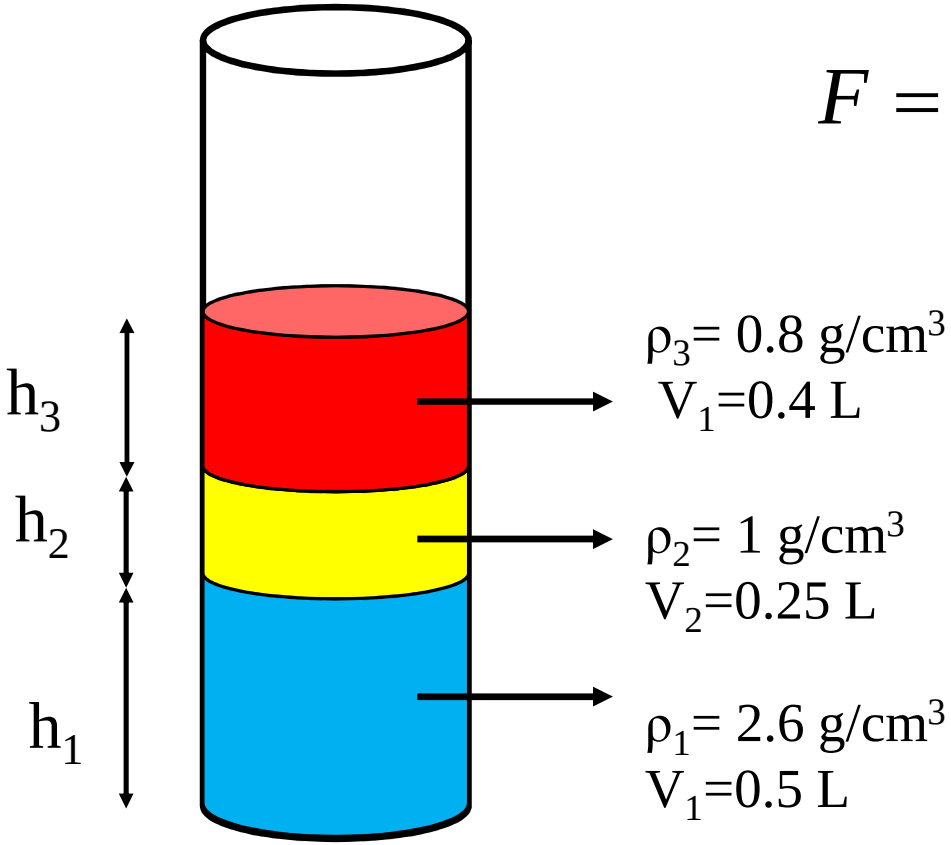
بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه چهارم

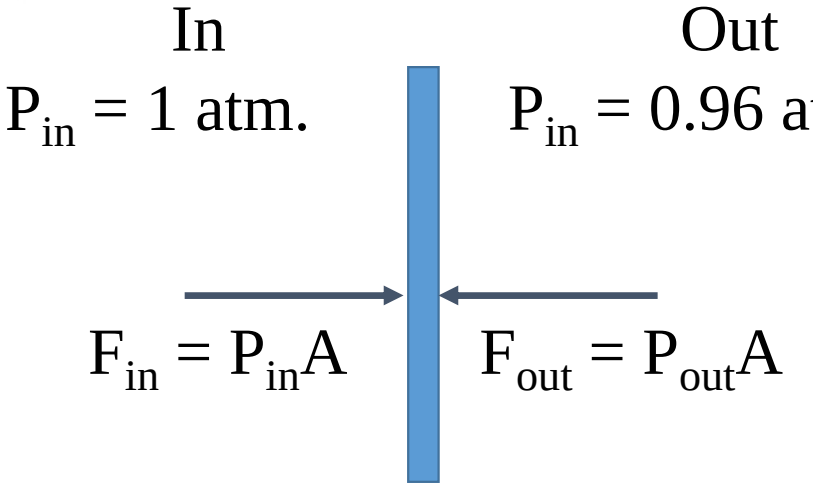
تمرینهای فصل سیالات

● ٤٠ سه مایع مخلوط نشدنی، به داخل ظرفی استوانه‌ای ریخته می‌شوند. حجم و چگالی مایع‌ها عبارت‌اند از ۰٫۵۰L، $2,6 g/cm^3$؛ ۰٫۲۵L، $1,0 g/cm^3$؛ و ۰٫۴۰L، $0,80 g/cm^3$. نیروی ناشی از این مایع‌ها وارد بر کف ظرف چقدر است؟ $1L = 1000 cm^3$ = یک لیتر.
(از نیروی ناشی از جو چشم‌پوشی کنید.)



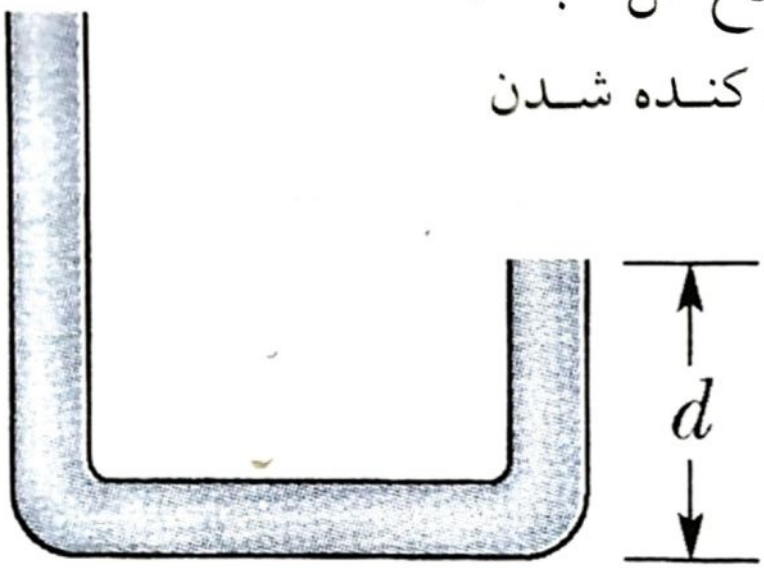
$$F = \sum W = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_2 V_2) g$$

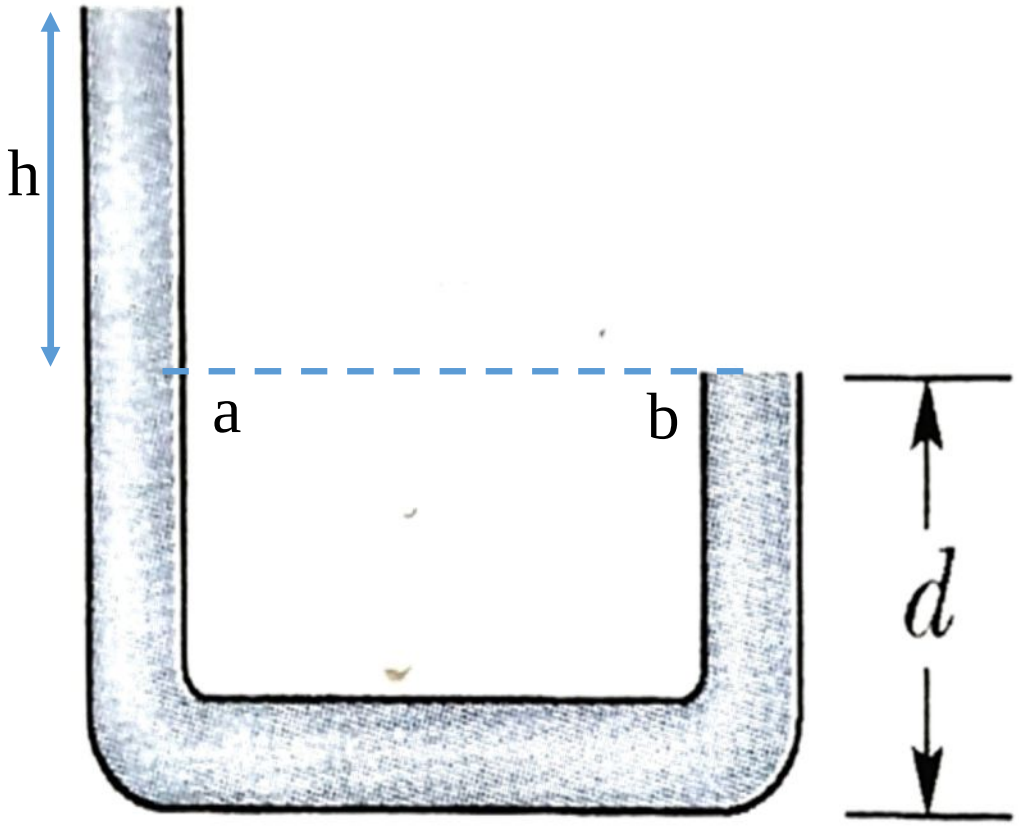
● ۵۰ ابعاد یک پنجره ۳٫۴m در ۲٫۱m است. در نتیجه‌ی گذار یک توفان، فشار هوای بیرون تا ۰٫۹۶atm کاهش می‌یابد، ولی فشار داخل در ۱٫۰atm حفظ می‌شود. نیروی خالصی که پنجره را به بیرون فشار می‌دهد، چقدر است؟



$$F_{net} = F_{in} - F_{out}$$
$$= (P_{in} - P_{out})A$$

• ۱۰۰ لوله‌ی پلاستیکی شکل ۱۴-۳۰ دارای مقطعی به مساحت $5{,}00\,\mathrm{cm}^2$ است. آنقدر در لوله آب ریخته می‌شود تا شاخه‌ی کوتاه (به طول $d = 0{,}800\,\mathrm{m}$) پر شود. سپس شاخه‌ی کوتاه با درپوشی بسته می‌شود و به‌تدریج آب بیشتری در شاخه‌ی بلند ریخته می‌شود. اگر درپوش با نیرویی بیش از $9{,}80\,\mathrm{N}$ کنده شود، ارتفاع کلّ آب در شاخه‌ی بلند باید چقدر باشد تا درپوش در شرف کنده شدن قرار گیرد؟





