

آزمایش شماره ۸

بررسی مدار R-C و R-R در جریان متناوب

اهداف

- بررسی اثر خازن و مقاومت در مدارهای جریان متناوب
- تحقیق قوانین کیرشهف در مدارهای غیر اهمی R-C و R-R
- اندازه گیری مقاومت ظاهری مدار
- اندازه گیری اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ مدار

وسایل مورد نیاز

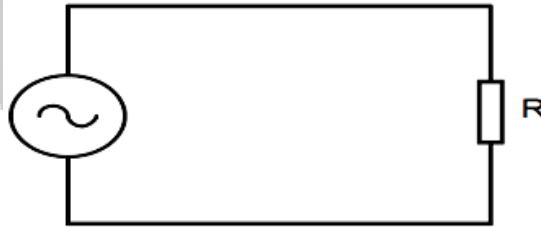
منبع تغذیه ولتاژ متناوب، اسیلوسکوپ، مقاومت، خازن، ولت متر و سیم های رابط.

زمینه نظری آزمایش

الف) مقاومت در جریان متناوب:

اگر به دو سر یک مقاومت، مانند شکل ۱ اختلاف پتانسیل $V = V_m \sin \omega t$ اعمال شود، با استفاده از قانون دوم کیرشهف اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت V_R برابر است با:

$$V_R = V_m \sin \omega t \quad (1)$$



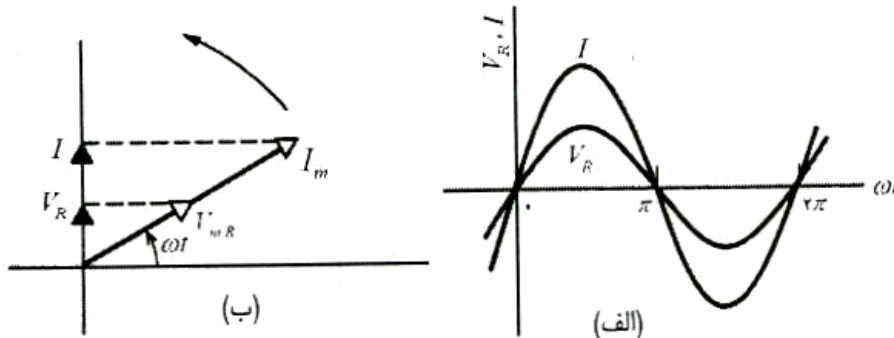
شکل (۱): مدار تک حلقه R

همچنین شدت جریان برابر است با:

$$I = I_m \sin \omega t = \frac{V_m}{R} \sin \omega t \quad (2)$$

مقایسه دو رابطه (۱) و (۲) نشان می دهد که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و جریان مدار هم فاز هستند. به عبارت دیگر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و شدت جریان مدار با هم صفر می شوند، با هم به بیشینه مقدار خود می رسند و با هم تغییر جهت می دهند. در شکل ۲ نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و شدت جریان مدار در یک دوره تناوب نشان داده شده است. هر چند که اختلاف پتانسیل کمیته نرده ای است، اما در مدارهای متناوب تابع زمان و با یکدیگر اختلاف فاز دارند. لذا به طور خطی با یکدیگر جمع نمی شوند و از جمع برداری تبعیت می کنند. بنابراین از بردار فازنما (Phasor) استفاده می شود. مشخصات این بردار عبارتست از:

- طول بردار متناسب با اندازه بردار است.
- زاویه بردار با محور x، فاز بردار را مشخص می‌کند.
- تصویر بردار بر محور y، اندازه بردار در آن لحظه را نشان می‌دهد.



شکل (۲): (الف) نمودار ولتاژ و جریان متناوب (ب) نمودار فازنما.

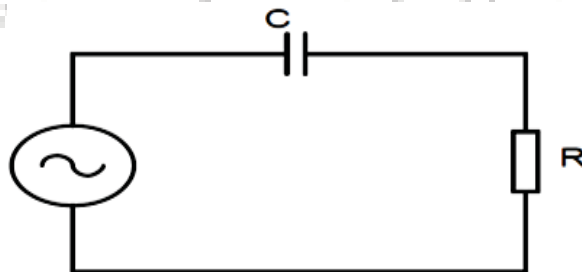
برای مدار تک حلقه R-R، اگر ولتاژ ورودی به صورت $V_{in} = V_m \sin \omega t$ باشد، ولتاژ خروجی برابر است با:

$$V_{in} = V_m \sin \omega t = I(R_1 + R_2) \rightarrow V_{out} = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m \sin \omega t \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

(ب) خازن در جریان متناوب:

هنگامی که به دو سر مدار تک حلقه‌ای شامل یک مقاومت و یک خازن، ولتاژ متناوب اعمال می‌شود، خازن مقاومتی از خود نشان می‌دهد. اما در جریان مستقیم (آزمایش ۵) مشاهده شد که خازن در حالت شارژ کامل دارای مقاومت بی‌نهایت است. به عبارت دیگر جریان‌های AC بر خلاف جریان‌های DC می‌توانند از خازن عبور کنند. مقاومتی را که خازن در این حالت از خود نشان می‌دهد مقاومت ظاهری گفته و به فرکانس، جریان متناوب و ظرفیت خازن بستگی دارد. مدار شکل ۳ که شامل مقاومت R، خازن C و یک نوسان‌ساز سینوسی است را در نظر بگیرید. جریان در حال عبور از مدار برابر با آهنگ شارش بار الکتریکی ($i = \frac{dq}{dt}$) است. در نتیجه اگر جریان الکتریکی مدار را به صورت $I = I_m \sin \omega t$ فرض کنیم بار ذخیره شده q در لحظه t بر روی خازن چنین خواهد بود:

$$q = \int I dt = I_m \int \sin \omega t dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (4)$$

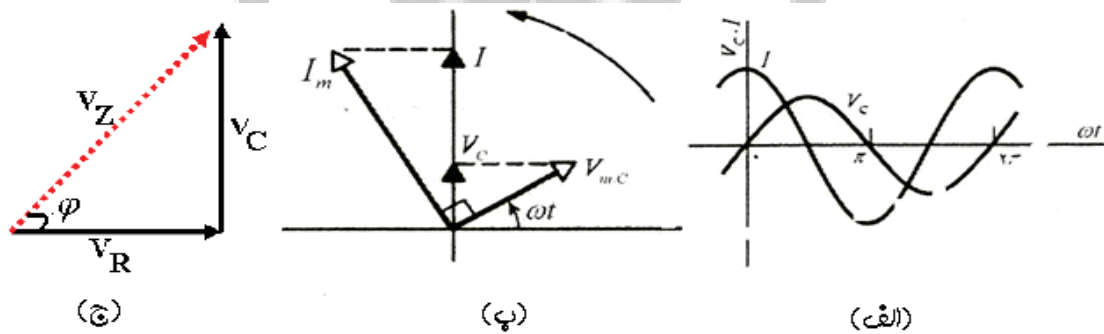


شکل (۳): مدار تک حلقه R-C

بدین سان ولتاژ دو سر مقاومت، V_R و ولتاژ دو سر خازن V_C چنین خواهد شد.

$$\begin{cases} V_R = IR = RI_m \sin \omega t \\ V_C = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m X_c \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (5)$$

یعنی ولتاژ دو سر مقاومت، با جریان مدار هم‌فاز است، در صورتی که ولتاژ دو سر خازن برابر است با $V_C = I_m X_c$ و به-اندازه $\frac{\pi}{2}$ رادیان از فاز شدت جریان عقب‌تر است. همچنین رابطه (۵) نشان می‌دهد که کمیت $X_c = \frac{1}{C\omega}$ دارای بعد مقاومت است و آن را مقاومت ظاهری خازن (Capacitive Reactance) می‌نامند. لذا وجود اختلاف فاز سبب می‌شود که نتوان جمع عددی را بین ولتاژهای خازن و مقاومت برقرار کرد و بایستی جمع برداری را برای آن‌ها به کار ببریم.



شکل (۴): الف) نمودار ولتاژ-جریان با اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ ، ب) نمودار فازنما، ج) جمع برداری

در شکل ۴ نمودار تغییرات شدت جریان و اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بردارهای فازنما در لحظه t نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} V_Z &= \sqrt{V_C^2 + V_R^2} \\ \tan \varphi &= \frac{V_C}{V_R} = \frac{IX_c}{IR} = \frac{1}{RC\omega} \end{aligned} \quad (6)$$

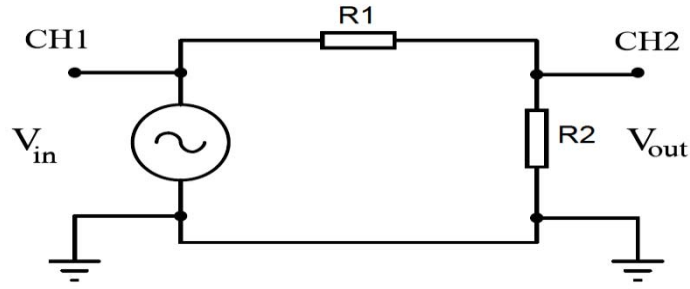
و مقاومت مدار (مقاومت ظاهری مدار یا امپدانس مدار) برابر خواهد بود:

$$Z = \frac{V_Z}{I} = \frac{\sqrt{V_C^2 + V_R^2}}{I} = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (7)$$

