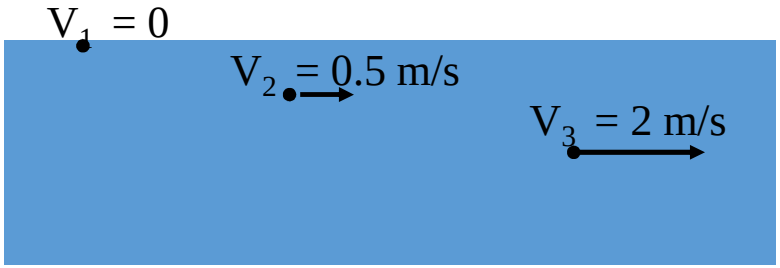
جلسه سوم

دینامیک سیالات

سیال در حرکت

- حرکت آب در یک جریان آرام و نرم وکند
- حرکت خروشان آب در یک آبشار
- حرکت هوا به صورت یک نسیم ملایم
- حرکت هوا به صورت یک طوفان

انواع طبقه بندی ها



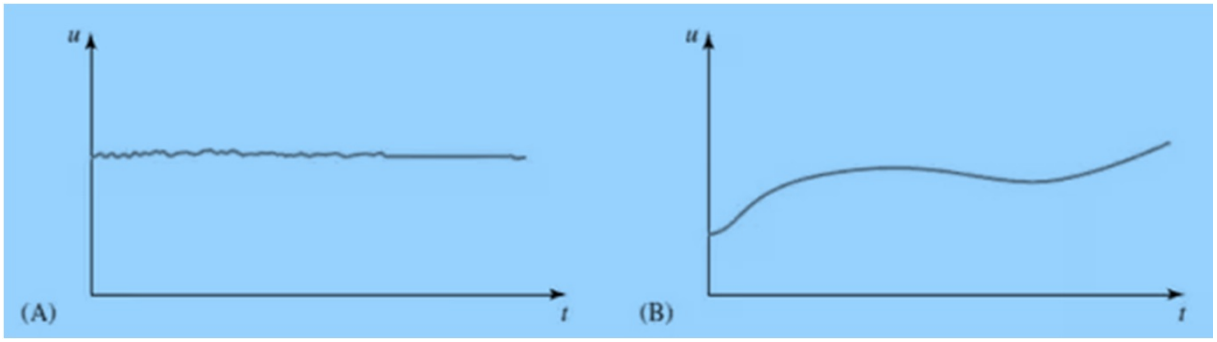
۱- جریان پایدار و غیر پایدار

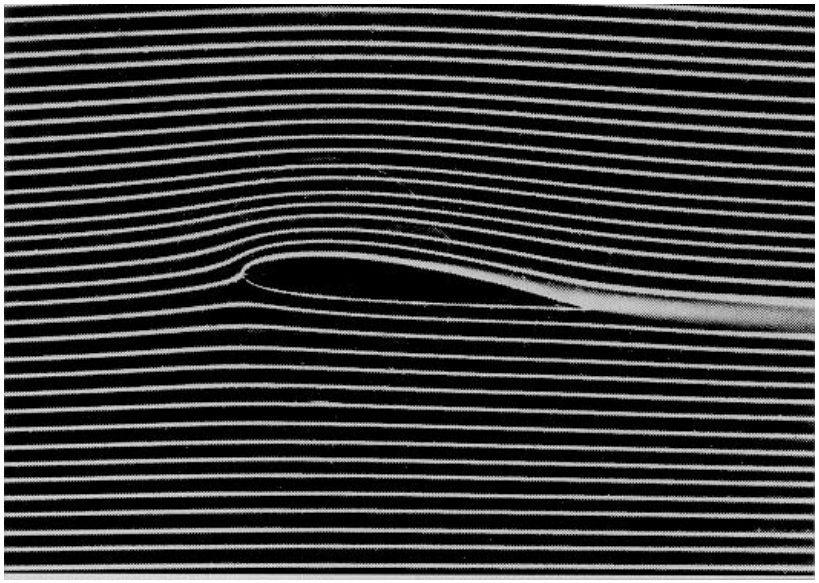
در جریان پایدار (steady flow) میدان سرعت ثابت

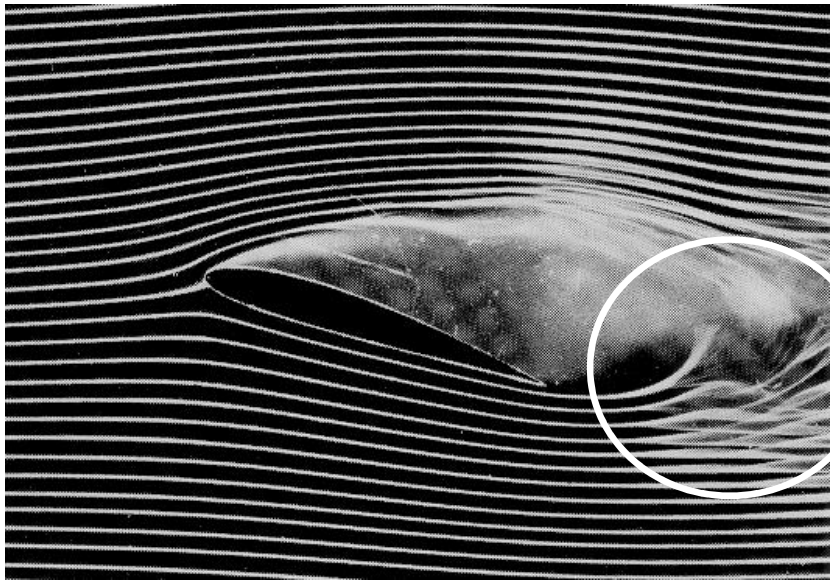
در هر نقطه از مسیر عبور سیال، سرعت سیال ثابت است

در جریان غیر پایدار (unsteady flow) سرعت در یک نقطه از جریان با گذشت زمان تغییر می کند

نوع شدید جریان غیرپایدار : turbulent flow
در حضور موانع تیز در مسیر جریان های سریع







Film 1 & 2

۲- جریان تراکم پذیر و تراکم ناپذیر (compressible or incompressible flow)

مایعات تراکم ناپذیر

گازها تراکم پذیر

۳- جریان چسبناک و غیرچسبناک

آب سیال غیر لزج است که لایه های آن به همدیگر نیرویی وارد نمی سازد و به راحتی آن روان می شود

عسل سیال لزج و چسبناک که در آن لایه های مجاور از حرکت همدیگر جلوگیری می کنند (مشابه اصطکاک)