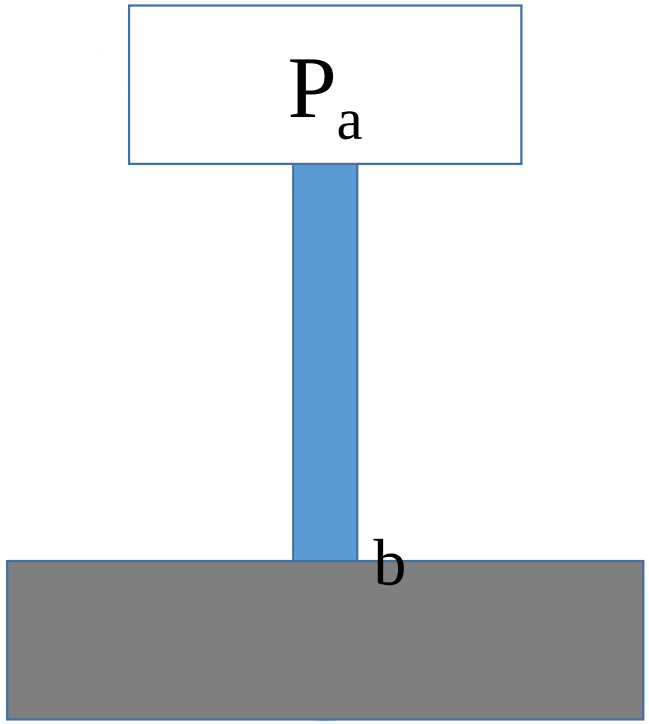
$P_a = P_b$

$P_0 + \rho gh = P_0 + F/A$

$F = \rho ghA$

$9.8 = 10^3 \times 9.8 \times h \times 5 \times 10^{-4}$

● ۱۵ یک ماشین لجن‌کش باید چه فشار پیمانه‌ای را اعمال کند تا لجنی با چگالی $1800\,kg/m^3$ را در لوله‌ای تا ارتفاع $1/5\,m$ بالا بکشد؟

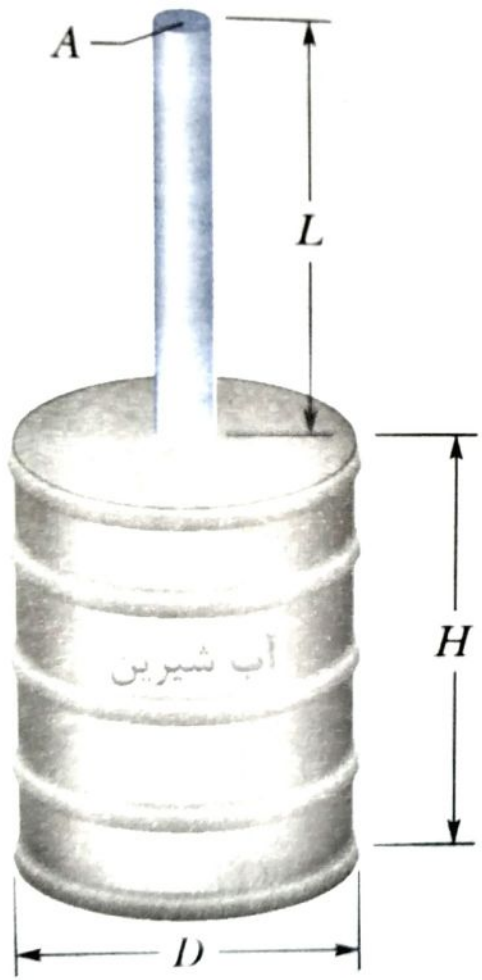


$$P_b = P_a + \rho g h$$

$$P_a = P_b - \rho g h \quad (absolute)$$

$$P_a = -\rho g h \quad (gauge)$$

• ۱۸ در شکل ۱۴-۳۲ یک لوله‌ی سرباز به طول $L = ۱٫۸\,\text{m}$ و سطح مقطعی به مساحت $A = ۴٫۶\,\text{cm}^۲$ در بالای بشکه‌ای استوانه‌ای به قطر $D = ۱٫۲\,\text{m}$ و ارتفاع $H = ۱٫۸\,\text{m}$ محکم شده است. بشکه و لوله با آب پر شده‌اند (تا بالای لوله). نسبت نیروی هیدروستاتیکی وارد بر ته بشکه را به نیروی گرانشی وارد بر آب داخل بشکه، محاسبه کنید. چرا این نسبت برابر با ۱٫۰ نیست. (لازم نیست که فشار جو را در نظر بگیرید.)



شکل ۱۴-۳۲ مسئله‌ی ۱۸

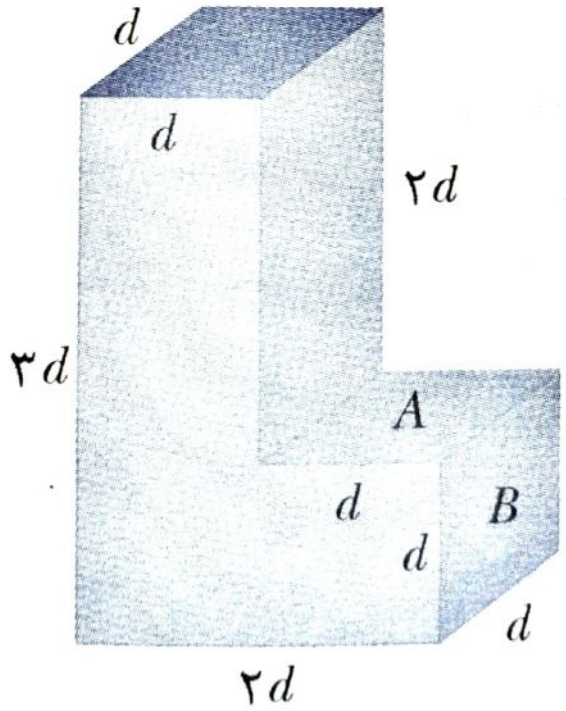
وزن کل آب = وزن آب داخل بشکه + وزن آب داخل لوله ≈ وزن آب داخل بشکه

$$W = \rho \frac{\pi}{4} \times D^2 H g$$

$$F=\rho g(L+H)A=\rho g\frac{\pi}{4} \times D^2 \times 2 \times 1.8 =$$

$$\frac{F}{W} = \frac{\rho \frac{\pi}{4} D^2 H g}{\rho \frac{\pi}{4} g D^2 \times 2 \times 1.8} = 2$$

●● ۲۰ مخزن L شکل نشان داده شده در شکل ۱۴-۳۳ با آب پر شده است و بالای آن باز است. اگر $d = ۵٫۰\,\mathrm{m}$ باشد، نیروی وارد از آب (الف) بر وجه A و (ب) بر وجه B چقدر است؟



(الف)

$P_A = \rho g h \quad , \quad h=2d$

$F_A = \rho g h\, A_A \quad , \quad A_A = d^2$

$F_A = 10^3 \times 10 \times 5^2 \ N$

(ب)

$dF = P\, dA$

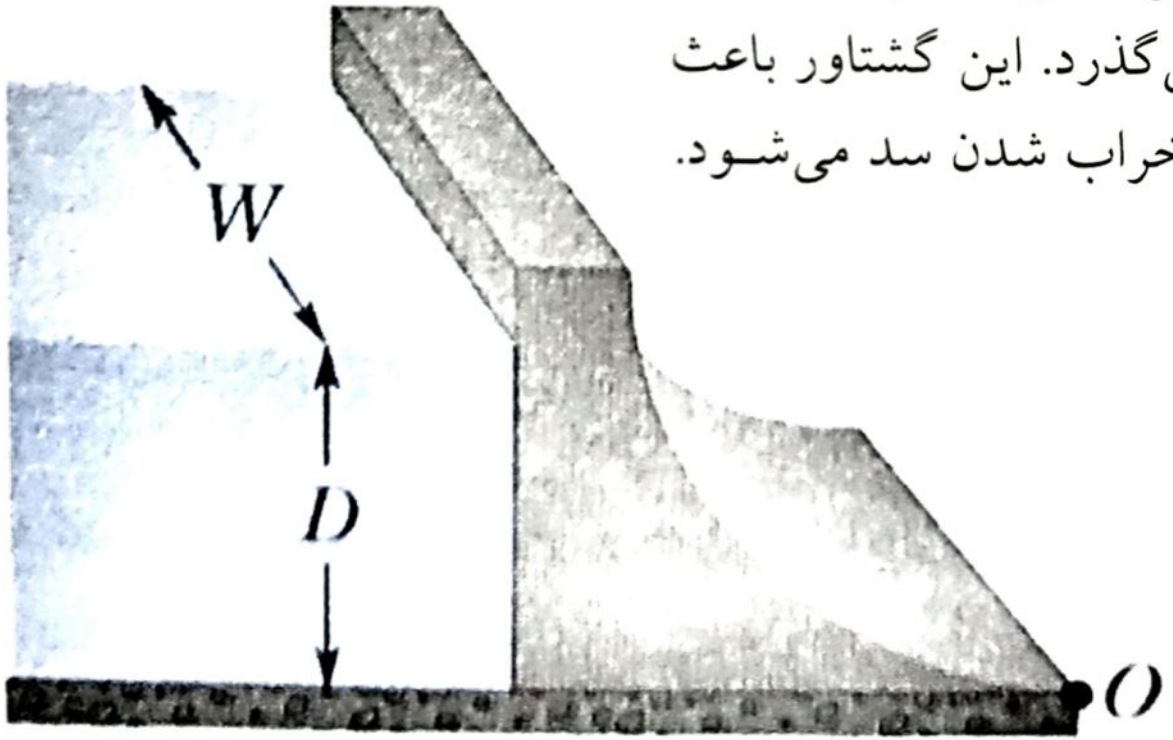
$P = \rho g y \qquad dA = d\,(dy)$

$dF = \rho g y d\, dy$

$$F_B = \int_{y=2d}^{y=3d} \rho g y d\, dy =$$

$$F_B = \frac{1}{2} \rho g d\, [(3d)^2 - (2d)^2]$$

۲٤ ●●● GO در شکل ۱۴–۳۵، آب در عمق $D = ۳۵٫۰\,\text{m}$ پشت سطح قائم سدّی به پهنای $W = ۳۱۴\,\text{m}$ جمع شده است. مطلوب است (الف) نیروی افقی خالصی که از فشار پیمانه‌ای آب بر سد وارد می‌شود، و (ب) گشتاور نیروی خالصی ناشی از این نیرو حول خط افقی که از O به موازات پهنای سد می‌گذرد. این گشتاور باعث چرخش سد به دور خط افقی و در نتیجه خراب شدن سد می‌شود. (پ) بازوی این گشتاور را پیدا کنید.



