

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل ششم

نیروی اصطکاک و دینامیک دورانی

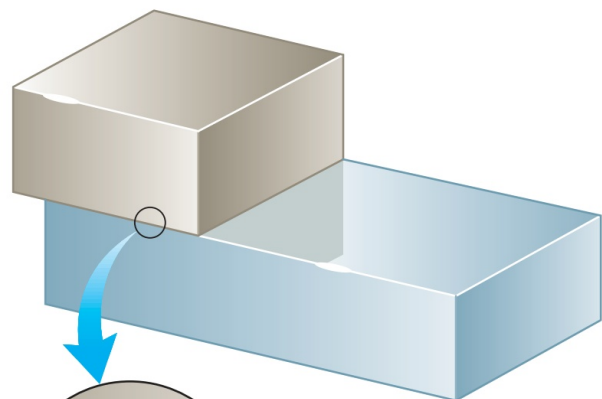
نیروهای اصطکاک

هنگامی که یک جسمی در یک سطح یا از طریق یک محیط چسبنده حرکت می کند مقاومت در برابر حرکت وجود خواهد داشت. این به دلیل تعاملات بین جسم و محیط در تماس است. این مقاومت را نیروی اصطکاک می نامند.

یا

نیروی ظاهر شده میان دو سطح مماس برهم که سبب ایجاد مانع یا مقاومت بر سر راه حرکت آن دو سطح بر روی هم می شود

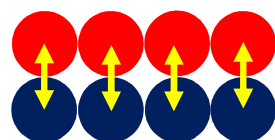
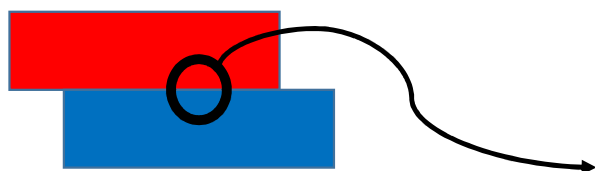
منشاء نیروی اصطکاک



Microscopic
contact points

۱- درگیری پستی و بلندی های موجود در دو سطح در تماس با هم (زبری سطح)

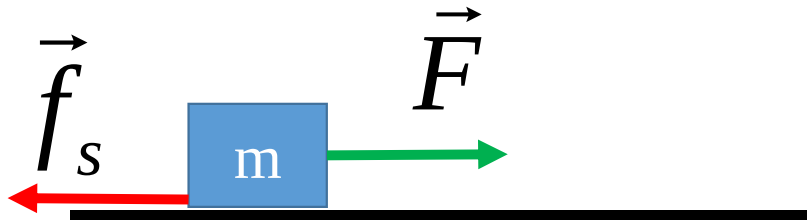
۲- نیروهای بین میکروسکوپی بین اتم های دو سطح در تماس (نیروی جاذبه)



وابسته به جنس سطوح و شرایط محیطی مثلا دما، رطوبت و ...

بررسی حرکت در حضور نیروی اصطکاک

الف) جسم ساکن



$$\therefore m: \quad \vec{F} + \vec{f}_s = m\vec{a} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{f}_s = -\vec{F}$$

$$F = 0 \quad \rightarrow \quad f_s = 0$$

$$F \uparrow \quad \Rightarrow \quad f_s \uparrow$$

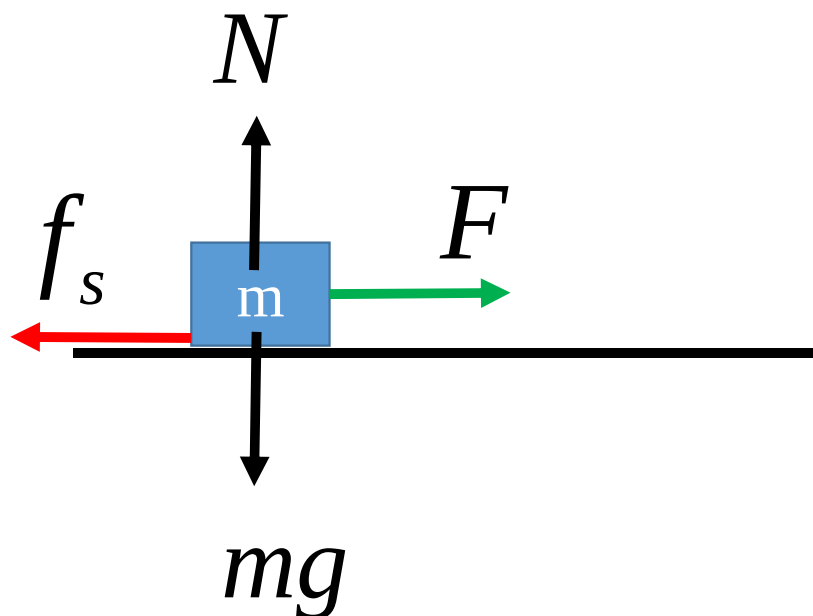
ب) در آستانه حرکت: جسم باز هم ساکن است

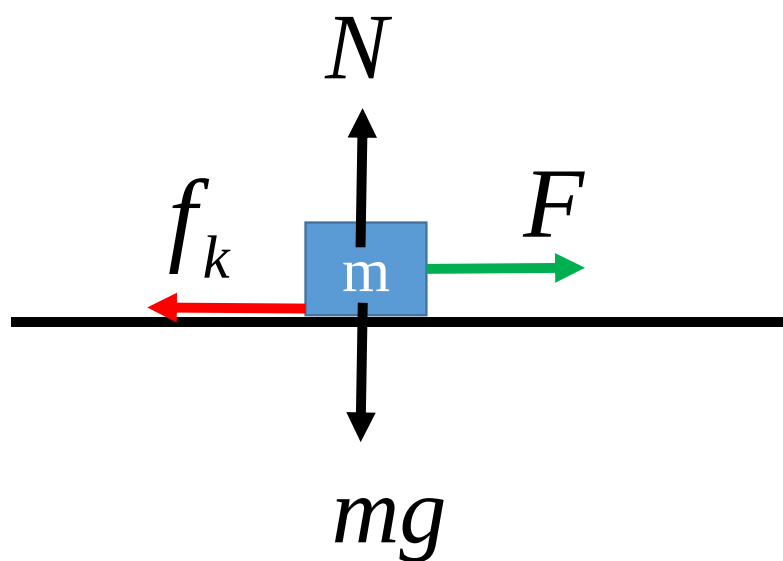
$$F = f_s^{\max}$$

$$f_s^{\max} = \mu_s N$$

N نیروی عمودی سطح

μ_s ضریب اصطکاک ایستایی





ج) جسم در حال حرکت:
جسم با سرعت ثابت یا شتابدار

$$F - f_k = ma \quad \begin{cases} a = 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