٤- جریان چرخشی و غیرچرخشی

اگر بخشی از سیال در مسیر خود حول محوری بچرخد جریان چرخشی خواهیم داشت

٥-شاره آرمانی

- با شارش پایا
- تراکم ناپذیر
- ناچسبناک
- غیرچرخشی

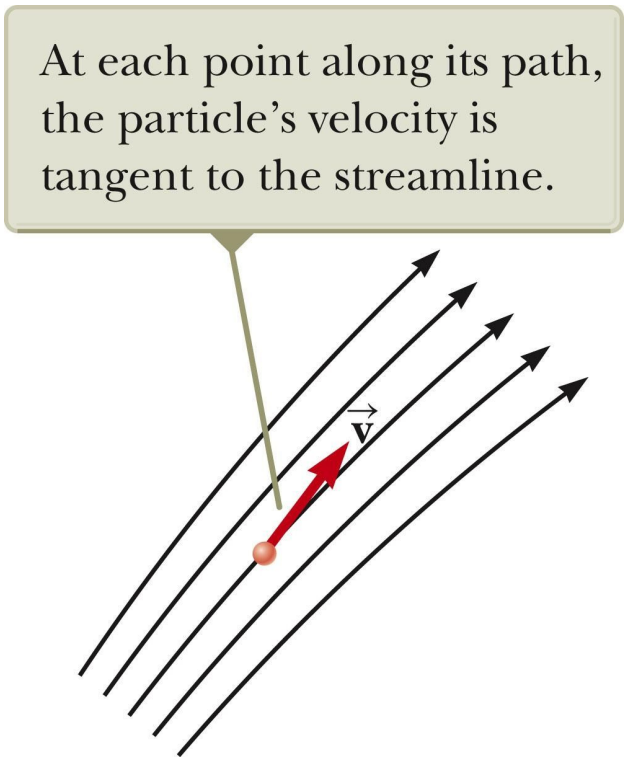
خطوط جریان

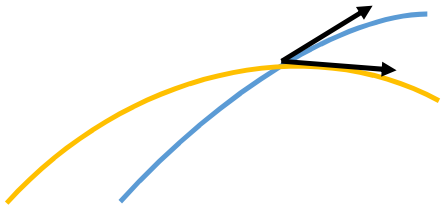
در جریان پایا هر خط جریان مسیری است که المان کوچکی از شاره می پیماید

سرعت در هر نقطه مماس بر خط جریان در آن نقطه است

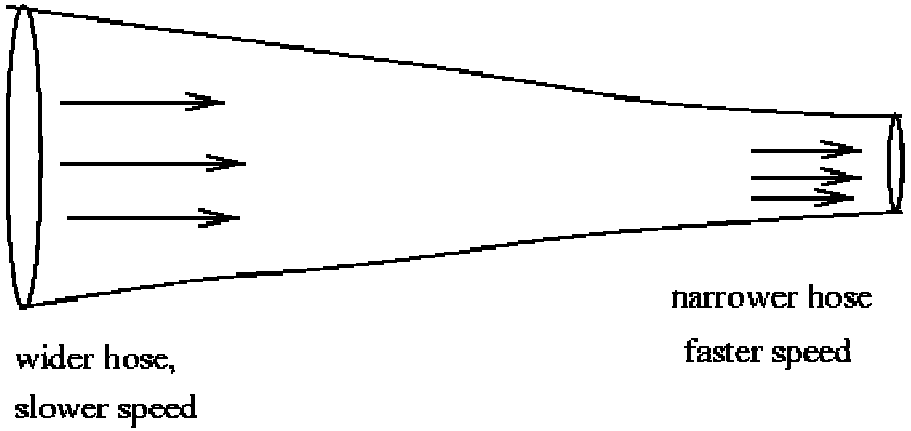
خطوط جریان همدیگر را قطع نمی نمایند

ذره در یک نقطه دو سرعت ندارد



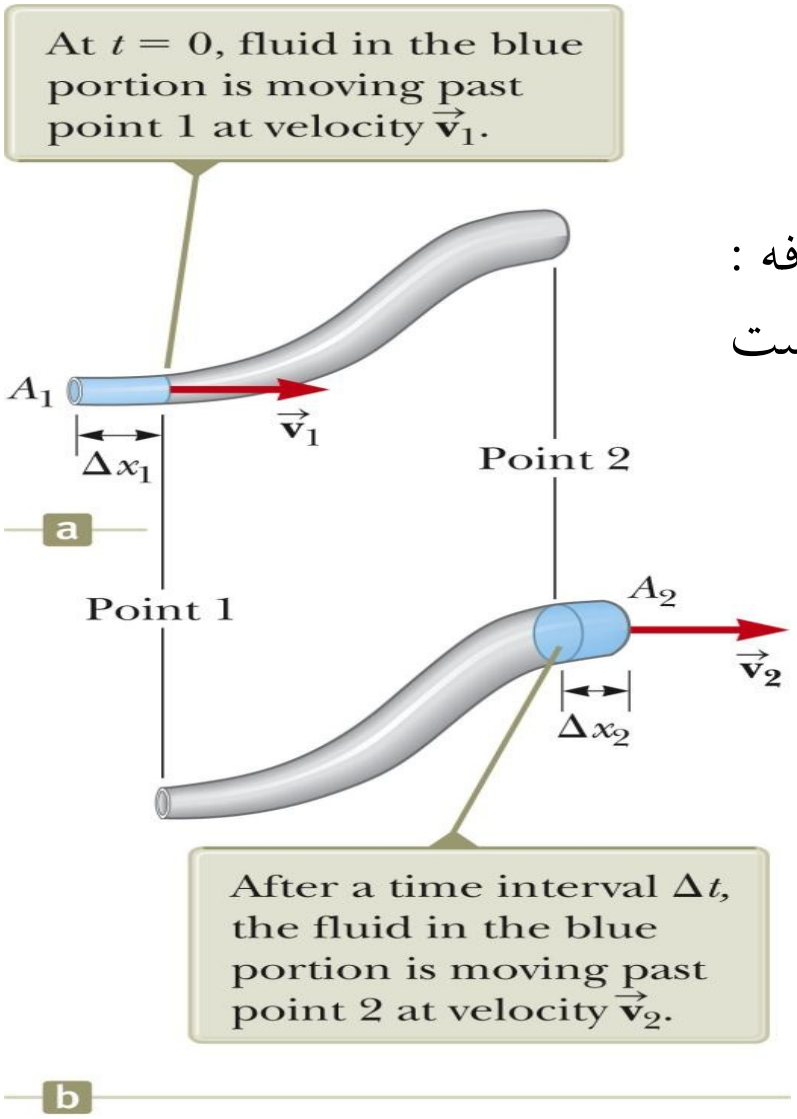


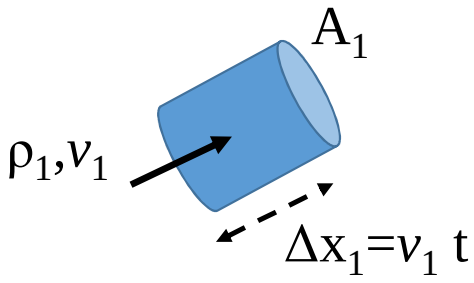
معادله پیوستگی (Continuity equation)

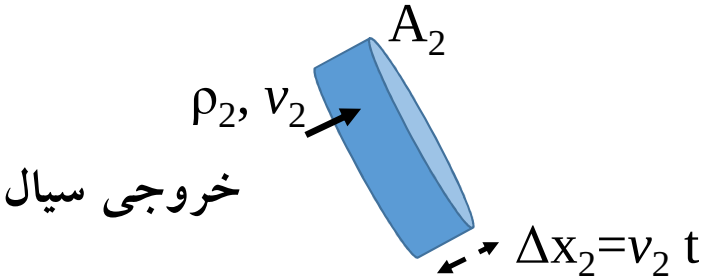


اثبات معادله پیوستگی براساس پایستگی جرم

در یک سیستم بدون هیچ نشتی یا منفذی برای ورود آب اضافه :
جرم سیال وارد شده به مجرا با جرم خارج شده از آن برابر است







جرم خروجی از مقطع سمت راست = جرم ورودی به مقطع سمت چپ

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

$$\Delta m_1 / \Delta t = \Delta m_2 / \Delta t$$

نرخ شارش جرم در مقطع سمت راست = نرخ شارش جرم درمقطع سمت راست

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

معادله پیوستگی: درون یک مجرا با یک ورودی و یک خروجی؛ نرخ شارش جرم در هر نقطه از مجرا یکسان است

برای سیال تراکم ناپذیر

$\rho_1 = \rho_2$ ⇒ $A_1 v_1 = A_2 v_2$

تعریف:

آهنگ شارش حجمی = دبی سیال در مجرا= نرخ شارش حجم سیال = حجم سیال عبوری در واحد زمان

$$R_V = v\, A$$

معادله پیوستگی $R_{V1} = R_{V2}$

تعریف:

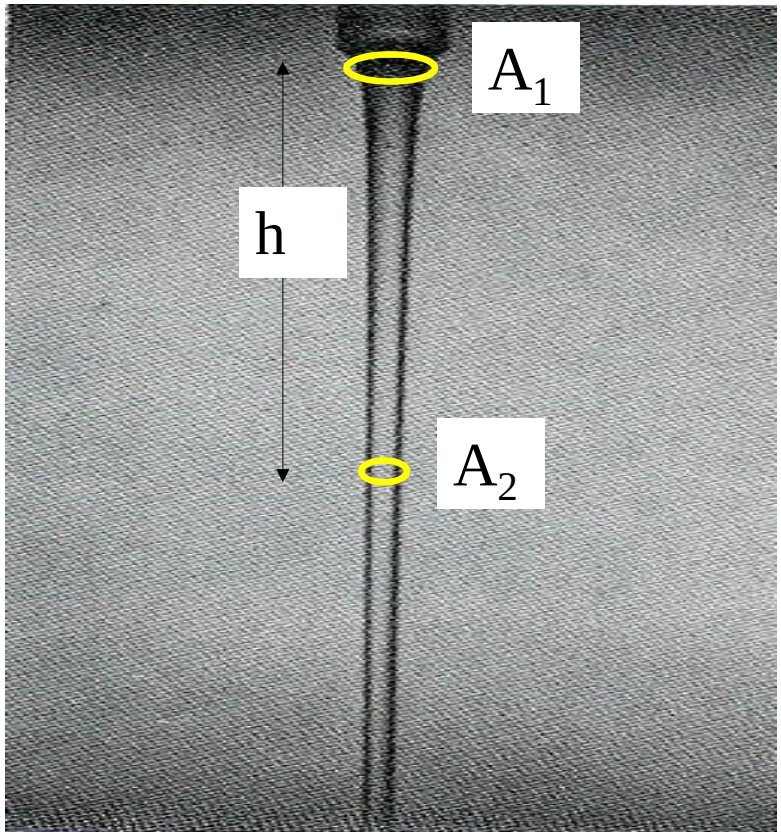
آهنگ شارش جرمی= نرخ شارش جرم سیال = جرم سیال عبوری در واحد زمان

$$R_m = \rho\, v\, A$$

معادله پیوستگی $R_{m1} = R_{m2}$

مثال

با مشخص بودن سطح مقطع آب در محل خروج از شیر و در ارتفاع h، آهنگ شار حجمی آب در خروجی شیر را حساب کنید



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh$$

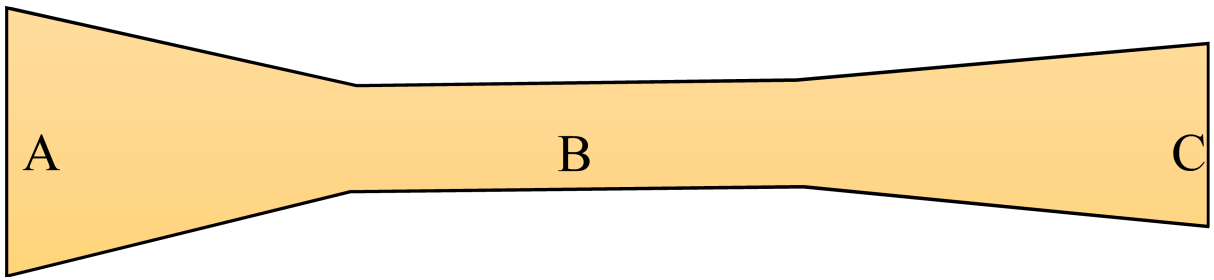
$$\frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2 = v_1^2 + 2gh \quad \rightarrow \quad v_1^2 (\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1) = 2gh$$

$$\rightarrow \quad v_1 = (\frac{2ghA_2^2}{A_1^2 - A_2^2})^{\frac{1}{2}}$$

$$R_V = A_1 v_1$$

مثال

در کدام مقطع سرعت بیشتر است؟



مثال (نازل)

از لوله با مقاطع متفاوت آب در حال جریان است. قطر مقطع بزرگتر D = 2.5 cm و قطر کوچکتر d = 2 mm است. سرعت آب در مقطع D برابر 0.5 m/s است. سرعت در مقطع d را حساب کنید؟

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$\rightarrow \quad v_2 = \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\frac{\pi}{4} d^2} v_1 = \frac{(2.5)^2}{(0.2)^2} \times 0.5 = 78.125\, m/s$$

Film 3

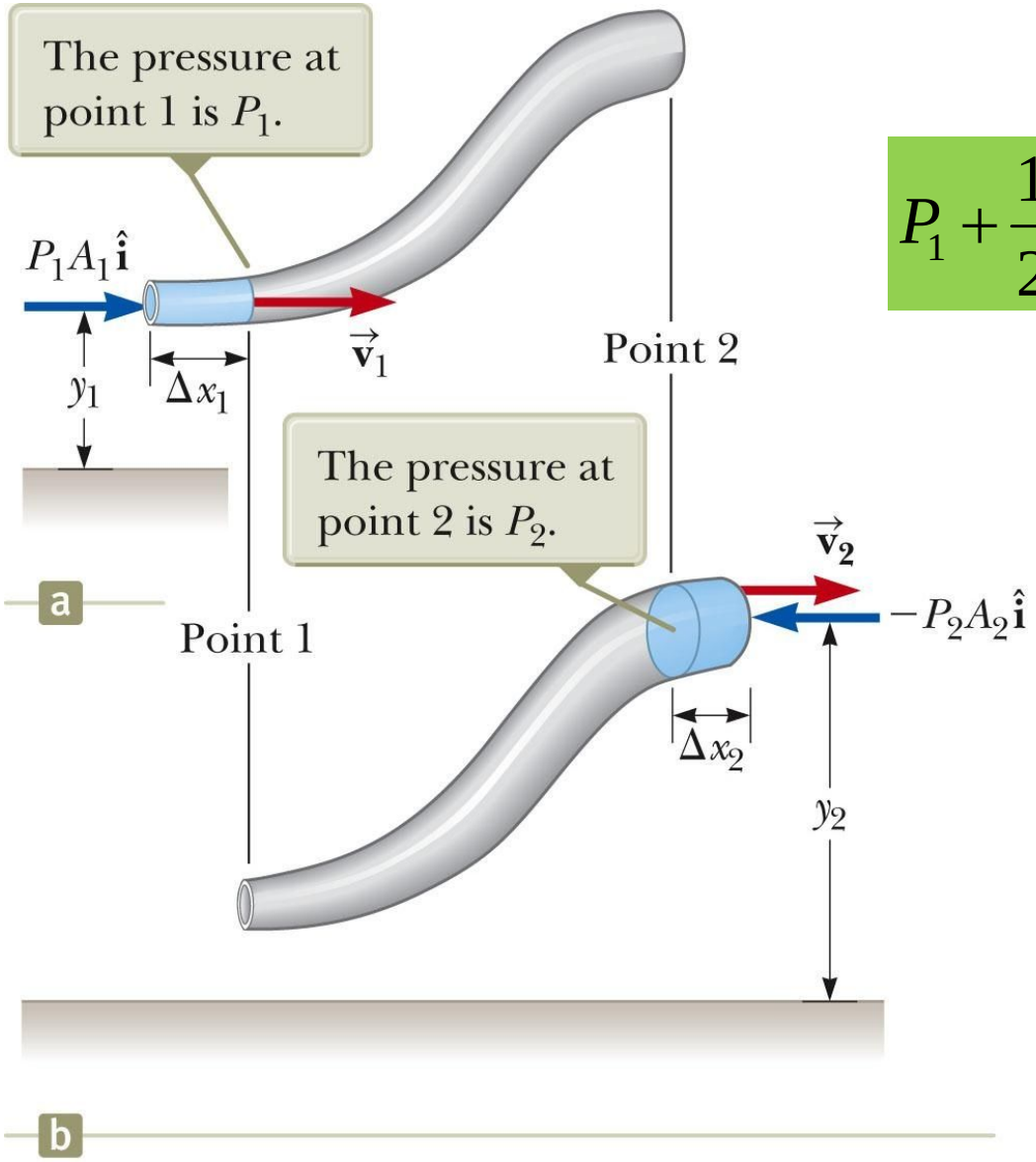
$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = (\frac{v_2}{v_1})^2 = 6103$$