(الف)

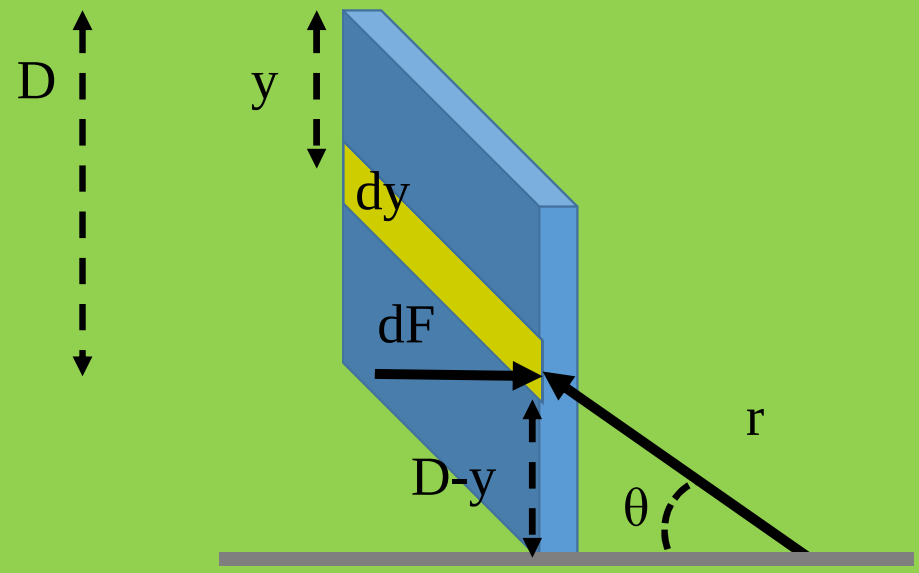
$$dF=PdA \rightarrow dF = \rho g y\ w dy \rightarrow F = \int_{y_1=0}^{y_2=35} \rho g y\ w dy \rightarrow F = \rho g w \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2)$$

$$\rightarrow F = \rho g w \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2) = 0.998 \cdot 10 \cdot \frac{314}{2} \cdot (35^2 - 0^2) = 1.919 \times 10^6 \text{ (N)}$$

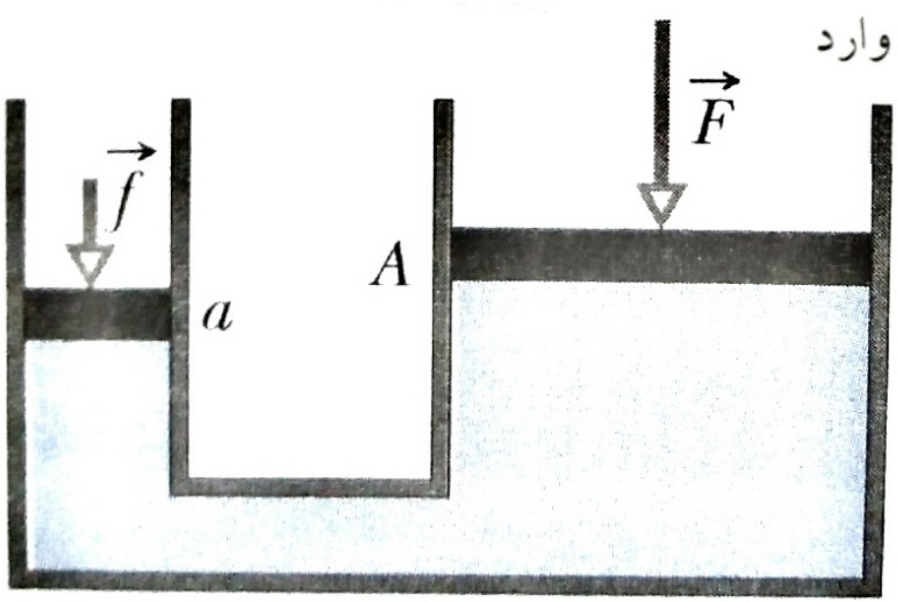
(ب)

$$d\tau = r \times dF \rightarrow \tau = \int_{y=0}^{y=D} \underbrace{r \sin\theta}_{D-y} \rho g y\ w dy$$

$$\tau = D\rho g w \int_{y=0}^{y=D} y\ dy - \rho g w \int_{y=0}^{y=D} y^2\ dy$$



۲۸• پیستونی به مساحت مقطع a در یک منگنه‌ی هیدرولیکی استفاده می‌شود تا نیروی کوچکی به بزرگی f را بر مایع محبوس در آن وارد کند. لوله‌ی رابط تا یک پیستون بزرگتر به مساحت مقطع A کشیده شده است (شکل ۱۴-۳۶). (الف) بزرگی نیروی F ای که پیستون بزرگتر تحمل می‌کند بی‌آنکه حرکت کند، چقدر است؟ (ب) اگر قطر پیستون‌ها ۳٫۸۰cm و ۵۳٫۰cm باشد، بزرگی نیروی وارد بر پیستون کوچک باید چقدر باشد تا با نیروی ۲۰٫۰kN وارد بر پیستون بزرگ در تعادل بماند؟

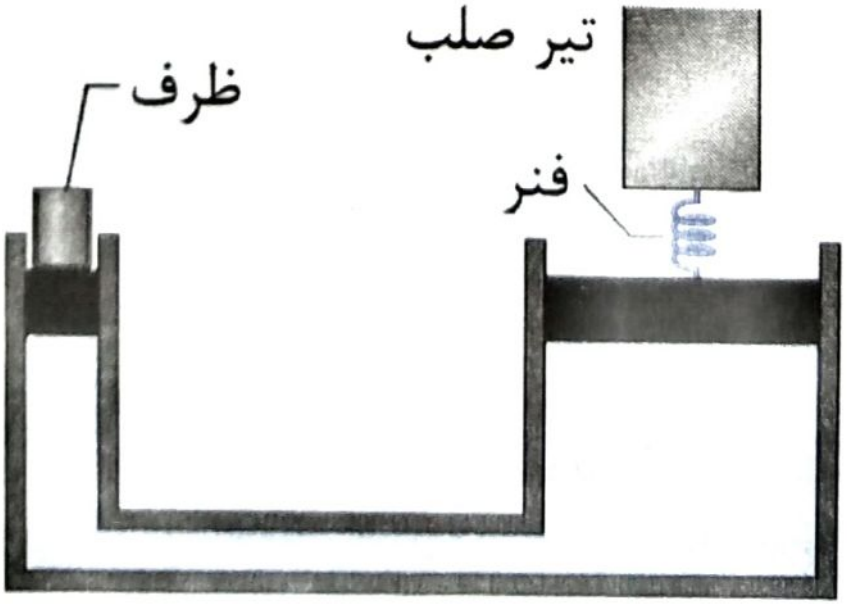


$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \qquad \rightarrow \qquad F = \frac{A}{a} f$$

$$F = \frac{\pi D^2}{\pi d^2} f \qquad \rightarrow \quad F = (\frac{D}{d})^2 f$$

$$20 = (\frac{53}{3.8})^2 f \qquad \rightarrow \quad f =$$

●● ۲۹ در شکل ۱۴-۳۷ فنری با ثابت فنر $۳٫۰۰\times۱۰^{۴}\ \mathrm{N/m}$ بین یک تیر صلب و پیستون خروجی یک اهرم هیدرولیکی قرار دارد. یک ظرف خالی با جرم ناچیز روی پیستون ورودی گذاشته شده است. مساحت مقطع پیستون ورودی A_i و مساحت مقطع پیستونی خروجی $۱۸٫۰A_i$ است. فنر در ابتدا در طول سکون خود است. چند کیلوگرم شن باید (به‌آهستگی) به داخل ظرف ریخته شود تا فنر به اندازه‌ی $۵٫۰۰\mathrm{cm}$ فشرده گردد؟



$$F=\frac{A}{a}f \quad \rightarrow \quad kx=\frac{A}{a}mg \quad \rightarrow$$

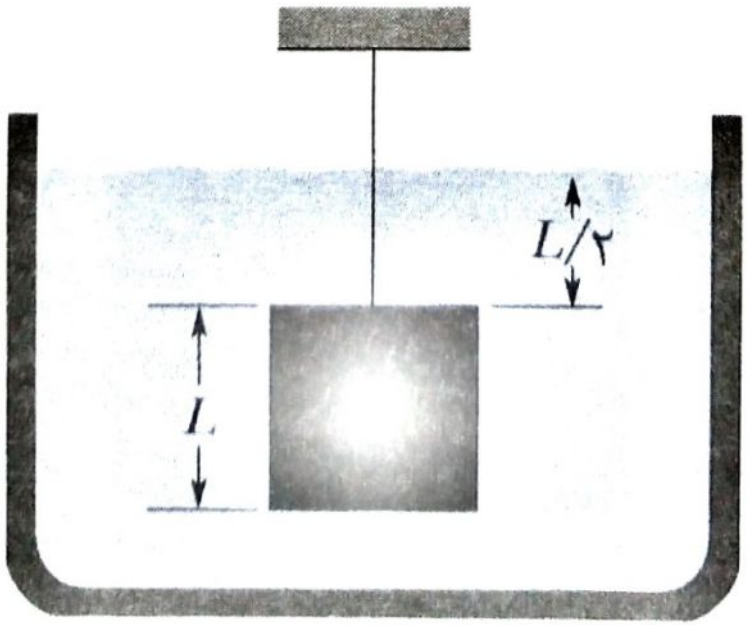
• ۳۱ قالبی چوبی در آب شیرین شناور است، به گونه‌ای که دو- سوم حجم V ی در آب فرو رفته است. اگر این قالب در نفت فرو رود ۰٫۹۰ حجم آن فرو می‌رود. چگالی (الف) چوب و (ب) نفت را پیدا کنید.

