بسم الله الرحمن الرحیم

فصل دوم – بخش اول

مکانیک نیوتنی
(حرکت راست خط ذره)

سه قانون بنیادی حرکت

آیساک نیوتون در کتاب اصول ریاضیات (پرینکیپیای) خود در سال ۱۶۸۷

I. هر جسمی به حالت سکون، یا حرکت یکنواختش بر خطی مستقیم ادامه خواهد داد، مگر اینکه نیرویی وارد بر آن، به تغییر حالت وادارش کند.

II. تغییر حرکت با نیروی محرک متناسب است و در جهت خط اثر نیرو روی می‌دهد.

III. به‌ازای هر کنش، واکنشی مساوی و مختلف‌الجهت با آن وجود دارد؛ یا کنشهای متقابل دو جسم همواره مساوی و در خلاف جهت یکدیگرند.

تاریخچه

قانون اول، به‌نام قانون لختی، قبلاً پیش از زمان نیوتون بیان شده بوده است
بر طبق نظر دکارت، «لختی» باعث پافشاری اجسام در حرکت همیشگی می‌شود
البته نه در حرکت دایره‌ای ارسطویی کامل، بلکه در خط مستقیم

به این ترتیب، سرانجام نیوتون بود که تمامی دانش پراکنده‌ای را که دربارهٔ حرکت اشیاء مقید به زمین فراهم آمده، گرد آورد و به‌هم پیوند داد و به‌صورت ترکیب ماهرانهٔ سه قانون خود درآورد و سپس نشان داد که حرکت اشیاء آسمانی هم از این قوانین به‌خوبی پیروی می‌کنند.

قوانین حرکت نیوتون را می‌توان دستورالعملی برای محاسبه یا پیشگویی حرکت آتی ذره (یا دستگاه ذرات) دانست؛ هرگاه مکان و سرعت آن در لحظه‌ای از زمان معلوم باشد.

یک واقعیت اساسی قانون فیزیکی کماکان پابرجاست: قوانین حرکت توصیفهایی ریاضی به‌شمار می‌آیند که این امکان را به ما می‌بخشند تا حرکت آتی سیستمهای فیزیکی را به‌دقت پیشگویی می‌کنیم، به‌شرط اینکه اطلاعاتی دربارهٔ حالت کنونی آنها در دسترس باشد. این قوانین چگونگی کارکرد همه‌چیز را تشریح می‌کنند. اما این قوانین علت را برای ما بازگو نمی‌کنند.

قانون اول نیوتون: چارچوبهای مرجع لخت

قانون اول خاصیت مشترک مواد را توصیف می‌کند.

عبارت است از مقاومت تمامی ماده در مقابل تغییر حرکت

اگر ذره‌ای ساکن باشد، در برابر حرکت مقاومت می‌کندیعنی، نیرویی برای حرکت دادنش لازم است

اگر ذره در حال حرکت باشد، در برابر گرایش به سکون مقاومت می‌کند برای ساکن کردن ذره باید نیرویی وارد آید

انزجاری ذاتی برای شتاب گرفتن

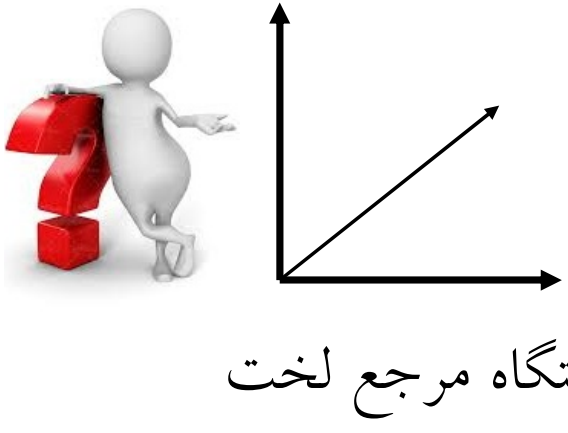
برای شتاب گرفتن آن وارد آمدن نیرویی لازم است