معادله برنولی

در یک سیال آرمانی؛ ارتباط بین سرعت، فشار و ارتفاع در سیال از معادله برنولی تبعیت می نماید

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = cons\tan t$$

Daniel Bernoulli
1700 – 1782
Swiss physicist
Published *Hydrodynamica in 1738*



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

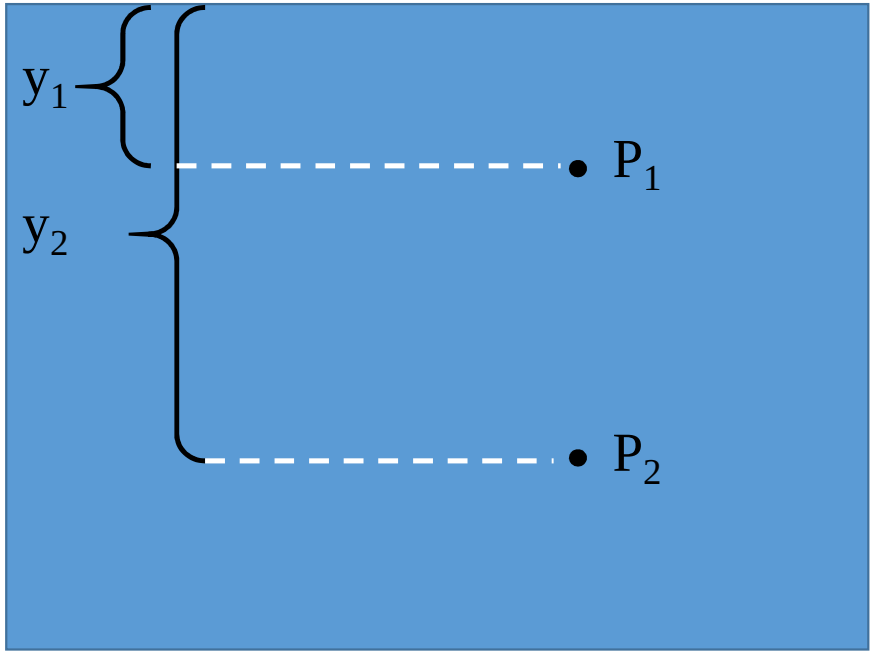
بررسی حالات مختلف:

حالت اول) سیال ساکن:

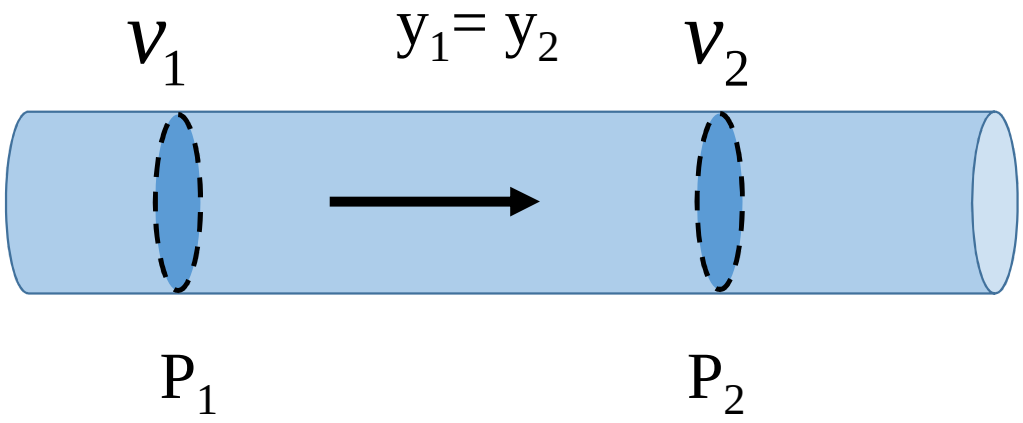
$$P_1 + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_1^2}_{0} + \rho g y_1 = P_2 + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_2^2}_{0} + \rho g y_2$$

$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

$$\rightarrow \quad P_2 - P_1 = \rho g (y_1 - y_2)$$



حالت دوم) سیال جاری در ارتفاع ثابت:



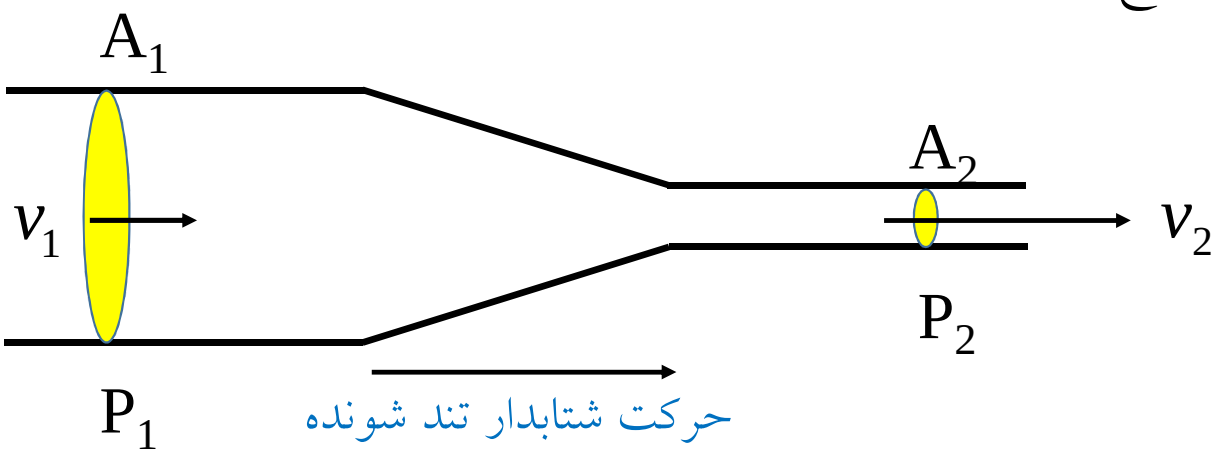
- حرکت شتابدار سیال بین دو نقطه ناشی از اختلاف فشار بین آن دو نقطه می تواند باشد.
- اختلاف فشار منجر به تغییر انرژی جنبشی بین آن دو نقطه می شود
- اگر $P_1 > P_2$ باشد $V_1 < V_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\rightarrow \quad P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

حالت سوم) سیال جاری در عبور از مقاطع مختلف:

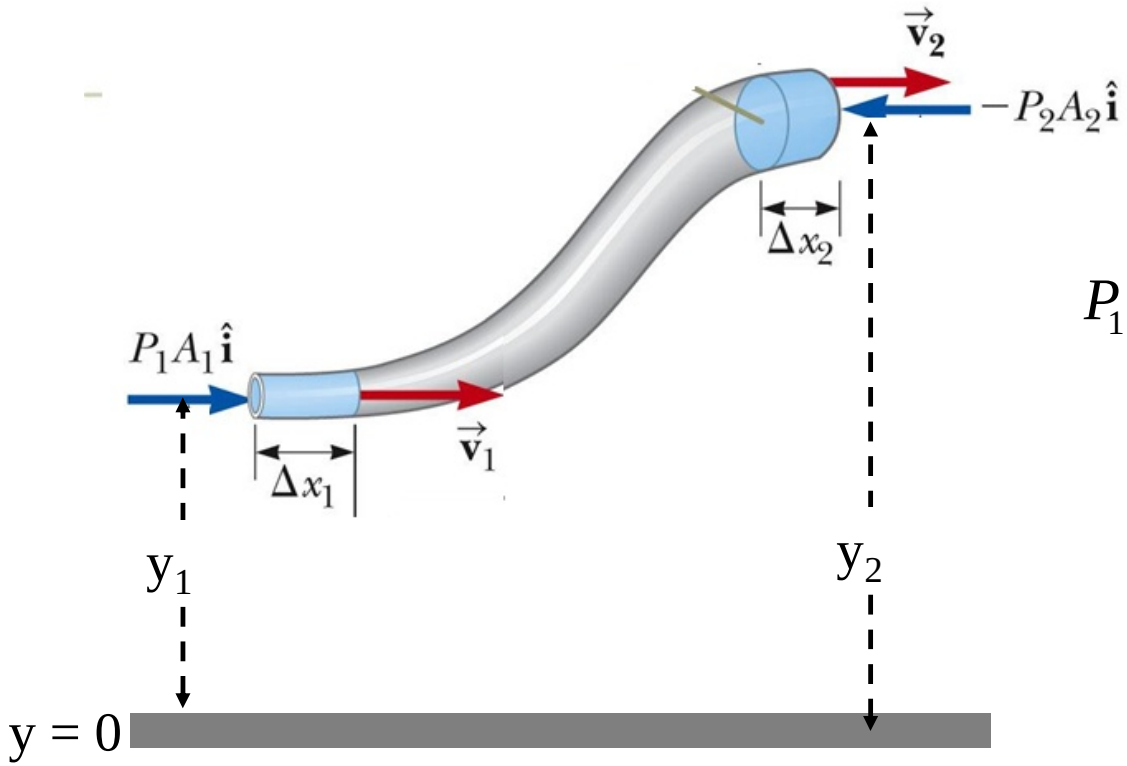


معادله پیوستگی $A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_1 < v_2$

معادله برنولی $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \rightarrow \quad P_1 > P_2$

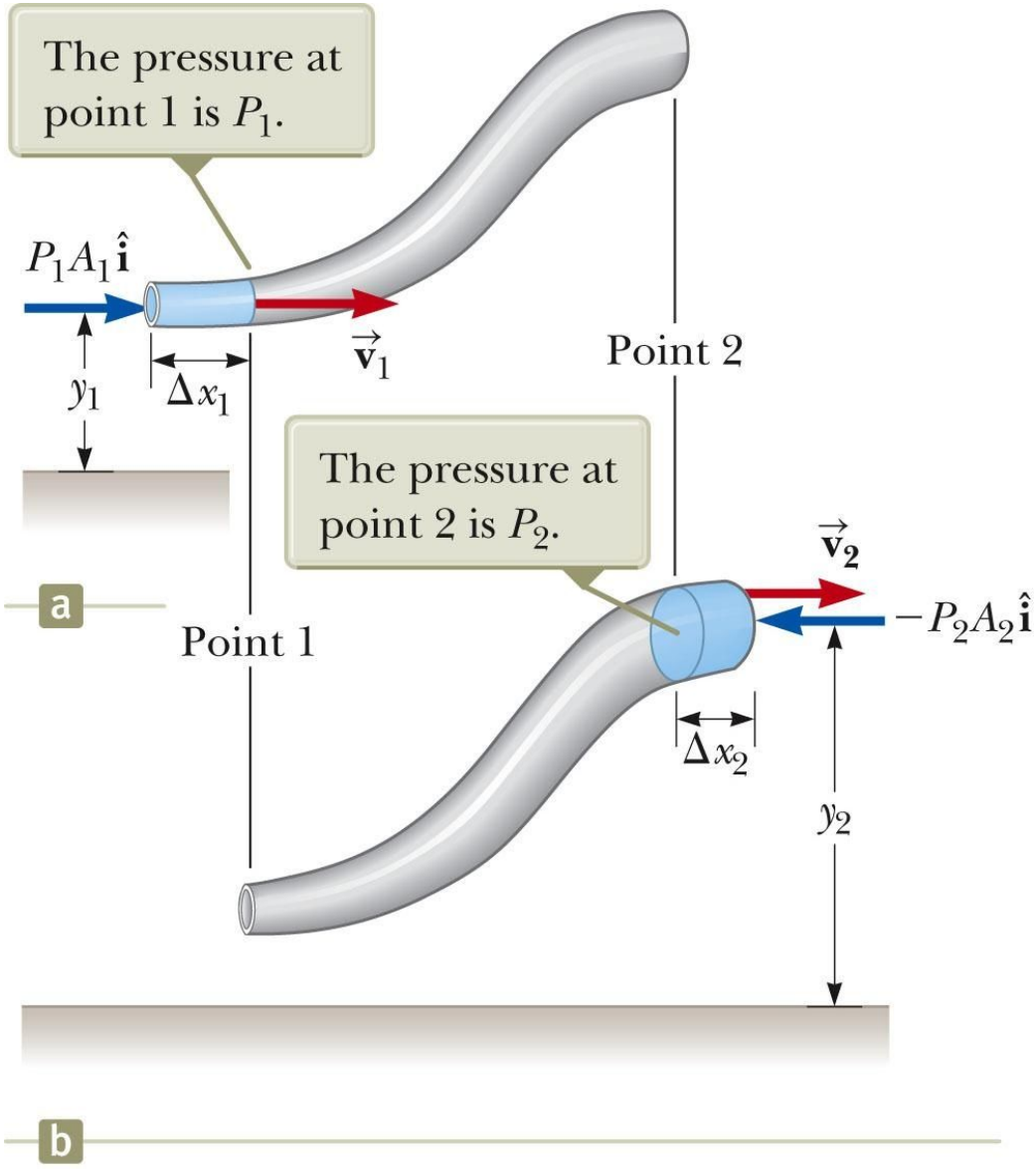
فشار در مقطع کوچکتر کمتر از فشار در مقطع بزرگتر است. بنابراین یک نیروی خالصی به سیال به سمت مقطع کوچکتر اعمال می شود که سبب افزایش سرعت سیال در ناحیه با تغییر مقطع می گردد

حالت چهارم) سیال جاری در عبور از مقاطعی در ارتفاع های مختلف:



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_1 > P_2$$



اثبات معادله برنولی:

در یک مدت زمان بسیار کوچک Δt سیال با حجم کوچک ΔV از مقطع چپ به لوله وارد و به همان حجم سیال از مقطع راست از مجرا خارج می گردد.