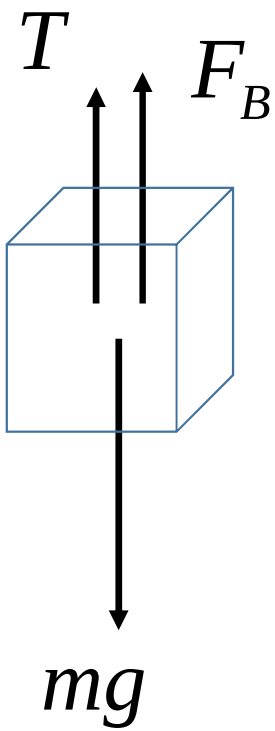
$$F_B = mg \quad \rightarrow \quad \rho_{fluid} g V_{in} = \rho_{Object} g V_{total} \quad \rightarrow \quad \frac{V_{in}}{V_{total}} = \frac{\rho_{Object}}{\rho_{fluid}}$$

$$\frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}} = \frac{V_{in}}{V_{total}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\rho_{wood}}{1000^{kg}/_{m^3}} \Rightarrow \rho_{wood} = 6.7 \times 10^2 kg/m^3$$

$$\frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}} = \frac{V_{in}}{V_{total}} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{670}{\rho_{oil}} \Rightarrow \rho_{oil} = \frac{7}{4} \times 10^2 \ kg/m^3$$

• ۳۲ در شکل ۱۴-۳۸ قطعه‌ای مکعبی به طول ضلع $L = ۰٫۶۰۰\text{m}$ و جرم ۴۵۰kg با طناب در مخزن روبازی از مایعی با چگالی $۱۰۳۰\text{kg/m}^۳$ آویزان است. (الف) بزرگی نیروی کلّ رو به پایینی که بر بالای مکعب از سوی مایع و جو وارد می‌شود، با فرض آنکه فشار جو ۱٫۰۰atm باشد، چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی کلّ رو به بالایی که بر پایین مکعب وارد می‌شود و (پ) کشش طناب را پیدا کنید. (ت) بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم را با استفاده از اصل ارشمیدس محاسبه کنید. چه رابطه‌ای بین تمام این کمیت‌ها وجود دارد؟





$$F_B + T = mg$$

$$\rho_w V g + T = mg$$

$$\rho_w L^3 g + T = mg$$

• ۳۵ سه بچه هریک به وزن ۳۵۶N، با بـه هـم بسـتن کُنـده‌هـای درخت هریک به قطر ۰٫۳۰m و طول ۱٫۸۰m قایق الواری سطحی می‌سازند. چند کنده لازم است تا این قایق در آب تازه شناور بماند؟ فرض کنید چگالی کنده‌ها $800 kg/m^3$ است.

$$W_{\text{بچه ها}} = F_B$$

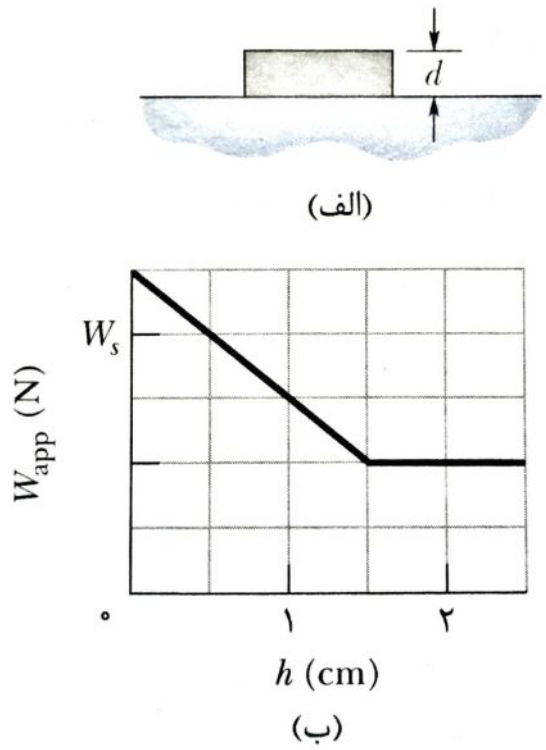
$$w_{\text{بچه ها}} = \rho v g = \rho \, \mathrm{n} v_0 \mathrm{g}$$

$$w_{\text{بچه ها}} = \rho \, \mathrm{n} \pi r^2 \mathrm{hg}$$

$$\mathrm{n} = \frac{3(356)}{800 \times 3.14 \times (\frac{0.30}{2})^2 \times 1.8 \times 10}$$

$$\mathrm{n} = \frac{1068}{1017.36} = 1.049$$

●●۳۶ در شکل ۱۴-۳۹ الف، یک قالب مستطیلی به‌تدریج از وجه پایین آن به داخل مایعی فشرده می‌شود. بلندی قالب d است؛ مساحت وجه‌های پایین و بالا برابر $A = ۵٫۶۷\,\text{cm}^۲$ است. شکل ۱۴-۳۹ ب وزن ظاهری W_{app} قالب برحسب تابعی از عمق h وجه پایین قالب نشان می‌دهد. محور قائم با $W_s = ۰٫۲۰\,\text{N}$ مقیاس‌بندی شده است. چگالی مایع چقدر است؟



شکل ۱۴-۳۹ مسئله‌ی ۳۶

«وزن ظاهری = وزن واقعی – نیروی شناوری»

در خارج از آب وزن واقعی و ظاهری یکسان است (h =0). بنابراین طبق مقیاس، وزن واقعی برابر با 0.25N .

همچنین میدانیم که با فرو رفتن جسم در آب وزن ظاهری آن کاهش می یابد.

قسمت شکستگی در نمودار مربوط به حالتی است که کل جسم درون آب قرار گرفته است. در این حالت بدلیل افزایش نیروی شناوری (بیشینه مقدار) وزن ظاهری به کمترن مقدار ممکن می رسد. 0.1N .

داریم: $F_B = (\ 0.25\text{N} - 0.1N\ ) = 0.15\ N$

$\text{V= Ah} \rightarrow \quad V = (1.5cm\ \times 5.67\ cm^2\ ) = 8.5 \times 10^{-6} m^{\ 3}$

و طبق فرمول: $F_B = \rho g V \quad \rightarrow \quad \rho = \dfrac{F_B}{gV}$

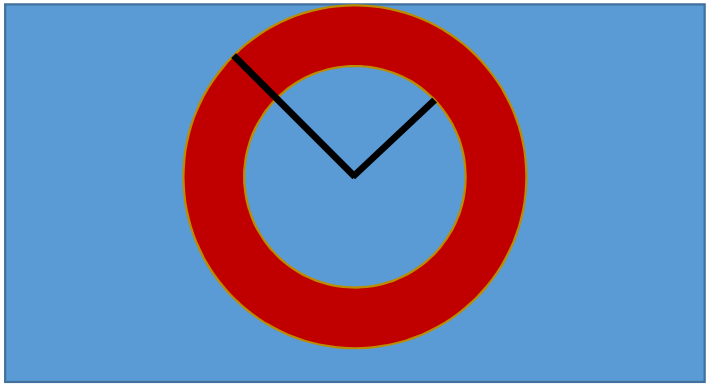
۳۷●● ILW یک پوسته‌ی آهنی کروی توخالی تقریباً به طور کامل در آب فرورفته است. قطر خارجی آن ۶۰٫۰cm، و چگالی آهن $۷٫۸۷ g/cm^۳$ است. قطر داخلی پوسته را به‌دست آورید.

$F_B = mg \rightarrow \rho_w g v' = \rho_{Fe} g v_{Fe}$

$F_B = 1000 \times (\frac{4\pi}{3}(0.6)^3) \times 9.8$

$mg = 7.87 \times 1000 \times \frac{4\pi}{3}((0.6)^3 - (r_{in})^3) \times 9.8$

$\rightarrow \quad r_{in} =$



●● ۳۹ WWW یک کره توخالی به شعاع داخلی ۸٫۰cm و شعاع خارجی ۹٫۰cm تا نیمه در مایعی به چگالی ۸۰۰kg/m^3 غوطه‌ور شده است. (الف) جرم کره چقدر است؟ (ب) چگالی ماده‌ای که کره از آن ساخته شده است را محاسبه کنید.

$F_B = mg = \boldsymbol{\rho_{oil}}\, g\, v$

$F_B = 800 \times ½ \left(\frac{4\pi}{3}(0.09)^3\right) \times 9.8 = 12\ N$

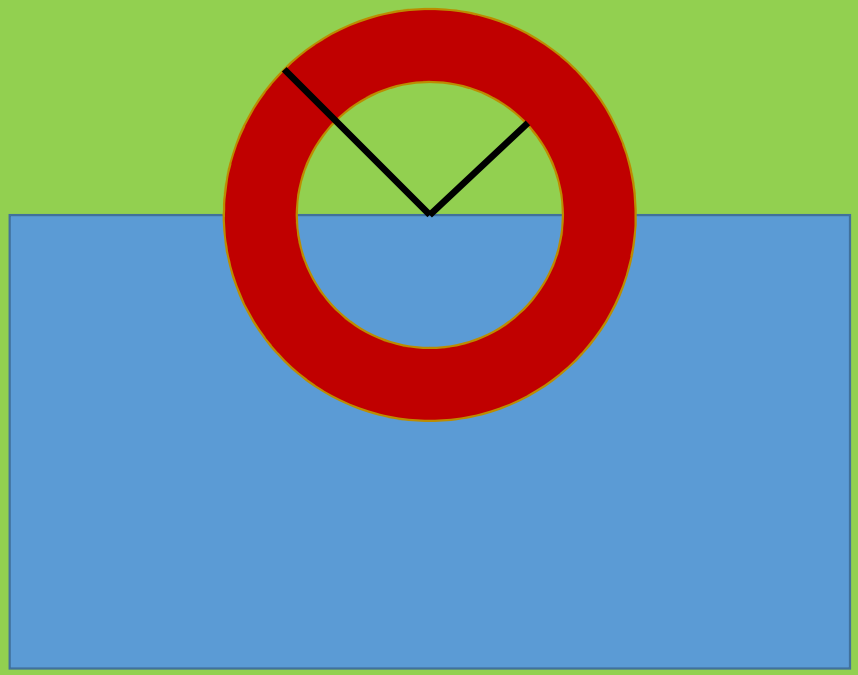
$F_B = mg = 12\ N \longrightarrow \frac{F_B}{g} = m = 1.2\ kg$

$V_1 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.09)^3 = 3.05 \times 10^{-3}$

$V_2 = \frac{4}{3} \times 3.14(0.08)^3 = 2.14 \times 10^{-3}$

$V_1 - V_2 = (3.05 \times 10^{-3}) - (2.14 \times 10^{-3}) = 9.1 \times 10^{-4}$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1.2}{9.1 \times 10^{-4}} = 1318.68\ Kg/m^3$$



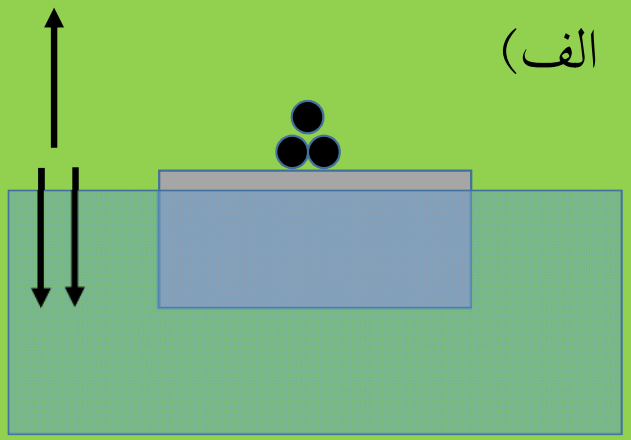
●● ٤٤ قالبی چوبی دارای جرم ۳٫۶۷kg و چگالی $۶۰۰kg/m^۳$ است. قرار است به آن سرب (با چگالی $۱٫۱۴\times۱۰^۴kg/m^۳$) اضافه شود تا ۰٫۹۰۰ حجم آن در آب فرو رود. جرم سرب موردنیاز چقدر است اگر سرب (الف) به بالای چوب و (ب) به پایین آن افزوده شود؟