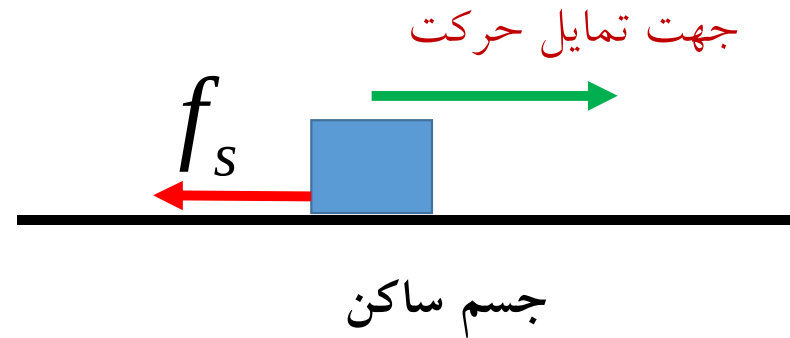
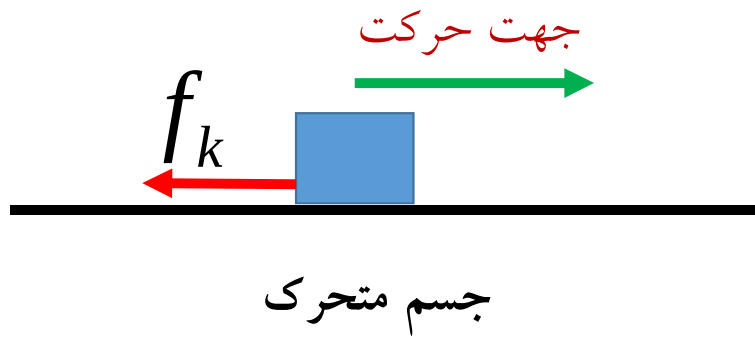
$$f_k = \mu_k N$$

N نیروی عمودی سطح
 μ_k ضریب اصطکاک لغزشی

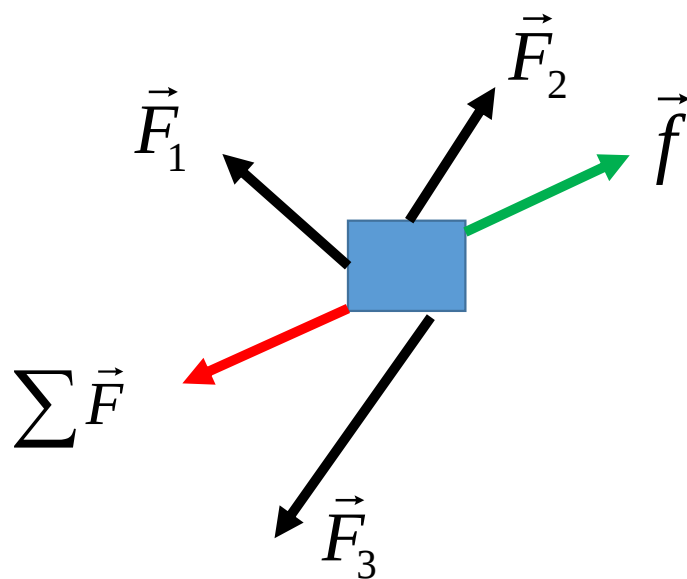
ویژگی های نیروی اصطکاک

۱- بین سطوح در تماس رد و بدل می شود

۲- مخالف جهت حرکت یا جهتی که جسم تمایل دارد حرکت نماید



۳- اگر به جسم نیروهای مختلفی وارد شود جهت نیروی اصطکاک در خلاف جهت برآیند نیروهای وارد بر جسم غیر از نیروی اصطکاک است



$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Sigma \vec{F} = -\vec{f}_s \quad \text{سکون}$$

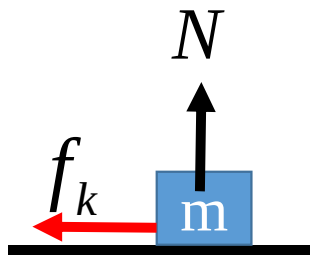
$$\Sigma \vec{F} \propto -\vec{f}_k \quad \text{حرکت}$$

۴- در سکون : $\vec{f}_s = -\sum \vec{F}$

۵- فقط در آستانه حرکت: $f_s^{\max} = \mu_s N$

۶- همواره در حرکت: $f_k = \mu_k N$

۷- همواره $f_{s/k} \propto N$



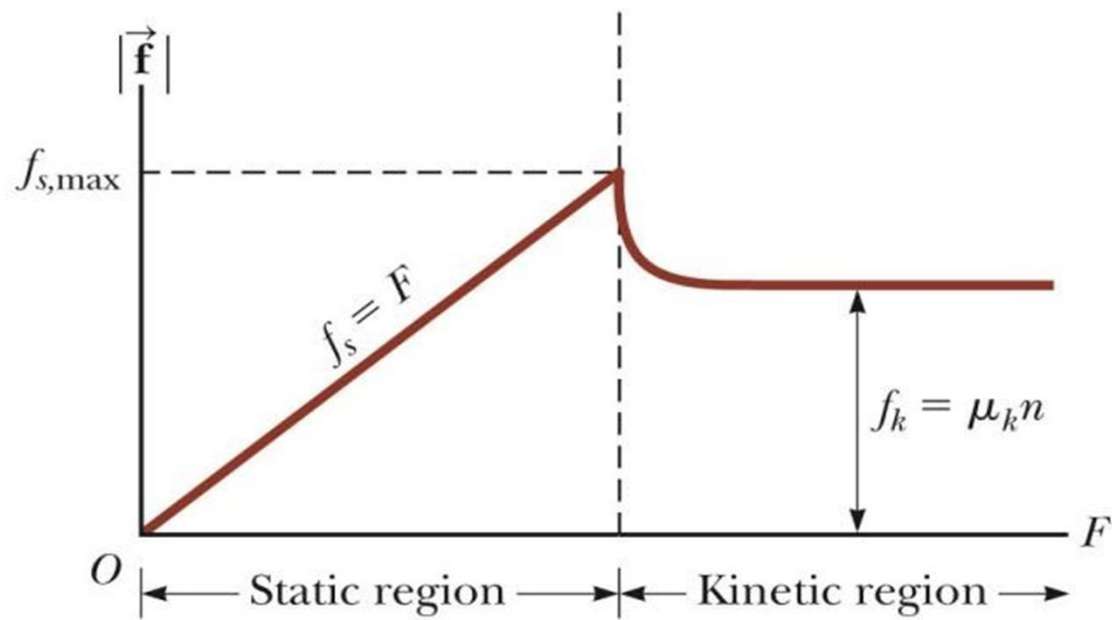
نیروی عمودی سطح (عمود بر سطح)
نیروی اصطکاک (مماس بر سطح)

۸- نیروهایی که سطح تماس وارد می سازد

۹- همواره $\mu_k < \mu_s$

۱۰- رابطه $f = \mu N$ یک رابطه برداری نیست (کمیتها همه اسکالر است)