در مدت Δt کار انجام شده روی حجمی از سیال برابر با ΔV سبب تغییر انرژی جنبشی آن می گردد.

$$\Delta K = W_t = W_{mg} + W_{fluid}$$

تغییر انرژی جنبشی

$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2) \quad (1)$$

کار نیروی وزن هنگامی که حجم ΔV به اندازه $(y_2\text{-}y_1)$ بالا می رود

$$W_{mg} = -\Delta mg(y_2 - y_1) = -\rho\Delta Vg(y_2 - y_1) \quad (2)$$

کار نیروی فشاری سیال بر حجم ΔV در دو مقطع چپ و راست

$$W_{fluid} = F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2 = P_1\underbrace{A_1\Delta x_1}_{\Delta V} - P_2\underbrace{A_2\Delta x_2}_{\Delta V} \quad (3)$$

$$W_{fluid} = P_1\Delta V - P_2\Delta V = (P_1 - P_2)\Delta V$$

$$\Delta K = W_{mg} + W_{fluid} \xrightarrow{1\ 2\ 3} \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2) = -\rho\Delta Vg(y_2 - y_1) + (P_1 - P_2)\Delta V$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Film 4

بلند شدن هواپیما

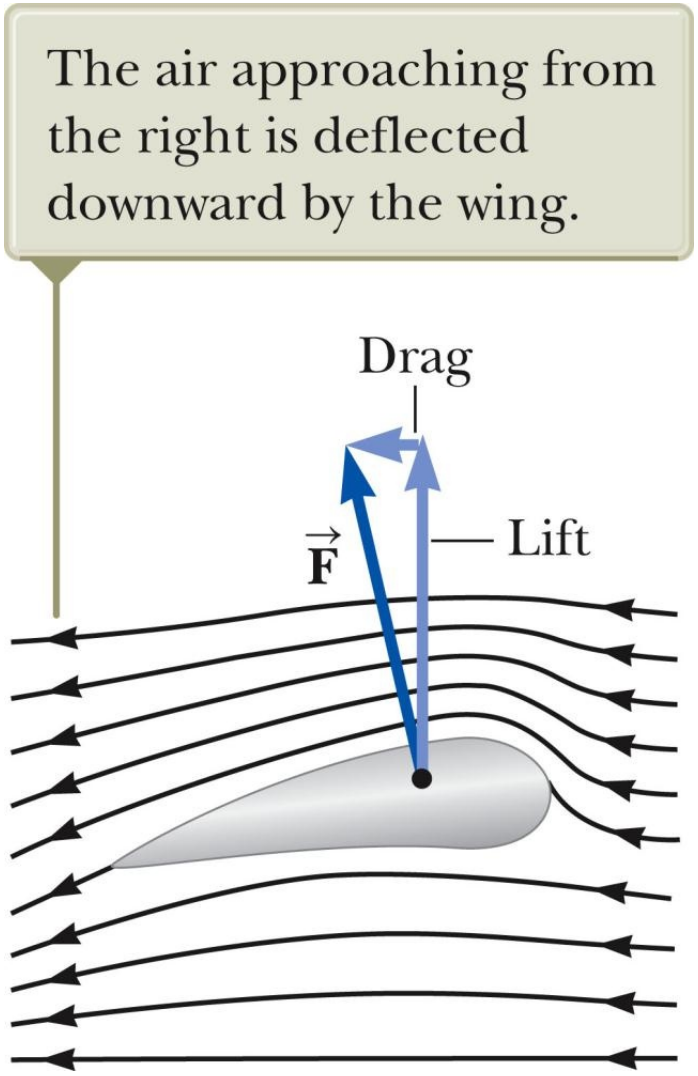
با حرکت هواپیما، لایه های هوا اطراف بال هواپیما حرکت می کنند.

انحنای سطح بال منجر می شود تا بدلیل اثر برنولی؛ فشار بالای بال هواپیما از فشار پایین آن کمتر باشد.

نیروی بالابر وابسته به:

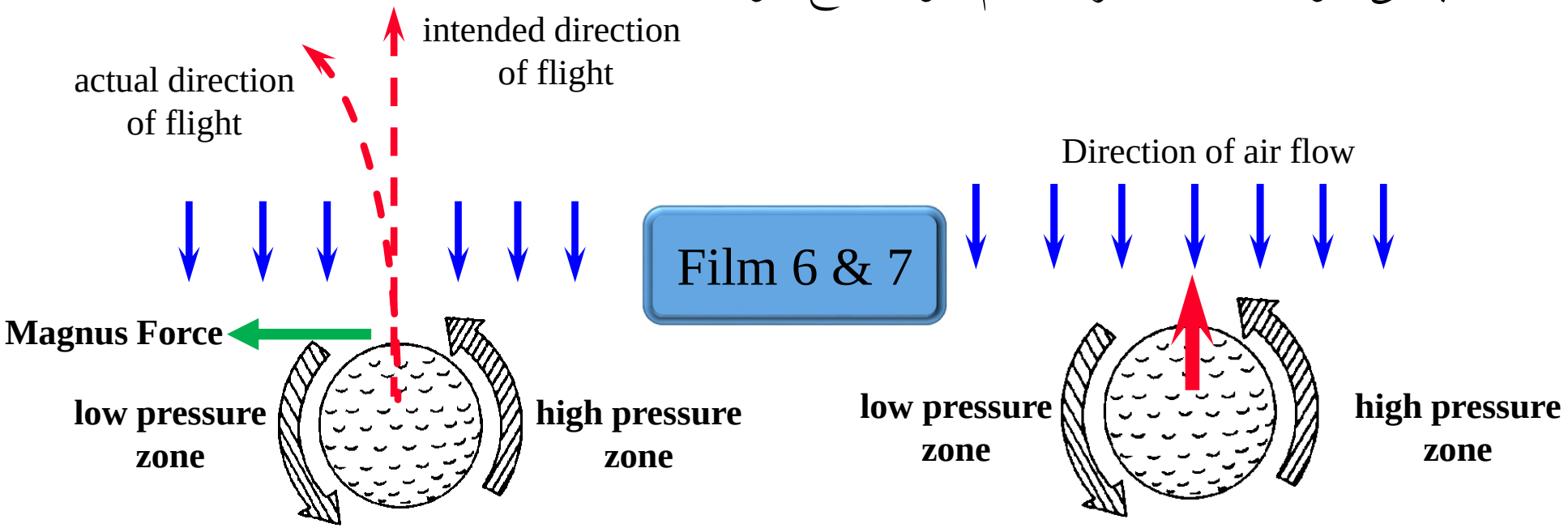
- سرعت هواپیما
- مساحت سطح بالها
- انحنای بال
- زاویه بین بال و خط افق

Film 5



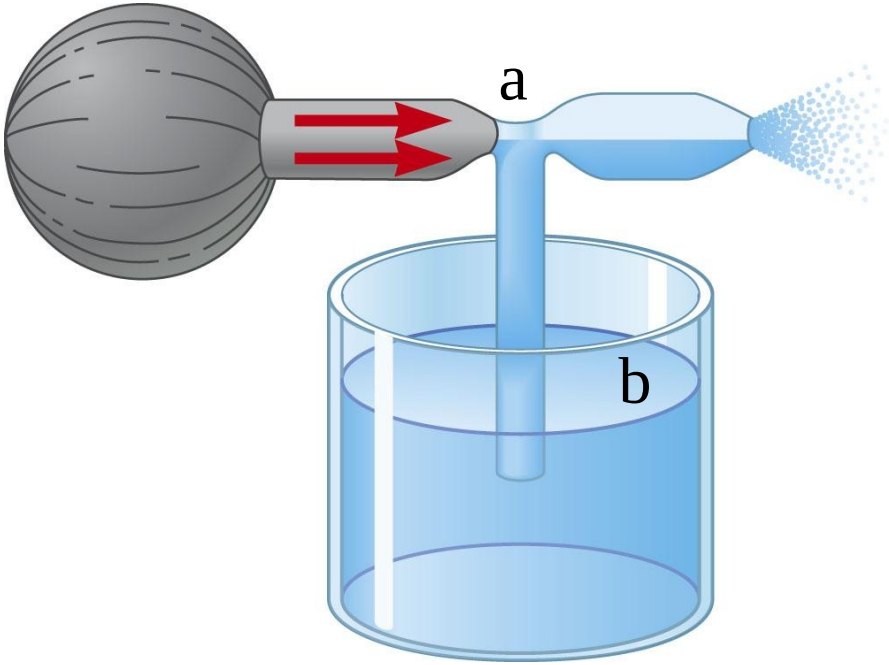
نیروی مگنوس

هنگامی که جلو رفتن توپ با چرخش آن همراه باشد یک نیروی عمود بر مسیر حرکت ظاهر می شود که سبب می شود تا آن از مسیر مستقیم خود خارج شود