الف)

$$m_{wood}\, g + m_{pb}\, g = 0.9\, \rho_{water}\, g\, V_{wood}$$

$$m_{wood} = \rho_{wood}\, V_{wood} \rightarrow V_{wood} = m_{wood} / \rho_{wood}$$

$$\Rightarrow m_{pb} = 0.9\, \rho_{water} \frac{m_{wood}}{\rho_{wood}} - m_{wood}$$



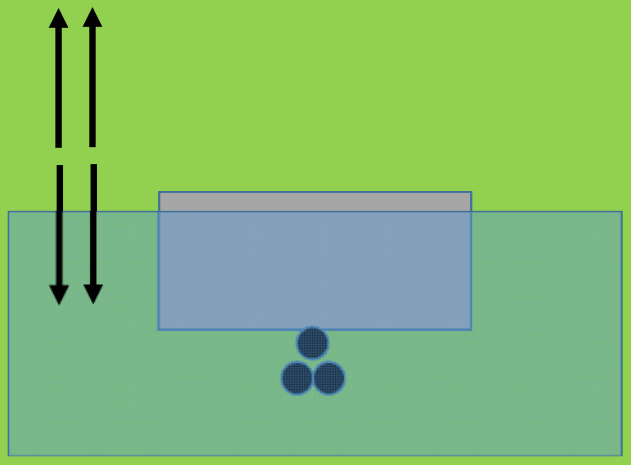
ب)

$$m_{wood}\, g + m_{pb}\, g = 0.9\, \rho_{water}\, g\, V_{wood} + \rho_{water}\, g\, V_{pb}$$

$$m_{wood} = \rho_{wood}\, V_{wood} \rightarrow V_{wood} = m_{wood} / \rho_{wood}$$

$$m_{pb} = \rho_{pb}\, V_{pb} \rightarrow V_{pb} = m_{pb} / \rho_{pb}$$

$$\Rightarrow m_{pb}\left(1 - \frac{\rho_{water}}{\rho_{pb}}\, \rho_{water}\right) = 0.9\, \rho_{water} \frac{m_{wood}}{\rho_{wood}} - m_{wood}$$



٤٥•• GO وزن یک آهن ریخته‌گری که دارای تعدادی حفره است، در هوا ۶۰۰۰N و در آب ۴۰۰۰N است. حجم کلّ همه‌ی حفره‌های این آهن چقدر است؟ چگالی آهن (یعنی، نمونه‌ای بدون حفره) $7/87\,g/cm^3$ است.

Real weight - Appearance weight = Buoyancy Force

$$W_r - W_a = F_B$$

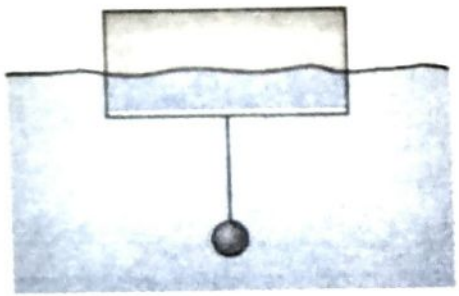
$$W_r - W_a = \rho_w V_{total} g$$

$$V_{total} = \frac{W_r - W_a}{\rho_w g}$$

$$W_r = mg = \rho_{Fe} V_{Fe} g$$

$$V_{Fe} = \frac{W_r}{\rho_{Fe} g}$$

$$V_{air} = V_{total} - V_{Fe} = \frac{W_r - W_a}{\rho_w g} - \frac{W_r}{\rho_{Fe} g}$$



شکل ١٤-٤٤ مسئله‌ی ۴۸

●●●٤٨ GO شکل ۱۴-۴۴ یک گوی آهنی را نشان می‌دهد که توسط نخی با جرم ناچیز از استوانه‌ای قائم آویزان است که بخشی از آن در آب فرورفته است. استوانه دارای ارتفاع $6{,}00\,cm$، مساحت قاعده‌ی بالا و پایین $12{,}0\,cm^2$، و چگالی $0{,}30\,g/cm^3$ است، و $2{,}00\,cm$ از ارتفاع آن در بالای سطح آب قرار دارد. شعاع گوی آهنی چقدر است؟

$V_{total-cylinder} = 6 \times 12 = 72$

$V_{in-cylinder} = 4 \times 12 = 48$

$\rho_{Fe} = 7900 \text{kg}$

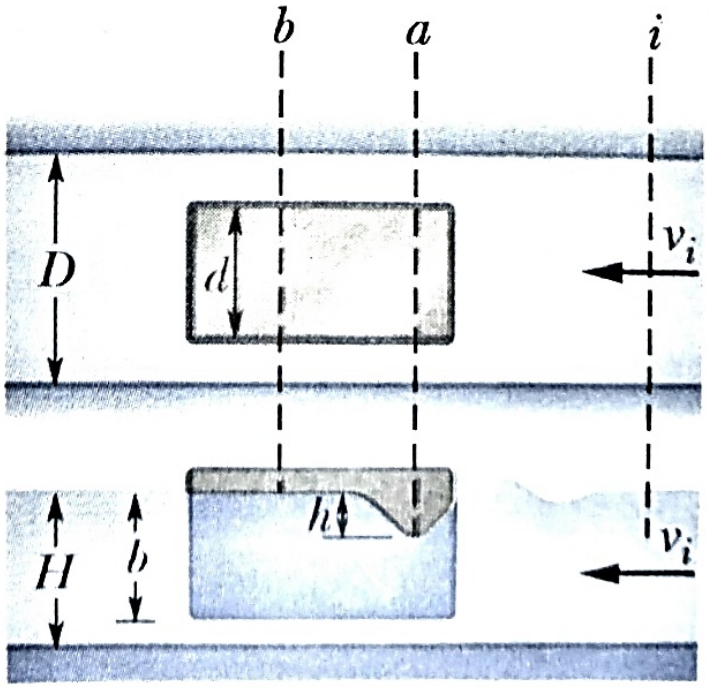
$\rho_w = 1024 / \times 10^3$

$\rho_{cylinder} g V_{total-cylinder} + \rho_{Fe} g V_{Fe} = \rho_w g V_{Fe} + \rho_w g V_{in-cylinder}$

$\rightarrow V_b = 3.8 \text{ cm}^3$

$3.8 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow \text{r} = 9.7$

• ۴۹ *اثر تنگه*. شکل ۱۴-۴۵ کشتی لنگرانداخته‌ای به پهنای $d = ۳۰\,\text{m}$ را نشان می‌دهد که به‌اندازه‌ی $b = ۱۲\,\text{m}$ در آب تنگه‌ای فرو رفته است. پهنای تنگه $D = ۵۵\,\text{m}$، عمق آب $H = ۱۴\,\text{m}$، و تندی جریان یکنواخت آب $v_i = ۱{,}۵\,\text{m/s}$ است. فرض کنید که جریان در اطراف کشتی یکنواخت است. وقتی آب از جلوی کشتی می‌گذرد، در سطح آب فرورفتگی جالبی رخ می‌دهد که به *اثر تنگه* موسوم است. اگر عمق این فرورفتگی $h = ۰{,}۸۰\,\text{m}$ باشد، تندی آب عبوری از اطراف کشتی در مقطع‌های عمودی (الف) نقطه‌ی a و (ب) نقطه‌ی b چقدر است؟ فرسایش ناشی از این افزایش تندی، نگرانی همیشگی مهندسان هیدرولیک است.



• ۵۱ یک شیلنگ باغبانی با قطر داخلی ۱٫۹cm به یک آب‌پاش (ساکن) که شامل تنها ۲۴ سوراخ، هریک به قطر ۰٫۱۳cm است، متصل شده است. اگر تندی آب در شیلنگ ۰٫۹۱m/s باشد، آب با چه تندی‌ای از سوراخ‌های آب‌پاش خارج می‌شود؟

$$\underbrace{A_1 V_1}_{\text{شیلنگ}} = \underbrace{A_2 V_2}_{\text{آب پاش}}$$

$$\frac{\pi}{4} D^2 V_1 = n \frac{\pi}{4} d^2 V_2$$

$$\frac{3/14}{4} \times (1.9)^2 \times 10^{-4} \times 0.91 = 24 \times \frac{3/14}{4} \times (0.13)^2 \times 10^{-6} \times V_2$$

$$V_2 = \ldots\ldots \quad (m/s)$$

●● ۵۳ آب به‌طور یکنواخت و با تندی ۵٫۰m/s توسط شیلنگی به شعاع ۱٫۰cm از زیرزمین فرورفته در آبی به بالا پمپ می‌شود. شیلنگ از پنجره‌ای که ۳٫۰m بالاتر از تراز آب قرار دارد، می‌گذرد. توان پمپ چقدر است؟

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v^2_1 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v^2_2 + \rho g y_2$$

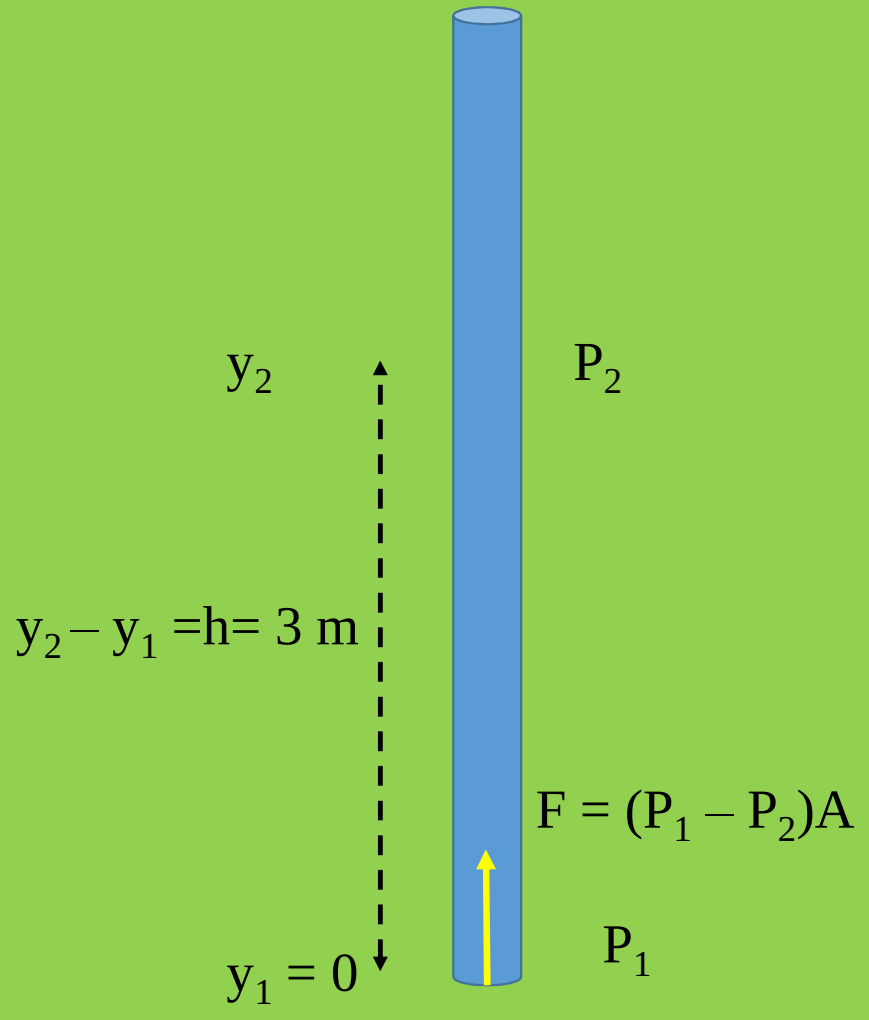
$$v_1 = v_2$$

$$\longrightarrow \quad P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1)$$