دستگاه مرجع لخت

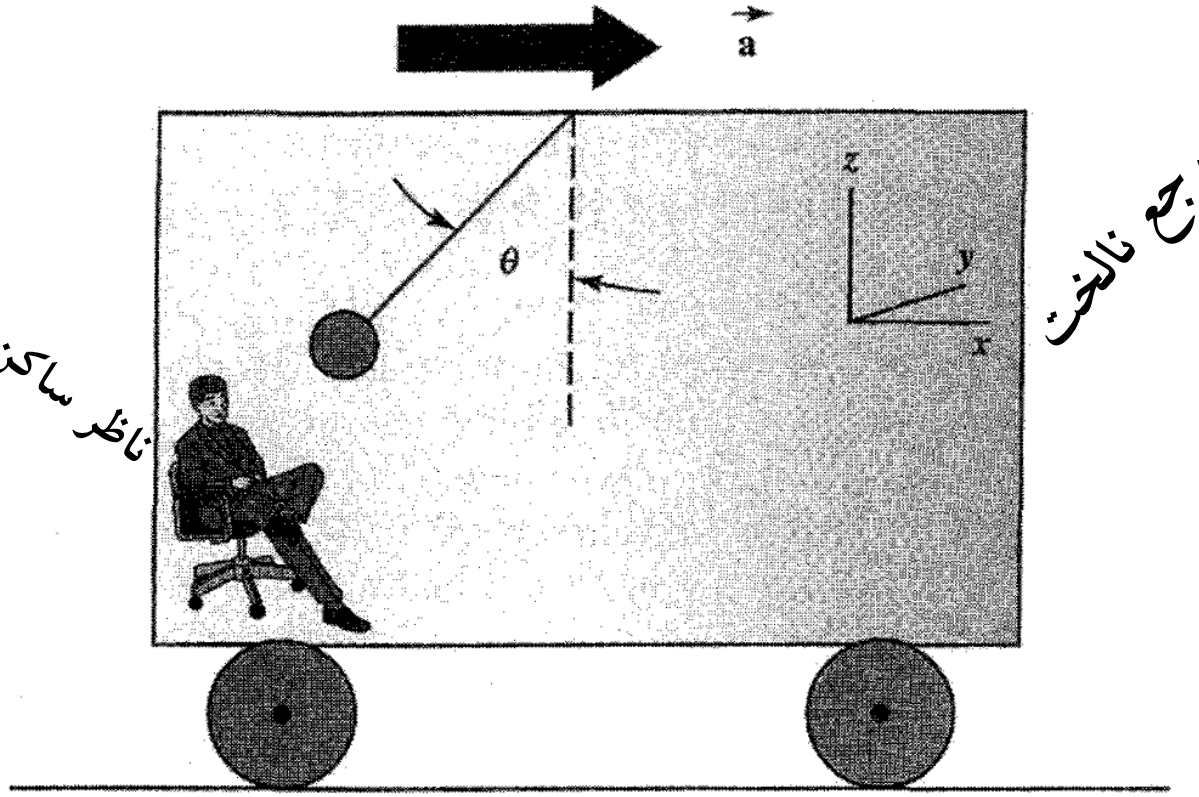
توصیف ریاضی حرکت ذره نیازمند اختیار چارچوب مرجع، یا مجموعهٔ مختصات در فضای پیکربندی است تا با بهره‌گیری از آن مکان، سرعت، و شتاب ذره در هر لحظه از زمان مشخص شود. هر دستگاه مرجع که در آن قانون اول حرکت نیوتون صادق باشد، دستگاه مرجع لخت نامیده می‌شود. بنابراین قانون، دستگاههای مرجع شتابدار لخت نیستند، زیرا هر شیئی "واقعاً" در حال سکون یا متحرک با سرعت ثابت، که از دستگاه مرجع شتابدار مشاهده شود، شتابدار به‌نظر می‌رسد. به‌علاوه، هر شیئی که در چنین دستگاه مرجعی نسبت به چارچوب لخت شتابدار مشاهده شود، ساکن دیده می‌شود. از این‌رو در باور ما مفهوم لختی و اعتبار قوانین حرکت نیوتون چندان مستحکم است که وادار می‌شدیم نیروهای "پنداری" ابداع کنیم تا فقدان ظاهری شتاب شیئی ساکن را در دستگاه مرجع شتابدار منظور کرده باشیم.

