

نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومکانیکی

فرض کنید قطعه متحرک در شکل حرکت می کند و از وضعیت $X = X_1$ به وضعیت $X = X_2$ می رود که

$(X_2 > X_1)$. در انتهای این حرکت از آنجایی که طول فاصله هوایی در این حالت کم شده است، رلوکتانس

کاهش یافته و در نتیجه اندوکتانس افزایش می یابد. بنابراین به ازای یک جریان ثابت چون شار متناسب با جریان

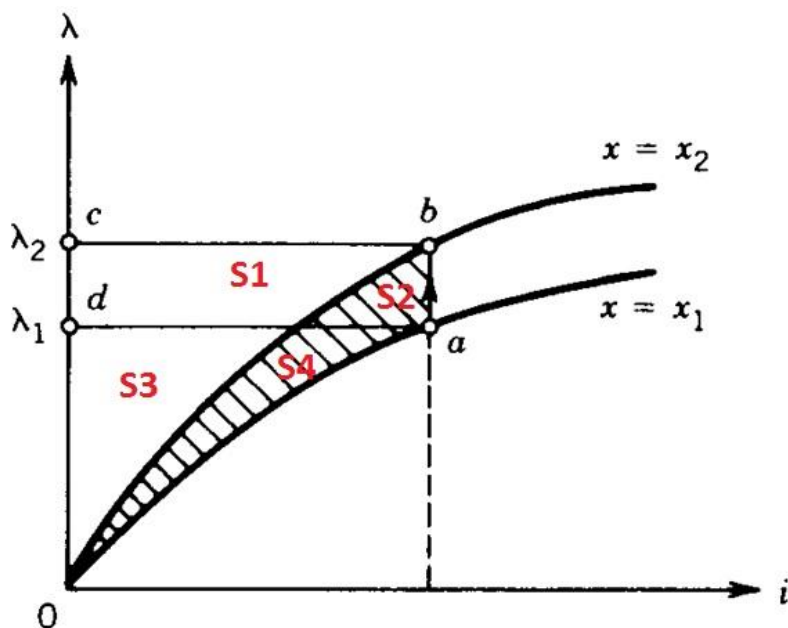
است $(\lambda = L i)$ ، در وضعیت $X = X_2$ شار بزرگتری داریم.

جریان سیم پیچی در حالت ماندگار در هر دو وضعیت X_1 و X_2 یکسان بوده و معادل $\frac{V}{R}$ است. نقطه a مربوط به

وضعیت X_1 و نقطه b مربوط به وضعیت X_2 است.

بررسی حرکت بی نهایت آرام

جریان در هر لحظه به مقدار حالت دائم خود می رسد، بنابراین مسیر حرکت مطابق شکل زیر می گردد.



شکل ۱-۱- حرکت بی نهایت آرام

$$dW_e = e idt = \frac{d\lambda}{dt} idt = id\lambda = I(\lambda_2 - \lambda_1) = abcd \text{ سطح} = s1 + s2$$

$$d w_f = o a d , o b c \quad \text{تفاضل سطوح} = (s1+s3)-(s3+s4)=s1-s4$$

با توجه به روابط بدست آمده داریم:

$$d w_m = d w_e - d w_f = S_{abcd} + S_{oad} - S_{obc} = s2 + s4 = S_{oab}$$

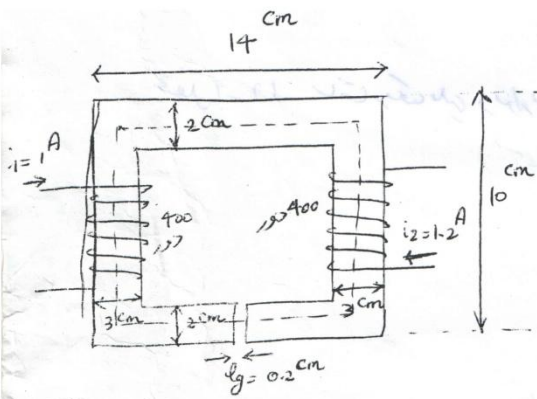
از شکل فوق واضح است که S_{oab} برابر با تغییرات کوانرژی است:

$$\Rightarrow d w_m = d w'_f$$

از رابطه مزبور و با توجه به اینکه $dW_m = Fdx$ می توان نتیجه گرفت:

$$F = \frac{dW'_f}{dx} = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_{i=const.}$$

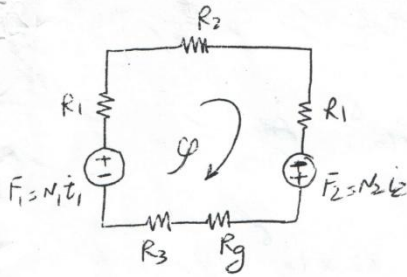
حل چند مسئله:



مسئله ۱: در ساختار متقارم شکل روبرو
 یک ریمپوری از هسته را بدست آورید.
 فواصل بر حسب سانتی متر هستند. ضمایم هستند ۲
 و $\mu_r = 1000$ است.

معادله مقاومت تکانه‌ای

$$R = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A}$$



$$R_1 = \frac{8 \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 6 \times 10^{-4}} = 106103$$

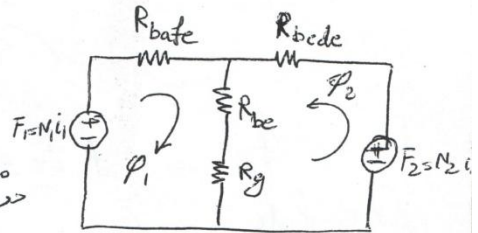
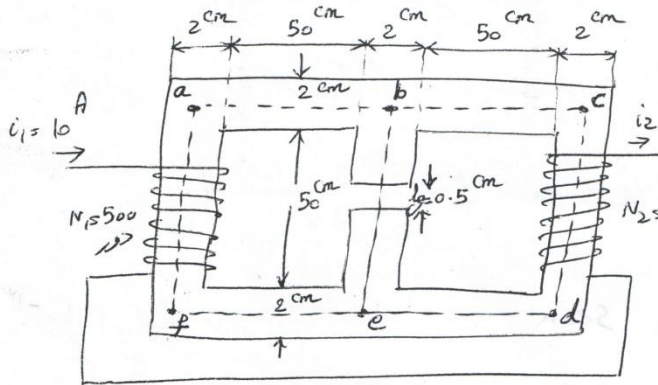
$$R_2 = \frac{11 \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 218838$$

$$R_3 = \frac{(11 - 0.2) \times 10^{-2}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 214859$$

$$R_g = \frac{0.2 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 3978873$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{2R_1 + R_2 + R_3 + R_g} = \frac{400 \times 1.2 + 400 \times 1}{2 \times 106103 + 218838 + 214859 + 3978873} = 0.19 \text{ mWb}$$

مسئله ۲- در ساختار یکنواختی شکل زیر ضریب نفوذپذیری یکنواختی نسبی هسته $\mu_r = 1200$ است. سطح مقطع عبور از مرکز و در تمام مسیر یک است. ابعاد و چگالی تار و نسبت سیم به یکنواختی در فاصله هوایی را حساب کنید. از تار نشانی و فیدرگی تار صرف نظر کنید.



مدار معادل یکنواختی

ساختار یکنواختی

$$F_1 = N_1 i_1 = 500 \times 10 = 5000 \text{ At (آمپر درر)}$$

$$F_2 = N_2 i_2 = 500 \times 10 = 5000 \text{ At}$$

$$R_{bafc} = \frac{l_{bafc}}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{3 \times 52 \times 10^{-2}}{1200 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 2.58 \times 10^6 \frac{\text{At}}{\text{wb}}$$

باتوجه به تقارن در ساختار هسته: $R_{bcde} = R_{bafc}$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} = \frac{5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 2 \times 10^{-4}} = 9.94 \times 10^6 \frac{\text{At}}{\text{wb}}$$

$$R_{be} = \frac{l_{be}}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{5 \times 5 \times 10^{-2}}{1200 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 0.82 \times 10^6 \frac{\text{At}}{\text{wb}}$$

$$\begin{cases} \phi_1 (R_{bafc} + R_{be} + R_g) + \phi_2 (R_{be} + R_g) = F_1 \\ \phi_1 (R_{be} + R_g) + \phi_2 (R_{bcde} + R_{be} + R_g) = F_2 \end{cases}$$

معادلات حل شده به قرار زیر است.

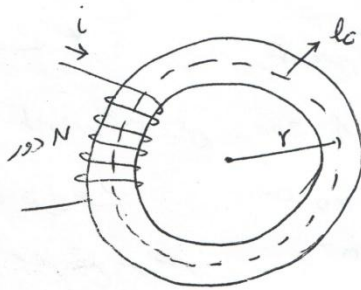
$$\begin{cases} \varphi_1 (13.34 \times 10^6) + \varphi_2 (10.76 \times 10^6) = 5000 \\ \varphi_1 (10.76 \times 10^6) + \varphi_2 (13.34 \times 10^6) = 5000 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 2.057 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\varphi_g = \varphi_1 + \varphi_2 = 4.134 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B_g = \frac{\varphi_g}{A_g} = \frac{4.134 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-4}} = 1.034 \text{ (T)}$$

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1.034}{4\pi \times 10^{-7}} = 0.822 \times 10^8 \text{ At/m}$$



مسئله ۳:
در ساختار چینه‌ای شکل متقابل تعداد هر سیم چینی ۲۵۰ متوسط
می‌باشد. چینه از ورق فولاد سیلیکونی ساخته
شده است که مشخصه B-H داده شده است.

شکاف داخلی و خارجی چینه به ترتیب ۲۵ و ۲۰ سانتی‌متر
هستند و سطح مقطع آن دایره‌ای است.

اگر جریان سیم چینی ۲.۵ آمپر باشد:

الف: چگالی‌های همگرا در چینه را با توجه به شکاف متوسط آن حساب کنید.

ب: با فرض یکدست بودن چگالی‌های شار در هسته (فرض اف) اندر تقاضای سیم چینی را برکت آورید.

حل:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} \Rightarrow H l_c = N I \Rightarrow H = \frac{N I}{l_c} = \frac{N I}{2\pi r}$$

$$\text{شکاف متوسط چینه: } r = \frac{1}{2} (20 + 25) = 22.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow H = \frac{250 \times 2.5}{2\pi \times 22.5 \times 10^{-2}} = 442.3 \text{ At/m} \xrightarrow{\text{از روی منحنی B-H}} B = 1.225 \text{ (T)}$$

$$\phi = BA = 1.225 \times \pi \times 6.25 \times 10^{-4} = 24.04 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\lambda = N\phi = 250 \times 24.04 \times 10^{-4} = 0.601 \text{ Wb.turn}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{0.601}{2.5} = 0.2404 \text{ H (هانری)} = 240.4 \text{ "}$$

رسانش از یک رو به دیگر:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.225}{442.3}$$

$$R = \frac{l}{\mu A} = \frac{2\pi \times 22.5 \times 10^{-2}}{\left(\frac{1.225}{442.3}\right) \times \pi \times 6.25 \times 10^{-4}} = 2599.6 \times 10^{-2} \frac{\text{At}}{\text{Wb}}$$

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{250^2}{2599.6 \times 10^{-2}} = 0.2404 \text{ H}$$

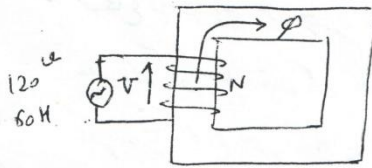
سئله ۴: در ساختار مکانیکی شکل زیر منبع تغذیه ۱۲۰ و ۶۰ Hz به یک سیم پیچ متصل می‌گردد. تعداد دور سیم پیچ ۲۰۰ است و پارامترهای هسته عبارتند از:

طول هسته: ۱۰۰ cm

سطح مقطع عبور کار: ۲۰ cm²

ضریب نفوذپذیری هسته: ۲۵۰۰

تعیین کنید چگالی جریان در هسته و چگالی سیم پیچ



$$V = 4.44 N f \phi_{max} \Rightarrow \phi_{max} = \frac{V}{4.44 N f} = \frac{120}{4.44 \times 200 \times 60} = 0.00225 \text{ Wb}$$

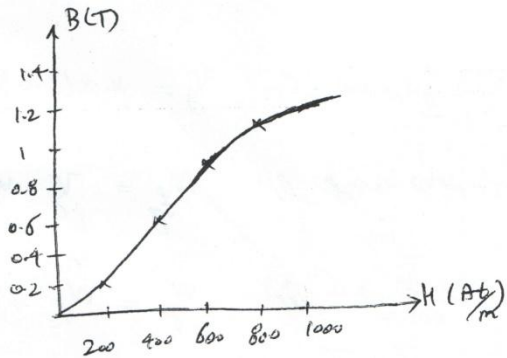
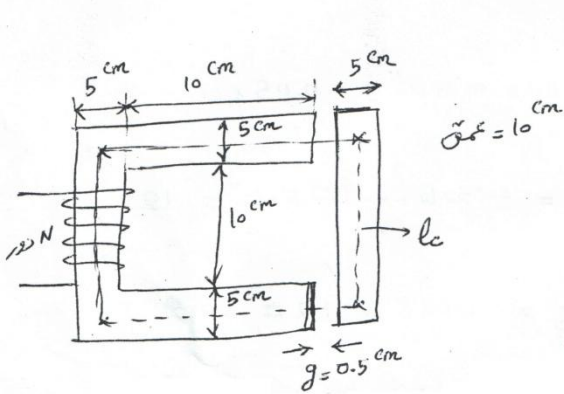
$$B_{max} = \frac{\phi_{max}}{A} = \frac{0.00225}{20 \times 10^{-4}} = 1.125 \text{ T} \rightarrow B = 1.125 \sin(2\pi \times 60)t$$

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu} = \frac{1.125}{2500 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 358.5 \frac{\text{At}}{\text{m}}$$

$$Hl = Ni \Rightarrow i_{max} = \frac{Hl}{N} = \frac{358.5 \times 100 \times 10^{-2}}{200} = 1.79$$

$$\rightarrow i = 1.79 \sin(2\pi \times 60)t$$

مسئله 5 : برای ساختن مقاطع مغناطیسی شکل زیر منحنی B-H داده شده است. سیم پیچی 250 دور دارد و مقاومت آن 5Ω است. طول فاصله هوایی ثابت و برابر 5 mm است. اگر به سیم پیچی ولتاژ DC وصل گردد و چنانچه در فاصله هوایی یک سلاگرد مطلوب است و ولتاژ منبع DC و انرژی ذخیره شده در سیم پیچی



حل : کار در کلاس را ثابت فرض کنیم و بنابراین چگالی کار در هسته نیز یک سلاگرد

$$B = 1 \text{ T} \xrightarrow{\text{از روی منحنی}} H_c = 670 \text{ At/m}$$

$$\text{طول سیم پیچ در هسته} : l_c = 2(10+5) + 2 \times (10+5) = 60 \text{ cm}$$

$$\text{سخت سیم پیچ در فاصله هوایی} : H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 795.8 \times 10^3 \text{ At/m}$$

با فرض کردن چگالی کار در هسته و سیم پیچ در فاصله هوایی

$$\oint H \cdot dl = Ni \Rightarrow H_c l_c + H_g l_g = Ni$$

$$\Rightarrow 670 \times 0.6 + 795.8 \times 10^3 \times 2 \times 0.5 \times 10^{-2} = 250 \times i \Rightarrow i = 33.4 \text{ A}$$

$$V_{dc} = R i = 5 \times 33.4 = 167.2 \text{ A}$$

مقاومت انرژی در سیم پیچ :

$$\text{سطح محصور بین منحنی B-H و محور عمودی} : W_{fc} = \int H_c dB =$$

$$\approx \frac{1}{2} \times 1 \times 670 = 335 \text{ J/m}^3$$

حجم هسته: $V_c = 2(0.05 \times 0.1 \times 0.2) + 2 \times (0.05 \times 0.1 \times 0.1) = \dots$

انرژی ذخیره شده در هسته: $W_{fc} = V_c \times W_{fc}^v = 0.003 \times 335 = \dots$

گنجایش انرژی مکانیکی ذخیره شده در فاصله هوایی: $W_{fg}^v = \frac{B^2}{2 \mu_0} = \frac{1}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 397.9$

حجم فاصله هوایی: $V_g = 2 \times (0.05 \times 0.1 \times 0.005) = 0.05 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی: $W_{fg} = V_g \times W_{fg}^v = 0.05 \times 10^{-3} \times 397.9 \times 10^3 = 19.9 \text{ J}$

انرژی مکانیکی ذخیره شده: $W_f = W_{fc} + W_{fg} = 1.005 + 19.9 = 20.9 \text{ J}$

مشاهده می شود قسمت اعظم انرژی در فاصله هوایی ذخیره شده است.

مسئله ۶: مشخصه $\lambda - i$ یک سیستم الکترو دینامیکی به فرکانس ثابت

$i = \left(\frac{\lambda g}{0.09}\right)^2$ و $3 \text{ cm} < g < 10 \text{ cm}$ و $0 < i < 4 \text{ A}$

g طول فاصله هوایی است. نیروی اعمالی به قطعه متحرک برابر $i = 3 \text{ A}$ و $g = 5 \text{ cm}$ را بدست آورید.

حل: $\lambda = \frac{0.09 i^{1/2}}{g}$

$W_f = \int \lambda di = \int \frac{0.09 i^{1/2}}{g} di = \frac{0.09}{g} \frac{2}{3} i^{3/2}$

قبل از ثابت کردن $f_m = \frac{\partial W_f(i, g)}{\partial x} \Big|_{i = \text{ثابت}}$

این رابطه در حالت کلی صادق است اگرچه برای حرکت سریع بدست آمده است.

$x = g \rightarrow f_m = \frac{\partial W_f(i, g)}{\partial g} \Big|_{i = \text{ثابت}} = -0.09 \times \frac{2}{3} i^{3/2} \frac{1}{g^2}$

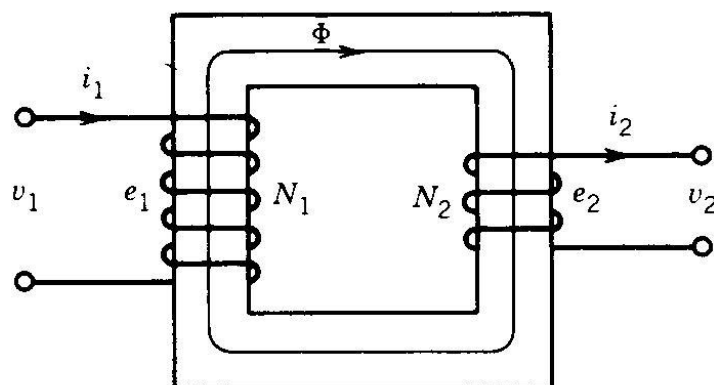
$i = 3 \text{ A}, g = 0.05 \text{ m} \rightarrow f_m = -0.09 \times \frac{2}{3} \times 3^{3/2} \times \frac{1}{0.05^2} = -124.7 \text{ N}$

فصل دوم

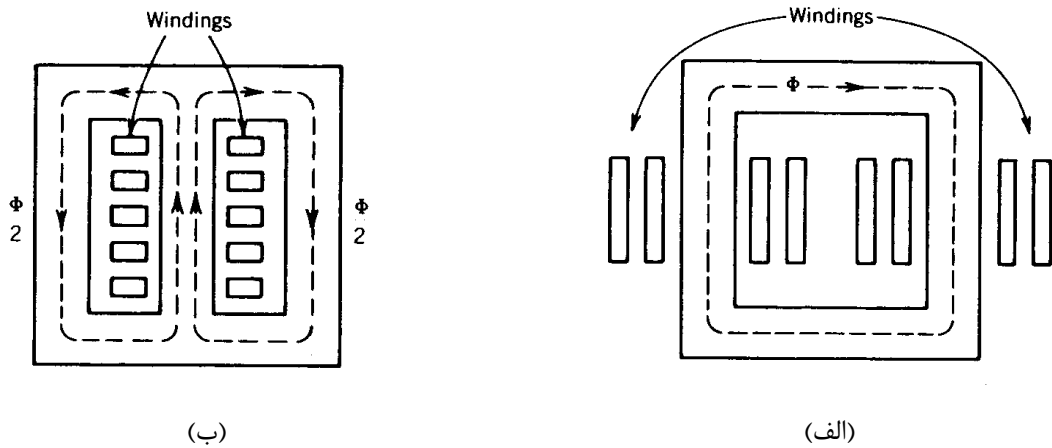
ترانسفورماتور

۱-۲- مقدمه

- ✓ یک ترانسفورماتور از دو یا چند سیم پیچ تشکیل می شود که توسط یک مدار مغناطیسی مشترک به هم پیوند داده می شوند.
 - ✓ فاقد قسمت دوار مشابه ماشین های الکتریکی می باشد.
 - ✓ جنس هسته از مواد فرومغناطیسی انتخاب می شود به خاطر برقراری یک پیوند مغناطیسی قوی بین سیم پیچی ها و ایجاد شار مغناطیسی بالا.
 - ✓ هسته در ترانس مورق است به خاطر کاهش تلفات جریان گردابی
- ساختمان یک ترانسفورماتور تکفاز دو سیم پیچه در شکل ۱-۲ و انواع مختلف هسته در شکل ۲-۲ نشان داده شده اند.

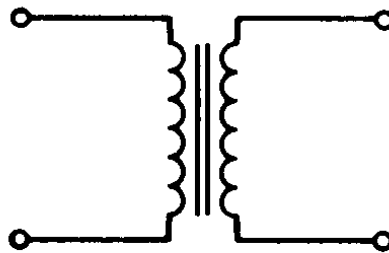


شکل ۱-۲- ساختمان یک ترانس تکفاز



شکل ۲-۲- ساختمان هسته ترانسفورماتور: (الف) نوع ستونی (ب) نوع زره ای

نحوه نمایش مداری یک ترانسفورماتور تک فاز دو سیم پیچه در شکل ۲-۳ مشاهده می شود. سیم پیچ اولیه به منبع ولتاژ متصل است و سیم پیچ ثانویه به بار یا مصرف کننده.

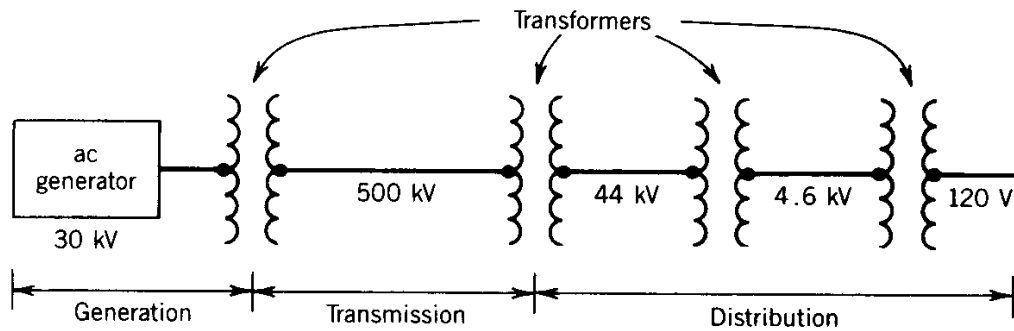


شکل ۲-۳- نمایش ترانس دو سیم پیچه

نام گذاری دیگر:

- سیم پیچی فشار قوی (HV) high voltage : سیم پیچی با تعداد دور بیشتر و متصل به ولتاژ بالاتر
- سیم پیچی فشار ضعیف (LV) low voltage : سیم پیچی با تعداد دور کمتر و متصل به ولتاژ پایین تر
- ✓ ترانسفورماتورهای افزایشدهنده: سطح ولتاژ را افزایش می دهند. (در طرف ثانویه)
- ✓ ترانسفورماتورهای کاهشدهنده: سطح ولتاژ را کاهش می دهند. (در طرف ثانویه)

برای انتقال انرژی الکتریکی در مسافت های طولانی با سطح ولتاژ بسیار بالا (230^{kv} , 400^{kv}) انتخاب می شود تا تلفات اهمی در انتقال انرژی از محل تولید نیروگاه (بخار، گازی، آبی) تا مصرف کاهش یابد. برای انجام اینکار از ترانسفورماتور مطابق شکل ۲-۴ استفاده می شود.



شکل ۲-۴- نمایش وضعیت ترانسفورماتورها در سیستمهای انتقال و توزیع انرژی

توان اکتیو سه فاز انتقالی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi = 3 V_{ph} I_L \cos \varphi$$

$$P = 300 \text{ MW} , V = 30^{kv} \rightarrow I_L = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ KA} \quad (\cos \varphi = 1) \quad \text{برای مثال:}$$

← تلفات RI^2 خیلی زیاد در صورت عدم استفاده از ترانسفورماتورها

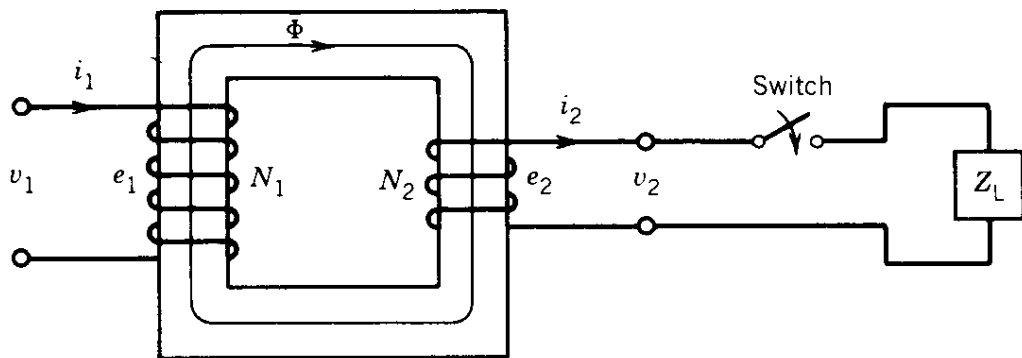
۲-۲- ترانسفورماتور تک فاز ایده آل

ترانس ایده آل: ۱- مقاومت سیم پیچی ها اعم از اولیه و ثانویه ناچیز و قابل چشم پوشی است.

۲- کل شار در هسته بماند و شار نشتی نداشته باشیم.

۳- تلفات هسته ناچیز است.

۴- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی نهایت است.



شکل ۲-۵- ترانس تکفاز ایده‌آل

از مقاومت سیم پیچی‌های صرف نظر می‌کنیم. بنابراین:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

ولتاژ القایی ناشی از ϕ در سیم پیچی اولیه

شار ϕ در ثانویه ولتاژ القاء می‌کند و داریم:

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (1)$$

a : نسبت دور یا نسبت تبدیل

با نوشتن قانون مداری آمپر روی مسیر متوسط داریم:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \text{mmf خالص} = 0$$

به خاطر ایده آل بودن هسته برای برقراری شار درون آن به هیچ آمپر دوری نیاز نداریم.

$$\mu = \infty \rightarrow R = \frac{\ell}{\mu A} = 0 \rightarrow \text{mmf خالص} = R \phi = 0$$

بنابراین:

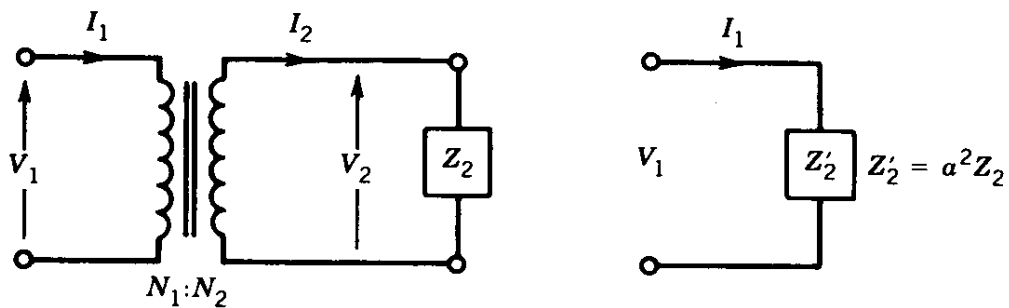
$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{a} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2$$

توان لحظه ای ورودی به ترانسفورماتور ایده آل تک فاز با توان لحظه ای خروجی مساوی است زیرا کل تلفات درون ترانس صفر است.