اسپری شدن

با عبور هوا با سرعت از روی لوله آب، فشار بالای لوله کاهش می یابد. بنابراین فشار نقطه a نسبت به نقطه b کمتر شده و لذا با بالا آمدن آب از لوله و تزریق به هوای عبوری، آب به صورت قطره درون آب اسپری می شود



سرعت خون در یک رگ افقی آئورت سالم $0.15\ m/s$ است. بخشی از آن که دچار تصلب شریان شده دارای سطح مقطع نصف آئورت سالم می باشد. اختلاف فشار خون در بخش سالم و بخش دچار مشکل شده چقدر است

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

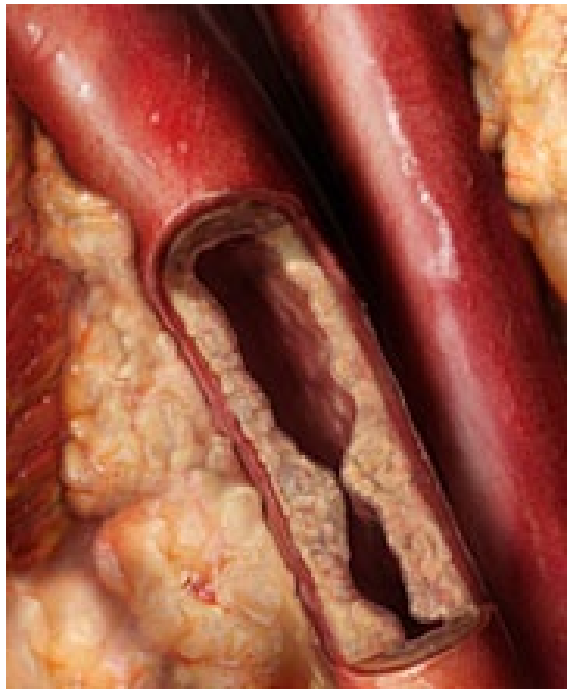
$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$A_1 0.15\frac{m}{s} = \frac{1}{2}A_1 v_2 \rightarrow v_2 = 0.30\frac{m}{s}$$

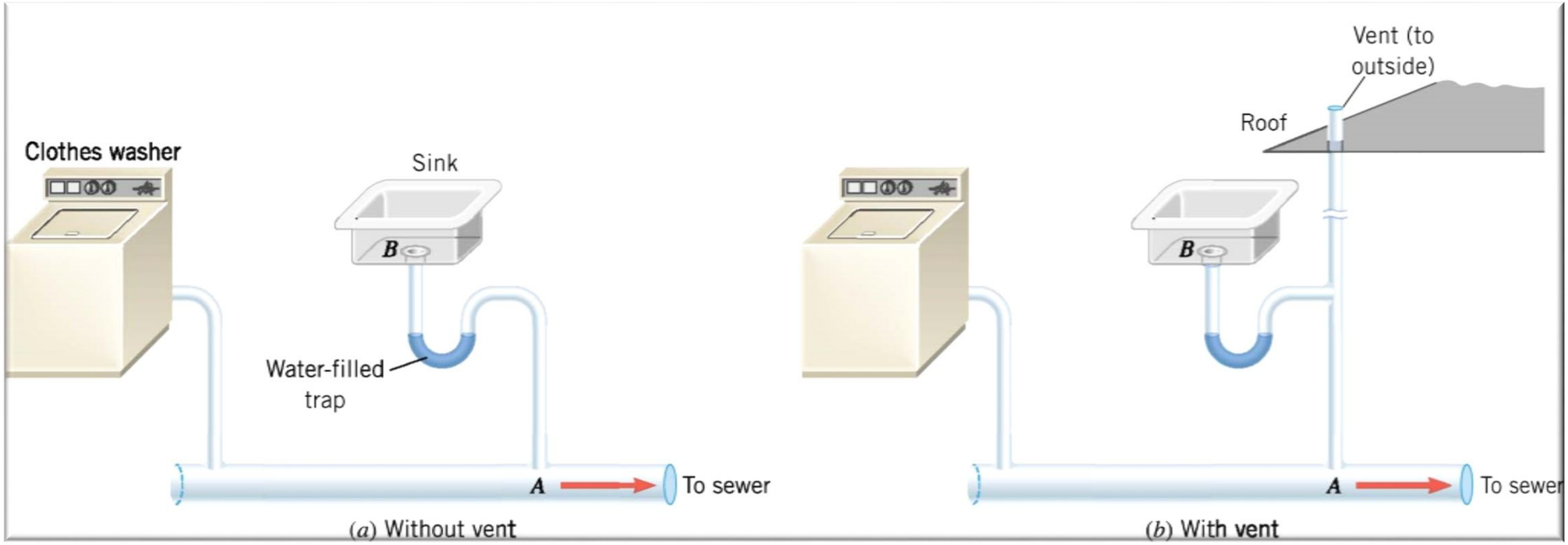
$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\left(1060\frac{kg}{m^3}\right)\left(0.30\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(1060\frac{kg}{m^3}\right)\left(0.15\frac{m}{s}\right)^2$$

$$P_1 - P_2 = 35.8\ Pa$$



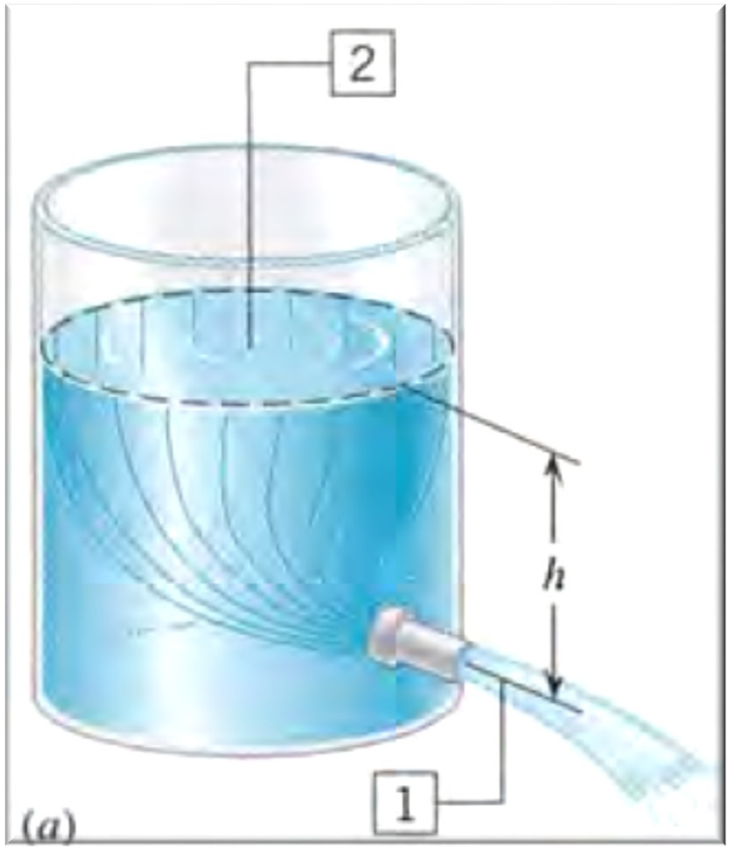
کاربرد خروجی در سیستم لوله کشی فاضلاب ساختمان ها