If Newton's laws are valid in one reference frame, then they are also valid in any reference frame in uniform motion (i.e., not accelerated) with respect to the first system.* This is a result of the fact that the equation $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}}$ involves the second time derivative of $\mathbf{r}$: A change of coordinates involving a constant velocity does not influence the equation. This result is called **Galilean invariance** or the **principle of Newtonian relativity.**

آونگ آویخته از سقف واگن



دستگاه مرجع لخت



ناظر ساکن درون دستگاه مرجع نالخت

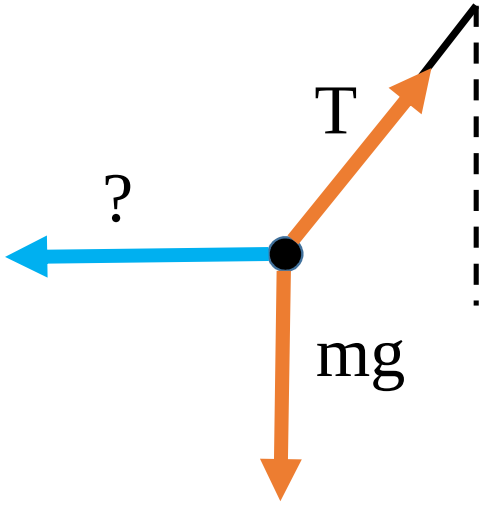
دستگاه مرجع نالخت

ناظر ساکن درون واگن می داند:

در غیاب هر نیروی دیگر غیر از نیروی گرانشی و نیروی کشش در راستای آونگ، چنین آونگی باید خودش در راستای قائم قرار گیرد

ناظر ساکن درون واگن می بیند:

در حال سکون و چنان آویزان است که نسبت به راستای قائم زاویهٔ θ می‌سازد



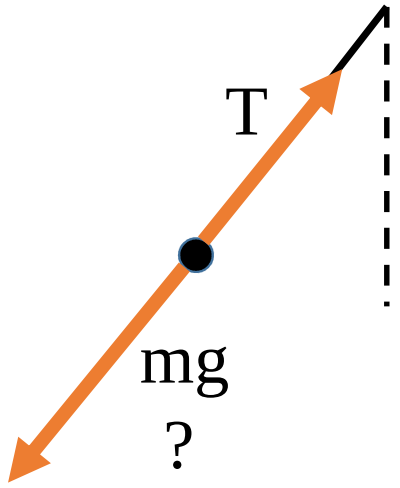
ناظر ساکن درون واگن نتیجه می گیرد:

نیروی ناشناخته‌ای باید آونگ را هل بدهد

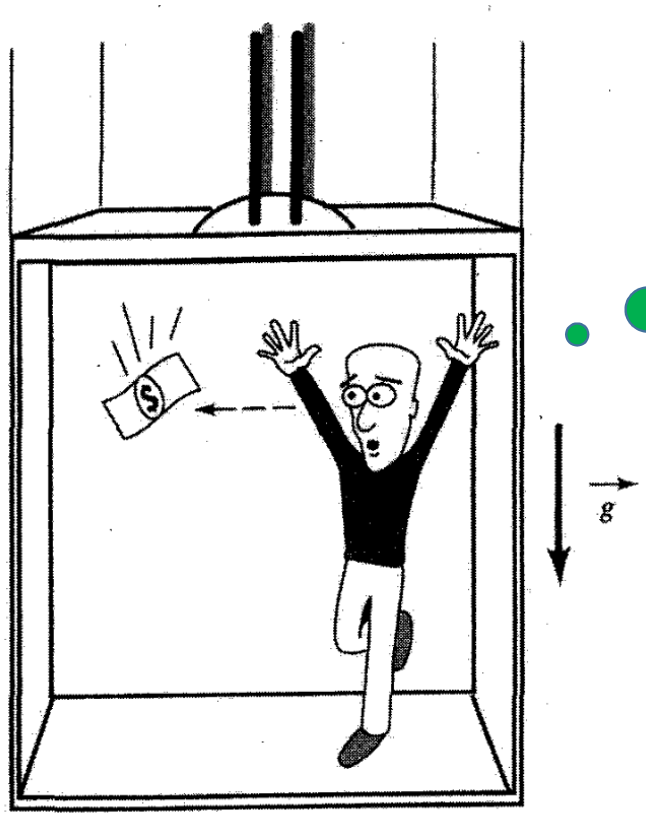
او نیز چنین نیرویی را حس می‌کند

اگر می توانستیم دستگاه متصل به واگن را یک دستگاه لخت درنظر بگیریم:

واگن آب‌بندی شده و رابطه‌اش با جهان خارج قطع باشد، چگونه ناظر باید بداند که نیروی ظاهری که باعث می‌شود آونگ قائم نایستد، مربوط به این حقیقت نیست که کل واگن با جهت گرانشی "همخط نباشد"، یعنی نیروی مربوط به گرانی در واقع نسبت به قائم زاویهٔ θ تشکیل می‌دهد؟)



رها شدن جسم در آسانسور در حال سقوط آزاد



اسکناس به صورت
معلق در برابر صورت
ساکن باقی می ماند

نتیجه می‌گیرید که هیچ نیرویی بر اسکناس وارد نمی‌آید

آیا قانون اول
برقرار است؟

جرم و نیرو: قوانین دوم و سوم نیوتون

معیار کمّی لختی را جرم می‌گویند.

هرچه جسمی سنگینتر باشد، مقاومتش در برابر شتاب گرفتن بیشتر است

دو جرم، m_1 و m_2، که فنری آنها را به هم بسته

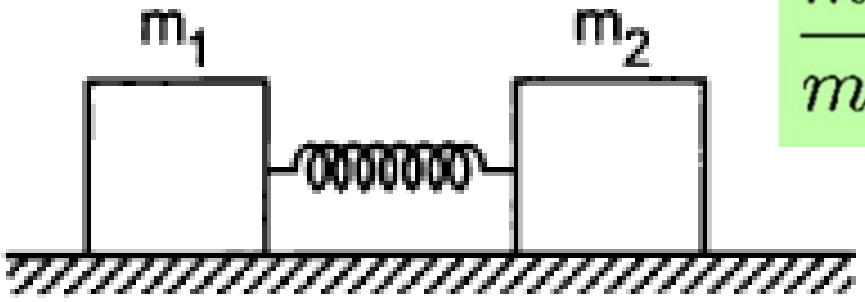
در ابتدا در حال سکون

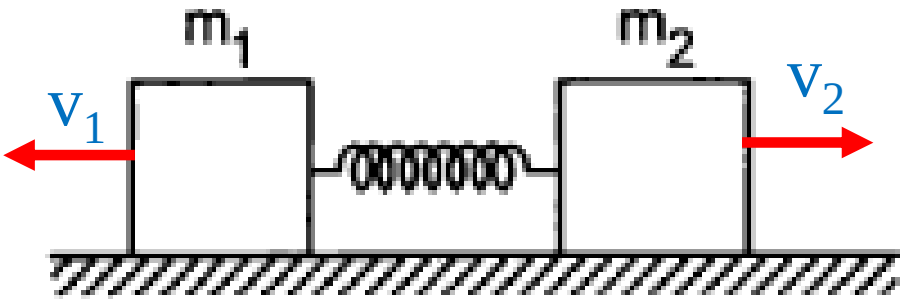
بر سطحی بدون اصطکاک

فنر را فشرده، و بعد ناگهان آنها را رها کند

به‌سرعتهای v_1 و v_2 برسند

$$\frac{m_2}{m_1} = \left|\frac{\mathbf{v}_1}{\mathbf{v}_2}\right|$$





سرعت اولیهٔ هر جرم صفر است و سرعتهای نهایی $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{v}_2$ در جهتهای عکس یکدیگرند

$$\Delta(m_1\mathbf{v}_1) = -\Delta(m_2\mathbf{v}_2)$$

طرفین این عبارت را بر Δt تقسیم کنیم و به‌ازای $\Delta t \to 0$ حد بگیریم

$$\underbrace{\frac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1)}_{\text{تغییر تکانه خطی}} = -\frac{d}{dt}(m_2\mathbf{v}_2)$$