۲-۳- انتقال امپدانس



شکل ۲-۶- انتقال امپدانس در یک ترانس ایده آل

$$Z'_2 = a^2 Z_2$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\text{امپدانس ورودی ترانس: } Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{a V_2}{I_2/a} = a^2 \frac{V_2}{I_2} = a^2 Z_2$$

$$Z_1 = a^2 Z_2 = Z'_2$$

در نتیجه:

بنابراین برای انتقال امپدانس از ثانویه به اولیه ترانس بایستی آن را در a^2 ضرب کنیم. اگر امپدانس از اولیه بخواید به ثانویه ارجاع داده شود باید تقسیم بر a^2 شود:

$$Z'_1 = \frac{1}{a^2} Z_1$$

با انتقال امپدانس حذف پیوند مغناطیسی \Leftarrow ساده سازی محاسبات

مثال ۱-۱- یک بلندگوی 9Ω به یک منبع ولتاژ AC ده ولتی با مقاومت داخلی یک اهم متصل است.

الف- توان مصرفی بلندگو را حساب کنید.

ب- اگر بخواهیم توان ماکزیمم به بلندگو برسد یک ترانسفورماتور با نسبت تبدیل ۳ به ۱ بین منبع و بلندگو

استفاده می کنیم. توان مصرفی بلندگو را در این حالت حساب کنید.

الف- با توجه به اولین شکل نشان داده شده در شکل ۷-۲ داریم:

$$I = \frac{10}{1+9} = 1A$$

$$P = RI^2 = 9 \times 1^2 = 9 w$$

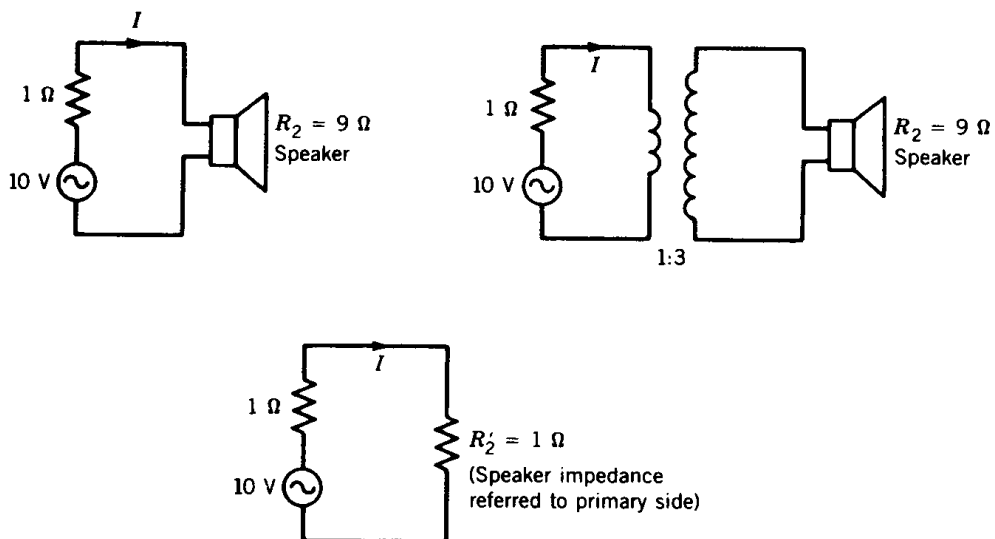
ب- با توجه به شکل ۷-۲، امپدانس بلندگو که به اولیه ترانس ارجاع داده شده است برابر است با:

$$R'_2 = 1\Omega$$

$$I = \frac{10}{1+1} = 5A$$

در این حالت داریم:

$$P = R'_2 I^2 = 1 \times 5^2 = 25 w$$



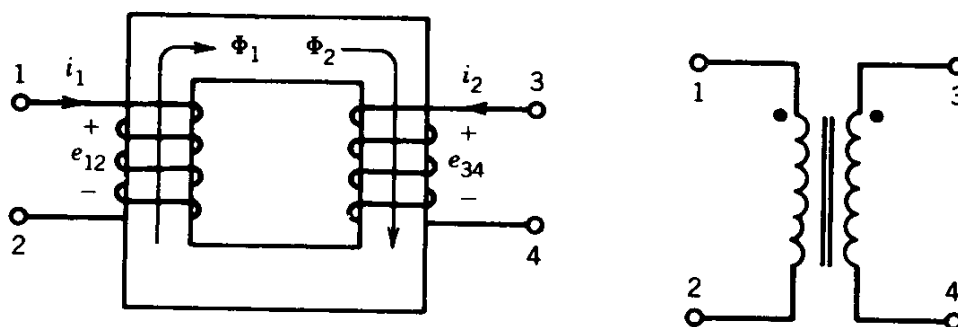
شکل ۷-۲- شکل مثال ۱-۲

۲-۴- پلاریته

روش تشخیص سرهای هم پلاریته:

سرهای ۱ و ۳ در شکل ۲-۸ هم پلاریته هستند چون جریان های DC واردشونده به آنها شارهای هم جهت در هسته تولید می کنند. (همینطور سرهای ۲ و ۴) در اتصال مداری سرهای هم پلاریته توسط دو نقطه توپر نشان داده می شوند.

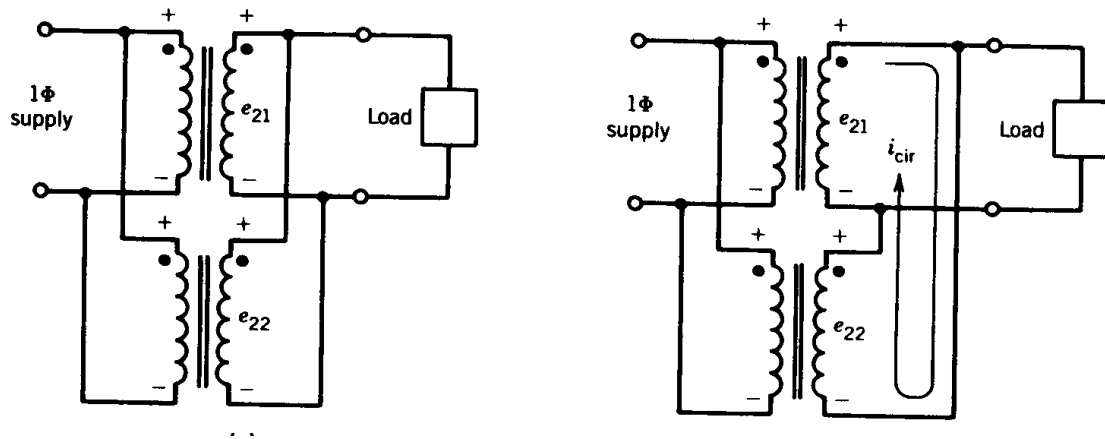
در صورت عبور شار متغیر با زمان از هسته و در نتیجه القاء ولتاژ ac در دو سیم پیچی، هر لحظه که پتانسیل سر ۱ نسبت به ۲ مثبت باشد در همان لحظه سر ۳ نسبت به سر ۴ مثبت است. به علاوه، اگر در یک لحظه جریان به سر نقطه دار اولیه وارد شود در همان لحظه جریان از سر نقطه دار ثانویه خارج می شود.



شکل ۲-۸- تعیین پلاریته

اهمیت سرهای هم پلاریته در بحث موازی کردن ترانس ها

اتصال غلط مطابق شکل ۲-۹ (شکل سمت راست) باعث جاری شدن جریان چرخش (I_{cir}) بسیار بزرگ داخل ترانس به خاطر کوچک بودن مقاومت سیم پیچی ها می گردد که می تواند به ترانس صدمه برساند.



شکل ۲-۹- موازی کردن دو ترانس

۲-۵- ترانسفورماتور واقعی

۱- در ترانسفورماتور واقعی سیم پیچی های اولیه و ثانویه مقاومت دارند.

۲- در ترانسفورماتور واقعی علاوه بر شار اصلی، شار ناشی مربوط به اولیه و ثانویه نیز داریم.

۳- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی نهایت نیست.

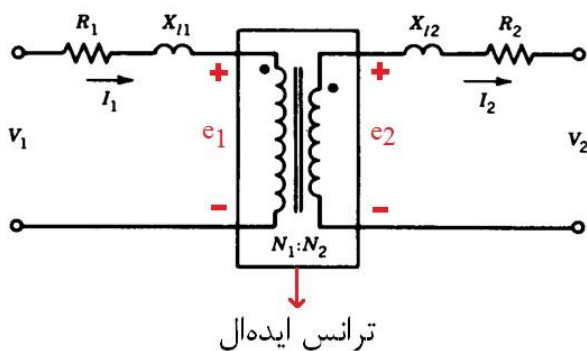
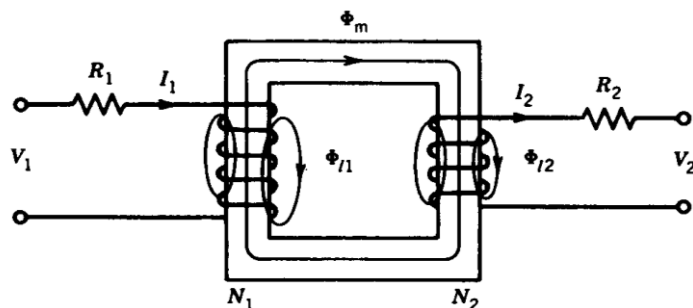
۴- تلفات هسته داریم.

بنابراین مدل ترانسفورماتور ایده آل به دست آمده بایستی با در نظر گرفتن بندهای فوق به ترتیب بسط داده شود.

تحقیق بند یک:

مقاومت سیم پیچی ها به صورت یک عنصر فشرده در شکل مدل شده است. بنابراین سیم پیچی های نشان داده شده

در شکل ۲-۱۰ بدون مقاومت می باشند.



$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

شکل ۲-۱۰- نحوه بدست آوردن مدار معادل ترانس

تحقیق بند دو:

شار پراکندگی از حلقه‌های مختلف یکسان نیست. برای مدل‌سازی فرض می‌کنیم برای همه‌ی حلقه‌ها شار یکسان است و متوسط آن را در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} \phi_1 = \phi_m + \phi_{\ell_1} \\ \phi_2 = \phi_m - \phi_{\ell_2} \end{cases}$$

ϕ_{ℓ_1} : شار پراکندگی مربوط به سیم‌پیچی اولیه

ϕ_{ℓ_2} : شار پراکندگی مربوط به سیم‌پیچی ثانویه

$$\begin{cases} \lambda_1 = N_1 \phi_1 = N_1 \phi_m + N_1 \phi_{\ell_1} \\ \lambda_2 = N_2 \phi_2 = N_2 \phi_m - N_2 \phi_{\ell_2} \end{cases}$$

ولتاژ القایی در اولیه ترانس ایده آل (e_1)



$$v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(N_1 \phi_{\ell_1}) + \frac{d}{dt}(N_1 \phi_m)$$

$$L_{\ell_1} \triangleq \frac{N_1 \varphi_{\ell_1}}{i_1}$$

به دلیل آنکه قسمت اعظم شار ناشی از هوا عبور می کند، بنابراین شارهای ناشی با جریان رابطه خطی دارند. به عبارت دیگر L_{ℓ_1} به زمان بستگی ندارد و مقدار آن ثابت است.

$$\Rightarrow v_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(L_{\ell_1} i_1) + e_1 = R_1 i_1 + L_{\ell_1} \frac{di_1}{dt} + e_1$$

به طریق مشابه با $L_{\ell_2} \triangleq \frac{N_2 \varphi_{\ell_2}}{i_2}$ داریم:

$$\begin{aligned} v_2 &= -R_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = -R_2 i_2 - \frac{d}{dt}(N_2 \varphi_{\ell_2}) + \frac{d}{dt}(N_2 \varphi_m) \\ &= -R_2 i_2 - L_{\ell_2} \frac{di_2}{dt} + e_2 \end{aligned}$$

تا اینجا مدل ترانس ایده آل مطابق شکل ۲-۱۰ بسط داده شد و بندهای یک و دو در نظر گرفته شدند.

$$X_{\ell_1} = \omega L_{\ell_1} = 2\pi f L_{\ell_1} \quad \text{راکتانس ناشی اولیه}$$

$$X_{\ell_2} = \omega L_{\ell_2} = 2\pi f L_{\ell_2} \quad \text{راکتانس ناشی ثانویه}$$

برای تحقیق بندهای ۳ و ۴ لازم است ابتدا مقدمه ذیل از بخش ۱-۳ کتاب پ. س. سن گفته شود.

۲-۵-۱- جریان تحریک

در صورت اتصال سیم پیچی به منبع ولتاژ سینوسی، برای ایجاد شار سینوسی درون هسته بایستی جریان از سیم پیچی $Ni = R\varphi$ بگذرد. این جریان، جریان تحریک نامیده می شود.

$$\varphi = \varphi_{max} \sin \omega t$$

$$e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \varphi_{max} \omega \cos \omega t = E_{max} \cos \omega t$$

← ولتاژ القایی ۹۰ درجه از شار عقب تر است.

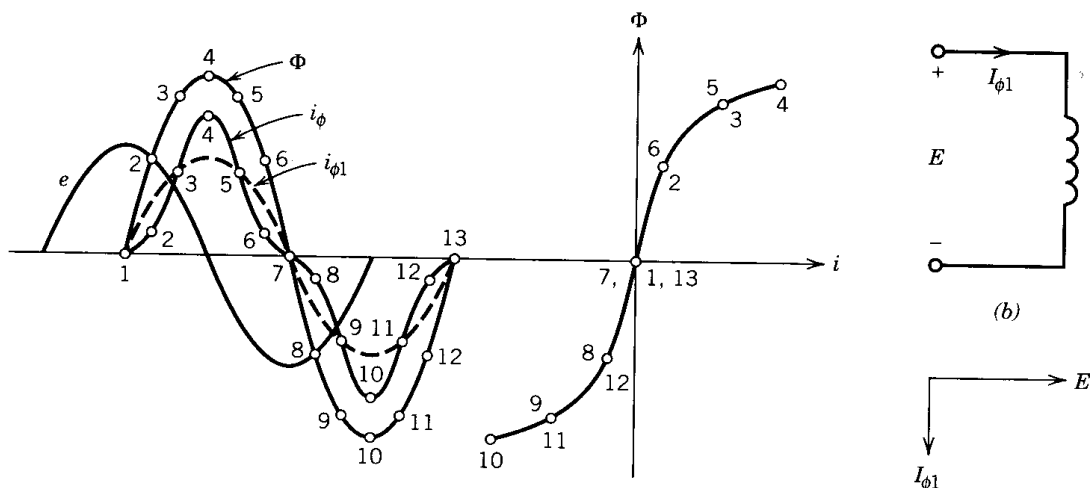
الف: بدون پسماند (هیستریزیس)

چون مشخصه B-H غیر خطی باشد، جریان تحریک $i\phi$ غیر سینوسی خواهد بود.

$i\phi_1$: مؤلفه اصلی (هارمونیک اول) جریان $i\phi$

با توجه به شکل ۲-۱۱، جریان تحریک $i\phi_1$ به اندازه 90° از ولتاژ عقب تر است و بنابراین سیم پیچی تحریک با

یک اندوکتانس خالص (L_m) مدل می شود.

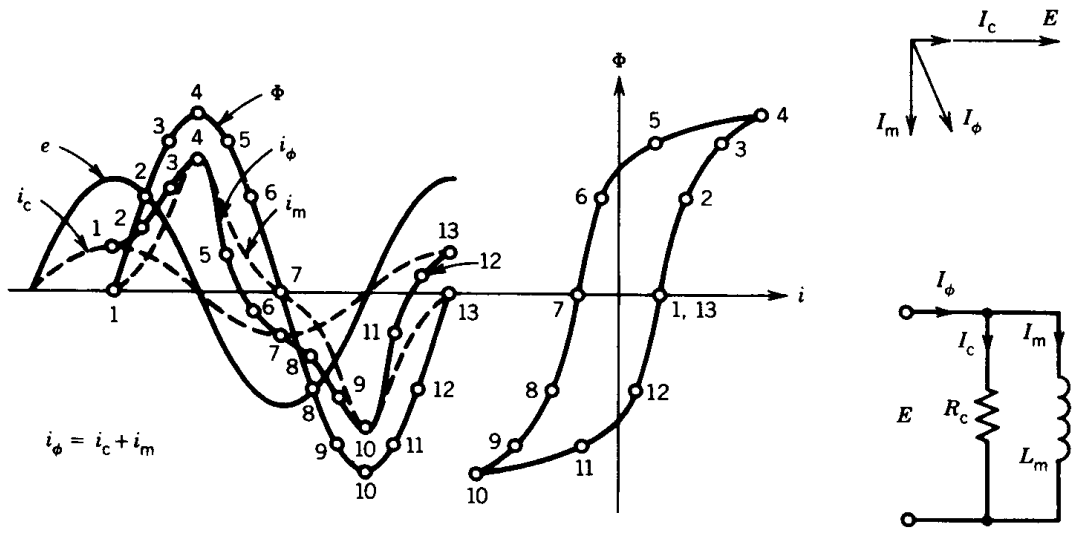


شکل ۲-۱۱- جریان تحریک هنگامی که از حلقه پسماند صرف نظر شده است

ب: با حلقه پسماند (هیستریزیس)

با دنبال کردن روند مشابه در حالتی که حلقه هیستریزیس در نظر گرفته شود (شکل ۲-۱۲) مشاهده می شود

جریان در این حالت مجموع دو جریان یکی 90° عقب تر از e و یکی هم فاز با e می گردد.



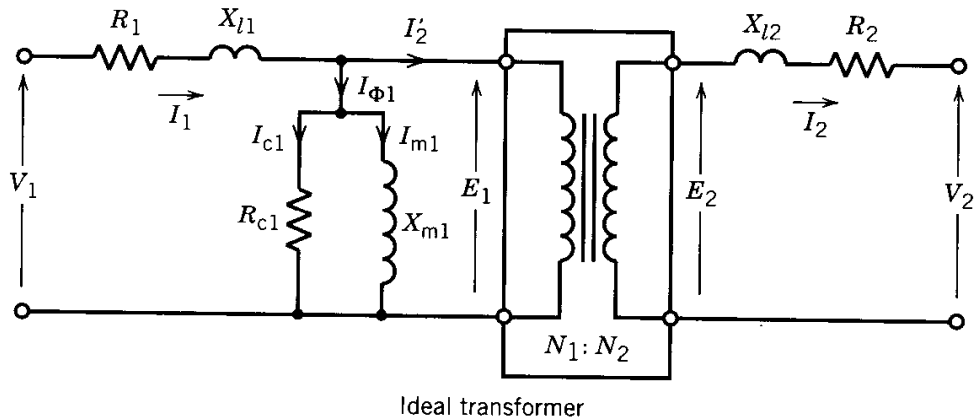
شکل ۲-۱۲- جریان تحریک هنگامی بادر نظر گرفتن حلقه پسماند

لذا سیم پیچی تحریک در این حالت با یک مقاومت R_c موازی با اندوکتانس L_m می تواند مدل می گردد.

$$i_\phi = i_m + i_c$$

تحقیق بندهای سه و چهار:

با توجه به مطالب گفته شده در آخر بخش ۲-۵-۱، برای در نظر گرفتن بندهای سه و چهار مدار معادل به دست آمده در شکل ۲-۱۰ به صورت شکل ۲-۱۳ توسعه می یابد.



که در آن:

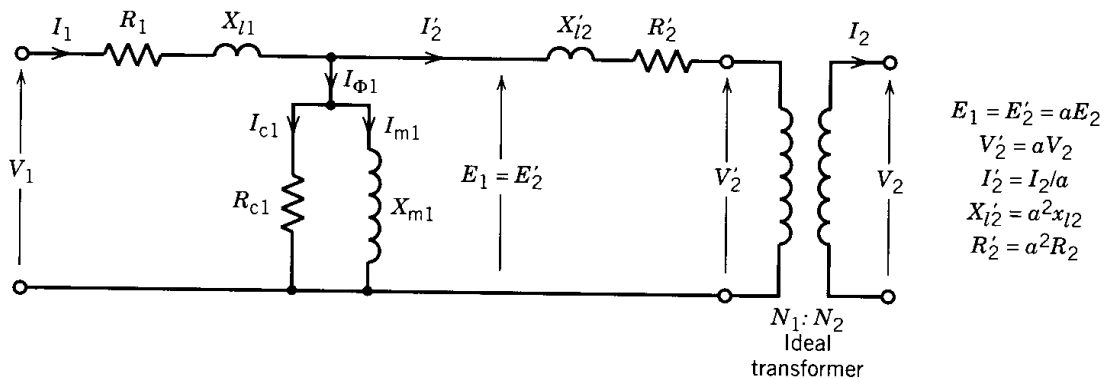
$$\begin{cases} \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \\ \frac{I_2'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \end{cases}$$

راکتانس مغناطیس شوندگی: $X_m = \omega L_{m1}$

شاخه موازی می تواند در هر یک از طرفین ترانس ایده آل گذاشته شود. اما از آنجائیکه معمولاً طرف اول به منبع متصل است و سهمی از جریان منبع بایستی صرف برقراری شار در هسته و تلفات هسته گردد، شاخه مزبور در طرف اولیه قرار داده شده است. اندیس ۱ در پارامترهای شاخه موازی اشاره به طرف اولیه می کند.

۲-۵-۲- مدار معادل ترانسفورماتور تک فاز واقعی ارجاع شده به طرف اولیه

کمیت های طرف ثانویه ترانسفورماتور ایده آل در مدار معادل می تواند بر اساس قانون انتقال امپدانس که در بخش ۲-۳ گفته شد، مطابق شکل ۲-۱۴ به طرف اولیه ارجاع شوند.



شکل ۲-۱۴- ارجاع امپدانسهای به اولیه ترانس

$$E_1 = E_2' = a E_2$$

$$X_{l2}' = a^2 X_{l2}$$

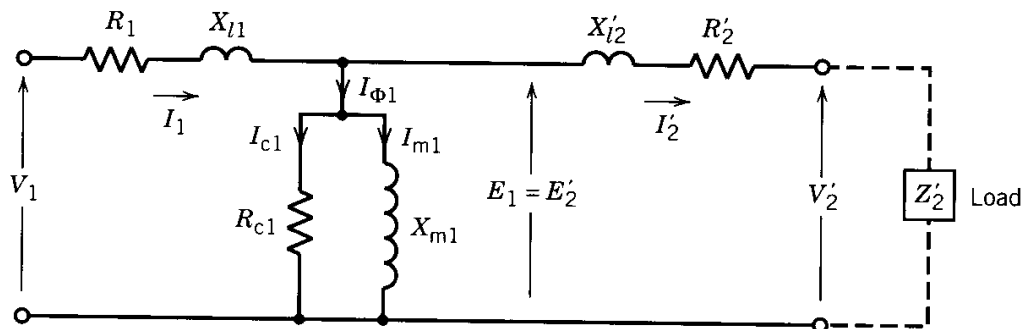
که در آن:

$$V'_2 = a V_2$$

$$R'_2 = a^2 R_2$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{a}$$

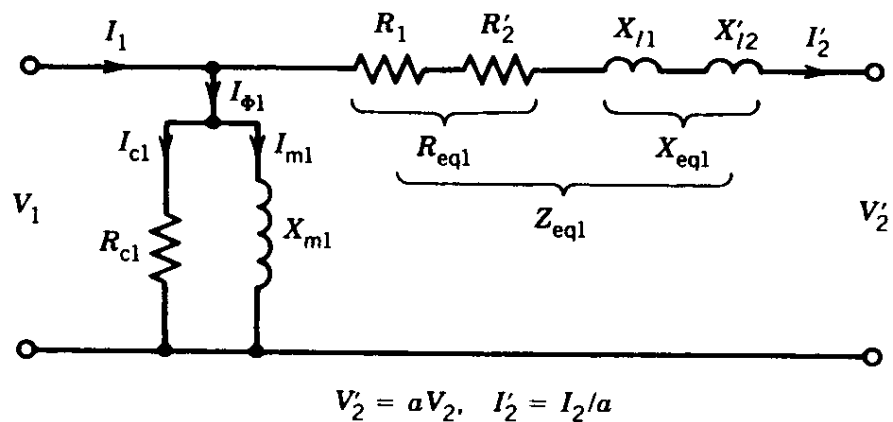
با در نظر گرفتن مدار معادل از ابتدا تا دو سر اولیه ترانس ایده ال در شکل ۱۴-۲ مدار معادل نشان داده شده در شکل ۱۵-۲ نتیجه می شود.



شکل ۱۵-۲- مدار معادل ارجاع داده شده به طرف اولیه

۲-۵-۳- مدار معادل تقریبی

جریان شاخه موازی درصد کمی از جریان اسمی ترانس فورماتور است (به دلیل بزرگ بودن R_{c1} و X_{m1}) و بنابراین می توان آن را به ابتدای مدار منتقل کرد و به مدار معادل شکل ۱۶-۲ رسید.



شکل ۱۶-۲- مدار معادل تقریبی (شاخه موازی در ابتدای مدار)

که در آن:

$$\begin{cases} R_{eq1} = R_1 + R'_2 \\ X_{eq1} = X_{e1} + X'_{\ell 2} \end{cases}$$

$$V'_2 = a V_2 \quad , \quad I'_2 = \frac{I_2}{a}$$

مثال ۲-۲- یک ترانسفورماتور تک فاز 60 HZ و 220 V / 440 و 25 KVA با پارامترهای زیر مفروض است:

$$R_1 = 0.16 \Omega \quad , \quad X_{\ell 1} = 0.32 \Omega \quad R_2 = 0.04 \Omega \quad X_{\ell 2} = 0.08 \Omega$$

$$R_{c1} = 270 \Omega \quad , \quad X_{m1} = 100 \Omega$$

ترانسفورماتور بار 20 KW را تحت ولتاژ 220^v و ضریب توان 0.8 پس فاز تغذیه می‌کند. ولتاژ منبع را بیابید.