$$y_2 - y_1 = h$$

$$P_W = Fv = (P_1 - P_2)\,Av = \rho g(y_2 - y_1)Av$$

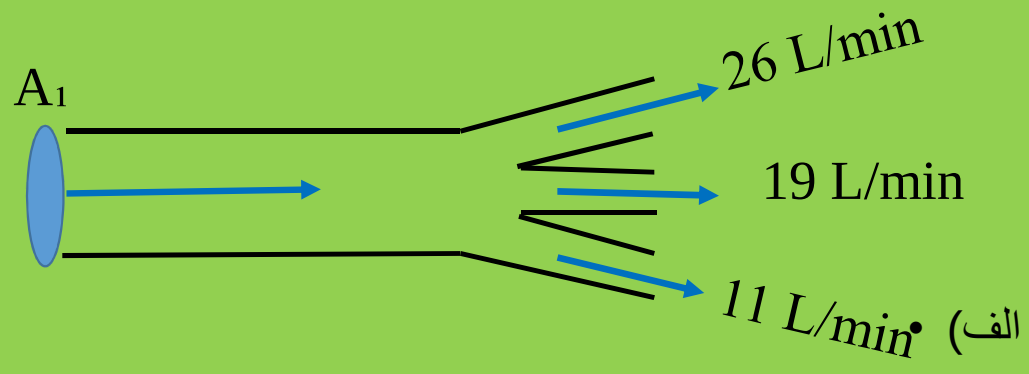
$$P_W = 10^3 \times 10 \times 3 \times \pi \times 10^{-4} \times 5 = 47.1 \text{ w}$$



۵٤•• GO آبی که در یک لوله‌ی ۱٫۹cm (قطر داخلی) جریان دارد از طریق سه لوله‌ی ۱٫۳cm به بیرون جریان می‌یابد. (الف) اگر آهنگ جریان آب در لوله‌ی کوچکتر برحسب L / min، ۲۶، ۱۹، و ۱۱ باشد، آهنگ جریان آب در لوله‌ی ۱٫۹cm چقدر است؟ (ب) نسبت تندی آب در لوله‌ی ۱٫۹cm به تندی آن در لوله‌ای که در آن آهنگ جریان آب ۲۶L/min است، چقدر است؟

$A_1 = 3.14/4 \times 1.9^2 = 3.61 cm^2$

$A_2 = 3.14/4 \times 1.3^2 = 1.69 cm^2$



الف)

$R_{V2} = 11 + 19 + 26 = 56$ L/min

$R_{V1} = R_{V2} = 56$ L/min

$R_{V-26} = A_2 V_{26} \rightarrow V_{26} = (26 \times 10^{-3}/60) / (1.69 \times 10^{-4}) =$ …… m/s

$R_{V1} = A_1 V_1 \rightarrow V_1 = (56 \times 10^{-3}/60) / (3.61 \times 10^{-4}) =$ …… m/s

$$\frac{\text{تندی آب در لوله اصلی}}{\text{تندی اب در اولین لوله فرعی}} = \text{……..}$$

• ۵۷ یک مخزن استوانه‌ای با قطر بزرگ تا عمق $D = ۰٫۳۰\,\mathrm{m}$ با آب پر شده است. سوراخی با مساحت مقطع $A = ۶٫۵\,\mathrm{cm}^۲$ در ته مخزن باعث می‌شود که آب از آن خارج شود. (الف) آب با چه آهنگی برحسب مترمکعب بر ثانیه از مخزن خارج می‌شود؟ (ب) در چه فاصله‌ای از ته مخزن، مساحت مقطع جریان آب برابر با نصف مساحت سوراخ می‌شود؟

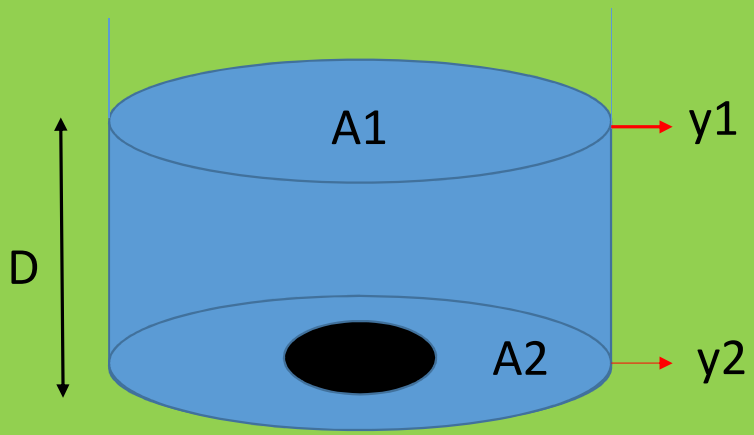
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^{\,2} + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^{\,2} + \rho g y_2$$

(V_1 و V_2 زیر رادیکال هستند)

فشارها درهردومقطع برابرند و y_2 مبدا میباشد وطبق معادله ی پیوستگی داریم:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Longrightarrow A_1 \gg A_2 \Longrightarrow V_1 \ll V_2$$

پس می توانیم از V_1 صرف نظر کنیم.



$$\rho g y_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^{\,2} \Longrightarrow V_2 = \sqrt{2gy_1}$$

$$V_2 = \sqrt{2gD} = \sqrt{2}(9/8)(0/30) = 2/42\,\frac{m}{s}$$

سرعت پایین رفتن آب از سوراخ

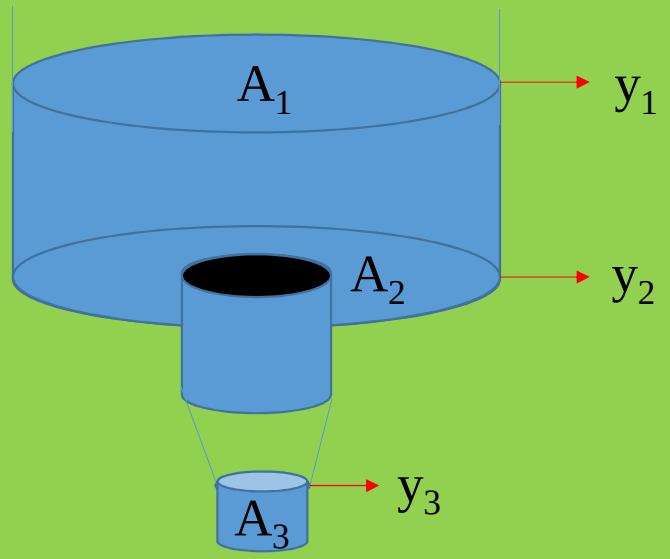
آهنگ خروج آب ازمخزن برحسب مترمکعب برثانیه

$$A_1V_1 = (6/5\times 10^{-4})(2/42) = 1/6\times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$V_3 A_3 = V_2 A_2 \longrightarrow V_3 \frac{1}{2} A_2 = V_2 A_2$$

$$V_3 = 2V_2 \longrightarrow V_3 = 2 \times 2/42 = 4/84 \frac{m}{s}$$

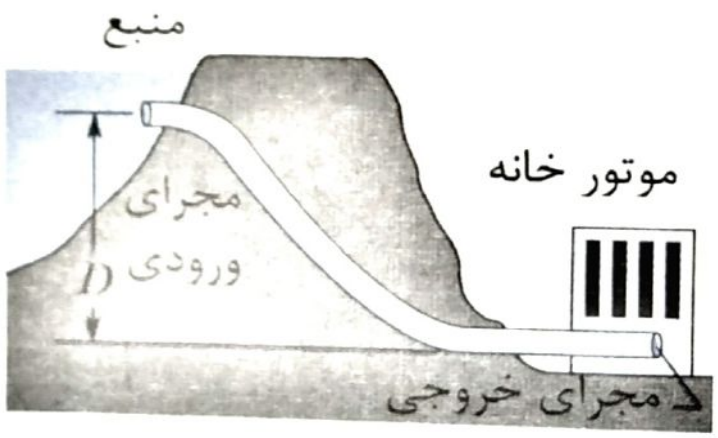


طبق معادله برنولی در نقاط y_3 وy_2 داریم:

$$\frac{1}{2}\rho V2^2 + \rho g y2 = \frac{1}{2}\rho V3^2 + \rho g y3$$

$$y_2 - y_3 = \frac{V_3^2 - V_2^2}{2g} \qquad \frac{(4/84)^2}{2(9/8)} \frac{-(2/42)^2}{} = 0/90\text{m}$$

• ۵۸ مجـرای ورودی در شـکل ۱۴-۴۷ دارای مسـاحت مقطـع $۰٫۷۴\,m^۲$ و تندی شـارش آب در آن $۰٫۴۰\,m/s$ اسـت. در مجـرای خروجی، به فاصله‌ی $D = ۱۸۰\,m$ زیـر مجـرای ورودی، مسـاحت مقطع کـوچکتر اسـت و آب بـا تنـدی $۹٫۵\,m/s$ خـارج مـی‌شـود. اختلاف فشار بین مجراهای ورودی و خروجی چقدر است؟



