Y.W. Lee, S.H. Hong, C.U Kim*; “**Reference frame approach for torque ripple minimization of BLDCM over wide speed range including cogging torque**”, Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE ۲۰۰۱, pp. ۶۳۷-۶۴۲.
- [۷]. *Sung-In Park, Tae-Sung Kim, Sung-Chan Ahn, Dong-Seok Hyun*; “**An improved current control method for torque improvement of high-speed BLDC motor**”, Eighteenth Annual IEEE of Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03, Vol.: 1, pp. 294 - 299.
- [۸]. *Jwusheng Hu and Lon-Kou Chang*; “**Integrated Controller Development of A DC Brushless Motor for Electric Motorcycles**”, IEEE Transactions on Nuclear Science, Volume: ۴۷, Issue: ۲ Part: ۱, April ۲۰۰۰, Page(s): ۴۷۴ –۴۷۹.
- [۹]. *C.C. Chan, W. Xia, J.Z. Jiang, K.T. Chau, M.Z. Zhu*, “**Permanent Magnet Brushless Drives**”, IEEE Industry Applications Magazine, November/December ۱۹۹۸, pp. ۱۶-۲۲.
- [۱۰]. *C.C. Chan, J.Z. Jiang, W. Xia, K.T. Cau*; “**Novel wide range speed control of permanent magnet brushless motor drives**”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۱۰, No. ۵, September ۱۹۹۵, pp. ۵۳۹-۵۴۶.
- [۱۱]. *Craig S. Cambier, J.F. Lutz*; “**Brushless DC Motor Using Phase Timing Advancement**”, United States Patent, Patent Number: ۵,۶۷۷,۶۰۵, Date of patent: Oct. ۱۴, ۱۹۹۷.
- [۱۲]. *Z.Q. Zhu, S. Bentouati, D. Howe*; “**Control of single-phase permanent magnet brushless DC drives for high-speed applications**”, Eighth IEE International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, ۲۰۰۰, pp. ۳۲۷-۳۳۲.
- [۱۳]. *J. S. Lawler, J. Milton Bailey, John W. McKeever, João Pinto*; “**Extending the Constant Power Speed Range of the Brushless DC Motor Through Dual-Mode Inverter Control**”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۱۹, No. ۳, May ۲۰۰۴, pp. ۷۸۳-۷۹۳.

- [۱۴]. *J. M. Bailey, J. W. McKeever, M. B. Scudiere, G. J. Su*; “**Dual Mode Inverter Control Test Verification**”, Engineering Technology Division, ORNL/TM-۲۰۰۰/۱۷۲, Oak Ridge National Laboratory, ۲۰۰۱.
- [۱۵]. *J.S. Lawler, J. M. Bailey, and J. W. McKeever*, “**Extended Constant Power Speed of the Brushless DC Motor through Dual Mode Inverter Control**”, ORNL/TM-۲۰۰۰/۱۳۰, Oak Ridge National Laboratory, ۲۰۰۱.
- [۱۶]. *J.S. Lawler, J.S. Bailey*; “**Limitations of the conventional phase advance method for constant power operation of the brushless DC motor**”, Proceedings of IEEE Southeast Con., ۲۰۰۲, pp. ۱۷۴-۱۸۰.
- [۱۷]. *Gui-Jia Su, Donald J. Adams*; “**Multilevel DC link inverter for brushless permanent magnet motors with very low inductance**”, Conference Record of the Industry Applications Conference, ۲۰۰۱, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting, pp. ۸۲۹-۸۳۴.
- [۱۸]. *H. Zeroug, B. Boukais, H. Sahraoui*; “**Analysis of torque ripple in a BDCM**”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. ۳۸, No. ۲, March ۲۰۰۲, pp. ۱۲۹۳-۱۲۹۶.
- [۱۹]. *Leila Parsa, L. Hao H. A. Toliyat*; “**Optimization of average and cogging torque in ۳-phase IPM motor drives**”, Record of the IEEE Industry Applications Conference, IAS ۲۰۰۲, pp. ۴۱۷-۴۲۴.
- [۲۰]. *T.M. Jahns, W.L. Soong*; “**Pulsating Torque Minimization Techniques for Permanent Magnet AC Motor Drives---A Review**”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. ۴۳, No. ۲, April ۱۹۹۶, pp. ۳۲۱-۳۳۰.