۱۱- ضرایب اصطکاک وابسته به ویژگیهای سطحی، جنس و شرایط محیطی می باشد



Static region Kinetic region

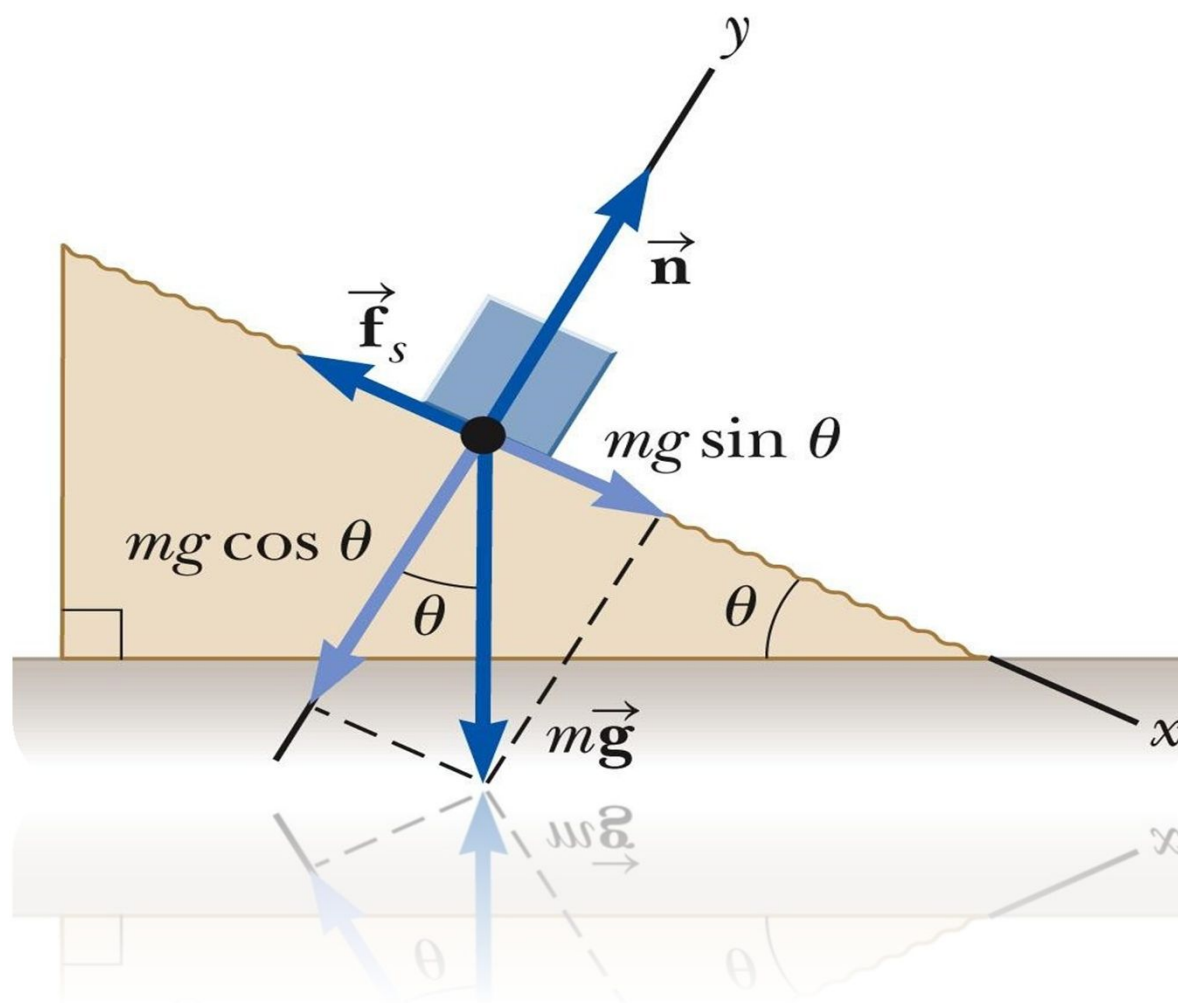
برخی از ضرایب اصطکاک

TABLE 5.1 *Coefficients of Friction*

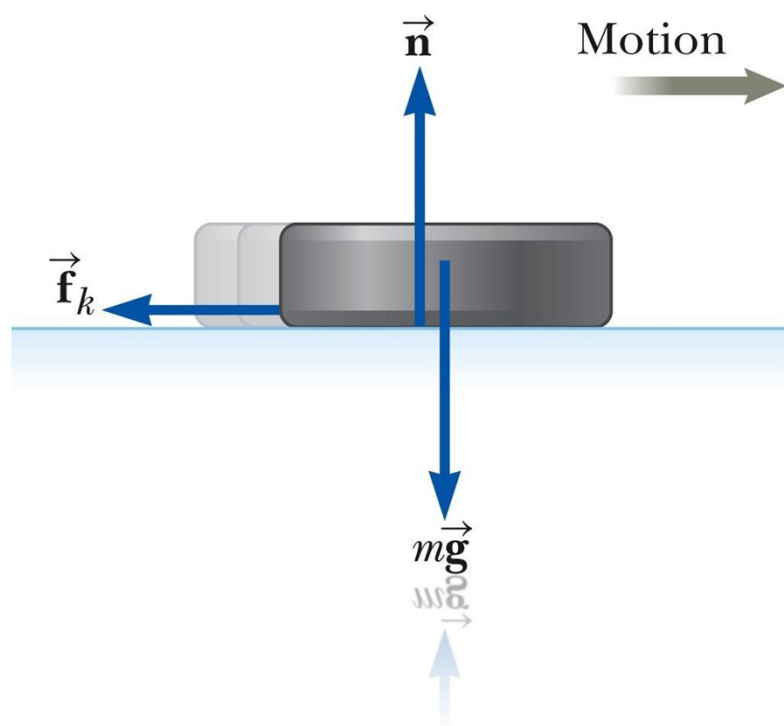
	μ_s	μ_k
Rubber on concrete	1.0	0.8
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Glass on glass	0.94	0.4
Copper on steel	0.53	0.36
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Ice on ice	0.1	0.03
Synovial joints in humans	0.01	0.003

Note: All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

مثال) جسم روی سطح شیبدار دارای اصطکاک ثابت است



مثال) جسم روی سطح دارای اصطکاک افقی با سرعت V_0 هل داده می شود. شتاب حرکت کند شونده را بدست آورید