شکل ۱۴-۴۷ مسئله‌ی ۵۸

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2 \rightarrow$$

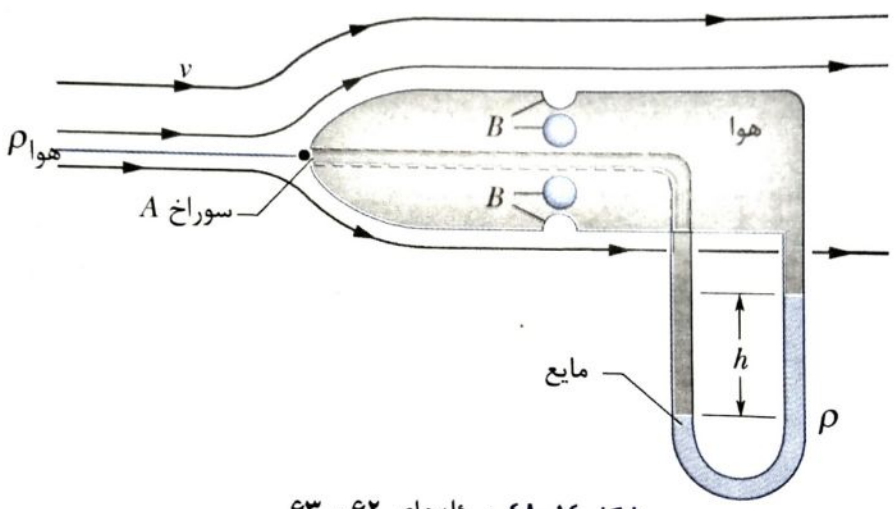
$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho({v_1}^2 - {v_2}^2) + \rho \mathrm{g}(y_1 - y_2) \rightarrow$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times \rho\left((0.4)^2 - (9.5)^2\right) + \rho \times 9.8\,(180 - 0) = 1718.955\,\rho$$

۶۲•• لوله‌ی پیتو[1] (شکل ۱۴-۴۸) برای تعیین تندی هوا در هواپیما استفاده می‌شود. این وسیله دارای یک لوله‌ی خارجی با تعدادی سوراخ کوچک B است (در شکل چهارتایی آن‌ها نشان داده شده است) که باعث ورود هوا به لوله می‌شود؛ این لوله به یک بازوی **U**شکل متصل شده است. بازوی دیگر این لوله‌ی **U**شکل به سوراخ A در انتهای جلویی وسیله وصل شده است، که در جهت حرکت هواپیما قرار دارد. در A هوا راکد است، به طوری که $v_A = ۰$ است. ولی در B، تندی هوا احتمالاً برابر با تندی هوایی v ی هواپیماست. (الف) با استفاده از معادله‌ی برنولی نشان دهید

$$v = \sqrt{\frac{۲\rho g h}{\rho_{\text{هوا}}}}$$

که ρ چگالی مایع در لوله‌ی **U**شکل و h تفاوت ترازهای مایع در این لوله است. (ب) فرض کنید لوله حاوی الکل است و اختلاف تراز h برابر $۲۶٫۰\,\text{cm}$ است. تندی هواپیما نسبت به هوا چقدر است؟ چگالی هوا $۱٫۰۳\,\text{kg/m}^۳$ و چگالی الکل $۸۱۰\,\text{kg/m}^۳$ است.



شکل ۱۴-۴۸ مسئله‌های ۶۲ و ۶۳

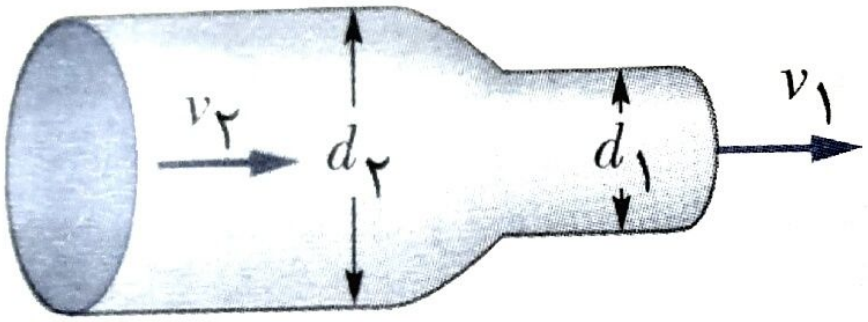
$$P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 + \rho g y_A = P_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2 + \rho g y_B$$

$y_A = y_B$, $V_A = 0$, $P_A = P_B + \rho_{fluid} gh$

$$P_B + \rho_{fluid}\, g\, h = P_B + \frac{1}{2}\rho_{air} V_B^2$$

$$V_B = \sqrt{\frac{2\rho_{fluid}\, gh}{\rho_{air}}}$$

●● ۶۴ GO در شکل ۱۴-۴۹ آب در یک لوله‌ی افقی جریان دارد و سپس با تندی $v_1 = ۱۵\,\text{m/s}$



شکل ۱۴-۴۹ مسئله‌ی ۶۳

به بیرون می‌ریزد. قطر بخش‌های سمت چپ و راست لوله به ترتیب $۵٫۰\,\text{cm}$ و $۳٫۰\,\text{cm}$ است. (الف) چه حجمی از آب در مدت $۱۰\,\text{min}$ به بیرون می‌ریزد؟ (ب) در بخش چپ لوله، (ب) تندی v_2 و (پ) فشار پیمانه‌ای چقدر است

قسمت الف)

$$\Delta V = A_1 v_1 \Delta t = \frac{\pi}{4}(0.03)^2 \cdot 15 \cdot 600 = 12/717$$

قسمت ب)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \rightarrow v_2 = \frac{{d_1}^2}{{d_2}^2} v_1 \rightarrow v_2 = \frac{0.0009}{0.0025} 15 = 5.4 \frac{m}{s}$$

قسمت پ)

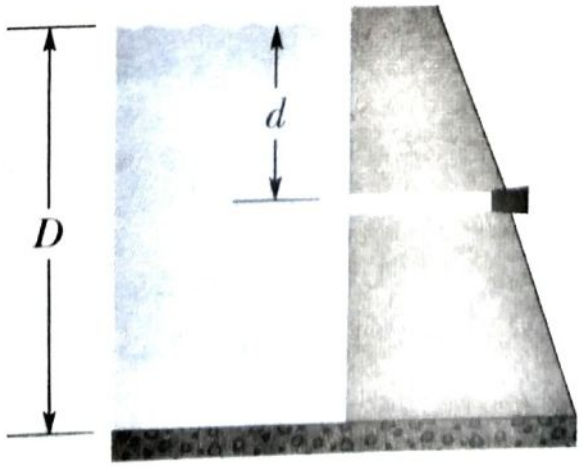
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g d_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g d_2$$

$$\rightarrow \Delta P = (P_2 - P_1) = \frac{1}{2}\rho ({v_2}^2 - {v_1}^2) + \rho g (d_2 - d_1)$$

$$\rightarrow \Delta P = \frac{1}{2} 0.998 (15^2 - 5.4^2) + 0.998 \times 10 \times (0.05 - 0.03)$$

$$\rightarrow \Delta P = 97.91 \text{ pa}$$

●●۶۷ ILW در شکل ۱۴-۵۱، عمق آب شیرین پشت مخزن یک سد $D = ۱۵\,\mathrm{m}$ است. یک لوله‌ی افقی به قطر $۴٫۰\,\mathrm{cm}$ در عمق $d = ۶٫۰\,\mathrm{m}$ از سد می‌گذرد. درپوشی، دهانه‌ی لوله را بسته است. (الف) بزرگی نیروی اصطکاک بین درپوش و دیواره‌ی لوله را بیابید. (ب) با برداشتن درپوش، در مدت $۳٫۰\,\mathrm{h}$ چه حجم آبی از لوله خارج می‌شود؟



شکل ۱۴-۵۱ مسئله‌ی ۶۷

(الف)

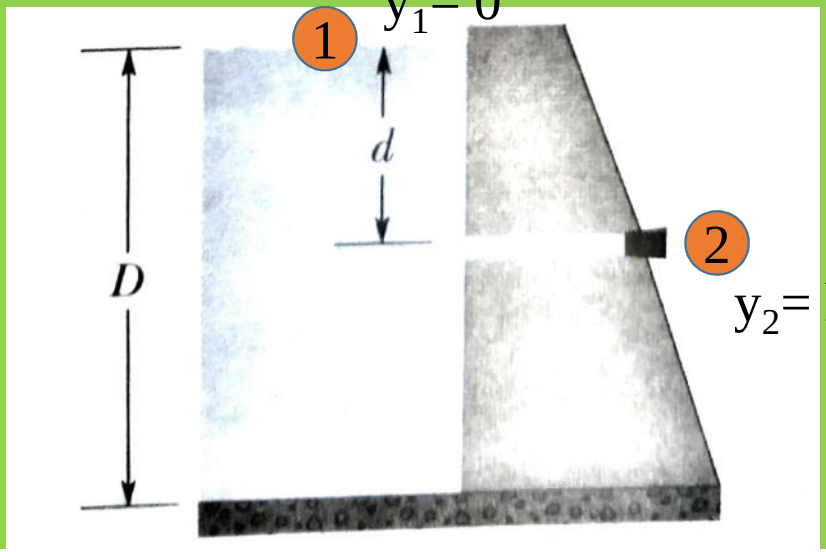
$F=PA$

$A=\frac{\pi}{4}(d^2)=\frac{\pi}{4}(0/4^2)=1/25\times10^{-3}\ m^2$

$F=\rho gh\times(1/25\times10^{-3}) \rightarrow F=75\ N$

$F_{net}=ma=0 \rightarrow -f_s+75=0$

$f_s=75\ N$



(ب)

$P_0+\frac{1}{2}\rho V_1^2+\rho g y_1=P_0+\frac{1}{2}\rho V_2^2+\rho g y_2$

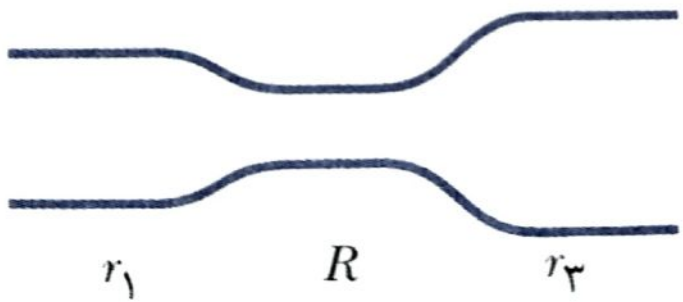
$\rho gh=\frac{1}{2}\rho V_2^2$

$V_2=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times6}=2\sqrt{30}(m/s)$

$R_V=A\,V_2=(1/25\times10^{-3})(2\sqrt{30})=0.0136\ m^3/s$

$0.0136\times3600=49.30\ m^3$

●● ۷۰ GO در شکل ۱۴-۵۳ آب به طور یکنواخت از بخش چپ لوله (با شعاع $r_1 = 2{,}00R$) به بخش میانی لوله (به شعاع R)، و به بخش راست لوله (با شعاع $r_3 = 3{,}00R$) جریان دارد. تندی آب در بخش میانی $0{,}500\,m/s$ است. کار خالص انجام شده روی $0{,}400\,m^3$ آب، وقتی از بخش چپ به سمت بخش راست لوله حرکت می‌کند، چقدر است؟