- [۲۱]. *A. Bolopion, D. Jouve, R. Pacaut*; “**Control of permanent magnets synchronous machines: a simulation comparative survey**”, IEEE Conference Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۱۹۹۰. APEC '۹۰. pp. ۳۷۴-۳۸۳.
- [۲۲]. *M. Dai, A. Keyhani, T. Sebastian*; “**Torque ripple analysis of a permanent magnet brushless DC motor using finite element method**”, IEEE International on Electric Machines and Drives Conference, IEMDC ۲۰۰۱, pp. ۲۴۱-۲۴۵.
- [۲۳]. *J.F. Gieras, M. Wing*; “**Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications**”; Second Edition, ۲۰۰۲, Marcel Dekker, Inc.
- [۲۴]. *D.C. Hanselman*; “**Brushless Permanent-Magnet Motor Design**”, New York: McGraw-Hill, ۱۹۹۴.
- [۲۵]. *C. A. Borghi, D. Casadei, A. Cristofolini, M. Fabbri, G. Serra*; “**Application of a multi objective minimization technique for reducing the torque ripple in permanent magnet motors**”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. ۳۵, No. ۵, September ۱۹۹۹.
- [۲۶]. *N. Bianchi, S. Bolognani*; “**Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM Motors**”, IEEE ۲۰۰۰.
- [۲۷]. *S. Murthy, B. Derouane, B. Liu, T. Sebastian*; “**Minimization of torque pulsations in a trapezoidal back-emf permanent magnet brushless dc motor**”, Conference Record of the Industry Applications Conference, ۱۹۹۹, Thirty-Fourth IAS Annual Meeting, pp. ۱۲۳۷-۱۲۴۰.

- [۲۸]. *Yoon-Ho Kim, Yoon-Sang Kook, Yo Ko*; “**A New Technique of Reducing Torque Ripples for BDCM Drives**”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. ۴۴, No. ۵, October ۱۹۹۷, PP. ۷۳۵-۷۳۹.
- [۲۹]. *Y.H. Kim, B.G. Cho, yo Ko*; “**Generalized techniques of reducing torque ripples in BDCM drives**”, ۲۰th International Conference of Industrial Electronics, Control and Instrumentation, ۱۹۹۴, IECON '۹۴, pp. ۵۱۴-۵۱۹.
- [۳۰]. *N.A. Diaye, C. Spanet, A. Miraoui, J.M. Kauffmann*; “**Active compensation of electromagnetic torque harmonics in brushless DC motors**”, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC ۲۰۰۱, pp. ۱۹۵-۲۰۲.
- [۳۱]. *Hyung-Woo Lee, Mehrdad Ehsani*; “**Practical control for improving power density and efficiency of the BLDC generator**”, Nineteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۲۰۰۴ APEC '۰۴, pp. ۱۱۲۴-۱۱۲۹.
- [۳۲]. *T.S. Kim, S.C. Ahn, D.S. Hyun*; “**A new current control algorithm for torque ripple reduction of BLDC motors**”, The ۳۷th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, ۲۰۰۱, IECON '۰۱, pp. ۱۵۲۱-۱۵۲۶.
- [۳۳]. *S. J. Park, H.W. Park, M. H. Lee, F. Harashima*; “**A New Approach for Minimum-Torque-Ripple Maximum-Efficiency Control of BLDC Motor**”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. ۴۷, No. ۱, February ۲۰۰۰, pp. ۱۰۹-۱۱۴.
- [۳۴]. *S.J. Kang, S.K. Sul*; “**Direct torque control of brushless DC motor with non-ideal trapezoidal back EMF**”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۱۰, No. ۶, November ۱۹۹۵, pp. ۷۹۶-۸۰۲.
- [۳۵]. *A. Seguritan, M. Rotunno*; “**Torque pulsation compensation for a DC motor using an extended kalman filter approach**”, Proceedings of the ۴۱st IEEE Conference on Decision and Control, ۲۰۰۲, pp. ۴۸۶-۴۹۱.
- [۳۶]. *T. Jahns*; “**Torque Production in permanent-magnet synchronous motor drives with rectangular current excitation**”, IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. ۲۰, no. ۴, pp. ۸۰۳-۸۱۳, July/Aug. ۱۹۸۴.
- [۳۷]. *B.H. Kang, C.J. Kim, H.S. Mok, G.H. Choe*; “**Analysis of torque ripple in BLDC motor with commutation time**”, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ۲۰۰۱, ISIE ۲۰۰۱, pp. ۱۰۴۴-۱۰۴۸.