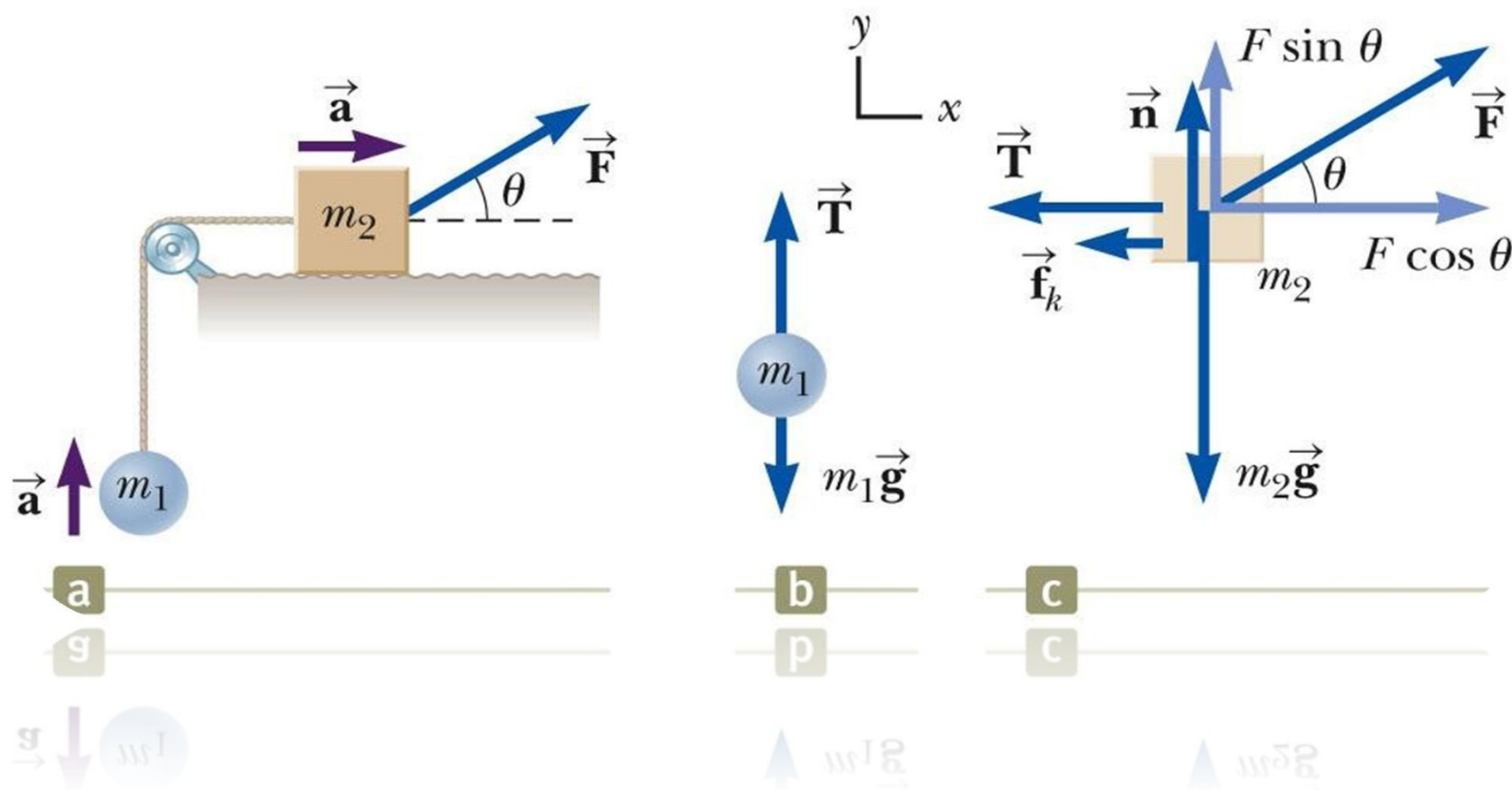


$$\begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = ma_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -f_k = ma_x \\ N - mg = 0 \quad N = mg \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} -f_k = ma_x \\ N - mg = 0 \end{matrix}} \right\} a_x = -\mu_k g$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$$

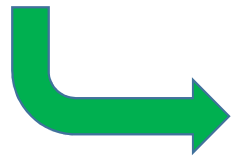
مثال) جسم m_2 روی سطح افقی دارای اصطکاک توسط نیروی F تحت زاویه θ کشیده می شود.
 شتاب a اجسام را بدست آورید



$$m_1: T - m_1g = m_1a \quad \textcircled{1}$$

$$m_2: \begin{cases} F \cos\theta - T - f_k = m_2a \\ N + F \sin\theta - m_2g = 0 \end{cases} \rightarrow N = m_2g - F \sin\theta$$

$$f_k = \mu_k N$$



$$F \cos\theta - T - \mu_k(m_2g - F \sin\theta) = m_2a$$

$$-T - \mu_k m_2g + (F \cos\theta + \mu_k F \sin\theta) = m_2a \quad \textcircled{2}$$



$$-m_1g - \mu_k m_2g + (F \cos\theta + \mu_k F \sin\theta) = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{(F \cos\theta + \mu_k F \sin\theta) - (m_1g + \mu_k m_2g)}{(m_1 + m_2)}$$

دینامیک حرکت دایره ای با سرعت ثابت

$$\vec{V}(t) \begin{cases} \text{ثابت} = \text{اندازه} \\ \text{متغیر} = \text{راستا} \end{cases}$$

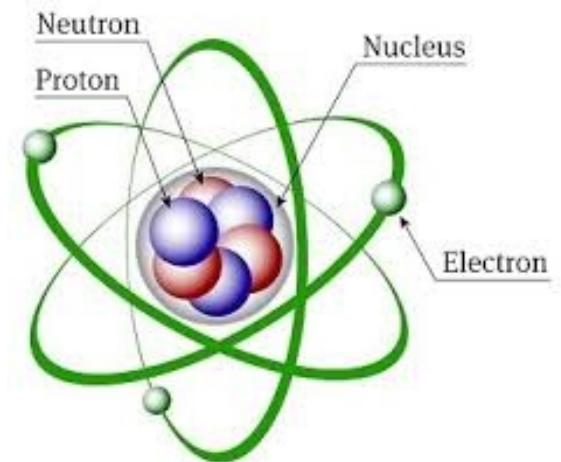
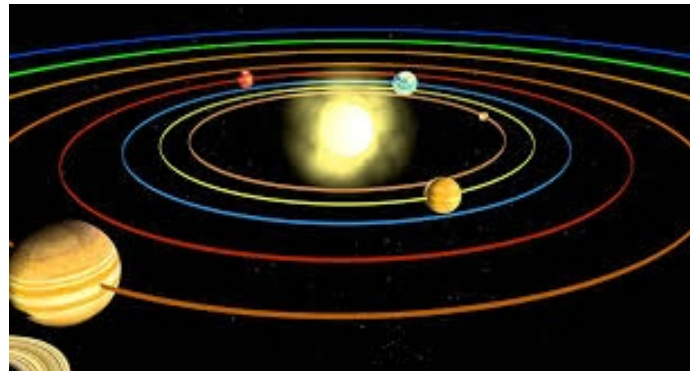


$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &\neq \vec{V}_2 \\ V_1 &= V_2 \end{aligned}$$

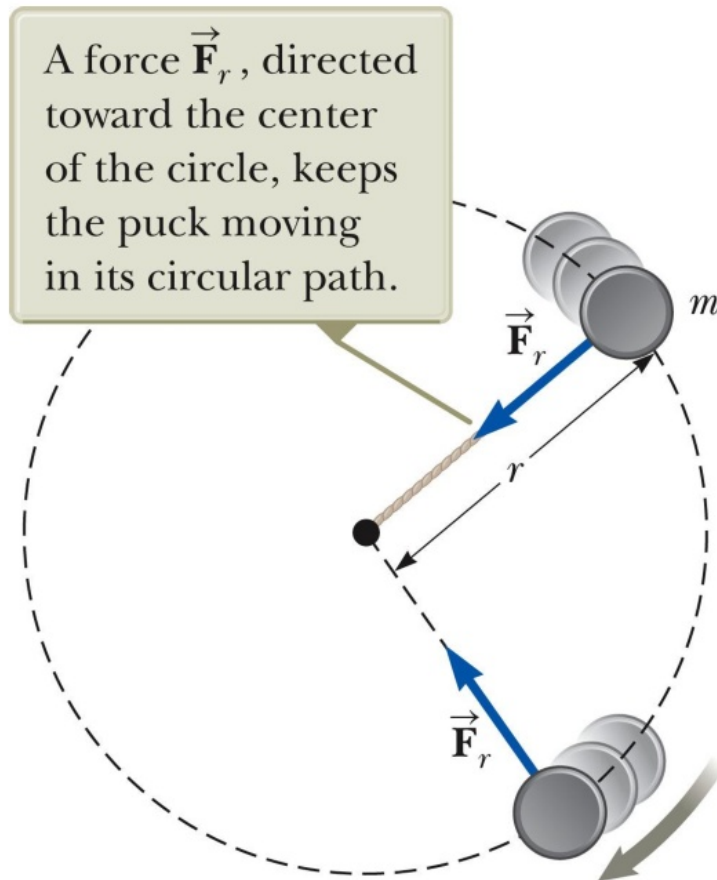


$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

حرکت دایره ای با سرعت ثابت یک حرکت شتابدار است
بنابراین یک نیروی خارجی وجود دارد که سبب این حرکت شتابدار می شود (عامل حرکت دایره ای)