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{440}{220} = 2$$

$$V_2 = 220 \angle 0 \quad \rightarrow \quad V'_2 = a V_2 = 2 \times 220 \angle 0 = 440 \angle 0$$

$$|I_2| = \frac{S}{V_2 \cos \varphi} = \frac{20\,000}{220 \times 0.8} = 113.64$$

$$\angle I_2 = -\cos^{-1} PF = -\cos^{-1} 0.8 = -36.9^\circ$$

$$\rightarrow \quad I_2 = 113.64 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{a} = 56.82 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$R'_2 = a^2 R_2 = 0.16 \Omega \quad X'_{\ell 2} = a^2 X_{\ell 2} = 0.32 \Omega$$

$$E_1 = V'_2 + (R'_2 + j X'_{\ell 2}) I'_2$$

$$= 440 \angle 0 + (0.16 + j 0.32)(56.82 \angle -36.9^\circ)$$

$$= 458.3 \angle 1^\circ \text{ V}$$

$$I_{c1} = \frac{E_1}{R_{c1}} = 1.7 + j 0.03 \text{ A}$$

$$I_{m1} = \frac{E_1}{j X_{m1}} = 0.09 - j 4.58 \text{ A}$$

$$I_{\phi_1} = I_{c1} + I_{m1} = 1.79 - j 4.55 \text{ A}$$

$$I_1 = I_{\phi} + I'_2 = 61.04 \angle -36.3^\circ \text{ A}$$

$$V_1 = E_1 + (R_1 + j X_{\ell 1}) I_1 = 478.4 \angle 2.2^\circ \text{ V}$$

$$P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_1 I_1^2 + R'_2 I_2'^2 = R_{eq1} I_1^2$$

$$= 0.16 \times 61.04^2 + 0.04 \times 113.64^2 = \dots$$

$$P_c = R_{c1} I_{c1}^2 = \dots$$

$$P_{out} = V_2 I_2 \cos \phi = 220 \times 113.64 \times 0.8 = \dots$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{cu} + P_c} = \dots$$

۲-۶- مشخصات اسمی ترانس فورماتور

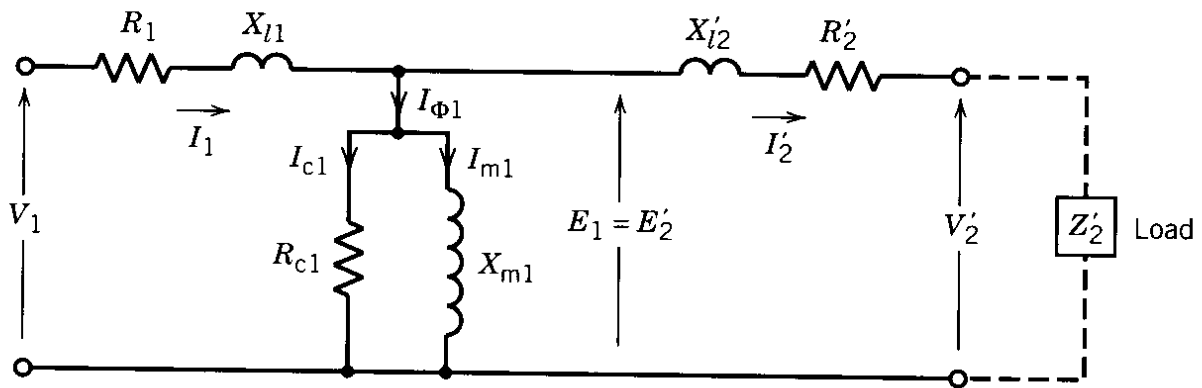
توان ظاهری (MVA, KVA) و ولتاژهای اسمی (نامی) اولیه و ثانویه روی پلاک ترانس حک شده است. برای مثال:

$$10 \text{ KVA} , \quad 1100/110 \text{ V}$$

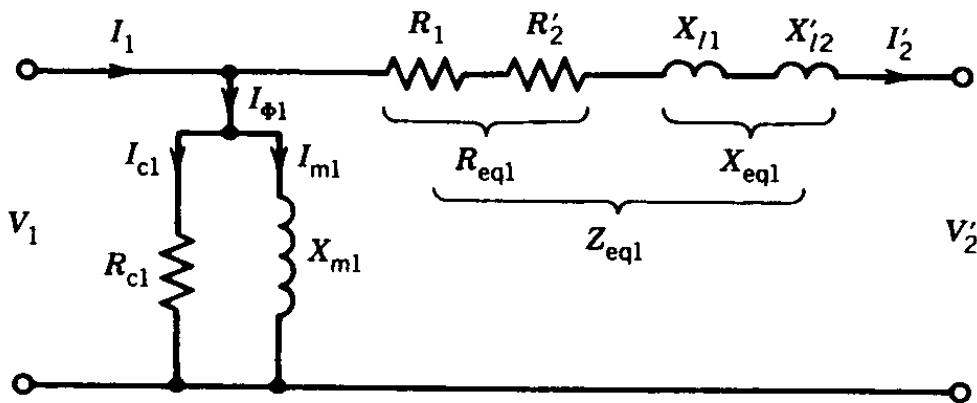
$$\text{نسبت تبدیل : } a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1100}{110} = 10$$

$$\text{جریان اسمی اولیه (فشار قوی) : } I_{HV} = \frac{S}{V} = \frac{10\,000}{1100} = 9.09 \text{ A}$$

$I_{LV} = \frac{10\,000}{110} = 90.9 \text{ A}$: جریان اسمی ثانویه (فشار ضعیف)



شکل ۲-۱۵- مدار معادل ترانسفورماتور واقعی ارجاع داده شده به طرف اولیه



$V'_2 = aV_2, I'_2 = I_2/a$

شکل ۲-۱۶- مدار معادل تقریبی (شاخه موازی در ابتدای مدار)

۲-۷- تنظیم ولتاژ

تنظیم ولتاژ، نمایانگر تغییرات اندازه ولتاژ از بی باری (No-Load (NL)) تا بار داری (Load (L)) است:

تنظیم ولتاژ = $\frac{|V_2|_{NL} - |V_2|_L}{|V_2|_L}$

تنظیم ولتاژ = $\frac{|V'_2|_{NL} - |V'_2|_L}{|V'_2|_L}$

برای کمیت های ارجاع داده شده به طرف اولیه:

اکثراً ولتاژ دو سر بار مقدار نامی انتخاب می شود:

$$|V'_2|_L = |V'_2|_{\text{rated}}$$

$$V_1 = V'_2 + R_{\text{eq}_1} I'_2 + j X_{\text{eq}_1} I'_2$$

$$\text{حالت بی باری } I'_2 = 0 \Rightarrow |V'_2|_{\text{NL}} = |V_1|$$

$$\Rightarrow \text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_1| - |V'_2|_{\text{rated}}}{|V'_2|_{\text{rated}}} \times 100$$

مثال ۲-۳- ترانس مثال ۲-۲ را در نظر گرفته می شود:

$$10 \text{ KVA} , 2200/220 \text{ V}$$

$$R_{\text{eq}_H} = 10.4 \Omega , X_{\text{eq}_H} = 31.3 \Omega$$

در 75% بار اسمی و ضریب توان 0.6 پس فاز تنظیم ولتاژ را محاسبه نمایید. ولتاژ دوسر بار ولتاژ نامی است.

حل: برای 75% بار اسمی، جریان بار 75% جریان نامی است و داریم:

$$I_{H(\text{rated})} = \frac{S}{V_{H,\text{rated}}} = \frac{10000}{2200} = 4.55 \text{ A}$$

$$I_H = I'_L = 0.75 \times 4.55 = 3.41 \text{ A}$$

$$\text{ضریب توان : } PF = \cos \varphi = 0.6 \rightarrow \varphi = \pm 53.13^\circ$$

$$I_H = 3.41 \angle - 53.13^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} V_H &= V'_L + Z_{\text{eq}_H} I'_L = 2200 \angle 0 + (10.4 + j 31.3) \times 3.41 \angle - 53.13^\circ \\ &= 2306.94 \angle 0.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{2306.94 - 2200}{2200} \times 100 = 4.86 \%$$

بار مزبور باعث افت ولتاژ از 230.6V به 220V می شود. به عبارت دیگر، برای داشتن ولتاژ 220V در دو سر بار

مزبور بایستی ولتاژ 2306.94V در اولیه ترانس فراهم کرد.

۲-۸- اتوترانس فورماتور تک فاز

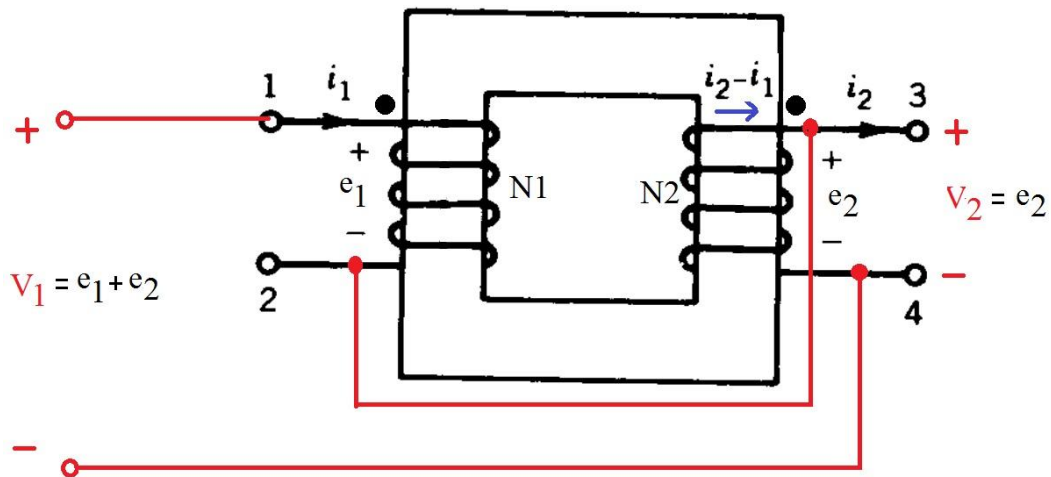
✓ وجود پیوند الکتریکی بین دو سیم پیچی علاوه بر پیوند مغناطیسی

⇐ علت کیلوولت آمپر تحویلی بیشتر نسبت به ترانس مشابه (مزیت)

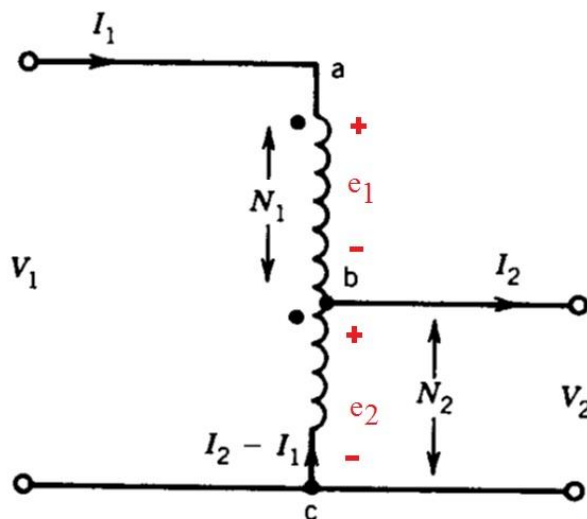
عیب: وجود اتصال الکتریکی بین سیم پیچی ها مطابق شکل ۲-۱۷-الف

با توجه به شکل ۲-۱۷-ب، جریان I_1 به سر نقطه دار اولیه وارد می شود ← جریان $I_2 - I_1$ از سر نقطه دار

ثانویه خارج می شود. مقدار $I_2 - I_1$ بایستی حداکثر برابر جریان نامی ثانویه در ترانس دو سیم پیچه باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۲-۱۷- اتوترانسفورماتور، (الف) ساختمان فیزیکی، (ب) نمایش مداری

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = a$$

(b و a) : آمپر دور شاخه بالا $F_u = N_1 I_1$

(c و b) : آمپر دور شاخه پایین $F_L = N_2(I_2 - I_1)$

$$F_u = F_L \Rightarrow N_1 I_1 = N_2(I_2 - I_1)$$

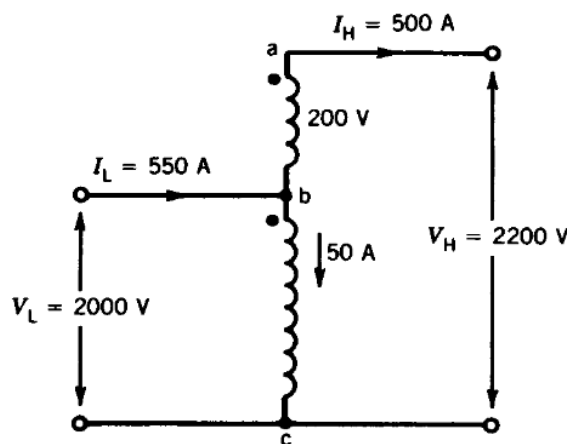
$$\rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{a}$$

◀ وجود روابط مشابه در اتوترانس

✓ وجود حلقه لغزان در نقطه b در شکل ۲-۱۷-ب باعث امکان داشتن ولتاژ متغیر در خروجی (مزیت)

مثال ۲-۴- یک ترانس دو سیم پیچی $2000/200 V$, $100 KVA$ مفروض است و آن را مطابق شکل زیر به

صورت اتوترانس فورماتور در می‌آوریم تا بتوان در خروجی $2200V$ ایجاد نمود. کیلوولت آمپر اسمی (KVA) اسمی اتوترانسفورماتور را بیابید.



$$I_{ab} = \frac{100000}{200} = 500 A$$

جریان اسمی سیم پیچی ها:

$$I_{bc} = \frac{100000}{2000} = 50 A$$

جریان سیم پیچی ها در اتصال اتو ترانس نباید از این مقادیر بیشتر شود.

برای اتوترانس در شرایط نامی داریم:

$$I_H = 500 \text{ A}$$

$$I_L = 500 + 50 = 550 \text{ A}$$

و برای ولتاژها:

$$V_L = 2000 \text{ V} \quad V_H = 2000 + 20 = 2200 \text{ V}$$

$$\text{KVA}|_L = \frac{2000 \times 550}{1000} = 1100$$

$$\text{KVA}|_H = \frac{2200 \times 300}{1000} = 1100$$

۲-۹- ترانسفورماتورهای سه فاز

۲-۹-۱- ترانس سه فاز سه پارچه

از سه ترانس تک فاز تشکیل شده که اولیه و ثانویه به طرق مختلف به هم مربوط می شوند:

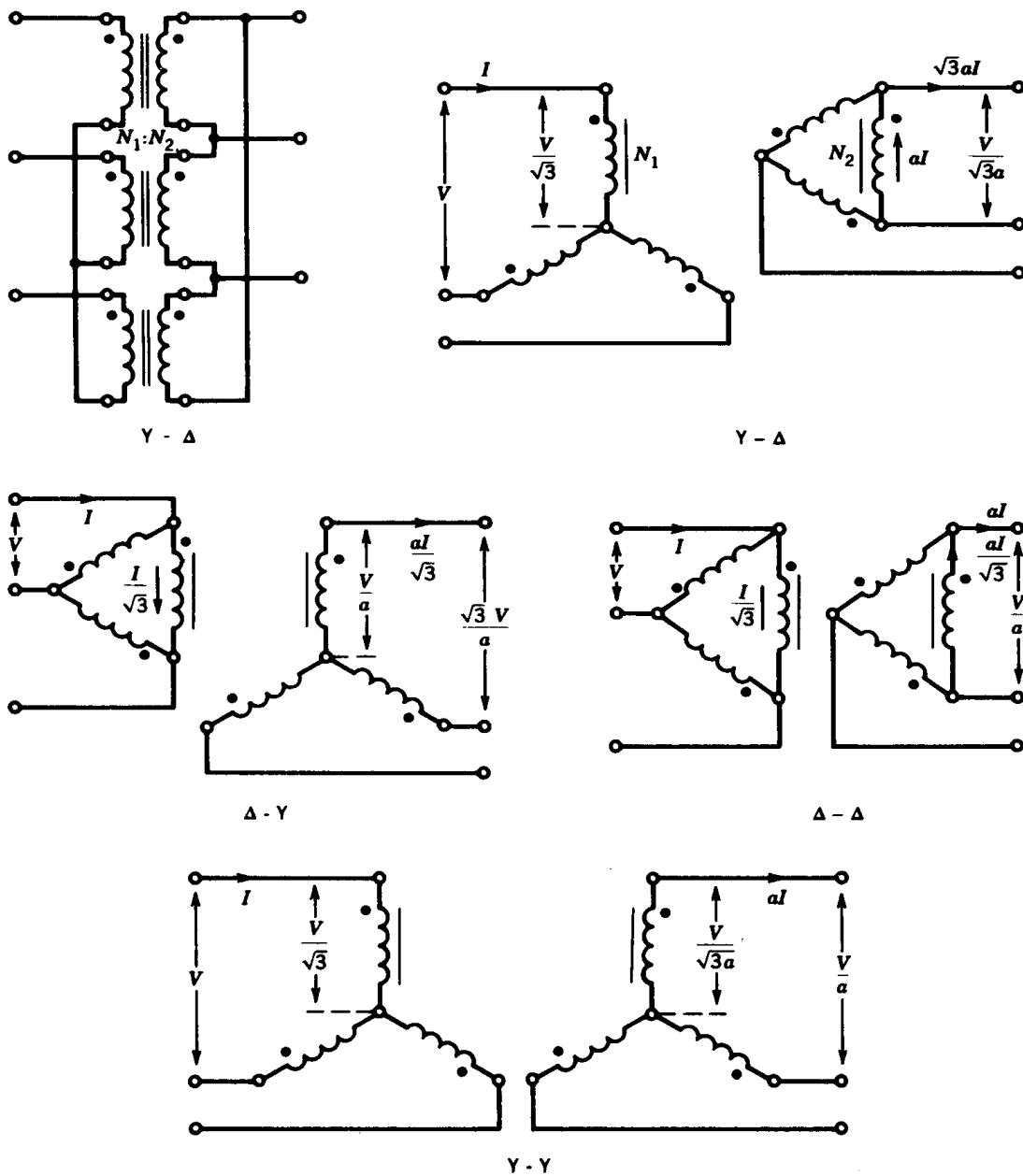
الف: ستاره-ستاره ($Y - Y$): سه سیم پیچی اولیه به صورت ستاره و سه سیم پیچی ثانویه به صورت ستاره به هم متصل شده اند.

ب: ستاره- مثلث ($Y - \Delta$): سه سیم پیچی اولیه به صورت ستاره و سه سیم پیچی ثانویه به صورت مثلث به هم متصل شده اند.

ج: مثلث-ستاره (ΔY): سه سیم پیچی اولیه به صورت مثلث و سه سیم پیچی ثانویه به صورت ستاره به هم متصل شده اند.

د: مثلث-مثلث ($\Delta \Delta$): سه سیم پیچی اولیه به صورت مثلث و سه سیم پیچی ثانویه به صورت مثلث به هم متصل شده اند.

نحوه اتصالات برای انواع فوق در شکل ۲-۱۸ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۱۸- اتصالات ترانس سه فاز

توان ظاهری هر ترانس تک فاز $\times 3 =$ توان ظاهری ترانس سه فاز

۲-۹-۲- ترانس فورماتور سه فاز یک پارچه

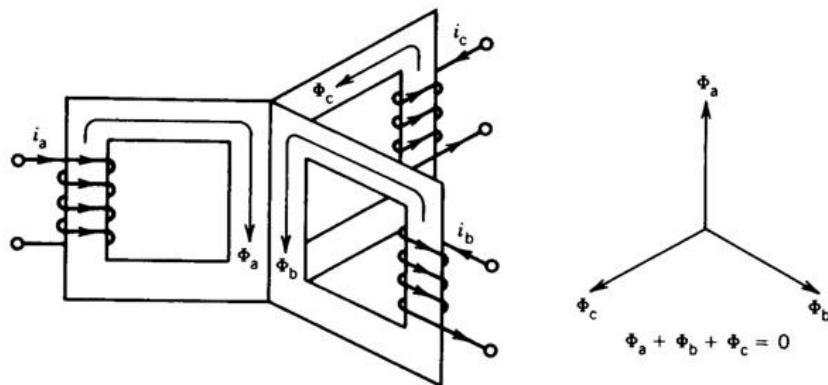
در یک سیستم متعادل داریم:

برای ولتاژهای سه فاز متعادل \Leftarrow شارها نیز متعادل و سینوسی \Leftarrow شار عبوری از پایه وسط در ساختار نشان داده شده در شکل ۱۹-۲-الف صفر است و می‌توان آن را مطابق شکل ۱۹-۲-ب حذف کرد.

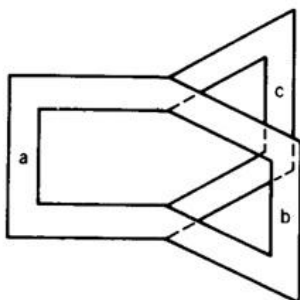
ساخت هسته نشان داده شده در شکل ۱۹-۲-ب مشکل است و بنابراین ساختار شکل ۱۹-۲-ج پیشنهاد می‌شود.

به منظور کاهش تلفات هسته، هسته ترانس های سه فاز مطابق شکل ۱۹-۲-د به صورت مورق (Laminated CORE) ساخته می‌شود.

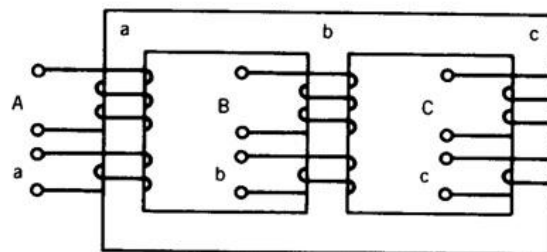
دقت شود برای هر فاز، سیم پیچی ثانویه و اولیه روی هم پیچیده می‌شوند.



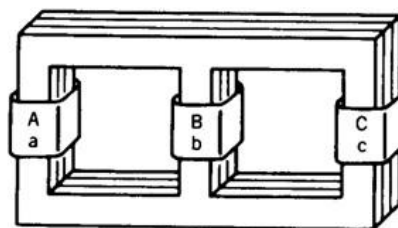
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱۹-۲- ایجاد ترانس سه فاز

۳-۱- مقدمه

دستگاه هایی که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی (یا برعکس) تبدیل می کند، ماشین های الکتریکی نامیده می شوند. فرآیند تبدیل انرژی الکتریکی به مکانیکی یا برعکس را تبدیل انرژی الکترومکانیکی گویند. اگر سیستم الکتریکی AC باشد، ماشین الکتریکی نیز AC یا جریان متناوب گفته می شود و اگر DC باشد ماشین الکتریکی DC یا جریان مستقیم است.

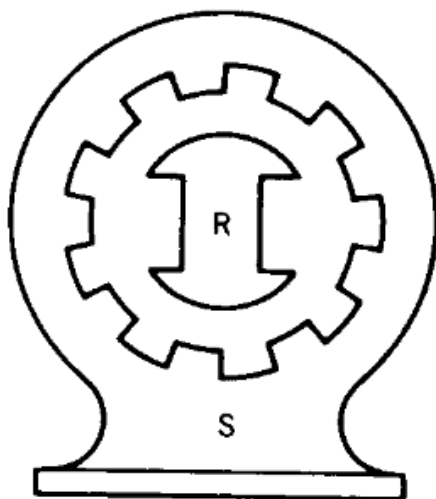
اگر ماشین الکتریکی انرژی را به انرژی مکانیکی تبدیل کند، موتور الکتریکی نامیده می شود و در صورتی که انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل کند ژنراتور گفته می شود.

در حالت موتوری از طریق سیستم الکتریکی جریان وارد هادی ها می شود. این هادی ها درون میدان مغناطیسی قرار گرفته اند و به این خاطر به آنها نیرو وارد می گردد و باعث حرکت هادی ها می شود. به علاوه، حرکت هادی ها درون میدان باعث القاء ولتاژ می گردد. بنابراین در حالت موتوری هم با نیرو و هم با ولتاژ القاء شده مواجه هستیم.

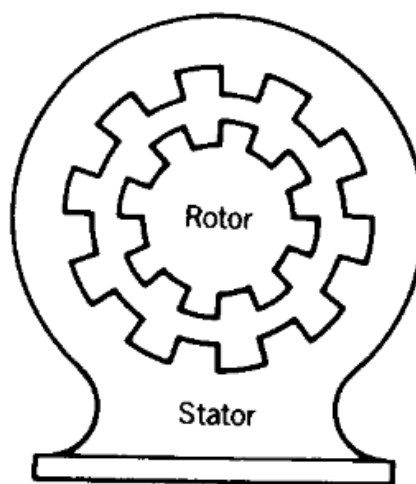
در حالت ژنراتوری، قسمت متحرک ماشین (رتور) توسط محرک اولیه چرخانده می شود. به خاطر وجود میدان در هادی های متحرک ولتاژ القاء می شود. در صورتی که پایانه های ژنراتور به بار وصل شود، جریان در سیم پیچی ها جاری می شود و در نتیجه گشتاوری در خلاف جهت گشتاور اعمالی به رتور وارد می شود.

۳-۲- ساختار ماشین های الکتریکی

دو بخش اساسی ماشین الکتریکی عبارتند از قسمت ساکن یا استاتور (Stator) و قسمت متحرک یا رتور (Rotor) که بین دو این قسمت فاصله هوایی وجود دارد. استاتور و رتور از مواد فرومغناطیسی هستند و به خاطر کاهش تلفات هسته به صورت موزق ساخته می شود. دو نوع رتور وجود دارد: رتور استوانه ای یا قطب صاف و رتور قطب برجسته که در شکل ۳-۱ تفاوت آنها مشاهده می شود.



(ب)



(الف)

شکل ۳-۱- انواع ماشین های الکتریکی از نظر ساختمان: (الف) رتور استوانه‌ای یا قطب صاف، (ب) رتور قطب برجسته

در اکثر ماشین های الکتریکی محیط داخلی استاتور و سطح خارجی رتور شیارهای متعددی تعبیه می شود، که درون آن ها هادی ها جاسازی می شود. با اتصال مناسب هادی ها سیم پیچی شکل می گیرد. در ماشین DC، به سیم پیچی هایی که در آنها ولتاژ القاء می شود سیم پیچی آرمیچر گفته می شود. به سیم پیچی هایی که از آن ها جریان می گذرد تا میدان مغناطیسی (شار اصلی) پدید آید، سیم پیچی تحریک یا میدان گفته می شود.