قانون دوم را از این قرار می‌توان بازنویسی کرد:

آهنگ زمانی تغییر تکانهٔ خطی هر جسم با نیروی وارد بر آن جسم، $\mathbf{F}$، متناسب است

$$\mathbf{F} = k\frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$

$$\mathbf{F} = k\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \xrightarrow{\text{m = ثابت}} \mathbf{F} = km\frac{d\mathbf{v}}{dt} = km\mathbf{a}$$

طبق تعریف یکای نیرو در دستگاه SI، که نیرویی است که باعث می‌شود جرم یک کیلوگرمی شتاب 1m/s^2 پیدا کند، می‌توان گرفت: $k = 1$. این یکای نیرو را یک نیوتون می‌گویند.

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\mathbf{a}$$

قانون سوم نیوتن

$$\frac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2\mathbf{v}_2) \Rightarrow \mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

نیروهای عمل و عکس العمل:

- ✓ هم اندازه
- ✓ هم راستا
- ✓ مختلف الجهت

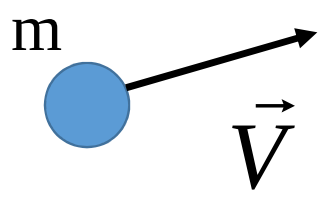
دامنه اعتبار قانون سوم نیوتن

We must hasten to add, however, that the Third Law is not a *general* law of nature. The law does apply when the force exerted by one (point) object on another (point) object is directed along the line connecting the objects. Such forces are called **central forces;** the Third Law applies whether a central force is attractive or repulsive. Gravitational and electrostatic forces are central forces, so Newton's laws can be used in problems involving these types of forces. Sometimes, elastic forces (which are actually macroscopic manifestations of microscopic electrostatic forces) are central. For example, two point objects connected by a straight spring or elastic string are subject to forces that obey the Third Law. Any force that depends on the velocities of the interacting bodies is noncentral, and the Third Law may not apply. Velocity-dependent forces are characteristic of interactions that propagate with finite velocity. Thus the force between *moving* electric charges does not obey the Third Law, because the force propagates with the velocity of light. Even the gravitational force between *mov-*

تکانهٔ خطی

تکانه خطی یک ذره

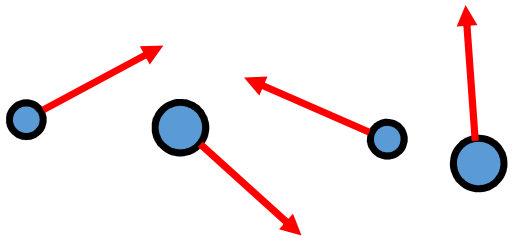
$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \longrightarrow \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$



تکانه خطی سیستم ذرات

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots = \sum P_i$$

$$F^{ext} = \frac{d}{dt} P_t$$



قانون بقای (پایستگی) تکانهٔ خطی (Conversation of linear momentum)

$$\frac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2\mathbf{v}_2)$$

سیستم دو ذره ای

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$$

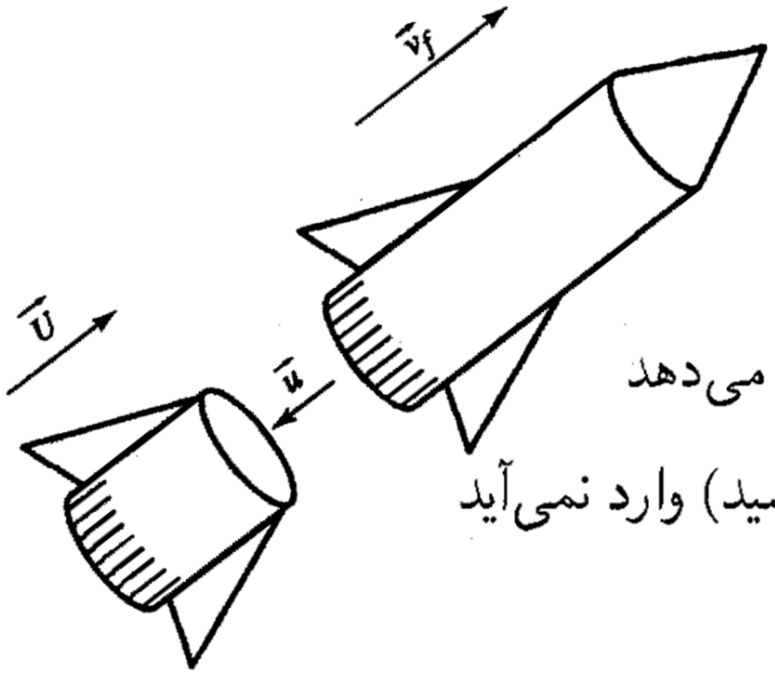
$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = constant$$