عامل حرکت دایره ای ← نیروی مرکزگرا:



$$m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2 \quad \text{اندازه:}$$

راستا: در راستای شعاع مسیر حرکت

جهت: به سمت مرکز دایره

✓ نیروی مرکزگرا عامل حفظ حرکت جسم در مسیر دایره ای

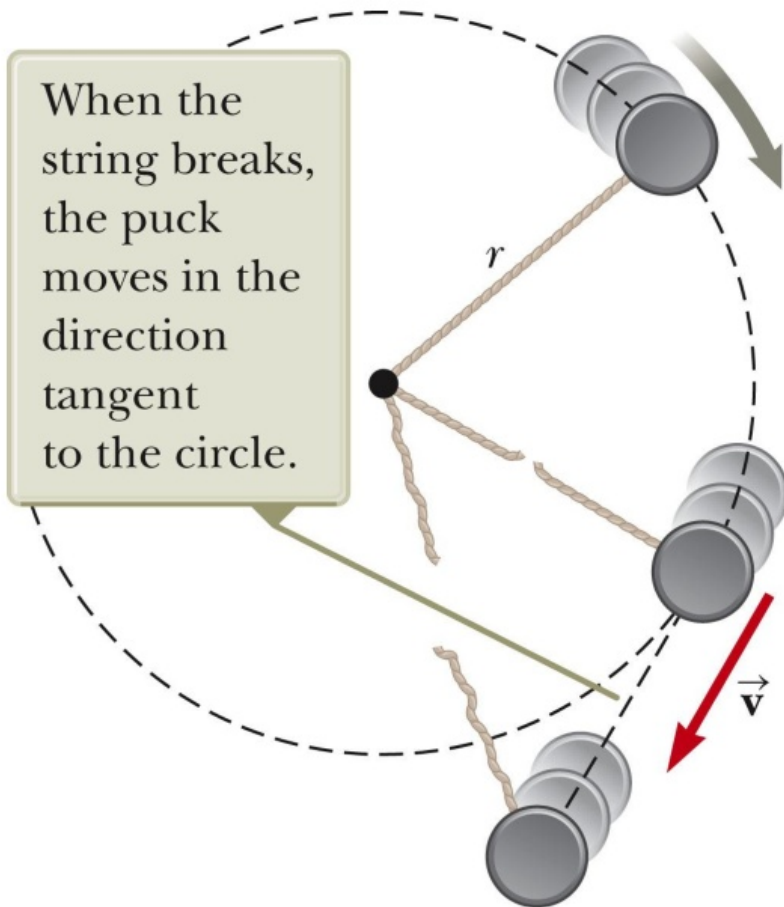
✓ ایجاد حرکت شتابدار مرکزگرا

✓ قانون دوم نیوتن در راستای شعاع

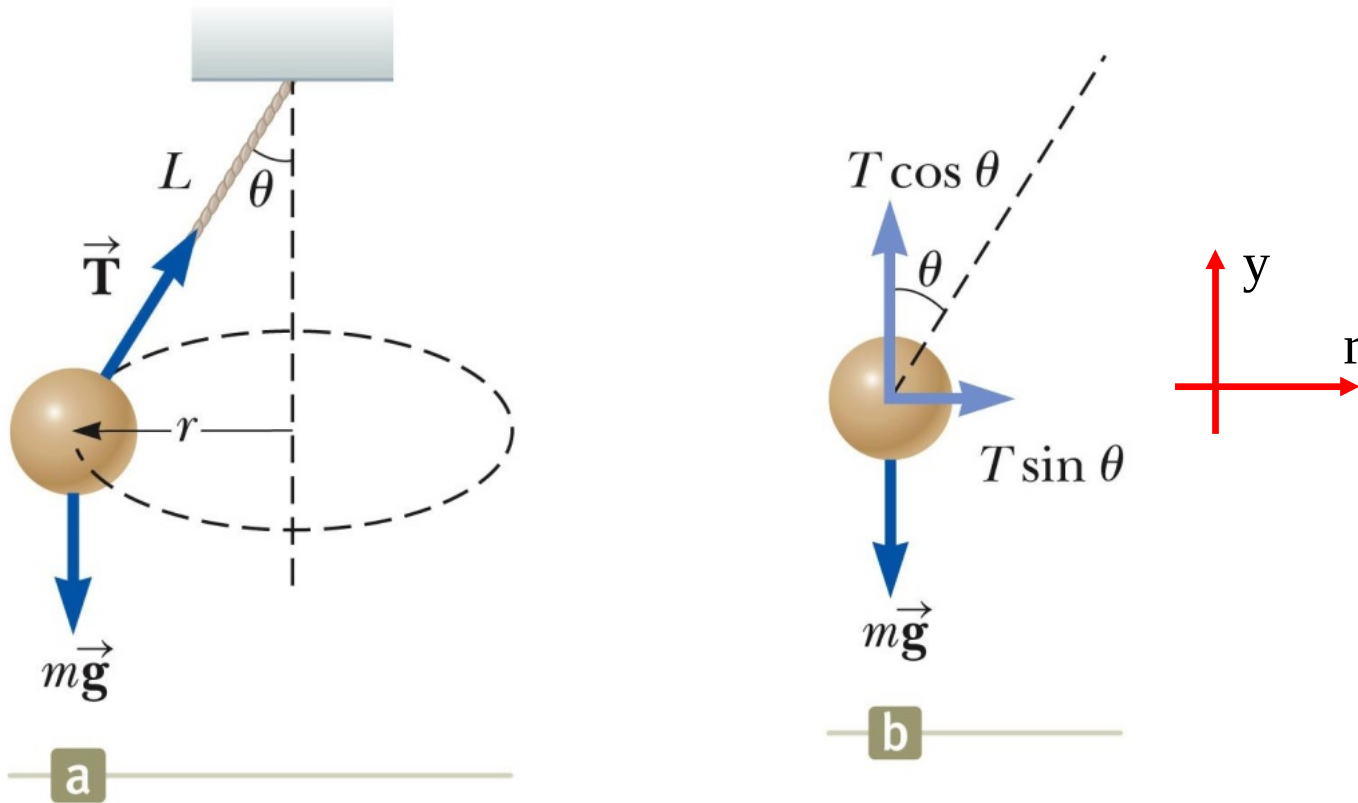
$$\sum F_r = m \frac{v^2}{r}$$

اعمال نیروی مرکزگرا سبب تغییر مداوم جهت حرکت جسم می شود بگونه ای که جسم را وادار به حرکت در مسیر دایره ای می نماید (عامل حرکت دایره ای)

در صورتی که نیروی مرکزگرا حذف گردد جسم از قید این نیرو رها شده و لذا با همان سرعتی که داشته و مماس بر دایره حرکت به مسیر خود ادامه می دهد.