ماشین های الکتریکی دوار انواع مختلفی دارند:

ماشین های الکتریکی DC (موتور و ژنراتور)

ماشین سنکرون (موتور یا ژنراتور)

ماشین القایی (موتور یا ژنراتور)

ماشین های مخصوص :

آهن ربای دائم

ماشین های پله ای

۳-۳- ماشین جریان مستقیم (DC)

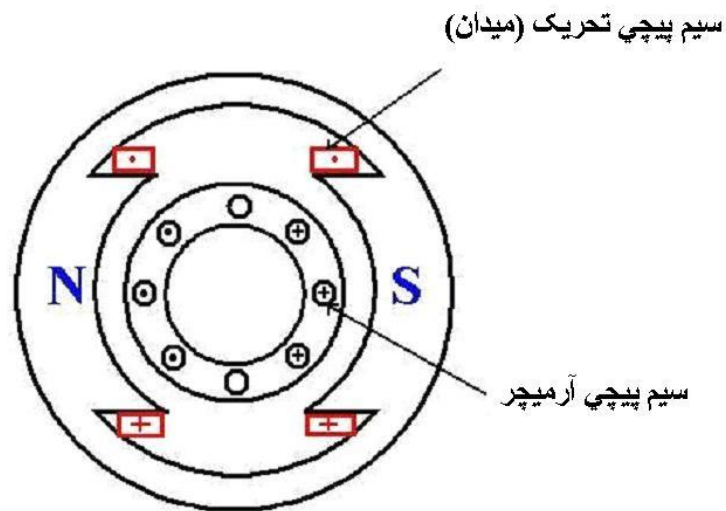
در این ماشین ها سیم پیچی تحریک (میدان) روی استاتور (قسمت ساکن ماشین) قرار دارد و رتور حاوی سیم پیچی آرمچیر است. ولتاژ القاء شده در آرمچیر ولتاژی است متناوب (AC) و برای یکسو کردن آن از مجموعه کموتاتور- جاروبک استفاده می شود. امروزه به خاطر وجود یکسوسازها ژنراتور DC کمتر مورد توجه قرار می گیرد ولی موتورهای DC به شدت در صنایع کاربرد دارد. (برای مثال سیستم حمل و نقل)

در شکل ۲-۳ که یک ماشین DC دوقطبی را نشان می دهد، استاتور حاوی دو قطب برجسته است که به دور آن ها سیم پیچی تحریک (میدان) پیچیده می شود. قطب ها می توانند شامل یک یا دو نوع سیم پیچی تحریک باشند:

۱- سیم پیچی تحریک موازی یا شنت

۲- سیم پیچی تحریک سری

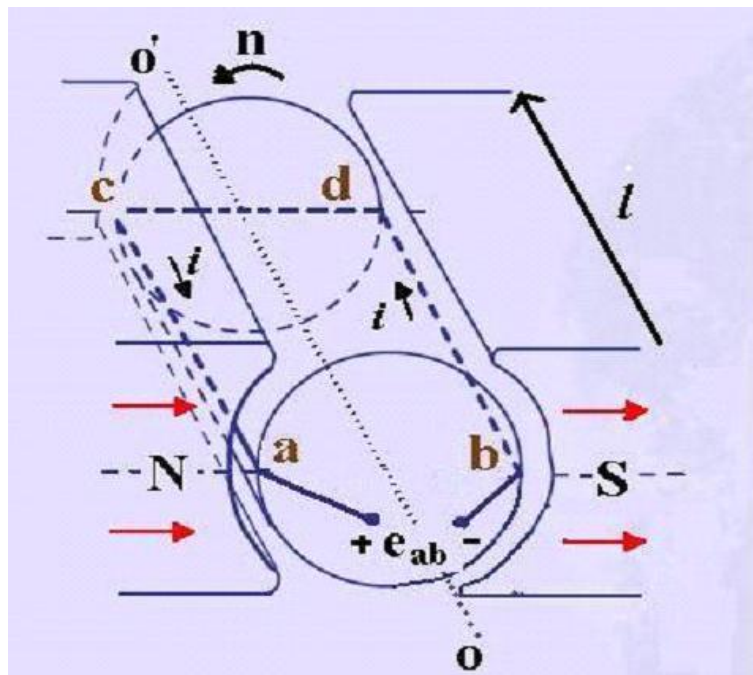
این سیم پیچی ها می توانند به روش های مختلفی تحریک شوند و به این ترتیب به مشخصه های گوناگون موتوری (گشتاور- سرعت) یا ژنراتوری (ولتاژ- جریان) دست یافت.



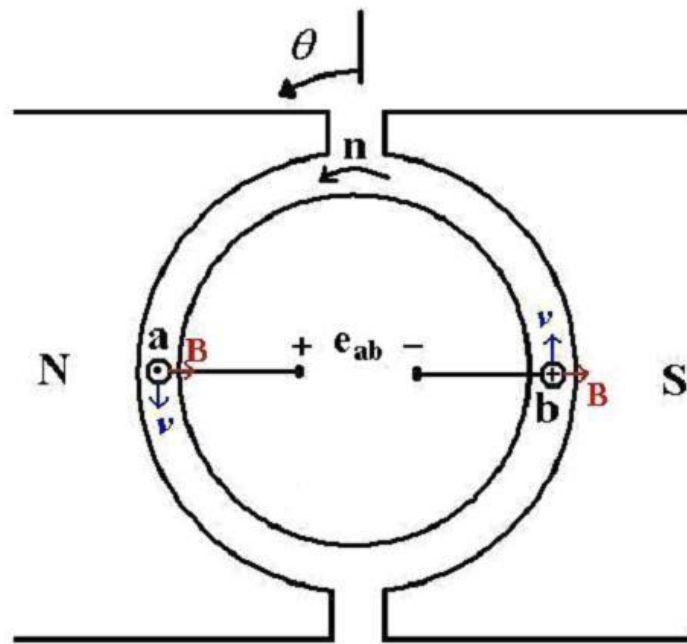
شکل ۳-۲- برش عرضی ماشین DC دوقطبی

۳-۴- ولتاژ القایی در حلقه گردان

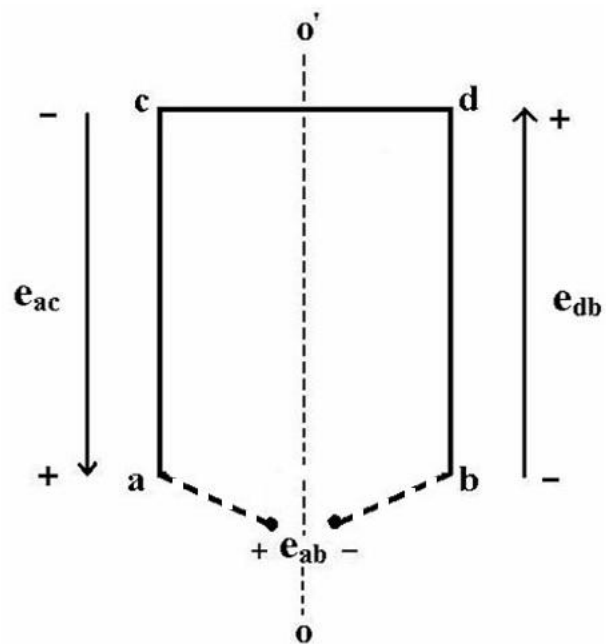
یک حلقه روی آرمیچر مطابق شکل ۳-۳ را در نظر بگیرید. این حلقه با نگاه به ماشین از جلو و از بالا مطابق شکل های ۳-۴ و ۳-۵ مشاهده می شود. توزیع چگالی شار در فاصله هوایی در شکل ۳-۶ نشان داده شده است و مشاهده می شود چگالی شار فقط مولفه شعاعی دارد و مقدار آن مادامی که زیر یک قطب هستیم ثابت است.



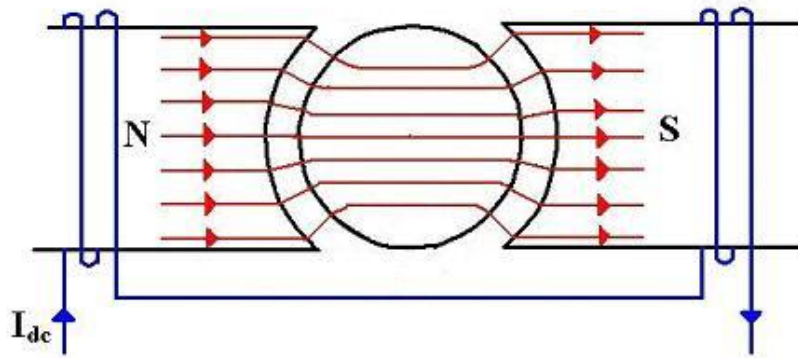
شکل ۳-۳- یک حلقه در ماشین دو قطبی



شکل ۳-۴- حلقه در موقعیت $\theta = 90$ با نگاه از راستای OO'



شکل ۳-۵- ولتاژهای القایی روی حلقه با نگاه به حلقه از بالای ماشین



شکل ۳-۶- توزیع چگالی شار در فاصله هوایی

برای موقعیت نشان داده شده در شکل ۳-۴، ولتاژ در هر قسمت از حلقه (شکل ۳-۵) بر پایه رابطه زیر می‌تواند محاسبه شود:

$$e = (\bar{V} \times \bar{B}) \cdot \bar{l} \quad (۱-۳)$$

که در آن V بردار سرعت، B بردار چگالی شار و l بردار طول است. همانطور که در فصل اول بحث شد، بردار طول در راستای هادیست و جهت آن به گونه‌ای انتخاب می‌شود که زاویه ای کوچکتر از 90° درجه با حاصل ضرب خارجی بردارهای سرعت و چگالی شار $(\bar{V} \times \bar{B})$ پیدا کند. در این صورت نوک بردار طول پلاریته مثبت ولتاژ القایی را نشان می‌دهد. بر مبنای این قرارداد، ولتاژهای القایی روی سه هادی نشان داده شده در شکل ۳-۵ در ادامه بدست می‌آید.

قسمت db: حاصل ضرب برداری $\bar{V} \times \bar{B}$ در شکل ۳-۴ برای هادی سمت راست، برداری است عمود بر صفحه به سمت داخل. بنابراین، پلاریته ولتاژ القاء شده مطابق شکل ۳-۵ در طرف d مثبت است و اندازه آن ولتاژ برابر است با VBl .

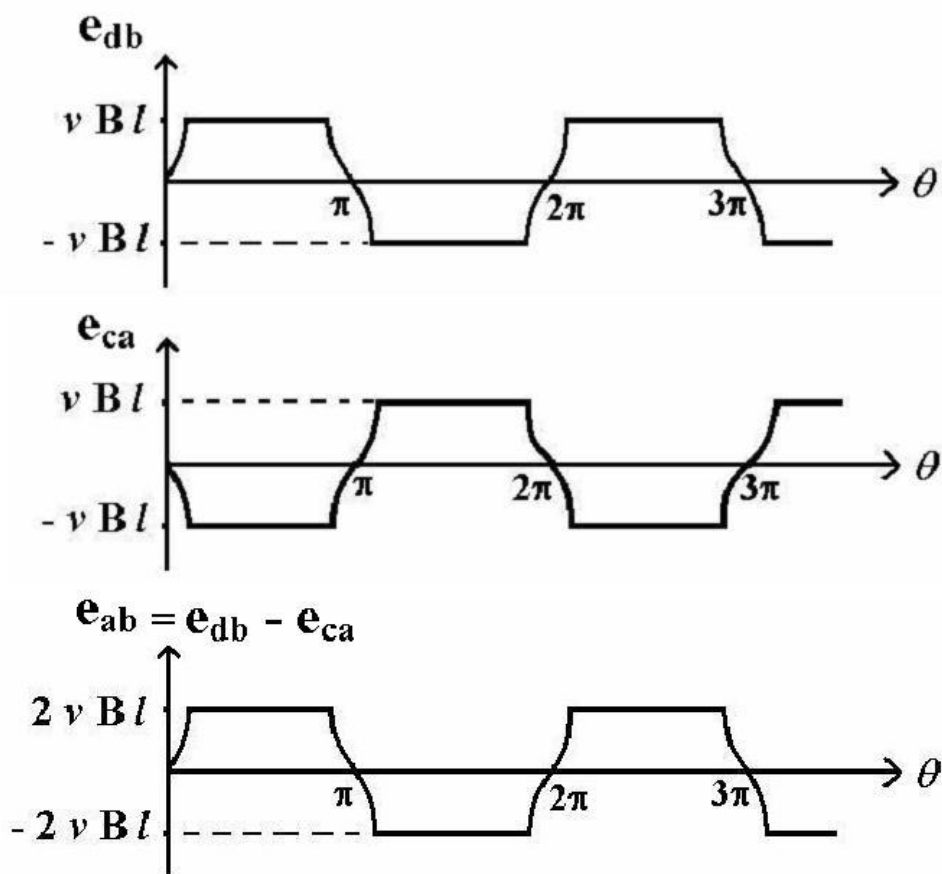
قسمت ca: برای هادی سمت چپ در شکل ۳-۴، حاصل ضرب برداری $\bar{V} \times \bar{B}$ برداری است عمود بر صفحه و به سمت خارج. در نتیجه پلاریته ولتاژ القاء شده مطابق شکل ۳-۵ برعکس آن برای قسمت db می‌گردد (اندازه ولتاژ در این حالت مشابه قسمت db است و برابرست با VBl).

قسمت dc : با توجه به شکل ۳-۴، برای این قسمت حاصل ضرب برداری $\bar{V} \times \bar{B}$ ، برداری است عمود بر صفحه (راستای هادی) در حلیکه بردار l در راستای هادیست. بنابراین مقدار ولتاژ القاء شده روی آن برطبق معادله (۳-۱) صفر است.

با توجه به ولتاژهای القایی در سه بخش مزبور و نوشتن kvl در حلقه نشان داده شده در شکل ۳-۵ داریم:

$$e_{ab} = e_{db} - e_{ca} = 2VBl \quad (۳-۲)$$

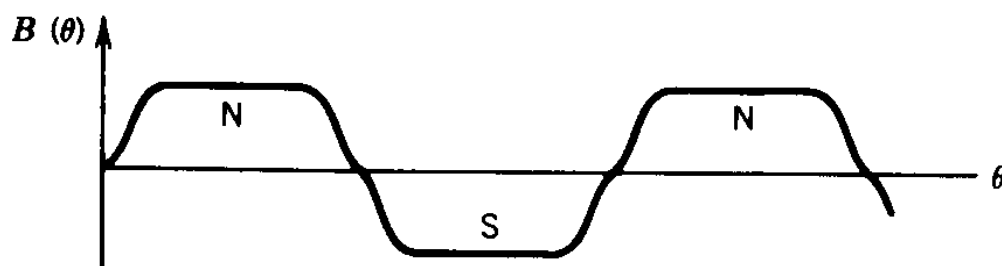
وقتی حلقه نشان داده شده در شکل ۳-۴ به اندازه 180° بچرخد، پلار تیه ولتاژ القاء شده در قسمت های مزبور برعکس می شوند. بنابراین ولتاژهای القایی بر حسب موقعیت روتور (θ) در بخش های مختلف و حلقه مطابق شکل ۳-۷ می گردد.



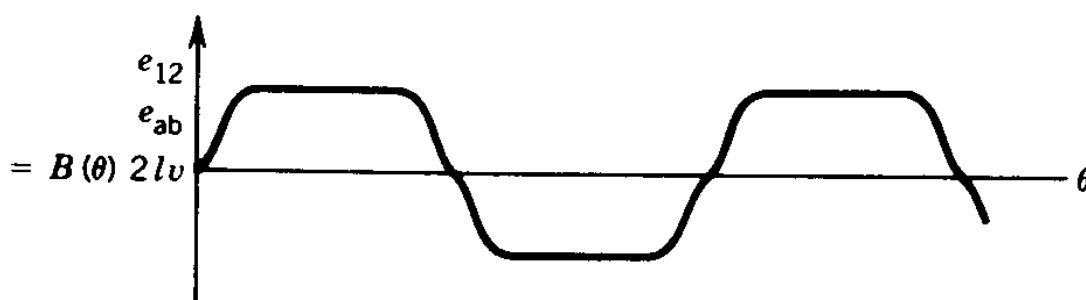
شکل ۳-۷- ولتاژهای القایی در قسمت db، ca و حلقه (e_{ab})

۳-۵- شکل گیری و تکامل ماشین های DC

ولتاژ القایی در حلقه ولتاژی متناوب (AC) است و شکل موجی همگون با شکل موج توزیع چگالی شار در فاصله هوایی دارد (شکل ۳-۸). برای بیرون کشیدن این ولتاژ متناوب از داخل ماشین می توان از مجموعه حلقه های لغزان و جاروبک مطابق شکل ۳-۹ استفاده کرد.

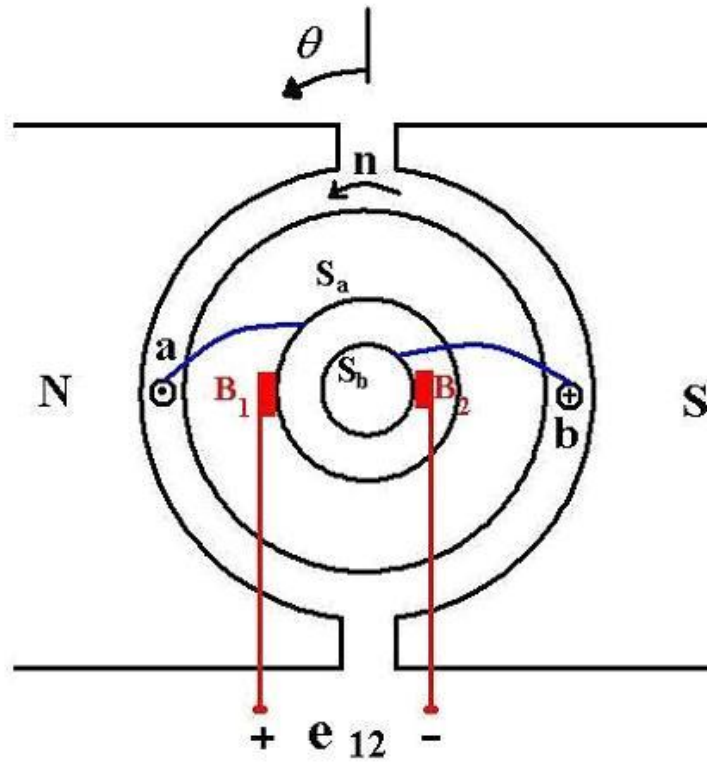


(الف)



(ب)

شکل ۳-۸- شکل موج توزیع چگالی شار در فاصله هوایی و ولتاژ القایی درون حلقه: (الف) توزیع چگالی شار، (ب) ولتاژ القایی

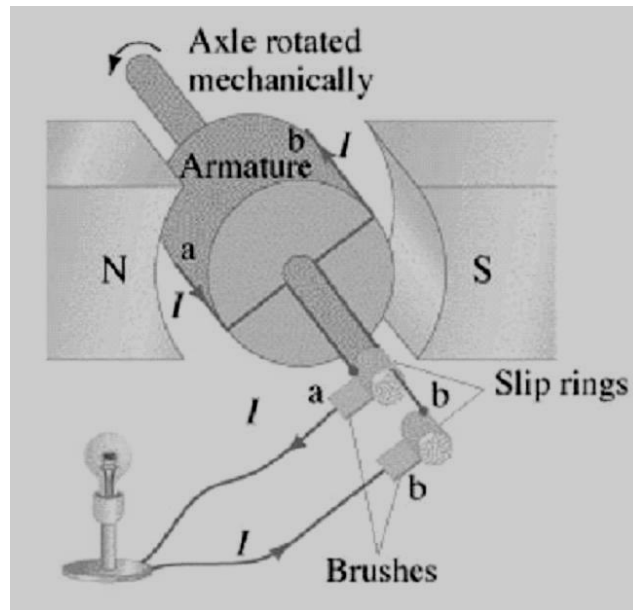


شکل ۳-۹- برش عرضی ماشین دوقطبی با یک حلقه به همراه حلقه های لغزان و جاروبک

جاروبک های ساکن : B_1 , B_2

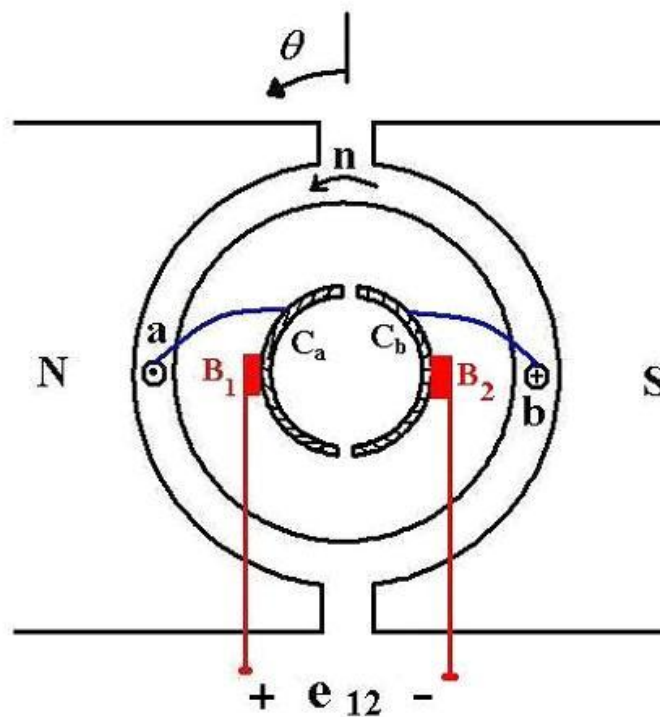
حلقه های لغزان : S_a , S_b

حلقه های لغزان که از جنس مس هستند روی محور ماشین نصب شده اند و با سرعت حرکت آرمیچر می چرخند. این حلقه ها با دو سیم مسی به سرهای a و b متصل شده اند. جاروبک های از جنس کربن هستند و یک تماس نرم با حلقه های دارند. جاروبک های در فضا ثابتند. شکل ۳-۱۰ تصویر بهتری از موقعیت این حلقه ها و جاروبک ها نشان می دهد.



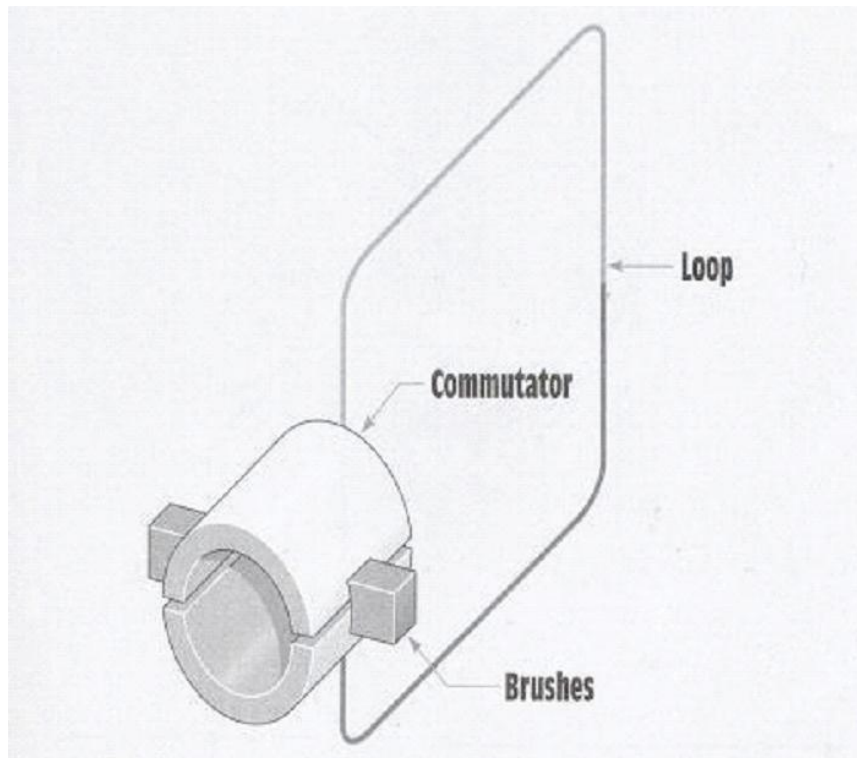
شکل ۳-۱۰- نمایشی از حلقه های لغزان و جاروبک‌ها

برای یکسو کردن ولتاژ القایی به جای حلقه های لغزان مطابق شکل ۳-۱۱ از تیغه های کموتاتور استفاده می‌شود.
(تیغه های کموتاتور : C_a , C_b)



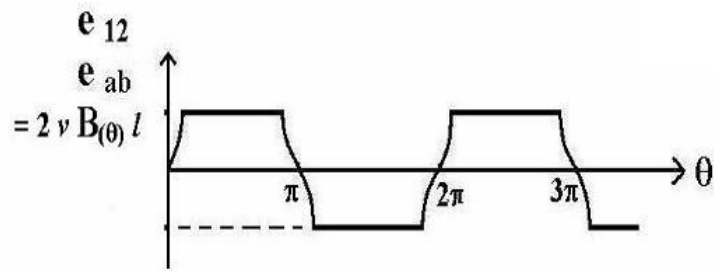
شکل ۳-۱۱- برش عرضی ماشین دوقطبی با یک حلقه به همراه کموتاتور و جاروبک

تیغه های کموتاتور قطعه هایی از مس هستند که به وسیله موادی عایقی از یکدیگر جدا شده اند. شکل ۳-۱۲ با ارایه نمایش سه بعدی درک بهتری از موقعیت جاروبک های ایجاد می نماید.

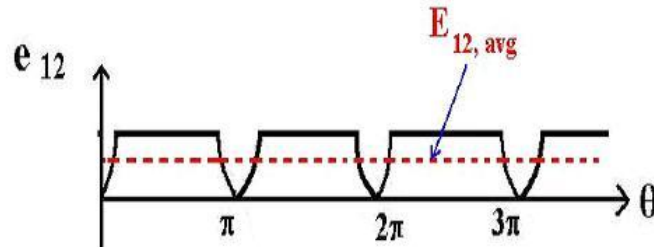


شکل ۳-۱۲- نمایشی از تیغه های کموتاتور و جاروبک ها برای یک حلقه

اگرچه ولتاژ القایی در حلقه e_{ab} ولتاژی است AC ولی ولتاژ پایانه های جاروبک ها (e_{12}) یکسویه یا DC است (شکل ۳-۱۳). اتصال جاروبک ها به کموتاتورها به گونه ایست که با چرخش آرمیچر ولتاژ در یک نیم دور چرخش $(0-\pi)$ برابر e_{ab} و در نیم دور بعدی $(\pi, 2\pi)$ برابر با e_{ba} که معادل $-e_{ab}$ است. به عبارت دیگر برای چرخش رتور در خلاف جهت عقربه های ساعت (CCW) همواره پایانه جاروبک B_1 به سر مثبت حلقه و پایانه جاروبک B_2 به سر منفی حلقه متصل است و بنابراین ولتاژ استخراجی همواره مثبت است.



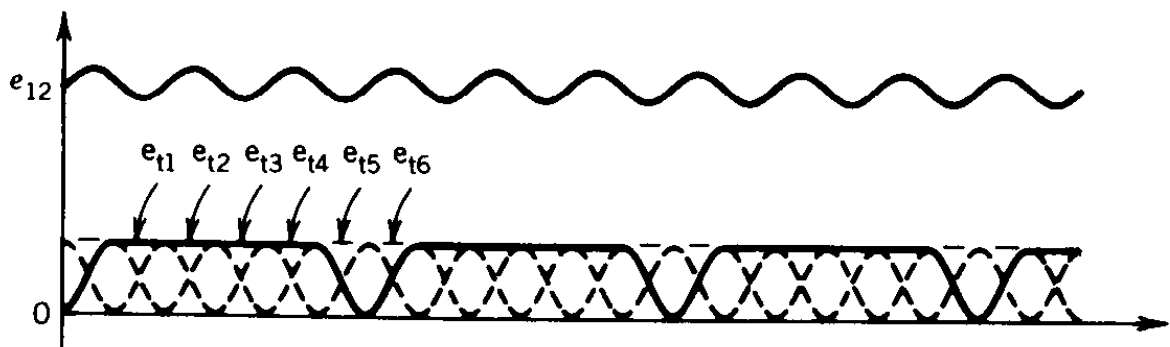
ولتاژ استخراجی با
حلقه های لغزان



ولتاژ استخراجی با
تیغه های کموتاتور

شکل ۳-۱۳- ولتاژهای تولیدی با دو روش متفاوت

این شکل موج ولتاژ به شدت اعوجاج دارد و دندانه دندانه است. در ماشین DC واقعی تعداد زیادی از حلقه‌ها در شیارهای گوناگون پیرامون رتور (آرمیچر) قرار داده می‌شوند و با اتصال آن‌ها به کمک تیغه‌های کموتاتور سیم‌پیچی آرمیچر شکل می‌گیرد. با این کار مطابق شکل ۳-۱۴ ولتاژ DC نسبتاً مطلوبی در دو سر جاروبک‌ها حاصل می‌گردد.