- [۳۸]. *C.H. Won, J.H. Song, I. Choy*; “**Commutation torque ripple reduction in brushless DC motor drives using a single DC current sensor**”, ۲۰۰۲ IEEE ۳۳rd Annual Power Electronics Specialists Conference, ۲۰۰۲. PESC '۰۲, pp. ۹۸۵-۹۹۰.
- [۳۹]. *G.H. Kim, S.J. Kang, J.S. Won*; “**Analysis of the commutation torque ripple effect for BLDCM fed by HCRPWM-VSI**”, Conference Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۱۹۹۲. APEC '۹۲, pp. ۲۷۷-۲۸۴.
- [۴۰]. *R. Carlson, M. L. Mazenc, J.C. Dos, S. Fagundes*; “**Analysis of torque ripple due to phase commutation in brushless DC machines**”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. ۲۸, No. ۳, May/June ۱۹۹۲, pp. ۶۳۲-۶۳۸.

- [۴۱]. Joong-Ho Song, Ick Choy; “Commutation Torque Ripple Reduction in Brushless DC Motor Drives Using a Single DC Current Sensor”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۱۹, No. ۲, March ۲۰۰۴, pp. ۳۱۲-۳۱۹.
- [۴۲]. Y. Sozer, D.A. Torrey; “Adaptive Torque Ripple Control of Permanent Magnet Brushless Dc Motors”, Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۱۹۹۸, APEC '۹۸, pp. ۸۶-۹۲.
- [۴۳]. Tan Hui; “Controllability analysis of torque ripple due to phase commutation in brushless dc motors”, Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems, ۲۰۰۱. ICEMS ۲۰۰۱, pp. ۱۳۱۷-۱۳۲۲.
- [۴۴]. Y. Murai, Y. Kawase, K. Ohashi, K. Nagatake, K. Okuyama; “Torque ripple improvement for brushless DC miniature motors”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. ۲۵, No. ۳, May/June ۱۹۸۹, pp. ۴۴۱-۴۵۰.
- [۴۵]. X. Zhang, B. Chen, P. Zhu, H. Lei; “A new method to minimize the commutation torque ripple in trapezoidal BLDC motor with sensorless drive”, Proceedings of Power Electronics and Motion Control Conference, ۲۰۰۰. PIEMC ۲۰۰۰.
- [۴۶]. C.S. Berendsen, G. Champenois, A. Davonie; “Commutation strategies for brushless DC motors: influence on instant torque”, IEEE Conference Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition, ۱۹۹۰. APEC '۹۰. pp. ۳۹۴-۴۰۰.
- [۴۷]. C.S. Berendsen, G. Champenois, A. Bolopion; “Commutation strategies for brushless DC motors: influence on instant torque”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۸, No. ۲, April ۱۹۹۳, pp. ۲۳۱-۲۳۶.
- [۴۸]. K.W. Lee, D.K. Kim, T.D. Kim, J.Y. Choi; “Commutation torque ripple reduction in a position sensorless brushless DC motor drive”, ۲۰۰۴ IEEE ۳۵th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC ۰۴, pp. ۱۴۱۹-۱۴۲۳.
- [۴۹]. Z. Xiangjun, C. Boshi; “The different influences of four PWM modes on the commutation torque ripples in sensorless brushless motor”, Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems, ۲۰۰۱, ICEMS ۲۰۰۱, pp. ۵۷۵-۵۷۸.
- [۵۰]. Z. Xiangjun, C. Boshi; “Influences of PWM mode on the current generated by BEMF of switch-off phase in control system of BLDC motor”, Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems, ۲۰۰۱, ICEMS ۲۰۰۱, pp. ۵۷۹-۵۸۲.
- [۵۱]. B.K. Lee, T.H. Kim, M. Ehsani; “On the feasibility of four-switch three-phase BLDC motor drives for low cost commercial applications: topology and control”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. ۱۸, No. ۱, pp. ۱۶۴-۱۷۲, January ۲۰۰۳.
- [۵۲]. J. H. Lee, S. Chan AHN, D.S. Hyu; “A BLDCM drive with trapezoidal back EMF using four-switch three phase inverter”, Conference Record of the ۲۰۰۰ IEEE Industry Applications Conference, ۲۰۰۰, pp. ۱۷۰۵-۱۷۰۹.