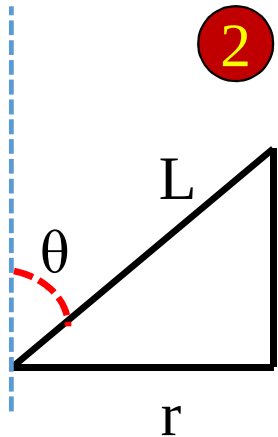


مثال) وزنه ای به جرم m که به ریسمانی به طول L متصل شده است روی مسیر دایره ای می چرخد. ریسمان بر روی مخروطی، که سطح آن با محور آن زاویه θ می سازد می چرخد. سرعت چرخش جسم را بدست آورید



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_r = ma_r \\ \sum F_y = ma_y = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad \textcircled{1} \\ T \cos \theta = mg \quad \textcircled{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \rightarrow \tan \theta = \frac{m \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} \rightarrow v^2 = rg \tan \theta$$

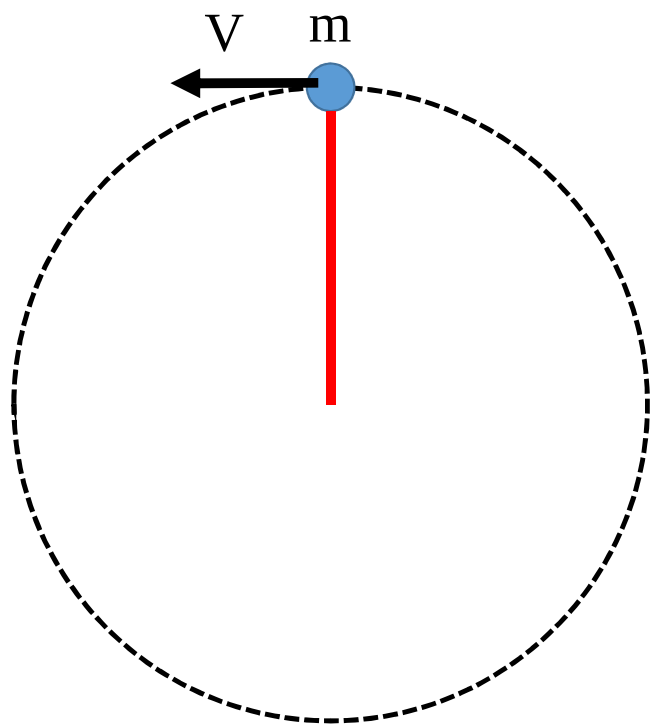


$$r = L \sin \theta$$

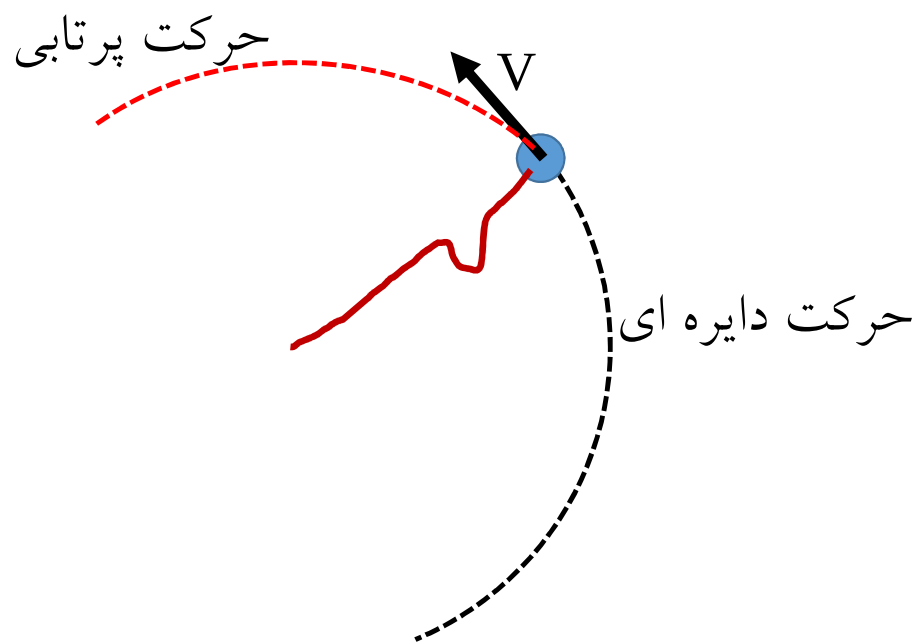


$$v^2 = Lg \sin \theta \tan \theta$$

مثال) جسمی به جرم m به انتهای ریسمانی آویزان شده است. جسم بر روی دایره ای به شعاع R به صورت عمودی می چرخد. حداقل سرعت جسم را پیدا نمایید که جسم حرکت دایره ای خود را تکمیل نماید.

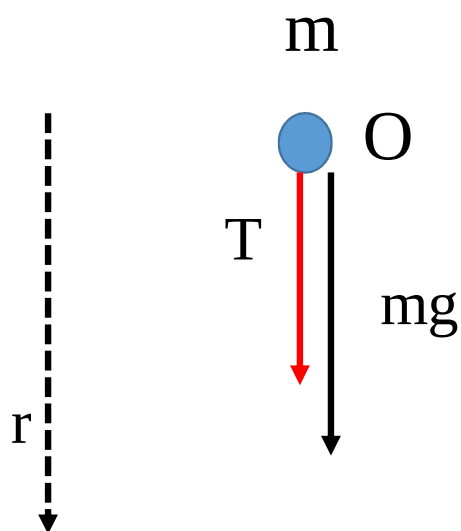


حرکت دایره ای کامل



جسم از قید ریسمان خارج می شود

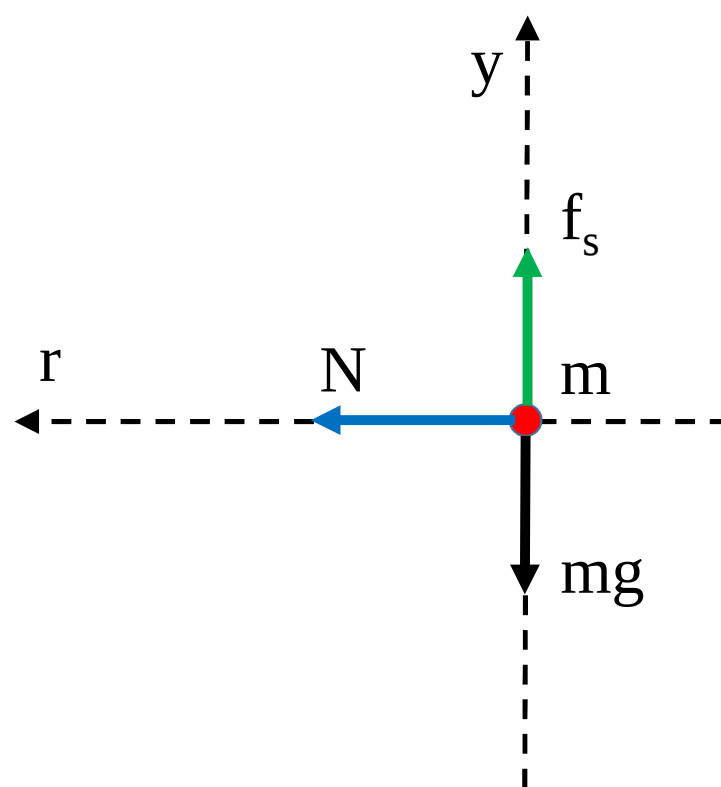
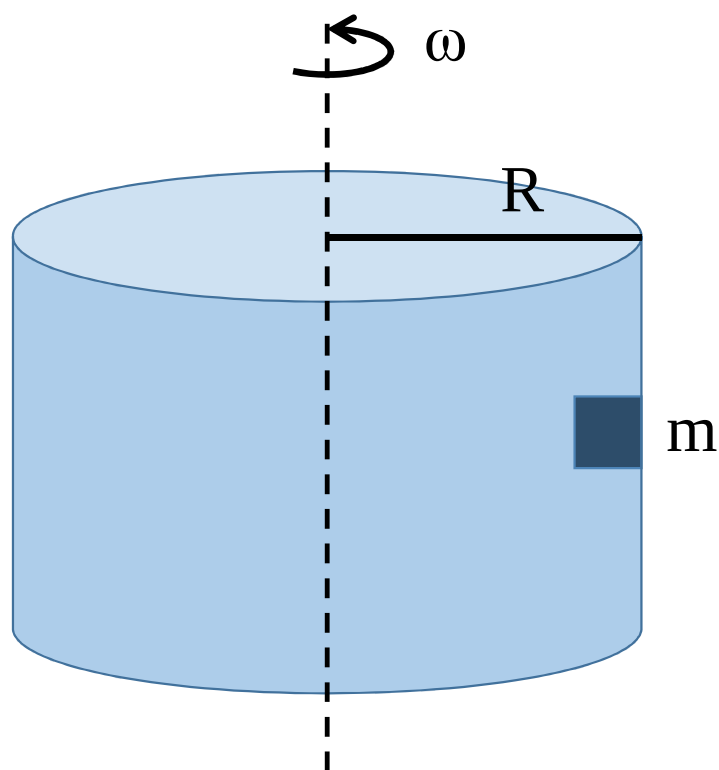
نیروهای وارد بر جسم در نقطه اوج