با عبور آب درون لوله های فاضلاب، هوای بالای سطح آب به حرکت در آمده و دارای فشار کمتری نسبت به هوای بالای سینک ظرف شویی خواهد بود.این سبب خالی شدن سیفون خواهد شد و لذا گازهای فاضلاب به داخل ساختمان وارد خواهد شد



سرعت خروج آب از مخزن

در بالای مخزن هوا در فشار اتمسفر قرار دارد. روزنه ای کوچک در ارتفاع h از سطح آب مخزن در بدنه مخزن ایجاد شده است. سرعت آب خروجز را حساب کنید



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 : \qquad A_1 << A_2 \rightarrow v_1 >> v_2$$

$$v_1^2 >>>> v_2^2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

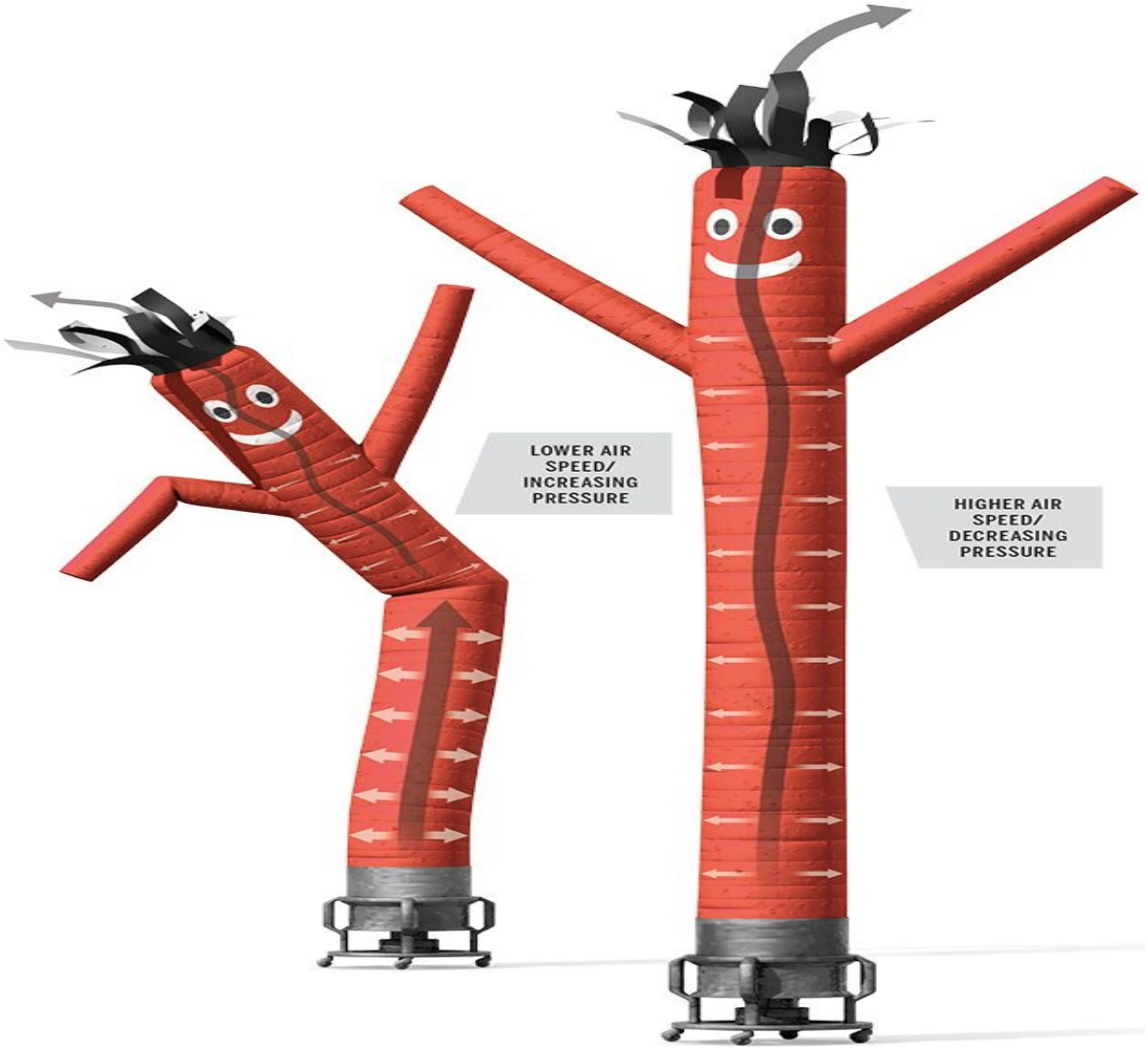
$$1\ atm + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + 0 = 1\ atm + 0 + \rho g h$$

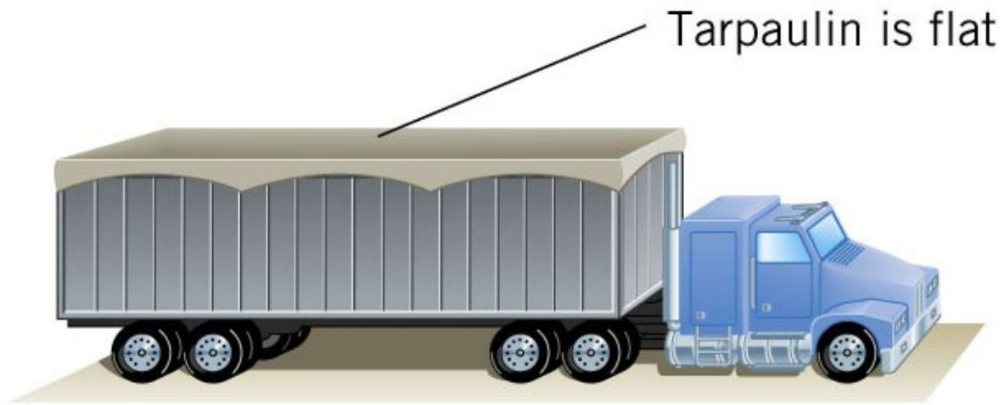
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g h$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 = g h$$

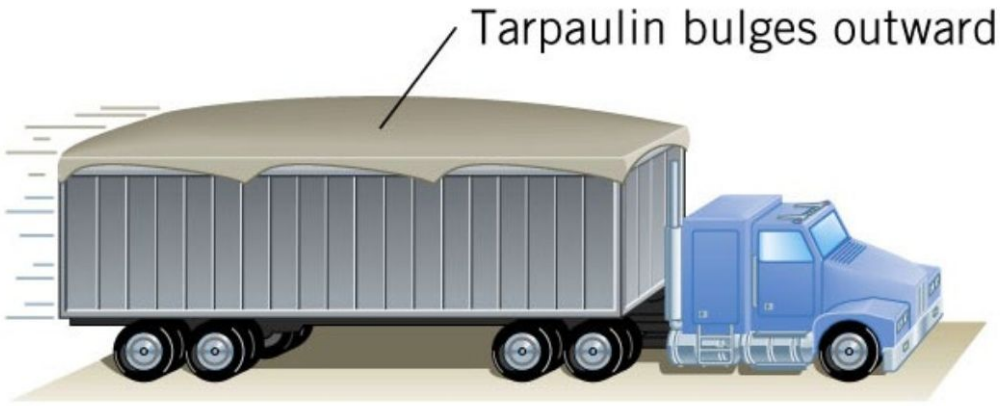
$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

Air Dancer


LOWER AIR SPEED/ INCREASING PRESSURE
HIGHER AIR SPEED/ DECREASING PRESSURE



Stationary



Moving