شکل ۱۴-۵۳ مسئله‌ی ۷۰

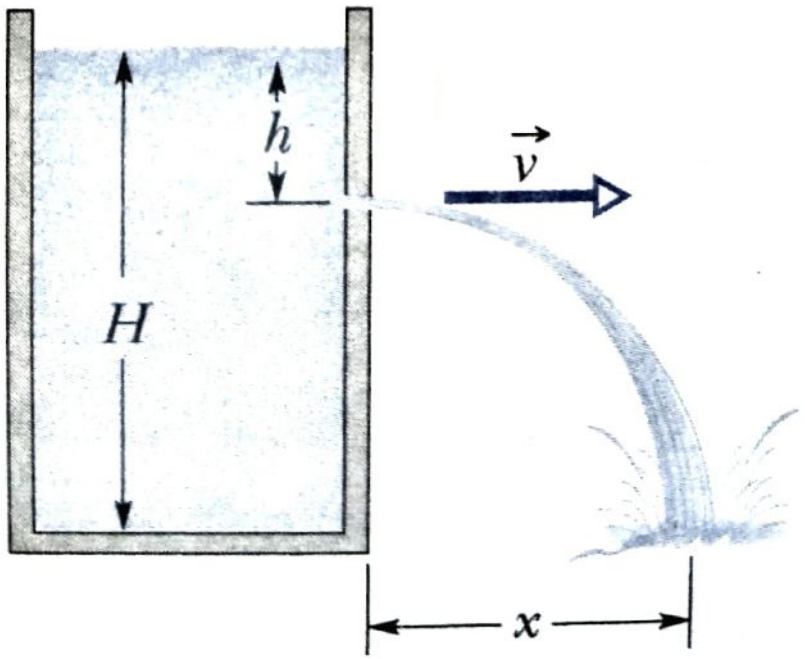
$$A_2 v_2 = A_3 v_3 \quad \rightarrow \quad v_3 = \frac{A_2}{A_3} v_2 \quad \rightarrow \quad v_3 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_3^2} v_2 = \frac{1}{9} v_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} v_2 = \frac{1}{4} v_2$$

طبق قضیه کار – انرژی

$$\left.\begin{array}{l} \sum W = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_3^2 - v_1^2) \\ m = \rho \Delta V \end{array}\right\} \quad \sum W = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_3^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho \Delta V [(\frac{1}{9})^2 - (\frac{1}{4})^2] v_2^2$$

۷۱●● شکل ۱۴-۵۴ جریان آبی را نشان می‌دهد که از سوراخی در عمق $h = ۱۰\,\text{cm}$ مخزنی که در آن آب تا ارتفاع $H = ۴۰\,\text{cm}$ پر شده است، جریان دارد. (الف) در چه فاصله‌ی x ای جریان به سطح زمین برخورد می‌کند؟ (ب) در چه عمقی باید سوراخ دومی را تعبیه کرد که همین مقدار x را به دست دهد؟ (پ) در چه عمقی باید سوراخی را تعبیه کرد که x بیشینه شود؟



$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\begin{cases} x = vt \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{\sqrt{2gh}}\right)^2$$

$$H - h = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{\sqrt{2gh}}\right)^2 \quad \rightarrow \quad x = 2\sqrt{(H-h)h}$$

$$x = x' \quad \rightarrow \quad 2\sqrt{(H-h)h} = 2\sqrt{(H-h')h'}$$

$$x = 2\sqrt{(H-h)h}$$

$$\frac{dx}{dh} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2[(-1)h + (H-h)]}{2\sqrt{(H-h)h}} = 0 \quad \rightarrow \quad h = \frac{1}{2}H$$

۷۵ اگر حباب در آب در حال غلیانی با آهنگ $۰٫۲۲۵ m/s^۲$ به سمت شتاب گیرد و شعاعی برابر $۰٫۵۰۰ mm$ داشته باشد، جرم آن چقدر است؟ فرض کنید نیروی پس‌کشی [مقاوم] وارد بر حباب ناچیز باشد.

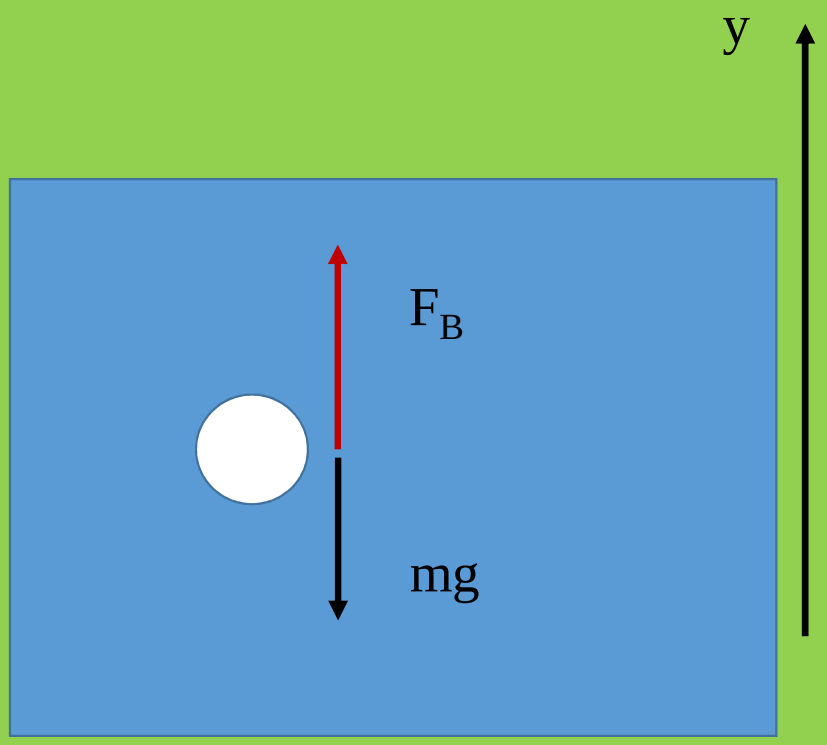
$F_B - mg = ma \rightarrow F_B = m(a + g)$

$\Pi = 3 \quad r = 0.5 \times 10^{-3}$

$g = 10 \quad v = 4/3\ \pi\ r^3 = 0.5 \times 10^{-9}$

$\rho gv = 1000 \times 10 \times 0.5 \times 10^{-9}$

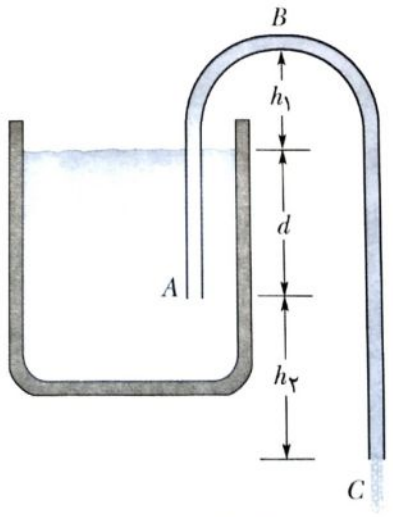
$\rho gv = 10.225\ m \rightarrow m = 0.48 \times 10^{-5}$



۷۹ جسمی از یک ترازوی فنری آویزان است. این ترازو وزن یک جسم را در هوا ۳۰N، به‌هنگام غوطه وری در آب ۲۰N، و به هنگام غوطه‌ور شدن در مایعی دیگر با چگالی نامعلوم ۲۴N ثبت می‌کند. چگالی مایع دیگر چقدر است؟

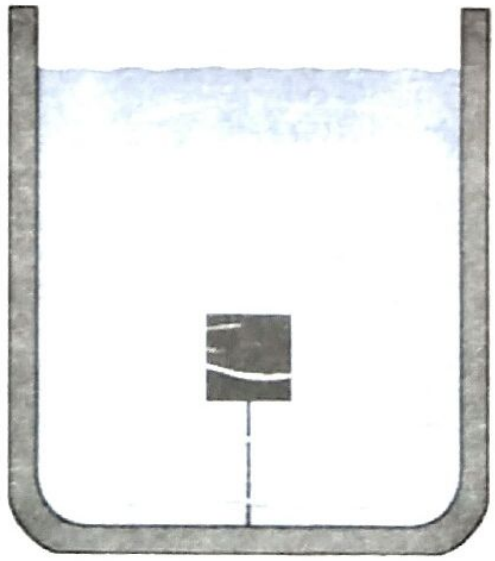
۸۰ در آزمایشی، یک قالب مستطیلی به ارتفاع h را در چهار مایع جدا از هم، شناور می‌کنیم. در نخستین مایع، که آب است، جسم کاملاً غوطه‌ور می‌شود. در مایع‌های A، B، و C قطعه به ترتیب $h/2$، $2h/3$، و $h/4$ بالای سطح مایع شناور می‌ماند. *چگالی نسبی* (چگالی نسبت به آب) (الف) مایع A، (ب) مایع B، و (پ) مایع C چقدر است؟

۸۳ شکل ۱۴-۵۶ یک *سیفون* را نشان می‌دهد که وسیله‌ای برای خارج کردن مایع از ظرف است. لوله‌ی ABC باید در ابتدا پر شده باشد. وقتی چنین شود، مایع آنقدر از لوله بیرون می‌ریزد تا اینکه سطح مایع در ظرف همتراز با سطح باز لوله در A شود. چگالی مایع $1000\,kg/m^3$ و چسبناکی آن ناچیز است. فاصله‌های نشان داده شده $h_1 = 25\,cm$، $d = 12\,cm$، و $h_2 = 40\,cm$ است. (الف) مایع با چه تندی‌ای از لوله در نقطه‌ی c خارج می‌شود؟ (ب) اگر فشار جو $1.0\times10^5\,Pa$ باشد، فشار مایع در بالاترین نقطه‌ی B چقدر است؟ (پ) از لحاظ نظری، بیشترین ارتفاع h_1 ممکن که سیفون می‌تواند آب را بالا ببرد چقدر است؟



شکل ۱۴-۵۶ مسئله‌ی ۸۳

۸۶ کشش نخی که قطعه‌ای جامد را زیر سطح آب (با چگالی بیشتر از قطعه) نگه داشته است در هنگامی که ظرف ساکن است برابر T_0 است (شکل ۱۴-۵۷). وقتی ظرف شتاب رو به بالایی برابر با $0/250g$ می‌گیرد، کشش نخ به چه مضربی از T_0 می‌رسد؟



۸۷ کمترین مساحت (برحسب مترمربع) سطح بالایی یک تیغه‌ی یخی به ضخامت ۰٫۴۴۱m که روی آب شیرینی شناور است چقدر باشد تا بتواند اتومبیلی به جرم ۹۳۸kg را نگه دارد؟ چگالی‌های یخ و آب شیرین را به ترتیب برابر ۹۱۷kg/m^3 و ۹۹۸kg/m^3 در نظر بگیرید.