$$T + mg = m \frac{v_O^2}{R}$$

$$T = 0 \quad \rightarrow \quad mg = m \frac{v_O^2}{R} \quad \rightarrow \quad v_O = \sqrt{Rg}$$

مثال) جسمی به جرم m درون گردونه ای که با سرعت ثابت می چرخد در ارتفاع ثابتی قرار گرفته است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح گردونه μ_s باشد حداقل سرعت چرخش گردون برای آنکه جسم در ارتفاع ثابت بماند را بدست آورید.



$$\begin{cases} \sum F_r = ma_r \\ \sum F_y = ma_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = m \frac{v^2}{R} & \textcircled{1} \\ f_s^{\max} = mg & \textcircled{2} \\ f_s^{\max} = \mu_s N & \textcircled{3} \end{cases}$$

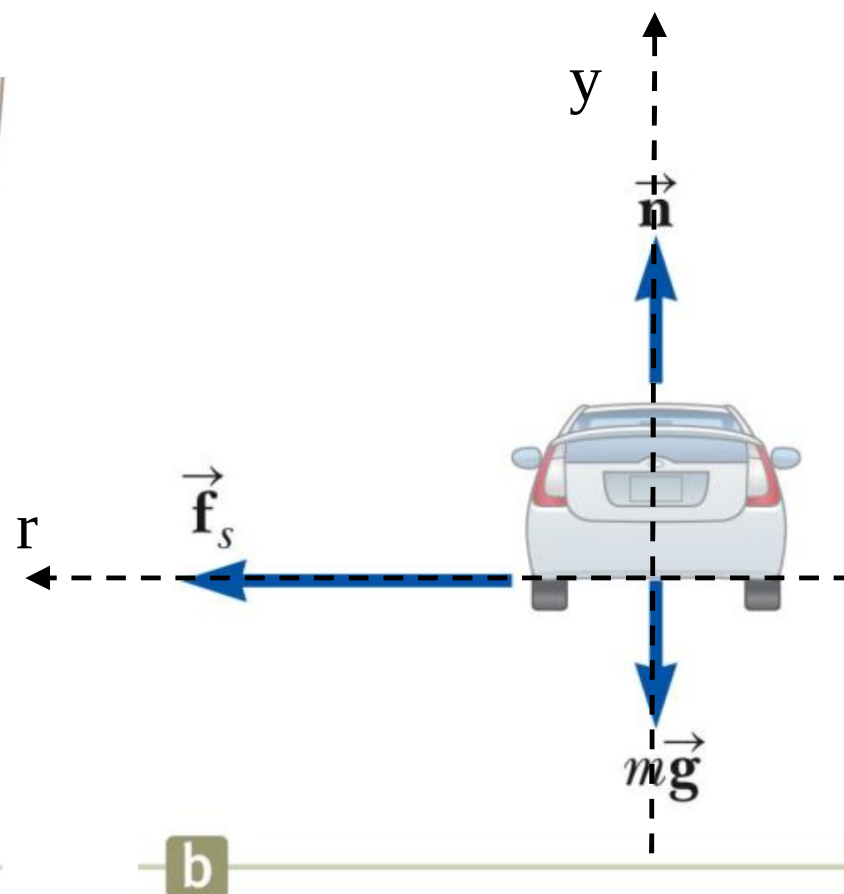
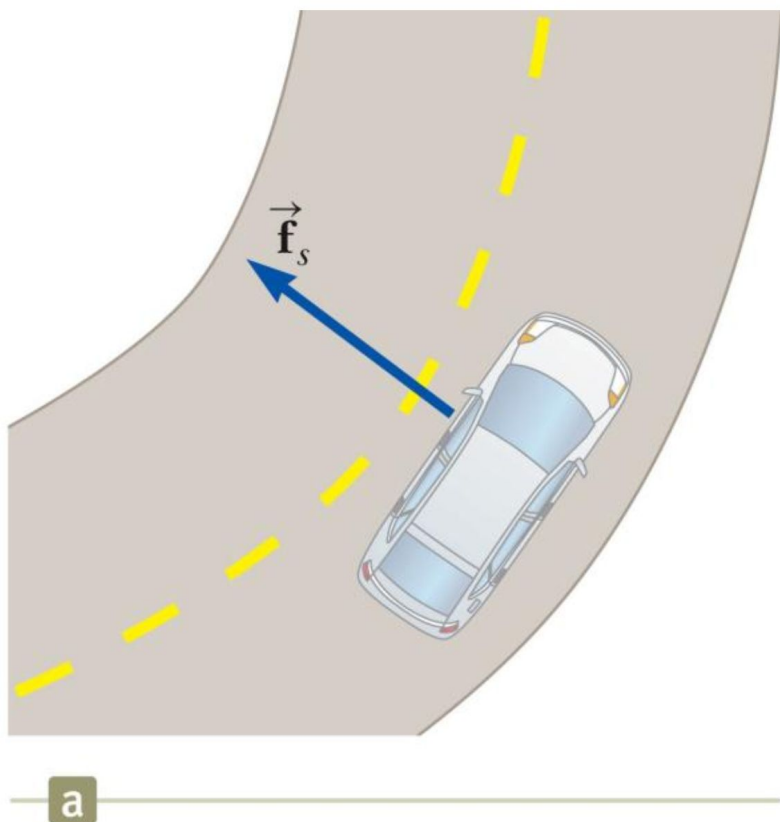


$$f_s^{\max} = mg \rightarrow \mu_s N = mg$$

$$\mu_s m \frac{v^2}{R} = mg$$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$$