شکل ۳-۱۴- ولتاژ تولیدی به کمک چندین حلقه

۳-۶- سیم‌پیچی آرمیچر

هادی‌های جاسازی‌شده در شیارهای رتور به روش‌های مختلفی می‌توانند به یکدیگر مرتبط شوند تا سیم‌پیچی آرمیچر شکل گیرد. قبل از بیان بعضی از این روش‌ها آشنایی با واژه‌های حلقه، کلاف و سیم‌پیچی لازم است.

حلقه (Turn) :

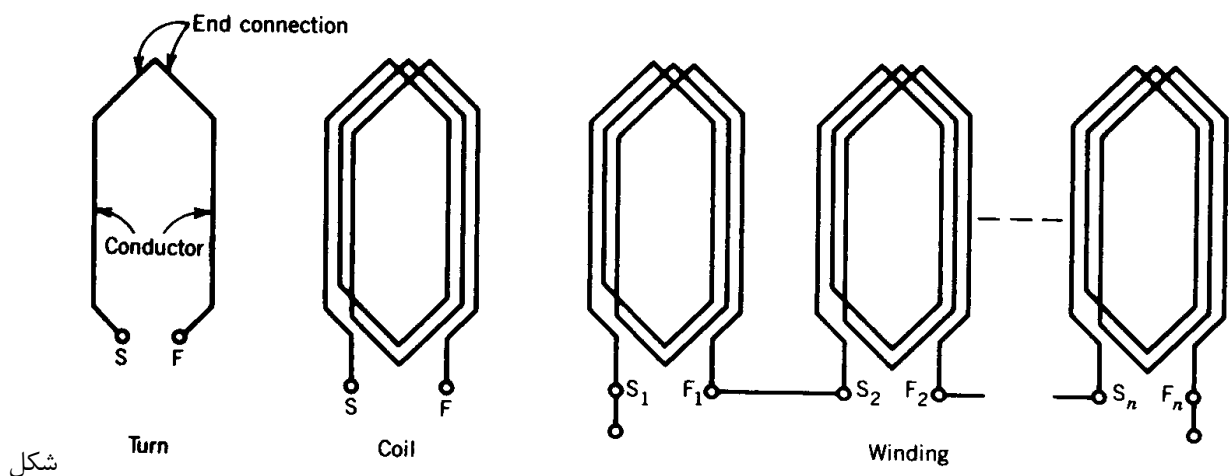
حلقه مشتمل بر دو هادی است که سر آنها به کمک اتصال انتهایی به یکدیگر متصل شده‌اند.

کلاف (Coil) :

از اتصال چند حلقه به صورت سری با یکدیگر به وجود می‌آید.

سیم‌پیچی (Winding) :

از اتصال چند کلاف به صورت سری با یکدیگر، سیم‌پیچی حاصل می‌شود.

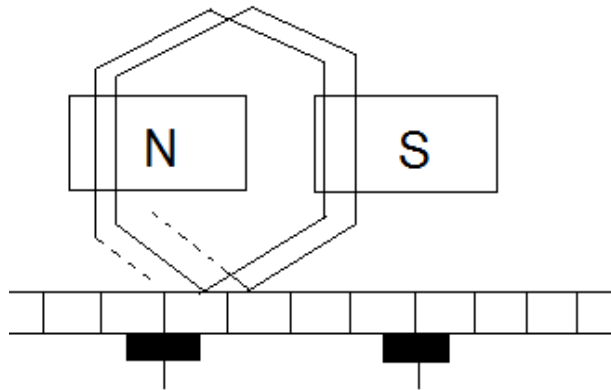


۳-۱۵- حلقه ، کلاف و سیم‌پیچی

کلاف‌های آرمیچر می‌توانند به روش‌های مختلفی به یکدیگر متصل شوند تا سیم‌پیچی آرمیچر شکل گیرد. دو نوع مرسوم به نام‌های اتصال حلقوی یا رویهم (Lab Winding) و اتصال موجی (Wave Winding) در ادامه معرفی می‌شوند.

۳-۶-۱- سیم‌پیچ حلقوی

به اتصالی حلقوی گفته می شود که مطابق شکل ۳-۲۱ هر دو کلاف سری شده زیر یک جفت قطب مجاور قرار گیرند.

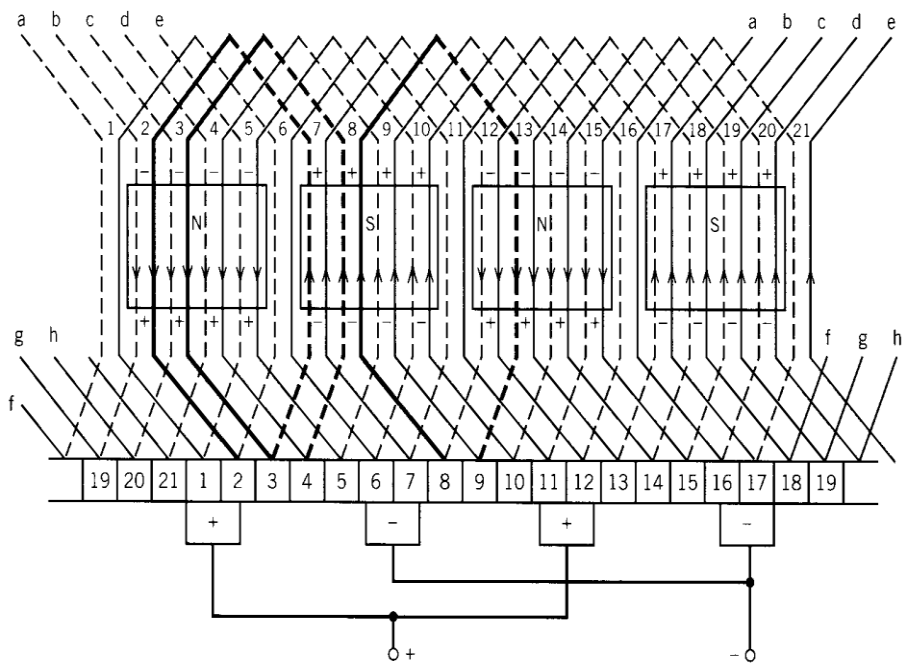


شکل ۳-۱۶- سیم پیچی حلقوی

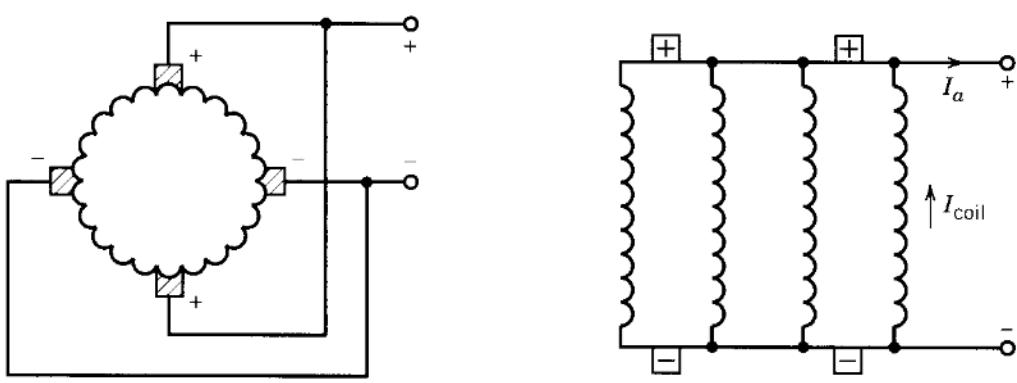
در سیم پیچ حلقوی بین دو تیغه کموتاتور مجاور یک کلاف (حلقه) وجود دارد. به علاوه، همواره در ماشین DC بین دو جاروبک مجاور $\frac{1}{p}$ تعداد تیغه های کموتاتور قرار می گیرد (P تعداد قطبهاست). بنابراین در این نوع اتصال $\frac{1}{p}$ کلافها (حلقهها) بین دو جاروبک مجاور با یکدیگر سری می شوند و مجموع ولتاژهای القاء شده روی آن ها میان دو جاروبک آشکار می شود. بنابراین، در این نوع اتصال می توان گفت تعداد مسیره های موازی جریان که به وسیله اتصال کلافها در سیم پیچی آرمیچر شکل می گیرد، برابر با تعداد قطبها است.

$$a = p : \text{تعداد مسیره های موازی جریان}$$

نمایش گسترده سیم پیچی در یک ماشین DC چهار قطبی با سیم پیچی از نوع حلقوی ساده در شکل ۳-۲۲ ارایه شده است.



(الف)

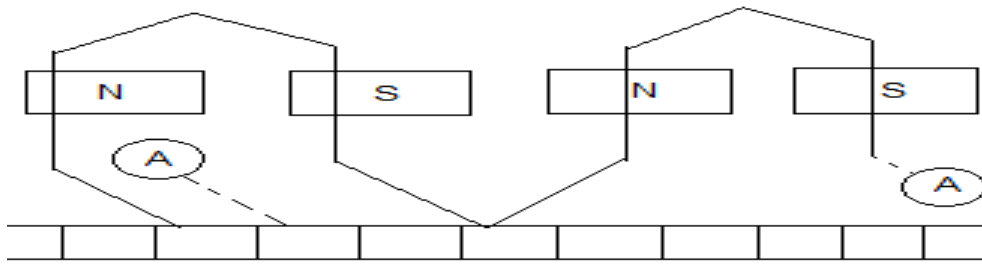


(ب)

شکل ۳-۱۷- شمای گسترده سیم پیچی در یک ماشین DC چهار قطبی با سیم پیچی حلقوی: (الف) هادی ها، (ب) اتصال مداری

۳-۶-۲- سیم پیچی موجی

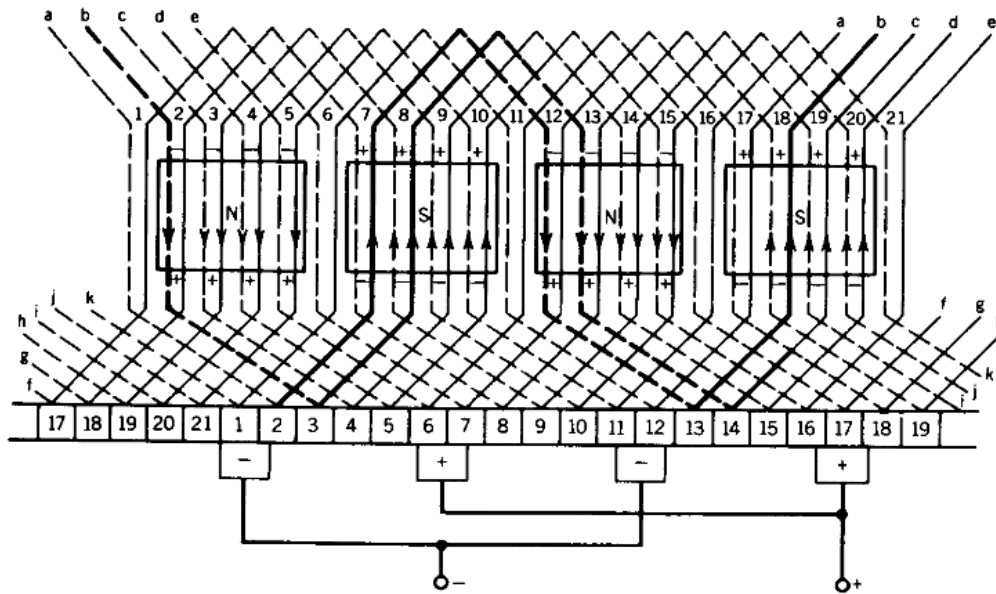
به اتصالی موجی گفته می شود که هر دو کلاف (حلقه) سری شده متعلق به دو زوج قطب مختلف باشند. برای نمونه، شکل ۳-۲۳ این نوع اتصال را در یک ماشین ۴ قطبی نشان می دهد.



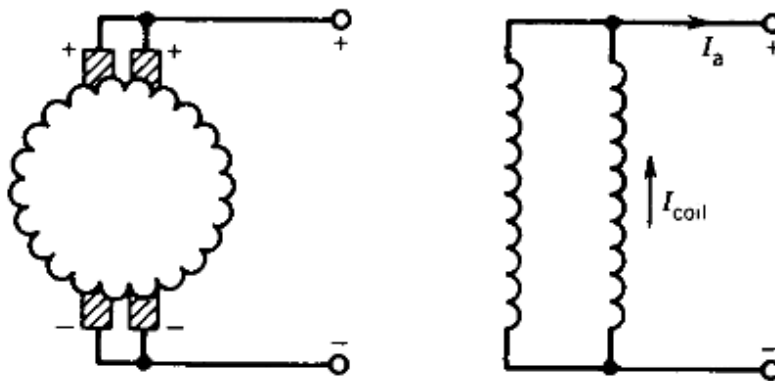
شکل ۳-۱۸- سیم پیچی موجی

در این نوع اتصال بین دو تیغه کموتاتور مجاور، $P/2$ تعداد کلاف ها (حلقه ها) با یکدیگر سری می شوند. برای مثال در شکل بالا که برای یک ماشین ۴ قطبی است مشاهده می شود که ۲ کلاف (حلقه) بین دو تیغه مجاور با یکدیگر سری شده اند. از آنجایی که بین دو جاروبک مجاور همواره $\frac{1}{p}$ تعداد تیغه کموتاتور قرار دارد، می توان گفت بین دو جاروبک مجاور $\frac{1}{2} \times \frac{P}{2} = \frac{1}{2}$ از کلاف ها با یکدیگر سری می شوند. بنابراین در اتصال موجی تعداد مسیرهای موازی جریان صرفنظر از تعداد قطب های ماشین همواره برابر با ۲ است ($a = 2$) و تنها به دو جاروبک نیاز است.

از آنجایی که بین دو جاروبک مثبت و منفی تعداد زیادی از کلاف ها سری می شوند، ممکن است چگالی جریان در محل جاروبک ها افزایش یابد و به آن ها صدمه برساند. به این خاطر در ماشین های DC بزرگ تعداد جاروبک ها به تعداد قطب ها در نظر گرفته می شوند، علی رغم آنکه تنها به دو جاروبک نیاز است. نمایش گسترده سیم پیچی در یک ماشین DC چهار قطبی با سیم پیچی موجی به همراه اتصال مداری در شکل ۳-۲۴ ارایه شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۳-۱۹- شمای گسترده سیم پیچی در یک ماشین DC چهار قطبی با سیم پیچی موجی: (الف) هادی ها، (ب) اتصال مداری

۳-۷-۱- ولتاژ آرمیچر

ولتاژ القاء شده در یک حلقه عبارت است از:

$$e_t = 2B(\theta) l v = 2B(\theta) l r \omega_m \quad (۵-۳)$$

که در آن l طول هادی، ω_m سرعت زاویه ای رتور و r شعاع حلقه است. مقدار متوسط این ولتاژ برابر است با:

$$\bar{e}_t = 2 \bar{B}(\theta) l r \omega_m \quad (6-3)$$

اگر ϕ شار هر قطب و $A = \frac{2 \pi r l}{p}$ مساحت به ازای هر قطب باشد داریم:

$$\bar{B}(\theta) = \frac{\phi}{A} = \frac{\phi P}{2 \pi r l} \quad (7-3)$$

با جایگذاری $\bar{B}(\theta)$ در (6-3) داریم:

$$\bar{e}_t = \frac{\phi P}{\pi} \omega_m \quad (8-3)$$

مقدار متوسط ولتاژ پایانه (E_a) که بین جاروبک های مثبت و منفی ظاهر می شود، برابرست با مجموع ولتاژهای القاء شده در همه کلاف های سری شده در یک مسیر موازی جریان:

$$E_a = \frac{N}{a} \bar{e}_t \quad (9-3)$$

که در آن N تعداد کل حلقه های سیم پیچی آرمیچر و a تعداد مسیرهای موازی جریان است. با جایگذاری (8-3) در (9-3) داریم:

$$E_a = \frac{NP}{\pi a} \phi \omega_m = K_a \phi \omega_m$$

که در آن K_a ثابت سیم پیچی نامیده می شود. در نتیجه ولتاژ تولیدی برابرست با:

$$E_a = K_a \phi \omega_m, \quad K_a = \frac{NP}{\pi a} = \frac{zP}{2\pi a} \quad (10-3)$$

که در آن z تعداد کل هادی هاست.

۳-۷-۲- گشتاور تولیدی

نیروی اعمالی بر هر هادی روی محیط خارجی آرمیچر از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$f_c = B(\theta) l i_c = B(\theta) l \frac{I_a}{a} \quad (11-3)$$

که در آن i_c جریان هادی و I_a جریان پایانه آرمیچر است. گشتاور حاصله توسط هادی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_c = f_c r \Rightarrow \bar{T}_c = \bar{B}(\theta) l \frac{I_a}{a} r \quad (12-3)$$

در (۷-۳) اثبات شد $\bar{B}(\theta) = \frac{\varphi p}{2\pi r l}$ و در نتیجه داریم:

$$\bar{T}_c = \frac{\varphi p I_a}{2\pi a} \quad (13-3)$$

تمامی هادی‌ها در تولید گشتاور به یک اندازه سهم دارند. بنابراین:

$$T = 2N \bar{T}_c = \frac{N \varphi p}{\pi a} I_a = K_a \varphi I_a$$

که K_a ثابت سیم‌پیچی است و در (۱۰-۳) معرفی شده است. در نتیجه گشتاور تولیدی برابرست با:

$$T = K_a \varphi I_a \quad (14-3)$$

با توجه به روابط مهم بدست‌آمده در این قسمت، می‌توان نوشت:

$$\text{توان مکانیکی خروجی} = T \omega_m = K_a \varphi \omega_m I_a = E_a I_a = \text{توان الکتریکی ورودی}$$

بنابراین:

$$E_a I_a = T \omega_m \quad (15-3)$$

مثال: ماشین DC چهار قطبی با شعاع متوسط آرمیچر 12.5 cm و طول محوری آرمیچر 25 cm مفروض است. قطب‌ها ۷۵٪ محیط آرمیچر را پوشانده‌اند و سیم پیچی آرمیچر از ۳۳ کلاف تشکیل شده که هر کلاف ۷ حلقه دارد، چگالی شار متوسط زیر هر قطب 0.75 T است و سیم پیچی آرمیچر از نوع حلقوی ساده است.

الف: اگر آرمیچر با سرعت 1000 rpm بچرخد، ولتاژ القاء شده در آرمیچر را محاسبه کنید.

ب: اگر جریان آرمیچر 400 A باشد، گشتاور و توان تولیدی را به دست آورید.

$$z = 33 \times 7 \times 2 = 462 \quad , \quad a = p = 4$$

$$K_a = \frac{zP}{2\pi a} = \frac{462 \times 4}{2 \times \pi \times 4} = 73.53$$

$$A_p = \frac{2\pi \times 0.125 \times 0.25 \times 0.75}{4} = 36.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\varphi = A_p \times B = 36.8 \times 10^{-3} \times 0.75 = 0.0276 \text{ Wb}$$

$$E_a = K_a \varphi \omega_m = 73.53 \times 0.0276 \times \frac{1000}{60} \times 2\pi = 212.5 \text{ V}$$

$$T = K_a \varphi I_a = 73.53 \times 0.0276 \times 400 = 811.8 \text{ Nm}$$

$$p = E_a I_a = 212.5 \times 400 = 85 \text{ kW}$$

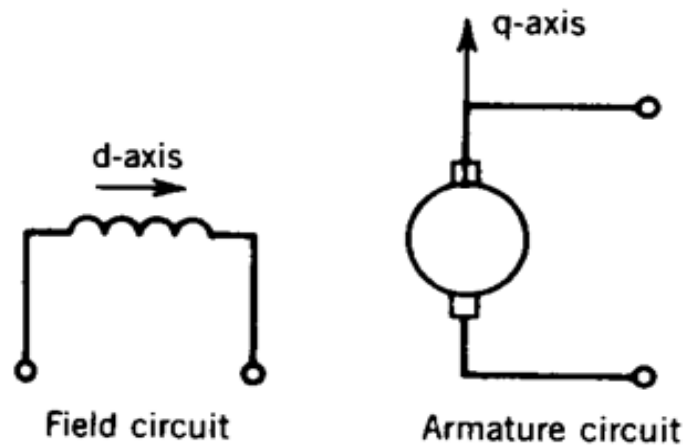
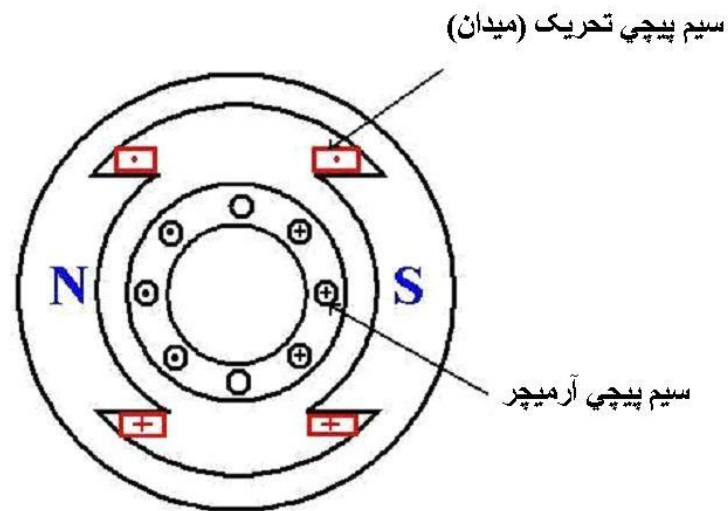
$$= T \times \omega_m = 811.8 \times \frac{1000}{60} \times 2\pi = 85 \text{ kW}$$

۳-۸- منحنی مغناطیس شونده در ماشین DC

ماشین DC حاوی دو مدار جداگانه است: مدار تحریک یا میدان و مدار سیم پیچی آرمیچر. دو نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) ناشی از این دو مدار وجود دارد که مطابق شکل ۳-۲۰ در فضا متعام هستند:

✓ نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) ناشی از سیم پیچی قطب های اصلی در امتداد محور مستقیم (direct)

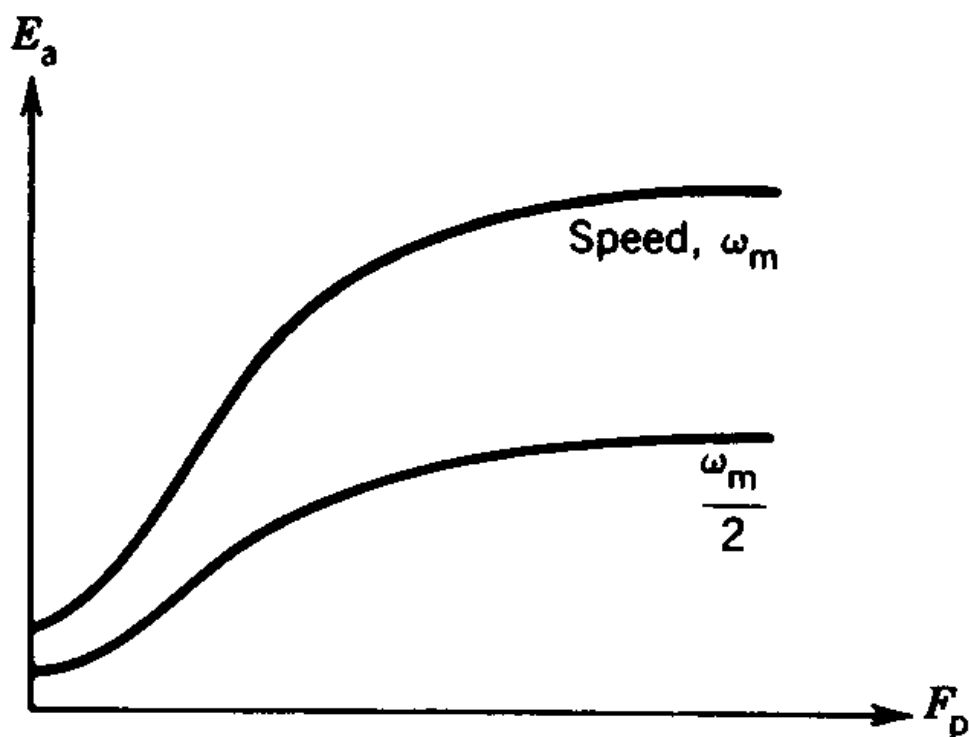
✓ نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) ناشی از سیم پیچی آرمیچر در راستای محور عمود (quadrature)



شکل ۳-۲۰- نمایش آرمیچر

ارتباط بین ولتاژ تولیدی آرمیچر و نیروی محرکه مغناطیسی یا آمپر دور ناشی از قطب های اصلی به نام منحنی مغناطیس شوندگی ماشین DC معروف است. از (۱۶-۳) واضح است که این منحنی برای یک سرعت خاص داده می شود. شکل ۳-۲۱ منحنی مغناطیس شوندگی یک ماشین DC نمونه را برای دو سرعت مختلف نشان می دهد.

$$E_a = K_a \varphi \omega_m \quad , \quad \varphi = f(I_f) \quad (۱۶-۳)$$



شکل ۳-۲۱- منحنی مغناطیس شوندگی

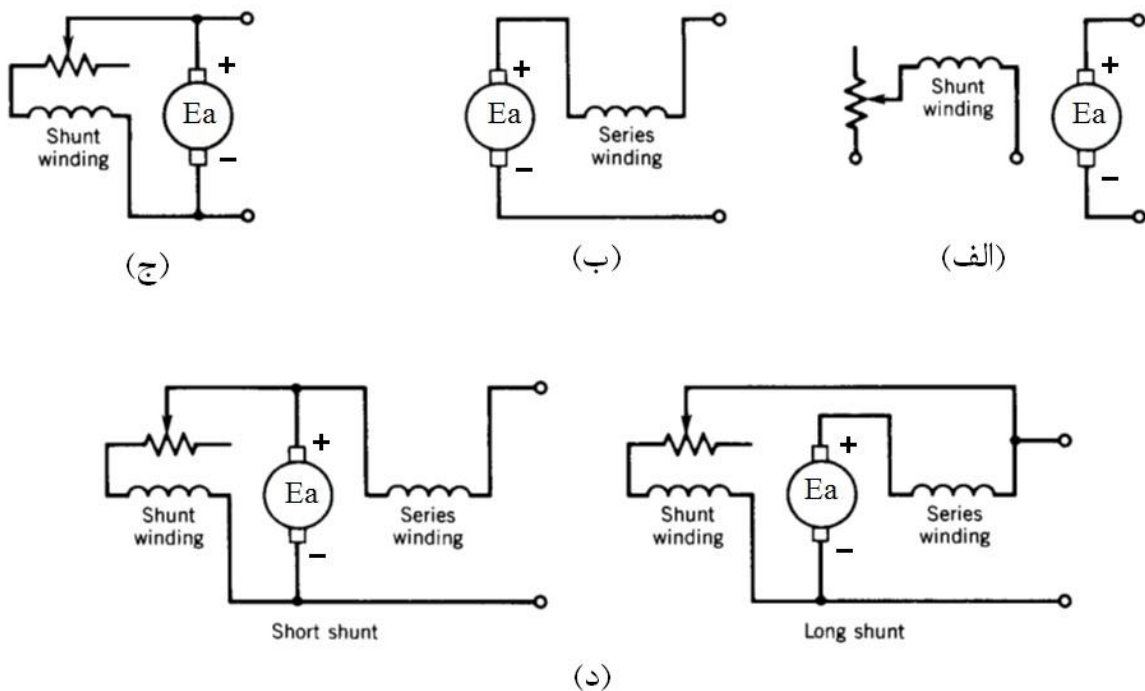
۳-۹- طبقه بندی ماشین های DC

مدار تحریک (میدان) و مدار آرمیچر می توانند به روش های متفاوتی به یکدیگر مربوط شوند و با این کار به مشخصه های عملکرد مختلف دست یافت.