نحوه انجام آزمایش

الف) تحقیق و بررسی مدار R-R

(۱) با استفاده از دو مقاومت، مولد موج و اسیلوسکوپ، مداری مطابق شکل ۵ ببندید $R_1 = 20(\Omega)$ و $R_2 = 10(\Omega)$ کانال یک اسیلوسکوپ را به دو سر مولد موج و کانال دو را به دو سر مقاومت وصل کنید. دقت کنید که سیم‌های مشکی هر دو کانال بدون واسطه به یکدیگر متصل شده و در نهایت به زمین مولد موج وصل شوند.



شکل (۵): مدار R-R

۲) مولد را روی فرکانس دلخواهی (۵۰۰ Hz) تنظیم نموده و دامنه و فرکانس هر دو کانال را اندازه گرفته و در جدول یادداشت کنید.

۳) اسیلوسکوپ را در حالت Dual قرار دهید و اختلاف فاز را اندازه بگیرید.

۴) اسیلوسکوپ را در حالت X-Y قرار دهید، چه شکلی مشاهده می کنید؟ توضیح دهید.

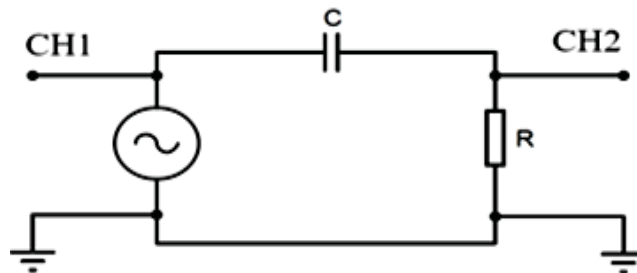
۵) با تغییر دامنه موج (پیچ Fine روی مولد موج)، ولتاژهای ورودی و خروجی را یادداشت کرده و سپس جدول زیر را کامل کنید.

R-R	$V_{in} (v)$	$V_{out} (v)$	$\frac{V_{out}}{V_{in}}$
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			

۶) با رسم نمودار $V_{out} - V_{in}$ و محاسبه شیب با توجه به رابطه $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ مقدار مقاومت R_2 را محاسبه کنید و با مقدار واقعی مقایسه کنید.

ب) تحقیق و بررسی مدار R-C

۱) با استفاده از مقاومت، خازن، مولد موج و اسیلوسکوپ مداری مطابق شکل ۶ بنویسید $R = 500(\Omega)$ و $C = 1(\mu F)$. کانال یک اسیلوسکوپ را به دو سر مولد موج و کانال دو را به دو سر مقاومت وصل کنید. دقت کنید که سیم‌های مشکی هر دو کانال بدون واسطه به یکدیگر متصل شده و در نهایت به زمین مولد موج وصل شوند.



شکل (۶): مدار R-C

۲) مولد را روی فرکانس ۳۰۰ تنظیم نموده و دامنه هر دو کانال را اندازه گرفته و در جدول یادداشت کنید.

۳) اسیلوسکوپ را در حالت Dual قرار دهید و اختلاف فاز (ϕ_{Exp1}) را اندازه بگیرید.

۴) سپس اسیلوسکوپ را در حالت X-Y قرار دهید و دوباره اختلاف فاز (ϕ_{Exp2}) را اندازه بگیرید. همچنین با مقدار نظری

$$\phi_{Th} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2\pi fRC}\right)$$

۵) فرکانس مولد را تغییر دهید و با تکرار مراحل قبل جدول را کامل کنید.

R-C	f (Hz)	V _{in} (V)	V _{out} (V)	$\frac{V_{out}}{V_{in}}$	t	T	$\phi_{Exp1} = 2\pi \frac{t}{T}$	a	b	$\phi_{Exp2} = \sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$	ϕ_{Th}
۱	۳۰۰										
۲	۵۰۰										
۳	۷۰۰										
۴	۱۰۰۰										
۵	۲۰۰۰										
۶	۴۰۰۰										

۶) با رسم نمودار $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ بر حسب فرکانس رابطه $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$ را تفسیر کنید.