مثال) پیچ افقی: اتومبیلی می خواهد پیچی به شعاع R را با سرعت V دور بزند. عرض جاده افقی است. حداقل ضریب اصطکاک بین جاده و لاستیک ماشین چقدر باید باشد تا از لیز خوردن عرضی آن جلوگیری شود



$$\begin{cases} \sum F_r = ma_r \\ \sum F_y = ma_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_s = m \frac{v^2}{R} \\ N = mg \\ f_s \leq f_s^{\max} = \mu_s N \end{cases}$$

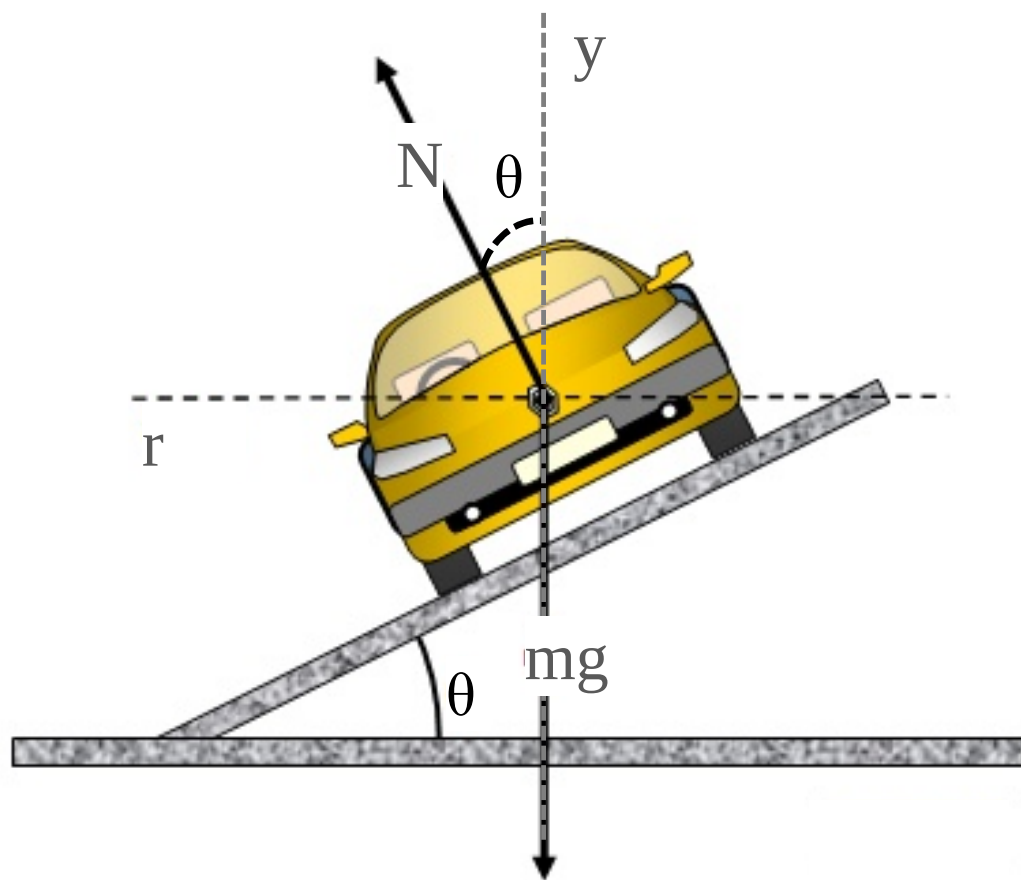


$$m \frac{v^2}{R} \leq \mu_s mg$$

$$\mu_s \geq \frac{v^2}{Rg}$$

$$\mu_s|_{\min} = \frac{v^2}{Rg}$$

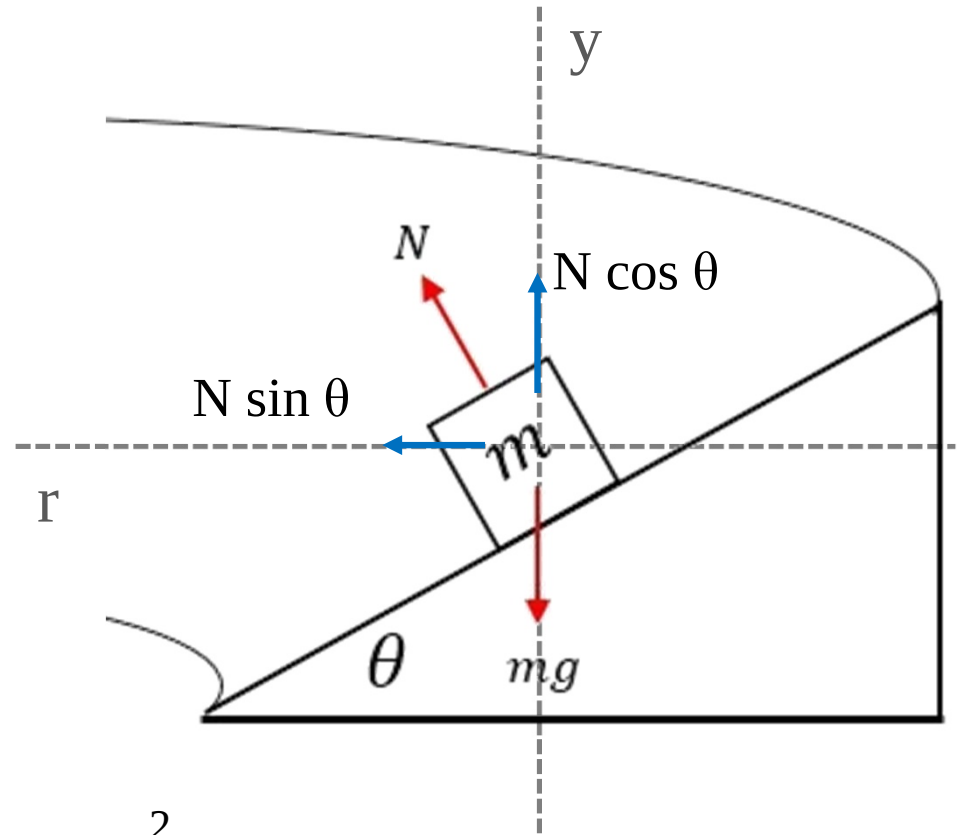
مثال) پیچ با شیب عرضی: اتومبیلی می خواهد پیچی به شعاع r را با سرعت V دور بزند. جاده بدون اصطکاک است. شیب عرضی جاده چقدر باشد تا از لیز خوردن عرضی اتومبیل به سمت بیرون از آن جلوگیری شود.



$$N \sin \theta = ma_r = m \frac{v^2}{R} \quad \textcircled{1}$$

$$N \cos \theta - mg = ma_y = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \frac{N \sin \theta}{N \cos \theta} = \frac{m \frac{v^2}{R}}{mg} \rightarrow \tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$



کوبیز) مکعب بسیار کوچکی به جرم m در قیفی قرار دارد که با سرعت ω حول محور قائم می چرخد. زاویه دیواره قیف با سطح افق θ است. ضریب اصطکاک بین سطح مکعب و سطح قیف μ_s و فاصله مرکز مکعب از محور دوران r است. مطلوبست: الف) کمترین و ب) بیشترین سرعت ω را بدست آورید تا جسم روی سطح قیف حرکت نکند