روی قطب های اصلی ماشین دو سری سیم پیچی به نام های سیم پیچی شنت یا موازی (Shunt winding) و سیم پیچی سری (Series winding) وجود دارد. تعداد حلقه های سیم پیچی شنت بسیار زیاد و جریان آن کم است. برعکس تعداد حلقه های سیم پیچی سری کم و جریان آن زیاد است. با توجه به رابطه $Ni = R\phi$ ، هر دو می توانند باعث تولید شار یکسانی شوند.

مدار سیم پیچی شنت (موازی) با سیم پیچی آرمیچر موازی بسته می شود، در حالی که سیم پیچی سری با مدار آرمیچر سری می شود. اگر هر دو سیم پیچی شنت و سری تحریک شوند، ماشین DC نوع کمپوند داریم. اگر سیم پیچی تحریک (میدان) توسط منبع DC جداگانه ای تغذیه شود، ماشین DC نوع تحریک جداگانه (مستقل) داریم.

در ماشین DC نوع کمپوند اگر سیم پیچی شنت با مدار آرمیچر موازی بسته شود و مجموعه با سیم پیچی سری به صورت سری متصل شود، کمپوند از نوع شنت کوتاه داریم. در صورتی که سیم پیچی سری با مدار آرمیچر سری شود و سپس مجموعه با سیم پیچی شنت موازی بسته شوند، کمپوند از نوع شنت بلند داریم. در نهایت در ماشین DC کمپوند اگر سیم پیچی سری mmf سیم پیچی شنت را تقویت کند، کمپوند اعم از شنت بلند یا کوتاه کمپوند اضافی نامیده می شود و اگر تضعیف کنند کمپوند نقصانی داریم. شکل ۳-۲۲ اتصال مداری انواع ماشین DC را نشان می دهد.

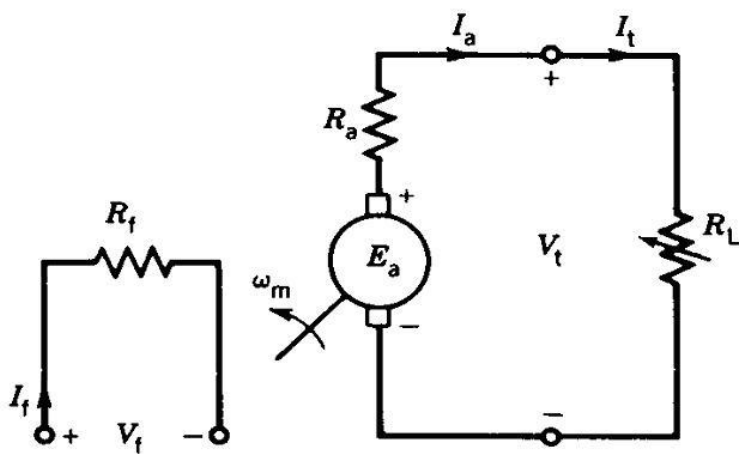


شکل ۳-۲۲- انواع ماشین DC: (الف) تحریک مستقل یا جداگانه، (ب) سری، (ج) شنت و (د) کمپوند از نوع شنت بلند و شنت کوتاه

۳-۱۰- ژنراتورهای جریان مستقیم (DC)

۳-۱۰-۱- ژنراتور DC تحریک مستقل (جداگانه)

مدارهای سیم پیچی های تحریک و آرمیچر ژنراتور تحریک مستقل در حالت دائمی که سلف سیم پیچی های اتصال کوتاه می شوند، در شکل ۳-۲۳ نشان داده شده اند. همانطور که گفته شد سیم پیچی تحریک در این نوع ژنراتور به صورت جداگانه توسط یک منبع DC تحریک می شود.



شکل ۳-۲۳- ژنراتور DC تحریک مستقل

پارامترهای نشان داده شده در مدار شکل ۳-۲۳ عبارتند از:

R_f : مقاومت مدار تحریک

R_a : مقاومت مدار آرمیچر

R_L : مقاومت بار

V_f و I_f : ولتاژ اعمالی به مدار تحریک و جریان تحریک

E_a و I_a : ولتاژ و جریان آرمیچر

V_t و I_t : ولتاژ و جریان پایانه (ترمینال) ژنراتور

۳-۱۰-۱-۱- معادلات حاکم در حالت ماندگار

با توجه به مدار نشان داده شده در شکل ۳-۲۳ معادلات حاکم بر عملکرد حالت ماندگار (Steady state) ژنراتور تحریک مستقل به شکل زیر می باشند:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_f = R_f I_f \\ E_a = V_t + R_a I_a \\ E_a = K_a \varphi \omega_m \\ V_t = R_L I_t \\ I_a = I_t \end{array} \right.$$

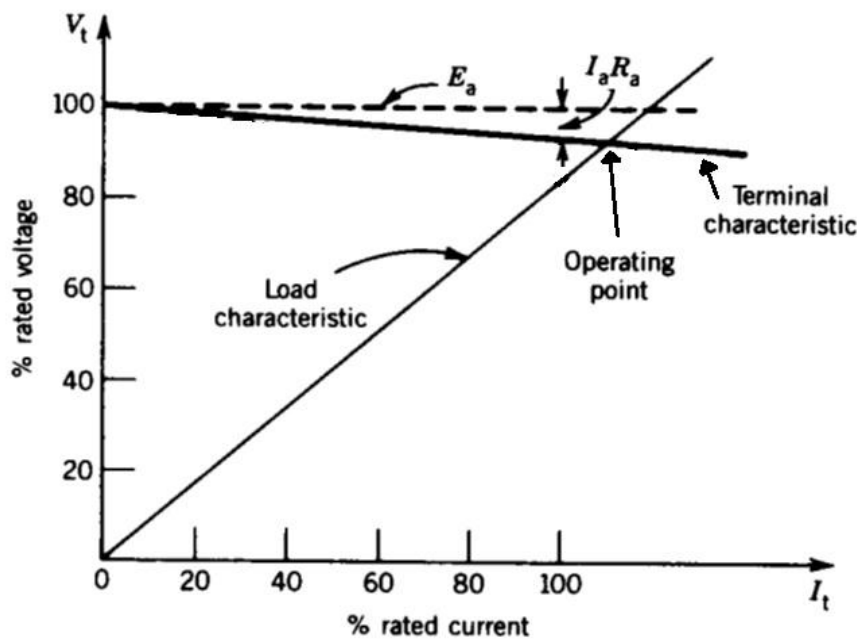
۳-۱۰-۱-۲- مشخصه ی خارجی ژنراتور DC تحریک جداگانه

این مشخصه در مورد ژنراتور DC منحنی تغییرات ولتاژ خروجی برحسب جریان بار است و روش به دست آوردن آن از معادلات حاکم است که در ادامه توصیف می شود.

$$V_t = E_a - R_a I_a \quad (۱۷-۳)$$

$$I_t = I_a$$

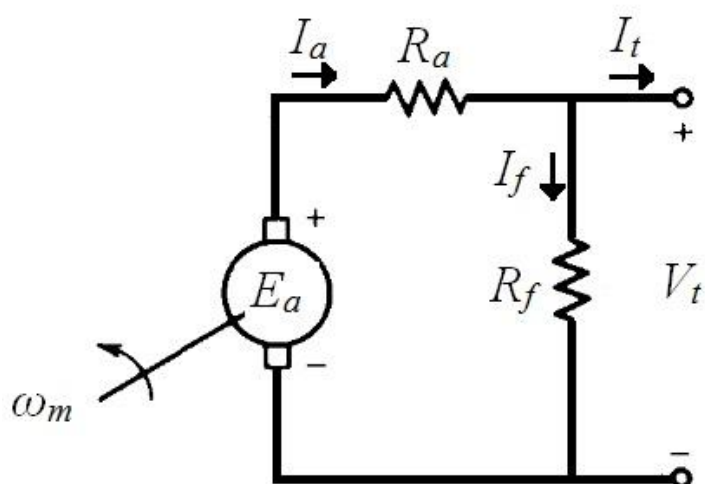
با توجه به (۱۷-۳)، اگر E_a با تغییر جریان پایانه ثابت بماند (حالتی که از اثر عکس العمل آرمیچر صرف نظر می شود)، نحوه تغییرات ولتاژ پایانه برحسب جریان پایانه به صورت منحنی نشان داده شده در شکل ۳-۲۴ می گردد. از تقاطع این مشخصه با منحنی بار، نقطه کار حاصل می شود.



شکل ۳-۲۴- مشخصه ی خارجی ژنراتور DC

۳-۱۰-۲- ژنراتور DC شنت

مدار معادل این ژنراتور در شکل ۳-۲۵ مشاهده می شود. سیم پیچی تحریک با مدار آرمیچر موازی بسته می شود و به منبع جداگانه ای برای تحریک نیاز نیست. به عبارت دیگر از ولتاژ تولیدی ژنراتور برای تحریک استفاده می شود. به این خاطر به آن ژنراتور خودتحریک شنت (موازی) نیز گفته می شود.

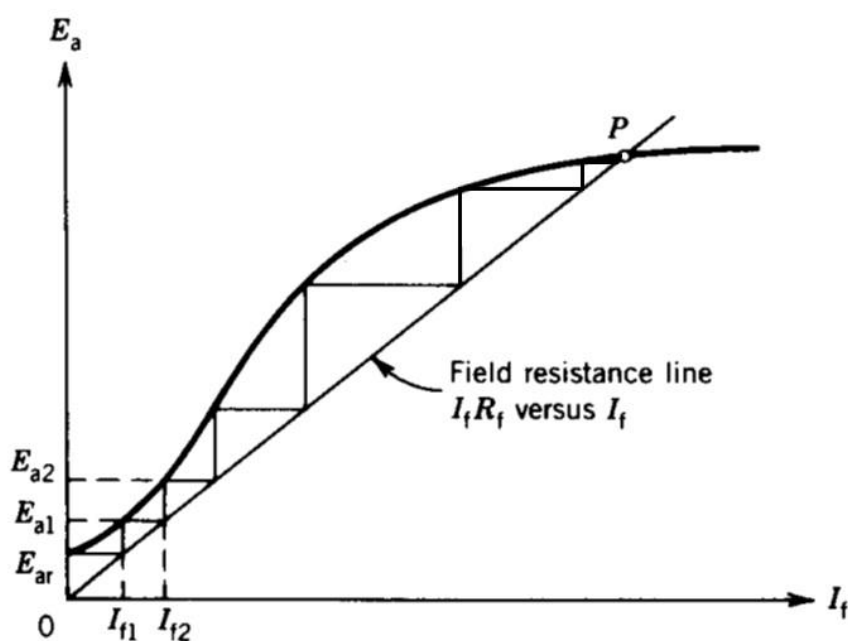


شکل ۳-۲۵- ژنراتور DC شنت

۳-۱۰-۲-۱- طریقه ولتاژسازی در ژنراتور شنت

منحنی مغناطیس شوندگی (E_a-I_f) به همراه خط بار ولتاژ پایانه برحسب جریان تحریک (V_t-I_f) در شکل ۳-۲۶ رسم شده‌اند. با توجه به مدار شکل ۳-۲۵، در حالت بی باری ($I_f=0$)، جریان آرمیچر با جریان مدار تحریک که مقدار آن کم است برابرست و می‌توان از افت ولتاژ $R_a I_a$ صرف‌نظر کرد و در نتیجه $E_a \approx V_t$.

اگر ماشین دارای شار پسماند باشد، وقتی آرمیچر به چرخش در می‌آید ولتاژ تولیدی کوچکی تولید می‌شود که در شکل ۳-۲۶ با E_{ar} نمایش داده شده است. با توجه به خط بار ولتاژ پایانه برحسب جریان تحریک، این ولتاژ کوچک تولید جریان تحریک کمی تولید می‌نماید (I_{f1}). شار حاصل از این جریان تحریک اگر شار پسماند را تقویت کند، ولتاژ بزرگتری حاصل می‌شود (E_{a1}) که به طبع جریان (I_{f2}) را نتیجه می‌دهد. این کار تا نقطه کار نهایی ادامه می‌یابد و نهایتاً ولتاژ قابل ملاحظه‌ای در دو سر آرمیچر ظاهر می‌گردد.



شکل ۳-۲۶- روند ولتاژسازی در ژنراتور DC شنت

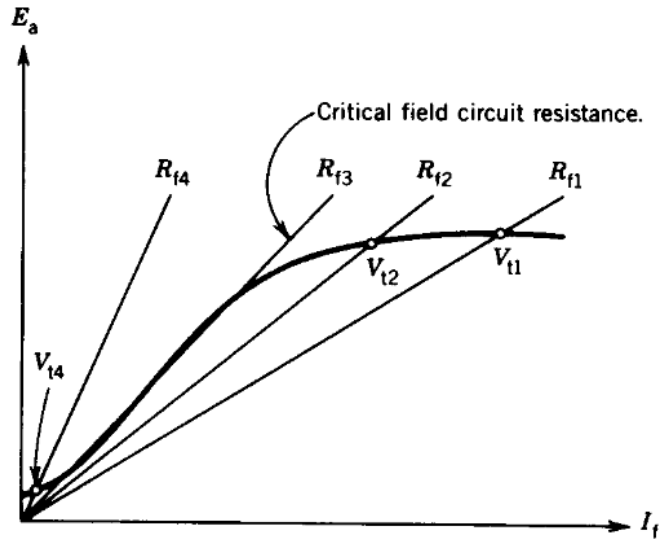
به اختصار شرایط لازم برای ولتاژسازی در ژنراتور DC شنت عبارتند از:

✓ وجود شار پسماند در مدار مغناطیسی ماشین

✓ تقویت شار پسماند توسط شار ناشی از مدار تحریک

✓ مقاومت مدار تحریک کمتر از مقاومت بحرانی (شیب قسمت خطی منحنی مغناطیس شونده) مطابق

شکل ۳-۲۷



شکل ۳-۲۷- تغییر مقاومت مدار تحریک

۳-۱۰-۲- معادلات حاکم در حالت ماندگار

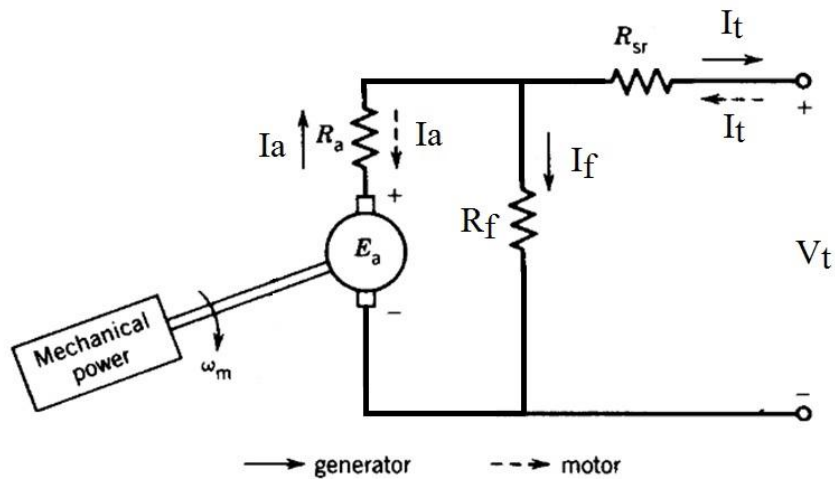
با توجه به مدار نشان داده شده در شکل ۳-۲۵، معادلات حاکم بر عملکرد حالت ماندگار ژنراتور شنت عبارتند از:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_a = V_t + R_a I_a \\ E_a = K_a \varphi \omega_m = f(I_f) \\ V_t = R_f I_f = R_L I_t \\ I_a = I_t + I_f \end{array} \right.$$

۳-۱۱- موتورهای جریان مستقیم (DC)

۳-۱۱-۱- پخش توان و بازده

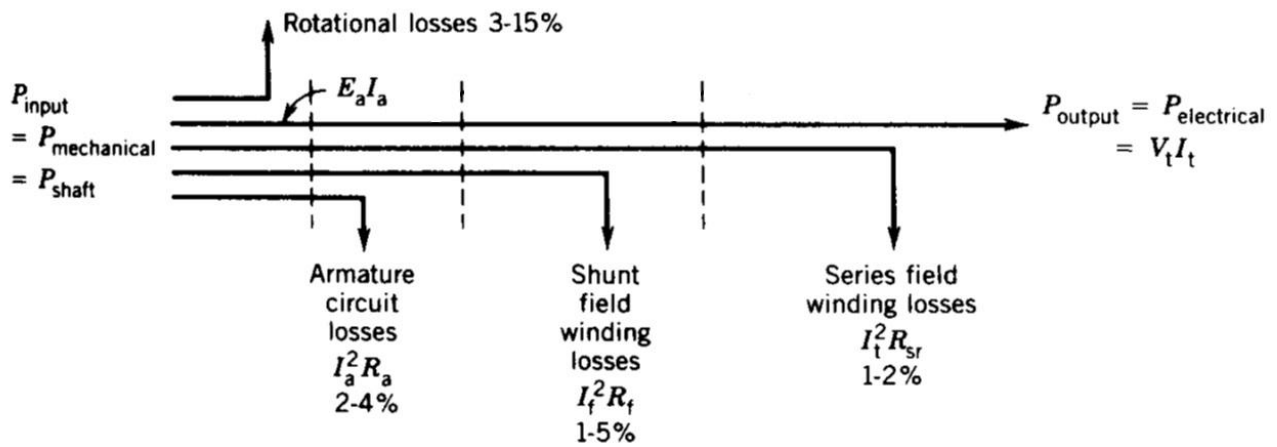
تشریح مسئله برای ماشین DC کمپوند از نوع شنت کوتاه که مدار آن در شکل ۳-۲۸ نشان داده شده است انجام می‌گردد. توجه شود در حالت موتوری جهت جریان به سمت داخل است و در حالت ژنراتوری برعکس.



شکل ۳-۲۸- شمای ماشین DC کمپوند شنت کوتاه

حالت ژنراتوری

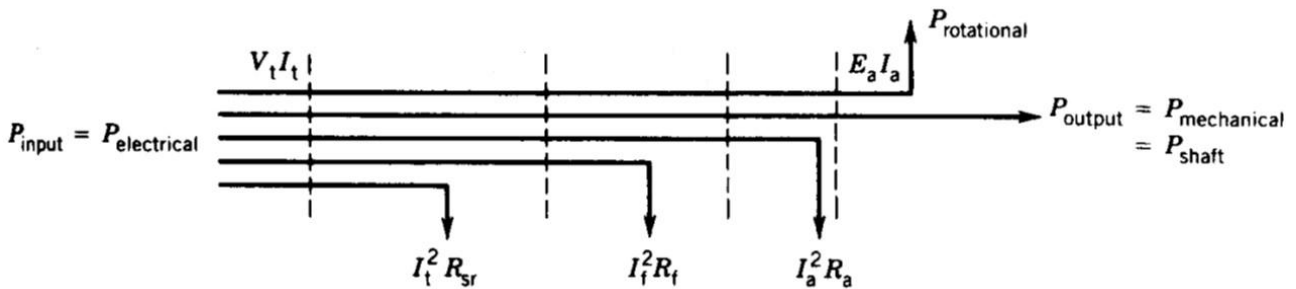
توان ورودی به ماشین به صورت توان مکانیکی است و همان توان روی محور است. توان خروجی به صورت توان الکتریکی است. نمودار پخش توان برای حالت ژنراتوری در شکل ۳-۲۹ مشاهده می‌شود.



شکل ۳-۲۹- حالت ژنراتوری

حالت موتوری

در این حالت توان ورودی به ماشین توان الکتریکی است و توان خروجی به صورت توان مکانیکی ظاهر می شود. نمودار پخش توان برای حالت ژنراتوری در شکل ۳-۳۰ مشاهده می شود.



شکل ۳-۳۰- حالت موتوری

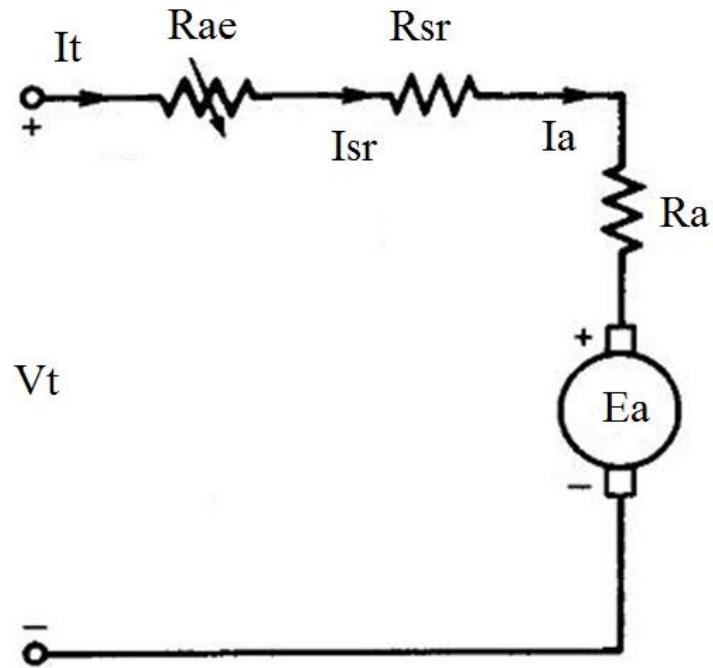
نسبت توان خروجی به توان ورودی بازده یا راندمان یا بهره نامیده می شود:

$$E_{ff} = \frac{P_{output}}{P_{input}} = \frac{P_{output}}{P_{output} + P_{loss}} \quad (۱۸-۳)$$

که در آن P_{loss} مجموع تلفات اهمی و چرخشی است.

۳-۱۱-۲- موتور DC سری

مدار این موتور در شکل ۳-۳۱ نشان داده شده است که در آن مقاومت R_{ae} به منظور کنترل سرعت استفاده می‌شود.



شکل ۳-۳۱- مدار موتور DC سری

که در آن:

R_{ae} : مقاومت اضافه شده در مدار آرمیچر به منظور کنترل سرعت

R_a : مقاومت مدار آرمیچر

R_{sr} : مقاومت سیم پیچی تحریک سری

با فرض سیستم خطی (هسته به اشباع نمی رود):

$$K_a \varphi = K_{sr} I_a \quad (۱۹-۳)$$

با توجه به (۱۹-۳) داریم:

$$E_a = K_a \varphi \omega_m = K_{sr} I_a \omega_m \quad (۲۰-۳)$$

$$T = K_a \varphi I_a = K_{sr} I_a I_a = K_{sr} I_a^2 \quad (۲۱-۳)$$

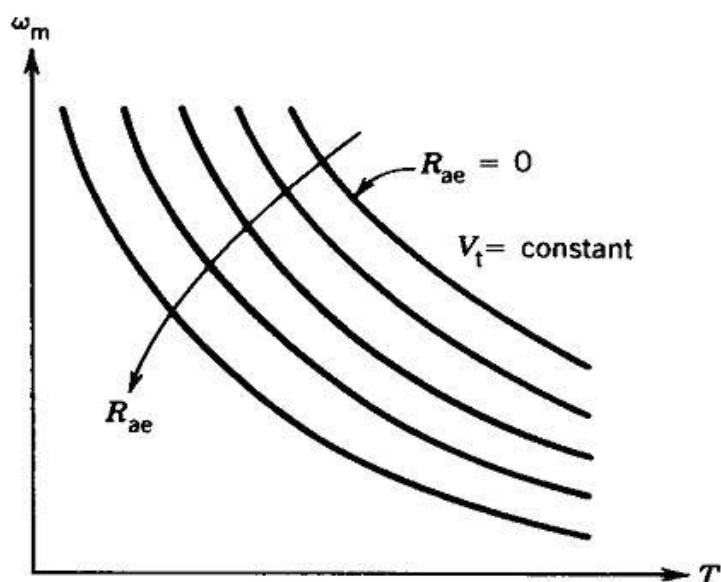
از طرف دیگر، با توجه به مدار معادل موتور نشان داده شده در شکل ۳-۳۱ داریم:

$$E_a = V_t - (R_a + R_{sr} + R_{ae}) I_a \quad (۲۲-۳)$$

از (۲۰-۳)، (۲۱-۳) و (۲۲-۳)، نهایتاً رابطه بین سرعت و گشتاور به صورت معادله زیر نتیجه می شود:

$$\omega_m = \frac{V_t}{\sqrt{K_{sr}} \sqrt{T}} - \frac{R_a + R_{sr} + R_{ae}}{K_{sr}} \quad (۲۳-۳)$$

با توجه به معادله گشتاور-سرعت به دست آمده مشاهده می شود که برای موتور DC سری گشتاور زیاد در سرعت کم داریم. به خاطر این خصوصیت منحصر به فرد آن، کاربرد موتور سری در سیستم حمل و نقل که به گشتاور راه انداز بسیار زیاد احتیاج دارد، فراوان است. شکل ۳-۳۲ نحوه تغییر مشخصه گشتاور-سرعت با تغییر مقاومت اضافه شونده در مدار آرمیچر (R_{ae}) را نشان می دهد.



۳-۳۲- مشخصه گشتاور سرعت موتور DC سری برای مقادیر مختلف مقاومت R_{ae}

۳-۱۱-۳- راه اندازی موتورهای DC

موتور تحریک جداگانه را در نظر بگیرید:

$$V_t = E_a + R_a I_a \Rightarrow I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} \quad (۳-۲۴)$$

که در آن:

$$E_a = K_a \varphi \omega_m \quad (۳-۲۵)$$

در لحظه راه اندازی $\omega_m = 0 \Leftarrow E_a = 0$ و جریان راه اندازی به طرز خطرناکی افزایش می یابد.

روش های مختلف راه اندازی:

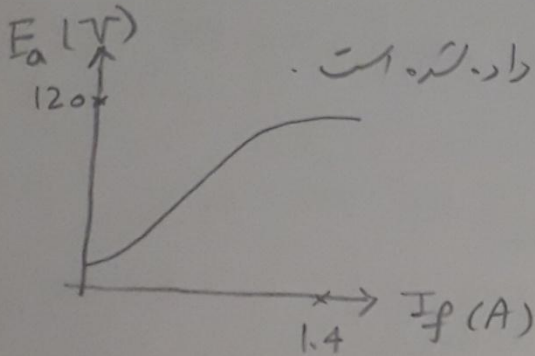
۱- اضافه کردن مقاومت در مدار آرمیچر: این مقاومت با سرعت گرفتن موتور در چند مرحله از مدار بایستی خارج شود.