تکانهٔ خطی کل هر دستگاه منزوی (دستگاهی که هیچ نیروی خارجی خالص بر آن وارد نیاید) ثابت باقی می‌ماند.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\mathrm{P_t} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{P_t} = cons\tan t \quad \rightarrow \quad \mathrm{P_1} + \mathrm{P_2} + \mathrm{P_3} + \cdots = cons\tan t$$

مثال ۲.۱.۲

یک سفینهٔ فضایی به جرم M با سرعت $v_i = ۲۰\,\mathrm{km/s}$ نسبت به خورشید، به عمق فضا می‌رود. این سفینه قسمت عقبی خود به جرم $۰ر۲M$ را با سرعت نسبی $u = ۵\,\mathrm{km/s}$ (شکل ۴.۱.۲) به بیرون پرتاب می‌کند. از آن پس، سرعت این سفینهٔ فضایی چقدر خواهد بود؟



سیستم سفینهٔ فضایی با قسمت عقبی آن سیستم بسته‌ای را تشکیل می‌دهد بر آن هیچ نیروی خارجی‌ای (با چشم‌پوشی از نیروی گرانشی خورشید) وارد نمی‌آید

تکانهٔ خطی کل پایستار می‌ماند $\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_i$ اندیسهای i و f، به‌ترتیب، مقادیر اولیه و نهایی‌اند

قبل از بیرون انداخته شدن قسمت عقبی $P_i = Mv_i$

اگر U سرعت قسمت عقبی پرتاب‌شده و v_f سرعت سفینه بعد از پرتاب آن قسمت

$$P_f = ۰٫۲۰MU + ۰٫۸۰Mv_f$$

سرعت، u، قسمت پرتاب‌شده نسبت به سفینهٔ فضایی

$$u = v_f - U \longrightarrow U = v_f - u$$

$$\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_i \longrightarrow ۰٫۲۰M(v_f - u) + ۰٫۸Mv_f = Mv_i$$

$$v_f = v_i + ۰٫۲u = ۲۰\,\mathrm{km/s} + ۰٫۲۰(۵\mathrm{km/s}) = ۲۱\mathrm{km/s}$$

حرکت ذره

معادلهٔ بنیادی حرکت مربوط به ذره‌ای تحت تأثیر نیروی خالص $\mathbf{F}_{net}$

$\mathbf{F}_{net}$ جمع برداری تمامی نیروهای وارد بر ذره

$$\mathbf{F}_{net} = \sum \mathbf{F}_i = m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = m\mathbf{a}$$

شناخت نیروهای وارد برجسم

قوانین نیوتن

شناخت وضعیت حرکتی جسم (a)

با معلوم بودن:

- o شتاب ذره
- o مکان اولیه
- o سرعت اولیه

حل معادله دیفرانسیل درجه دوم حرکت

مشخص نمودن:

$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$

دستور العمل حل مسائل مکانیک در دیدگاه دینامیکی

۱- انتخاب جسم یا اجسام یا نقاط مناسب

۲- رسم نمودار آزاد (نیروهای وارد بر جسم)

۳- انتخاب دستگاه مختصات مناسب

٤- نوشتن قانون دوم نیوتن به صورت برداری یا مولفه ای

٥- در صورتی که در یک راستا جسم حرکتی نداشته باشد برآیند نیروها در آن راستا صفر خواهد بود