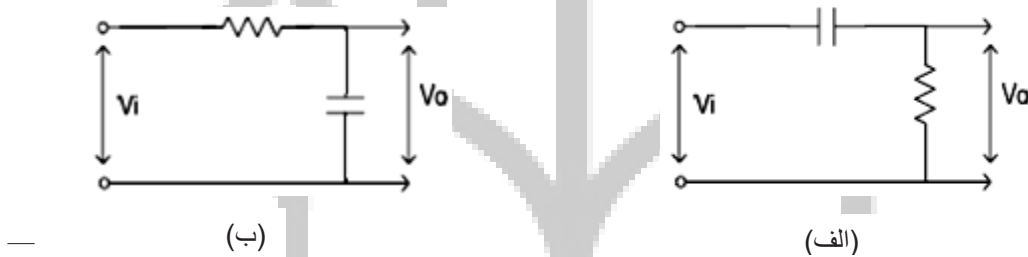
تکالیف

۱. مقاومت ظاهری مدار چه معنایی دارد؟
۲. چرا در مدار R-R، مقدار $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ به فرکانس بستگی ندارد؟
۳. چگونه می توان در مدار R-C اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان را افزایش داد؟
۴. در چه فرکانسی اثر مقاومت ظرفیتی و مقاومت اهمی مدار تقریباً برابر است؟
۵. چرا اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان در مدار R-C به ۹۰ درجه نمی رسد؟
۶. چرا اختلاف فازهای اندازه گیری شده با مقدار نظری تفاوت دارند؟ چگونه می توان این اختلاف را کم نمود؟



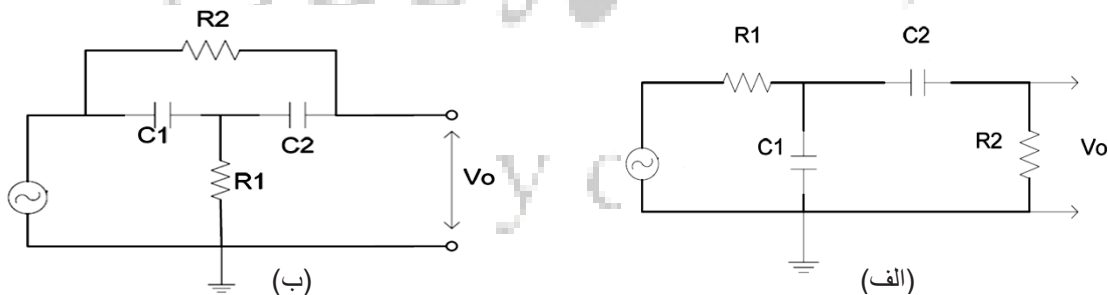
در بسیاری از مدارهای الکتریکی جریان مدار مجموعه‌ای از امواج با فرکانس‌های مختلف است. مثلاً موج صوتی محدوده‌ی فرکانس‌های ۲۰ Hz تا ۲۰ KHz را شامل می‌شود. به عبارت دیگر یک تقویت‌کننده‌ی صوتی مجموعه‌ای از امواج سینوسی با فرکانس‌های ۲۰ Hz تا ۲۰ KHz را باید تقویت نماید و یا یک تقویت‌کننده‌ی رادیویی (RF) می‌تواند محدوده‌ی وسیعی از فرکانس‌ها را تقویت نماید. در اینگونه مدارها اغلب احتیاج به مداری است که مانع عبور یک فرکانس خاص و یا مجموعه‌ای از فرکانس‌ها شود و در عوض فرکانس و یا فرکانس‌های خاصی را عبور دهد که اصطلاحاً به چنین مداری در الکترونیک فیلتر گفته می‌شود. فیلترها بر حسب عملکرد به چهار دسته‌ی اصلی تقسیم می‌شوند: فیلتر پایین‌گذر (LPF)^۱، فیلتر بالاگذر (HPF)^۲، فیلتر میان‌گذر (BPF)^۳ و فیلتر میان‌نگذر (BSF)^۴.

در مدار RC در صورتی که خروجی از دو سر مقاومت گرفته شود، فیلتر، بالاگذر و در صورتی که خروجی از دو سر خازن گرفته شود، فیلتر، پایین‌گذر است.



شکل (۱): (الف) فیلتر بالاگذر، (ب) فیلتر پایین‌گذر.

از ترکیب سری دو فیلتر بالاگذر و پایین‌گذر، یک فیلتر میان‌گذر درست می‌شود. این فیلتر بازه‌ی محدودی از فرکانس‌ها را از خود عبور می‌دهد ولی فیلتر میان‌نگذر فیلتری است که بتواند یک محدوده فرکانسی را عبور ندهد ولی پایین و بالای این محدوده را عبور دهد.



شکل (۲): (الف) فیلتر میان‌گذر، (ب) فیلتر میان‌نگذر.

^۱Low Pass Filter

^۲High Pass Filter

^۳Band Pass Filter

^۴Band Stop Filter