۲- کاهش V_t در لحظه راه اندازی

مثال: ژنراتور DC سکت 1000 rpm، 100V، 12 kW با بار متغیر
 زیره مفروض است:

مقاومت سیم پیچی آرمیچر: $R_a = 0.1 \Omega$

مقاومت سیم پیچی تحریک: $R_f = 80 \Omega$



منحنی مشاهده شونده مایکن درست نام دارد. است.

در صورت عملکرد ژنراتور به صورت بی بار (No-load (NL) محاسبه نمائید:

الف: ماکزیم مقدار ولتاژ تولیدی

ب: مقدار مقاومت اضافه شونده در مدار تحریک برای حصول ولتاژ نامی

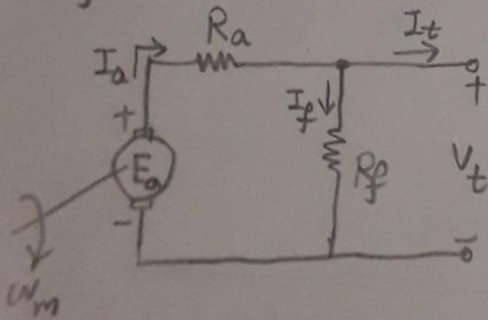
ج: مقدار مقاومت بحرانی

حل:

الف: ماکزیم ولتاژ تولیدی وقتی است که هیچ مقاومت اضافه ای در مدار تحریک

نباشد چون در این حالت ولتاژ تحریک ماکزیم است.

$$R_f = \min \Rightarrow I_f = \max \Rightarrow \phi = \max \Rightarrow E_a = \max$$

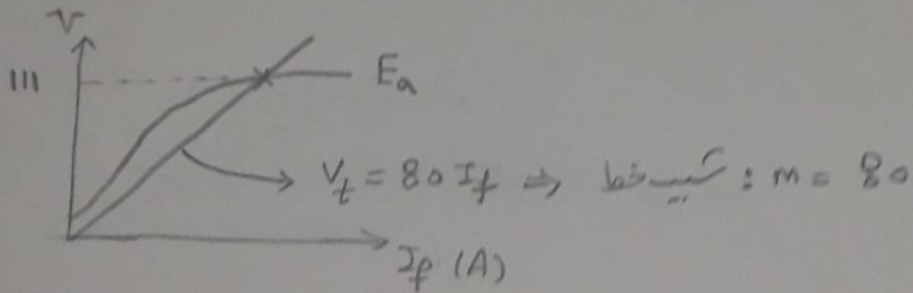


No-load $\Rightarrow I_t = 0$

$\Rightarrow V_t \approx E_a$

$$V_t = R_f I_f = 80 I_f \quad \xrightarrow{V_t \approx E_a} \quad E_a = 80 I_f$$

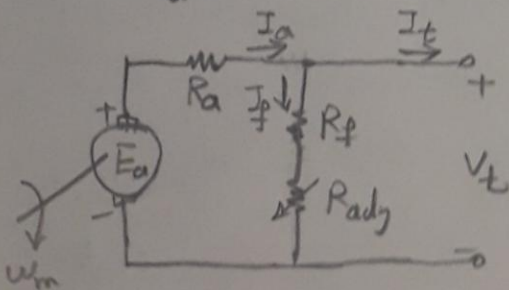
ا- تقاطع این دو خط با همی مقدار سوندمی (مقدار ولتاژ و سوندمی) تعیین می‌کند



$$\Rightarrow \text{مکانیزیم ولتاژ سوندمی} : V_{t, \text{max}} = 111 \text{ V}$$

$$E_a = V_t = 100 \text{ V} \quad (\text{مقدار نامی ولتاژ}) \quad \text{ب:}$$

$$\Rightarrow E_a = 100 \text{ V} \quad \xrightarrow{\text{از روی منحنی مقدار سوندمی}} \quad I_f = 1 \text{ A}$$

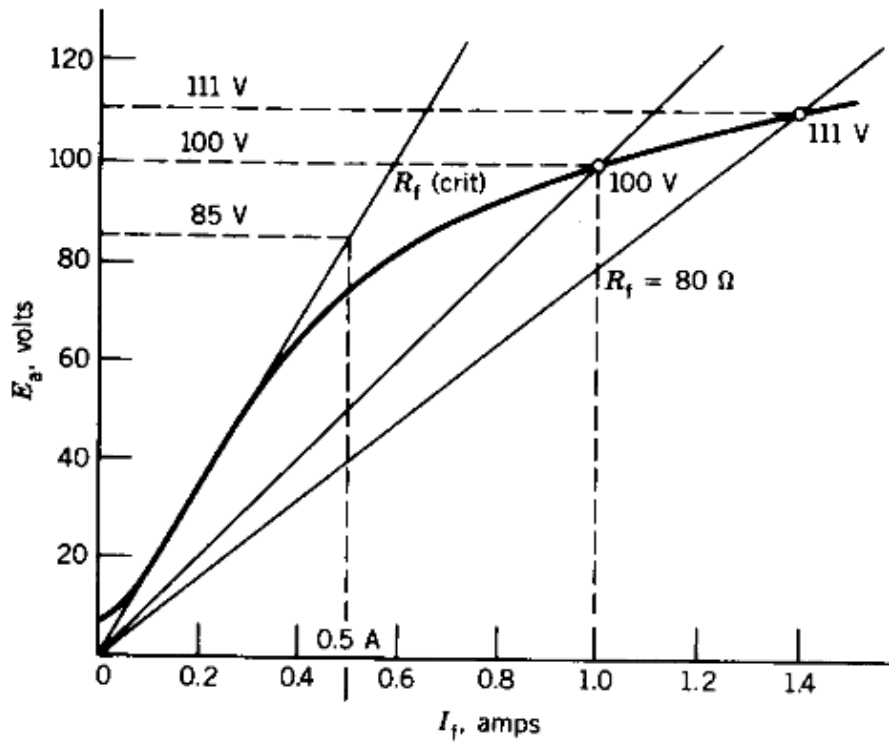


$$\Rightarrow R_f + R_{ad} = \frac{V_t}{I_f} = \frac{100}{1} = 100 \Omega$$

$$\xrightarrow{R_f = 80 \Omega} \quad R_{ad} = 20 \Omega$$

ج: سوندمی قسمت عدد منحنی مقدار سوندمی ماسین، مقاومت بجز این است

$$\Rightarrow \text{مقاومت بجز این} : R_c = \frac{85}{0.5} = 170 \Omega$$



مثال: یک موتور DC سری 7hp و 220V تحت ولتاژ نامی یک پمپ را می‌چرخاند.

زمانی که هیچ مقاومت اضافه‌ای در مدار آرمیچر نیست ($R_{ae}=0$)، جریان 25A

و سرعت 300 rpm است. گشتاور لازم برای فن با مقدار سرعت

رابطه مستقیم دارد.

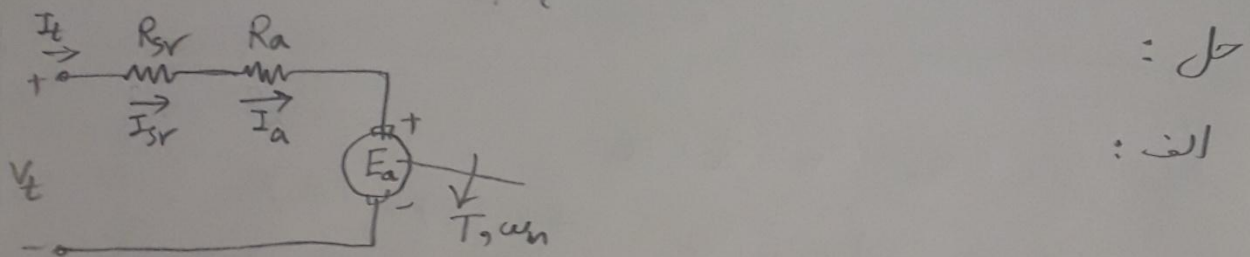
مقاومت سیم‌پیچی آرمیچر: $R_a = 0.6 \Omega$

مقاومت سیم‌پیچی تحریک سری: $R_{sr} = 0.4 \Omega$

با فرضی ساختار خطی (حصه به اشباع نمرود) محاسبه نمائید:

الف: توان و گشتاور نحولی به بار

ب: مقدار مقاومت اضافه‌شده در مدار آرمیچر برای کاهش سرعت به 200 rpm



از kvl $\rightarrow E_a = V_t - (R_a + R_{sr}) I_a = 220 - (0.6 + 0.4) \times 25 = 195 \text{ V}$

$P = E_a I_a = 195 \times 25 = 4880 \text{ W}$

$E_a I_a = T \omega_m \Rightarrow T = \frac{E_a I_a}{\omega_m} = \frac{4880}{300 \times \frac{2\pi}{60}} = 155.2 \text{ N.m}$

ب: $T = K_{sr} I_a^2 \Rightarrow 155.2 = K_{sr} \times 25^2 \Rightarrow K_{sr} = 0.248$

$T_L \propto \omega_m^2 \Rightarrow T|_{200 \text{ rpm}} = \left(\frac{200}{300}\right)^2 \times T|_{300} = \left(\frac{200}{300}\right)^2 \times 155.2$

\downarrow
Load (ب) $\Rightarrow T|_{\omega_m=200 \text{ rpm}} = 68.98 \text{ N.m}$

$$\omega_m = \frac{V_t}{\sqrt{k_{sv}} \sqrt{T}} - \frac{R_a + R_{sv} + R_{ae}}{k_{sv}} \quad \omega_m = 200 \times \frac{\pi}{60}, V_t = 220, k_{sv} = 0.248$$

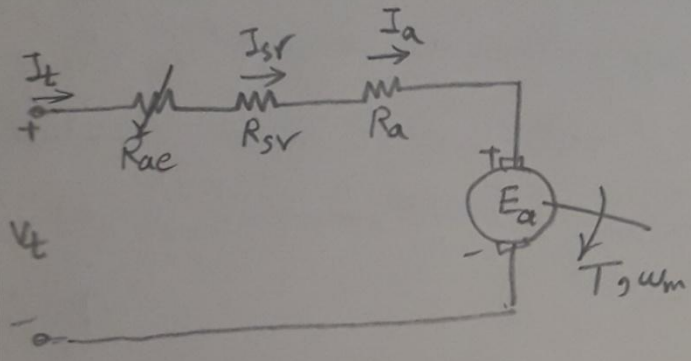
$$T = 68.98, R_a = 0.6, R_{sv} = 0.4 \rightarrow \boxed{R_{ae} = 7 \Omega}$$

: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$T = k_{sv} I_a^2 \Rightarrow 68.98 = 0.248 \times I_a^2$$

$$\Rightarrow I_a = 16.7 \text{ A}$$

$$E_a = k_{sv} I_a \omega_m = 0.248 \times 16.7 \times 200 \times \frac{2\pi}{60} = 86.6 \text{ V}$$



$$E_a = V_t - (R_{ae} + R_{sv} + R_a) I_a$$

$$\Rightarrow 86.6 = 220 - (R_{ae} + 0.4 + 0.6) \times 16.7$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{ae} = 7 \Omega}$$

فصل چهارم

ماشین های القایی (آسنکرون) سه فاز

Induction (Asynchronous) Machines

۱-۴- ساختمان موتورهای القایی سه فاز

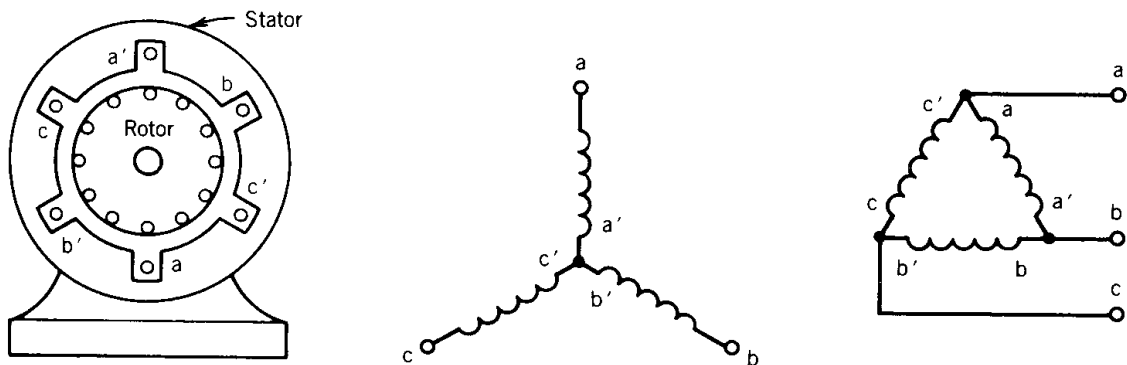
تحریک فقط روی استاتور (برق سه فاز) و القاء جریان در هادی های رتور (قانون فارادی)

← لفظ موتور القایی

هسته استاتور از جنس فولاد مرغوب به صورت مورق (به خاطر کاهش تلفات هسته) دارای یک دسته سیم پیچی سه فاز و رتور از جنس مواد فرومغناطیسی می باشد.

سیم پیچی سه فاز استاتور درون شیارهای تعبیه شده در سطح داخلی استوانه بیرونی (یوغ استاتور) قرار داده می شود و در عمل به صورت گسترده (Distributed Winding) است.

برای جلوگیری از شلوغی شکل و سادگی بحث، مطابق شکل ۱-۴ مدل سازی سیم پیچی به صورت متمرکز (Concentrated) نشان داده می شود.



شکل ۱-۴- ماشین القایی سه فاز

اتصال سیم پیچی رتور می تواند ستاره یا مثلث باشد.

رتور دو نوع است:

الف- رتور سیم بندی شده (درون شیارهای تعبیه شده روی سطح خارجی رتور یک دسته سیم پیچی سه فاز با اتصال ستاره اتصال کوتاه شده قرار دارد).

در عمل با استفاده از حلقه های لغزان به فازهای رتور امکان دسترسی وجود دارد.

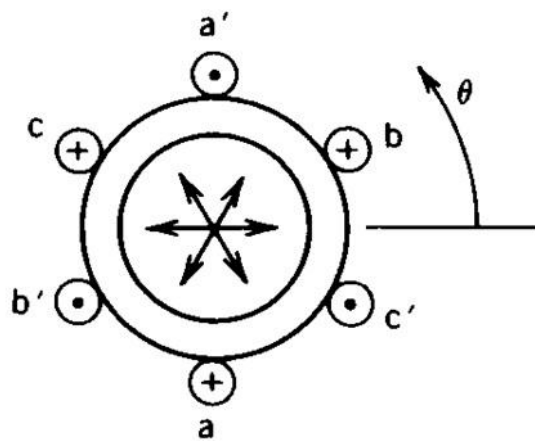
ب- رتور قفس سنجابی: میله های آلومینیومی یا مسی درون شیار که از دو طرف توسط دو حلقه اتصال کوتاه شده اند (شبهه قفس سنجاب). این نوع رتور کاربرد بیشتر دارد.

۴-۲- میدان مغناطیسی گردان یا دوار

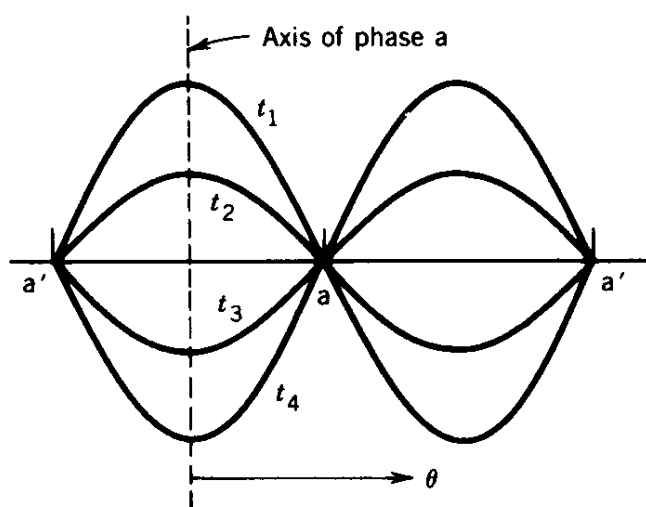
نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) تولیدی ناشی از جریان فاز a در نقاط مختلف فاصله هوایی (θ های مختلف) در حقیقت تصویر mmf فاز در آن موقعیت می باشد:

$$F(\theta) = N i_a \cos \theta$$

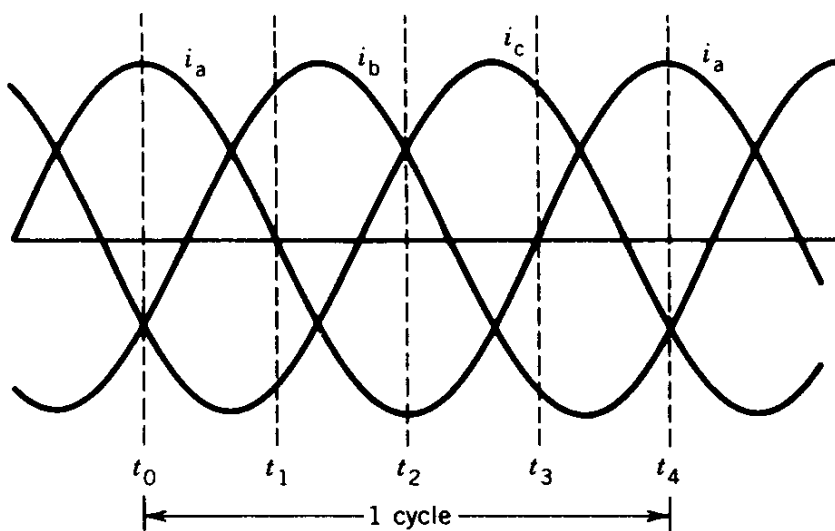
نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) تولیدی ناشی از جریان فاز a یک موج ضربانی یا نوسانی است و به خاطر متغیربودن جریان ($i_a = I_m \cos \omega t$)، دامنه mmf در لحظات مختلف یکسان نیست (مطابق شکل ۴-۲-ب).



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲-۴- استاتور موتور القایی سه فاز، (الف) ساختار هندسی، (ب) نیروی محرکه مغناطیسی ضربانی فاز a، (ج) جریان های سه فاز

به طریق مشابه آنچه در شکل ۴-۲-ب مشاهده می شود، تولید mmf های با توزیع سینوسی توسط سیم پیچی های فاز b و c نیز اتفاق می افتد.

⇐ وجود سه mmf سینوسی مربوط به سه فاز که محورهای آنها 120° اختلاف فاز مکانی دارند.

از طرف دیگر مطابق شکل ۴-۲-ج، جریان های اعمالی به سیم پیچی استاتور، سه فاز متغیر با زمان هستند (سینوسی اند) و دارای اختلاف فاز زمانی 120° هستند.

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \end{cases}$$

اعمال سه جریان سینوسی با اختلاف فاز زمانی 120° به سه سیم پیچی a و b و c که محورهای مغناطیسی آنها در فضا 120° اختلاف فاز مکانی دارند باعث شکل گرفتن mmf منتهجه (برآیند سه mmf مربوط به سه فاز) در فاصله هوایی می گردد که در ادامه اثبات می شود mmf منتهجه یک موج دوار است و با سرعت سنکرون در فاصله هوایی می چرخد.

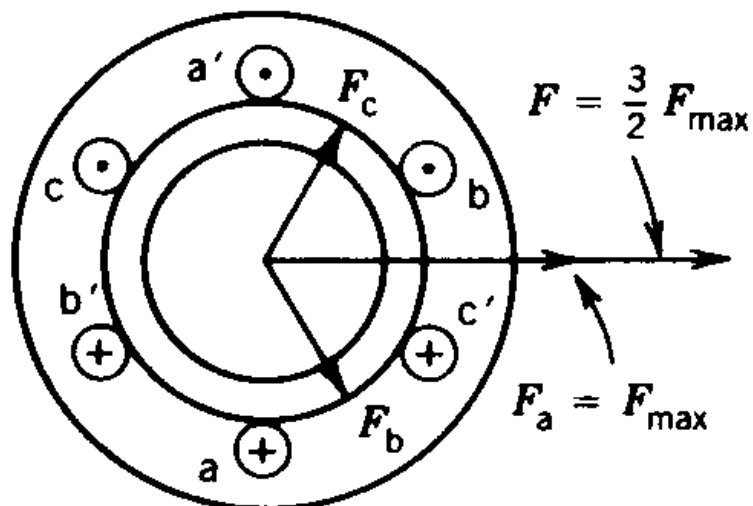
گردان بودن میدان:

ارزیابی مقدار و جهت mmf منتهجه در لحظات مختلف نشان داده شده در شکل ۴-۲-ج در ادامه انجام می شود.

لحظه t_0 :

$$\begin{cases} i_a = I_m & \text{از سیم پیچی فاز a حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \\ i_b = -\frac{I_m}{2} & \text{از سیم پیچی فاز b حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \\ i_c = -\frac{I_m}{2} & \text{از سیم پیچی فاز c حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \end{cases} \longrightarrow |F| = \frac{3}{2} F_{\max}$$

همانطور که از شکل ۴-۳ واضح است mmf منتهجه در لحظه t_0 در جهت محور مغناطیسی فاز a می باشد.



شکل ۴-۳- نیروی محرکه منتجه (برآیند) در لحظات $t=t_0$ و $t=t_4$

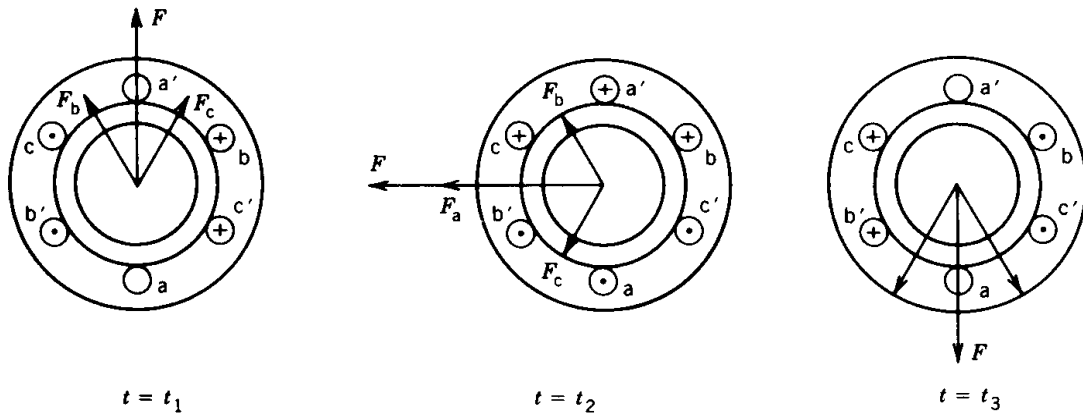
برای لحظات دیگر جریان ها و نیرو محرکه های مغناطیسی تولیدی فازها عبارتند از:

$$t = t_1 : \begin{cases} i_a = 0 \\ i_b = I_m \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \Rightarrow F_b = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{\max} \\ i_c = -I_m \sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \end{cases}$$

$$t = t_2 : \begin{cases} i_a = -I_m \\ i_b = i_c = \frac{1}{2} I_m \end{cases}$$

$$t = t_3 : \begin{cases} i_a = 0 \\ i_b = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \\ i_c = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \end{cases}$$

برای این لحظه ها، نیروی محرکه منتجه (برآیند) در شکل ۴-۴ نمایش داده شده است.



شکل ۴-۴- نیروی محرکه منتجه (برآیند) در لحظات $t=t_0$ و $t=t_4$

با توجه به شکل های ۳-۴ و ۴-۴ مشاهده می شود که مقدار mmf منتجه همواره $F_{max} \frac{3}{2}$ است و جهت آن دائماً عوض می شود.

با کامل شدن یک دوره تناوب فاز a ، mmf منتجه یک دور زده است. در صورتیکه فرکانس منبع تغذیه f باشد در یک ثانیه f دوره تناوب جریان داریم سپس mmf منتجه f دور در ثانیه می زد.

$$\text{سرعت mmf منتجه} = f \text{ (rps)}$$

بحث فوق برای یک ماشین ۲ قطبی است. در یک ماشین ۴ قطبی با کامل شدن یک دوره تناوب جریان موج mmf منتجه نصف دور می زند.

بنابراین در یک ثانیه که f دوره تناوب جریان کامل می شود، mmf منتجه $f/2$ دور می زند. به عبارت دیگر:

$$\text{سرعت mmf منتجه} = f/2 \text{ (rps)}$$

به طور کلی در یک ماشین P قطبی:

$$\text{سرعت mmf منتجه} = \frac{2}{p} f \text{ (rps)} = \frac{2}{p} f \times 60 \text{ (rpm)} = \frac{120 f}{p} \text{ (rpm)}$$

سرعت میدان گردان (mmf منتجه)، سرعت سنکرون نامیده می شود و از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{سرعت سنکرون} : n_s = \frac{120 f}{p}$$

۴-۳- عملکرد موتور القایی سه فاز در شرایط مختلف

الف- حالت سکون

موتور القایی سه فاز با رتور از نوع سیم بندی شده را در نظر بگیرید که مدار رتور باز است (جریان القایی نداریم) میدان گردان در فاصله هوایی به خاطر تحریک سیم پیچی های سه فاز استاتور با سرعت سنکرون سیم پیچی های استاتور و رتور را قطع می کنند و در آنها ولتاژهایی با فرکانس یکسان القاء می شود.

$$E_1 = 4.44 N_1 f \phi_{\max} K_{w1}$$

مقدار مؤثر ولتاژ القایی در سیم پیچی استاتور

$$E_2 = 4.44 N_2 f \phi_{\max} K_{w2}$$

مقدار مؤثر ولتاژ القایی در سیم پیچی رتور

که در آن:

N_1 : تعداد دور سیم پیچی استاتور در هر فاز

N_2 : تعداد دور سیم پیچی رتور در هر فاز

ب- حالت کاری عادی (چرخش)

سیم پیچی رتور اتصال کوتاه ← ولتاژ القایی باعث جاری شدن جریان در رتور ← تولید گشتاور ناشی از تقابل میدان گردان استاتور و جریان رتور ← چرخش رتور با سرعت n ✓ همواره سرعت رتور (n) از سرعت میدان گردان استاتور (n_s) کمتر است.

در صورت تساوی سرعت ها القاء و ولتاژ و جریان در رتور نداریم. (علت اطلاق لفظ موتور آسنکرون)

$$s \triangleq \frac{n_s - n}{n_s}$$

لغزش : s

n_s : سرعت میدان گردان استاتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

n : سرعت رتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

$$s = \frac{n_s}{n_s} = 1 \quad \Leftarrow \quad n = 0$$

در حالت سکون:

$$s = \frac{n_s - n_s}{n_s} = 0 \quad \Leftarrow \quad n = n_s$$

برای سرعت سنکرون:

$$0 < s \leq 1$$

بنابراین در حالت عملکرد موتوری:

فرکانس ولتاژ و جریان القایی در رتور با سرعت نسبی بین رتور و میدان گردان متناسب است:

$$\text{فرکانس رتور} : f_2 = \frac{p}{120} (n_s - n) = \frac{p}{120} s \quad n_s = s f_1$$

f_1 : فرکانس ولتاژ استاتور

ولتاژ القایی در رتور:

$$\begin{aligned} E_{2s} &= 4.44 N_2 f_2 \varphi_{\max} K_{w_2} \\ &= 4.44 N_2 s f_1 \varphi_{\max} K_{w_2} = s E_2 \\ \rightarrow E_{2s} &= s E_2 \end{aligned}$$

مثال ۴-۱- موتور القایی سه فاز 4 قطب 60 Hz , 100 hp , 460 V مفروض است و توان اسمی را در لغزش 5% تحویل می دهد. مطلوب است:

الف- سرعت سنکرون میدان گردان استاتور و سرعت موتور

ب- فرکانس مدار رتور

حل:

$$\text{الف:} \quad n_s = \frac{120 f}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\text{سرعت رتور} : n = (1 - s)n_s = (1 - 0.05) \times 1800 = 1710 \text{ rpm}$$

$$\text{ب:} \quad f_2 = s f_1 = 0.05 \times 60 = 3 \text{ Hz}$$

۴-۴- مدل مدار معادل

هدف: به دست آوردن مدار معادل موتور القایی سه فاز در حالت کار ماندگار (Steady State (SS)

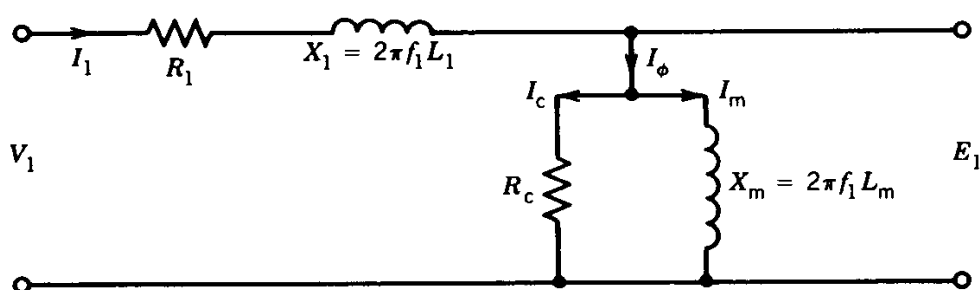
فرضیات: رتور از نوع سیم بندی شده باشد.

(برای رتور قفس سنجایی، هادی ها به صورت یک دسته سیم پیچی سه فاز اتصال کوتاه شده مدل می شوند)

- ✓ میدان گردان استاتور با سرعت سنکرون n_s در فاصله هوایی می چرخد.
- ✓ میدان گردان رتور با سرعت سنکرون n_s در فاصله هوایی می چرخد.
- ✓ منتجه میدان های استاتور و رتور با سرعت n_s در فاصله هوایی می چرخد.

الف- سیم پیچی استاتور

مدار معادل یک فاز استاتور موتور القایی سه فاز در شکل ۴-۵ نمایش داده شده است.



شکل ۴-۵- مدل یک فاز استاتور

V_1 : ولتاژ فاز در پایانه استاتور

R_1 : مقاومت هر فاز سیم پیچی استاتور

X_1 : راکتانس نشتی سیم پیچی استاتور (یک فاز)

R_c : مقاومت مدل کننده تلفات هسته استاتور ($R_c I_c^2$) معادل تلفات هسته در استاتور به خاطر عبور شار متغیر با

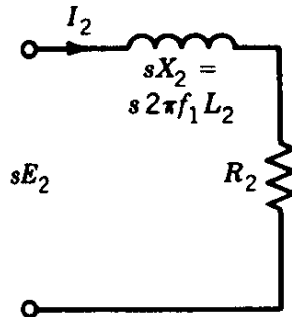
زمان از مدار استاتور)

X_m : راکتانس مغناطیس کنندگی استاتور ($N_1 I_m$) آمپر دور مورد نیاز برای برقراری شار در هسته استاتور)

E_1 : ولتاژ القایی در سیم پیچی استاتور به خاطر شار منتجه فاصله هوایی

ب- مدار رتور (مدار معادل یک فاز رتور)

✓ مدار معادل رتور از دیدگاه رتور به صورت ساده با یک مقاومت و راکتانس پراکندگی به طور سری با یکدیگر مطابق شکل ۴-۶ مدل شده است.



شکل ۴-۶- مدار رتور از دیدگاه رتور

E_{2s} : ولتاژ القایی در رتور در حالت چرخش رتور تحت لغزش s

E_2 : ولتاژ القایی در رتور در حالت سکون

$$X_{2s} = 2\pi f_2 L_2 = s 2\pi f_1 L_2$$

دقت شود فرکانس مدار رتور $f_2 = s f_1$ است و بنابراین:

$$X_{2s} = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi (s f_1) L_2 = s \times 2\pi f_1 L_2 = s X_2$$

از مدار فوق، جریان رتور عبارت است از:

$$I_2 = \frac{s E_2}{R_2 + j s X_2} \quad (*)$$

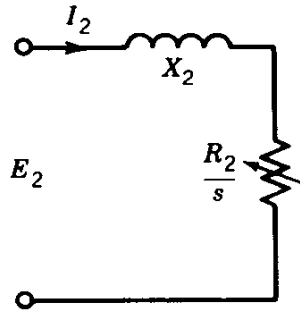
$$P_2 = R_2 I_2^2 \quad \text{: تلفات مسی رتور}$$

رابطه (*) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2/2 + j X_2}$$

با توجه به رابطه فوق مدار معادل هر فاز رتور می تواند به صورت شکل ۴-۷ در نظر گرفته شود (فرکانس در این

مدار f_1 است).



شکل ۴-۷- مدار رتور از دیدگاه استاتور

$$E_2 = 4.44 f_1 N_2 \phi_p k w_2$$

جریان رتور در دو مدار نشان داده شده برای رتور (شکل های ۴-۶ و ۴-۷) برابر است.

توان اکتیو در مدار شکل ۴-۷ برای رتور عبارت است از:

$$P_{ag} = \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{P_2}{s}$$

P_2 : تلفات مسی رتور در مدار شکل ۴-۶ برای رتور است. در حالت کار موتوری، لغزش (s) عددی مثبت و مقدار

کوچکی دارد (بین صفر و یک) و در نتیجه:

$$(توان تلف شده در مدار شکل ۴-۶) P_{ag} > P_2 \quad (توان اکتیو در مدار شکل ۴-۷)$$

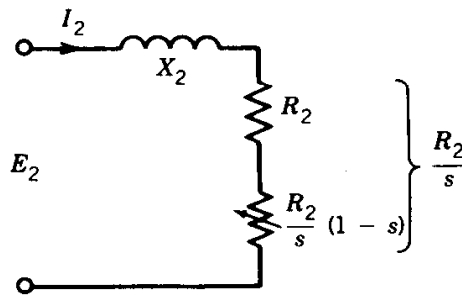
P_{ag} توان عبوری از فاصله هوایی نامیده می شود که وارد رتور می شود. (از استاتور)

تفاوت P_{ag} و P_2 به توان مکانیکی (ظاهر شده روی محور رتور) تبدیل می شود.

$$P_{ag} = \frac{R_2}{s} I_2^2 = \underbrace{R_2 I_2^2}_{P_2} + \underbrace{\frac{R_2(1-s)}{s} I_2^2}_{P_{mech}} \quad (**)$$

$$P_{mech} = \text{توان مکانیکی حاصله} \quad P_2 = \text{تلفات مسی رتور}$$

با توجه به رابطه (***) مدار معادل رتور از دیدگاه استاتور می تواند به صورت شکل ۴-۸ در نظر گرفته شود.



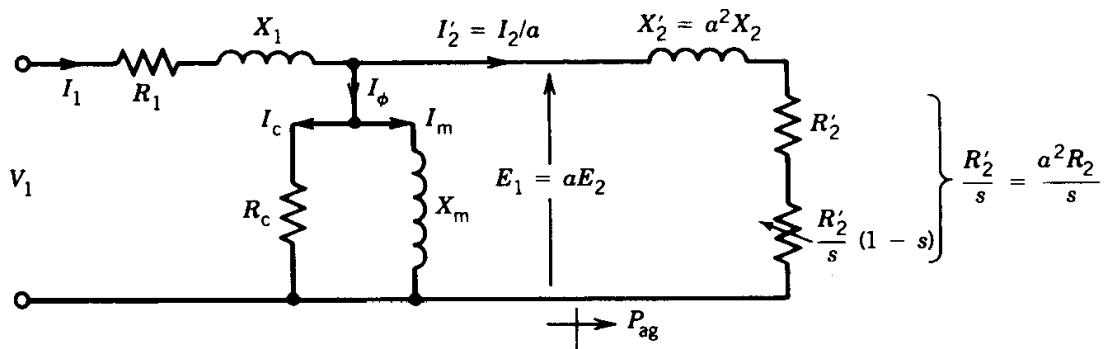
شکل ۴-۸- مدار رتور از دیدگاه استاتور (اصلاح شده)

توان مکانیکی حاصله در حقیقت توان تلف شده در مقاومت $\frac{R_2(1-s)}{s}$ مدل شده است:

$$P_{\text{mech}} = I_2^2 \frac{R_2}{s} (1-s) = (1-s) P_{\text{ag}}$$

ج- مدار معادل کامل

هر دو مدار به دست آمده برای استاتور (شکل ۴-۵) و برای رتور (شکل ۴-۸) در فرکانس f_1 هستند و بنابراین امکان ارجاع مدار معادل رتور به طرف استاتور و الحاق دو مدار به منظور ایجاد مدار معادل کامل موتور مطابق شکل ۴-۹ وجود دارد.



شکل ۴-۹- مدار معادل موتور القایی سه فاز

پارامترهای نشان داده شده در شکل ۴-۹ عبارتند از:

$$I_2' = I_2/a$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

$$R_2' = a^2 R_2$$

که در آن $a = \frac{N_1}{N_2}$ و P_{ag} توان عبوری از فاصله هوایی است.

۴-۵- مدار معادل پیشنهادی توسط IEEE

Institute of Electrical and Electronics Engineering (IEEE)

I triple E

آی تریپلی

اگر V_1 و f_1 ثابت باشند که معمولاً نیز اینچنین است تلفات هسته استاتور ثابت است. $P_c = K V^\alpha f^\beta$

در سرعت های بالا فرکانس رتور $f_2 = s f_1$ بسیار کوچک است و تلفات هسته رتور ناچیز است.

از طرف دیگر تلفات اصطکاک و بادزنی در سرعت های زیاد قابل توجه است.

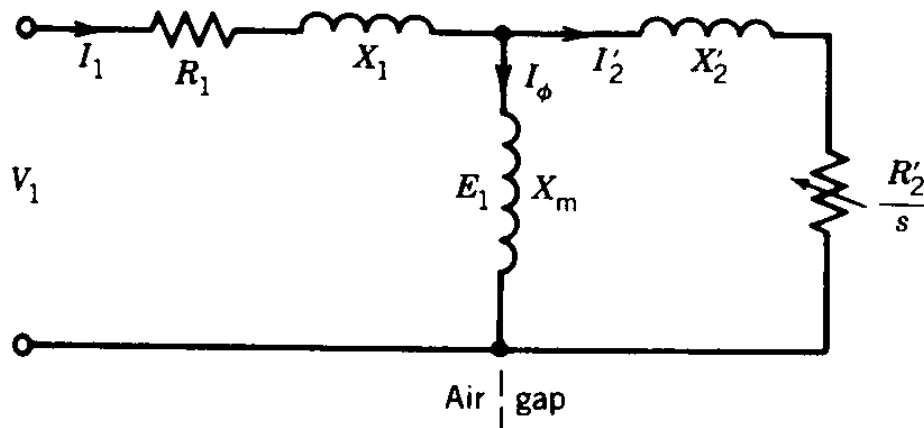
در سرعت های پائین تلفات هسته رتور قابل ملاحظه است ولی تلفات مکانیکی (اصطکاک و بادزنی) قابل اغماض.

← مجموع تلفات هسته استاتور، رتور، اصطکاک و بادزنی برای سرعت های مختلف ثابت است و آنرا تلفات

چرخش می نامیم.

بنابراین مقاومت R_c از مدار معادل حذف می شود و در تلفات چرخشی P_{rot} در نظر گرفته می شود و به این ترتیب

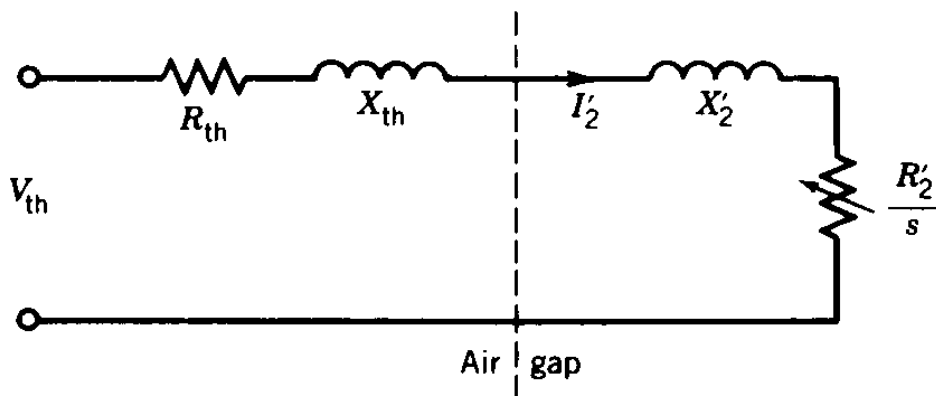
مدار معادل نشان داده در شکل ۴-۱۰ بدست می آید.



شکل ۴-۱۰- مدار معادل پیشنهادی IEEE

۴-۶- مدار معادل تونن

معادل تونن مدار نشان داده شده در شکل ۴-۱۰ به صورت زیر می باشد:



شکل ۴-۱۱- مدار معادل تونن

که در آن:

$$V_{th} = \frac{X_m}{(R_1^2 + (X_1 + X_m)^2)^{1/2}} V_1$$

$$Z_{th} = R_{th} + j X_{th} = j X_m \parallel (R_1 + j X_1) = \frac{j X_m (R_1 + j X_1)}{R_1 + j (X_1 + X_m)}$$

۴-۷- مشخصه های موتورهای القایی سه فاز

ω_m : سرعت زاویه ای رتور

توان مکانیکی حاصله: $P_{mech} = T \omega_m = \frac{R'_2 (1-s)}{S} I'_2{}^2$

$$\rightarrow T = \frac{R'_2}{S} I'_2{}^2 \frac{(1-s)}{\omega_m}$$

$$\omega_m = (1-s) \omega_s$$

از تعریف لغزش داریم:

ω_s : سرعت سنکرون

$$\Rightarrow T = \frac{R'_2}{S} I'_2{}^2 \times \frac{1}{\omega_s} \Rightarrow T \omega_s = \frac{R'_2}{S} I'_2{}^2 = P_{ag}$$

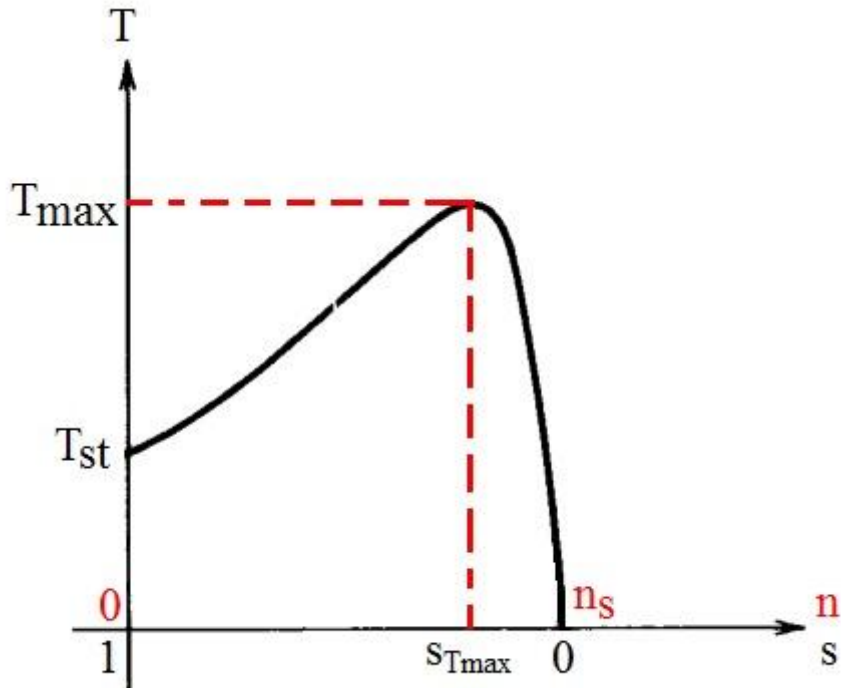
توان عبوری از فاصله هوایی:

$$\rightarrow T = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{1}{\omega_s} \frac{R'_2}{S} I'_2{}^2$$

$$\rightarrow I'_2 = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\omega_s} \times \frac{R'_2}{s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \quad (\text{گشتاور تولیدی مربوط به یک فاز})$$

گشتاور تولیدی کل سه برابر مقدار فوق است. (موتور سه فاز)



شکل ۴-۱۲- منحنی تغییرات گشتاور سرعت در حالت عملکرد موتوری

گشتاور ماکزیمم:

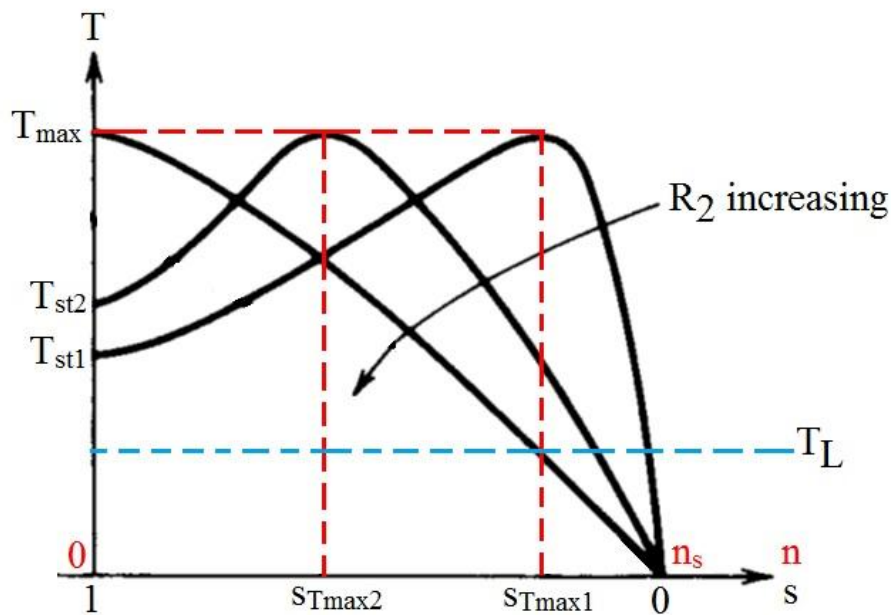
T_{max} : گشتاور ماکزیمم

S_{Tmax} : لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد.

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s} \quad \text{گشتاور موتور}$$

$$\frac{dT}{ds} = 0 \rightarrow \begin{cases} S_{Tmax} = \frac{R'_2}{(R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2)^{1/2}} \\ T_{max} = \frac{3}{2\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{R_{th} + [R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} \end{cases}$$

از روابط فوق مشهود است که گشتاور ماکزیمم مستقل از مقاومت رتور (R'_2) است ولی لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد ($S_{T_{max}}$) متناسب با مقاومت رتور است. هرچه مقاومت افزایش یابد، $S_{T_{max}}$ بزرگتر می شود.



شکل ۴-۱۳- اثر مقاومت رتور روی مشخصه گشتاور

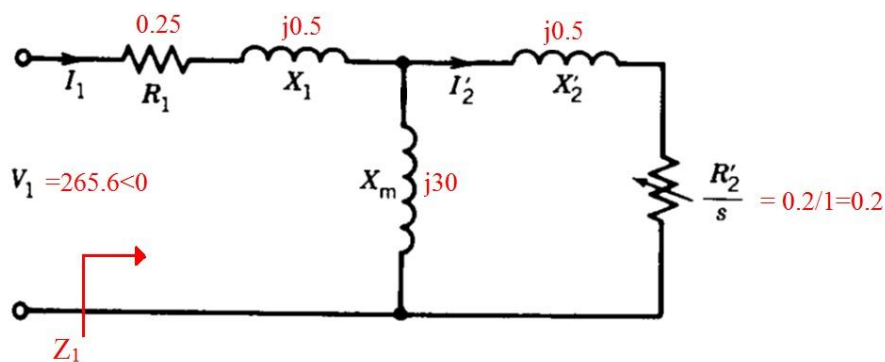
مثال ۴-۲- موتور القایی سه فاز ۴ قطب 60 Hz و 1740 rpm و $460V$ دارای پارامترهای زیر مفروض است:

$$R_1 = 0.25 \quad X_1 = X_2' = 0.5 \quad R_2' = 0.2 \quad X_m = 30 \Omega$$

رتور از نوع سیم‌بندی شده و از دو طرف اتصال کوتاه شده است. موتور به ولتاژ نامی متصل است و تلفات چرخشی ۱۷۰۰ وات می باشد.

الف- جریان راه اندازی ؟

$$n=0 \Rightarrow s=1$$



شکل ۴-۱۴- مدار معادل در حالت سکون ($s=1$)

$$V_1 = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265.6 \text{ V}$$

$$Z_1 = 0.25 + j 0.5 + \frac{j 30(0.2 + j 0.5)}{0.2 + j 30.5} = 1.08 \angle 66^\circ \Omega$$

$$I_{st} = \frac{265.6}{1.08 \angle 66^\circ} = 245.9 \angle -66 \text{ A}$$

ب- گشتاور راه انداز؟

$$n_s = \frac{120 f}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = 1800 \times \frac{2\pi}{60} = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$V_{th} = \frac{X_m}{X_1 + X_m} V_1 = \frac{j 30}{j 30.5 + 0.25} \times 265.6 \approx 261.3 \text{ V}$$

$$Z_{th} = \frac{j 30(0.25 + j 0.5)}{0.25 + j 30.5} = 0.55 \angle 63.9^\circ = 0.24 + j 0.49$$

\downarrow
 R_{th}

\downarrow
 X_{th}

$$\begin{cases} R_{th} = 0.24 \Omega \\ X_{th} = 0.49 \Omega \approx X_1 \end{cases}$$

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s}$$

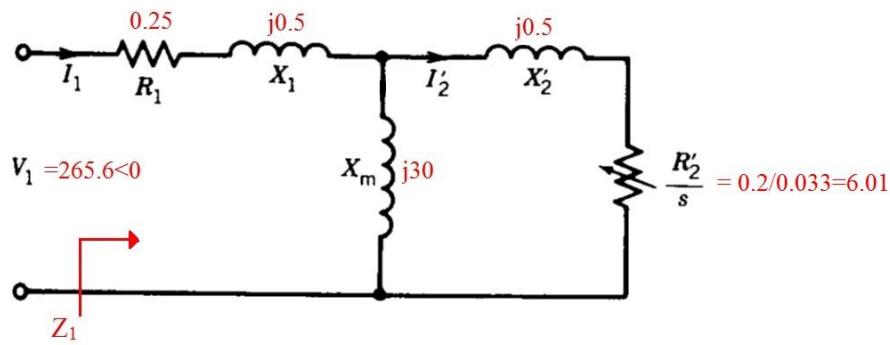
$$\xrightarrow{s=1} T_{st} = \frac{3}{188.5} \times \frac{261.3^2}{(0.24 + 0.2)^2 + (0.49 + 0.5)^2} \times \frac{0.2}{1} = 185.2 \text{ N.m}$$

$$s = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.033$$

ج- لغزش در شرایط اسمی؟

د- جریان اسمی؟

Rated conditions $\rightarrow s=0.033$



شکل ۴-۱۵- مدار معادل در شرایط نامی (s=0.033)

$$Z_1 = 0.25 + j 0.5 + j 30 \parallel (j 0.5 + 6.01) = 6.2 \angle 19.7^\circ \Omega$$

$$I_{FL} = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{265.6}{6.2 \angle 19.7^\circ} = 42.7 \angle -19.7^\circ \text{ A}$$

ه- نسبت جریان راه اندازی به اسمی ؟

$$\frac{I_{st}}{I_{FL}} = \frac{245.9}{42.7} = 5.7$$

و- ضریب توان در شرایط اسمی ؟

$$\text{PF} = \cos 19.7^\circ = 0.94 \text{ پس فاز}$$

ز- گشتاور در شرایط اسمی ؟

$$T = \frac{3}{188.5} \times \frac{261.3^2}{(0.24 + 6.01)^2 + (0.49 + 0.5)^2} \times 6.01 = 163.1 \text{ N.m}$$

ح- بازده ؟

$$\text{توان عبوری از فاصله هوایی} : P_{ag} = T \omega_s = 163.1 \times 188.5 = 30.7 \text{ kW}$$

$$\text{تلفات مسی رتور} : P_2 = s P_{ag} = 0.033 \times 30.7 = 1.02 \text{ kW}$$

$$\text{توان مکانیکی حاصله} : P_{mech} = (1 - s)P_{ag} = (1 - 0.033) \times 30.7 = 29.7 \text{ kW}$$

$$\text{توان خروجی} : P_{out} = P_{mech} - P_{rot} = 29.7 - 1.7 = 28 \text{ kW}$$

$$\text{توان ورودی} : P_{in} = 3 V I \cos \theta = 3 \times 265.6 \times 42.7 \times 0.94 = 32 \text{ kW}$$

$$\text{بازده} : E_{ff} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{28}{32} \times 100 = 87.5 \%$$

ت- گشتاور ماکزیمم و لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد؟

: لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد

$$S_{T_{\max}} = \frac{R'_2}{(R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2)^{1/2}} = \frac{0.2}{(0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2)^{1/2}} = 0.19$$

: گشتاور ماکزیمم

$$T_{\max} = \frac{3}{2 \omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{R_{th} + [R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} = \frac{3}{2 \times 188.5} \times \frac{261.3^2}{0.24 + [0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2]^{1/2}} =$$

431.6 N.m

ی: مقاومت اضافه شونده در رتور برای حصول گشتاور ماکزیمم در لحظه راه اندازی.

$$S_{T_{\max}} = 1 = \frac{R'_2 + R_{ext}}{[R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} = \frac{0.2 + R_{ext}}{[0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2]^{1/2}}$$

$$\rightarrow R_{ext} = 0.8$$

۴-۸- کنترل سرعت

$$n_s = \frac{120 f}{p}$$

الف- تغییر تعداد قطب ها

امکان تغییر قطب ها از نسبت ۲ به ۱ با تغییر اتصالات کلاف های استاتور و در نتیجه تغییر پله ای سرعت وجود دارد. تعداد قطب های استاتور و رتور بایستی همواره مساوی باشند. بنابراین در رتور سیم بندی شده هنگام تغییر تعداد قطب های استاتور، تغییر آرایش سیم پیچی رتور به طوری که تعداد قطب های رتور و استاتور برابر گردند نیز لازم است.

توجه: در رتور قفس سنجانی نیاز به تغییر آرایش رتور نیست.

$$n_s = \frac{120 f}{p}$$

ب- تغییر فرکانس

تغییر فرکانس توسط یک اینورتر (مبدل DC-AC) و در نتیجه امکان کنترل سرعت نرم برای بازه گسترده سرعت وجود دارد.