

فصل هشتم

پایستگی انرژی مکانیکی

کمیت پایسته
کمیتی که مقدار و جهت آن با زمان تغییر نکند

انواع تقسیم بندی های نیرو:

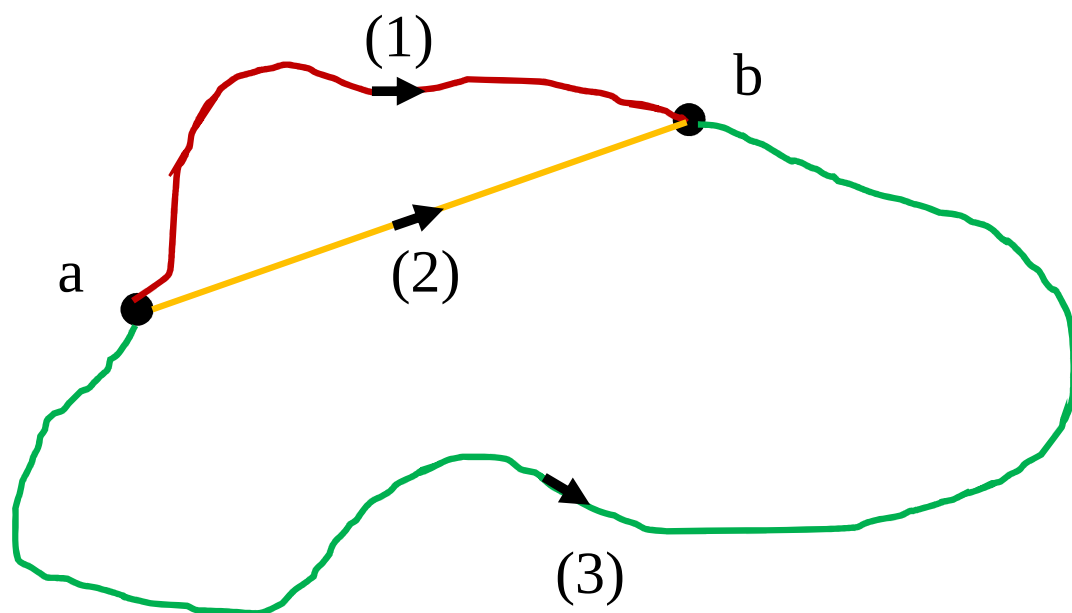
نیروی تماسی: T و F_s ، $f_{s/k}$ ، N } الف) بر اساس تماس
نیروی غیر تماسی: mg

نیروی ثابت: T و mg ، $f_{s/k}$ ، N } ب) بر اساس ثابت بودن
نیروی متغیر: F_s

نیروی پایستار: T و F_s ، mg ، N } ج) بر اساس پایستگی
نیروی ناپایستار: f_k

تعریف نیروی پایستار

تعریف اول: کار انجام شده توسط نیروی پایستار مستقل از مسیر می باشد و فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد

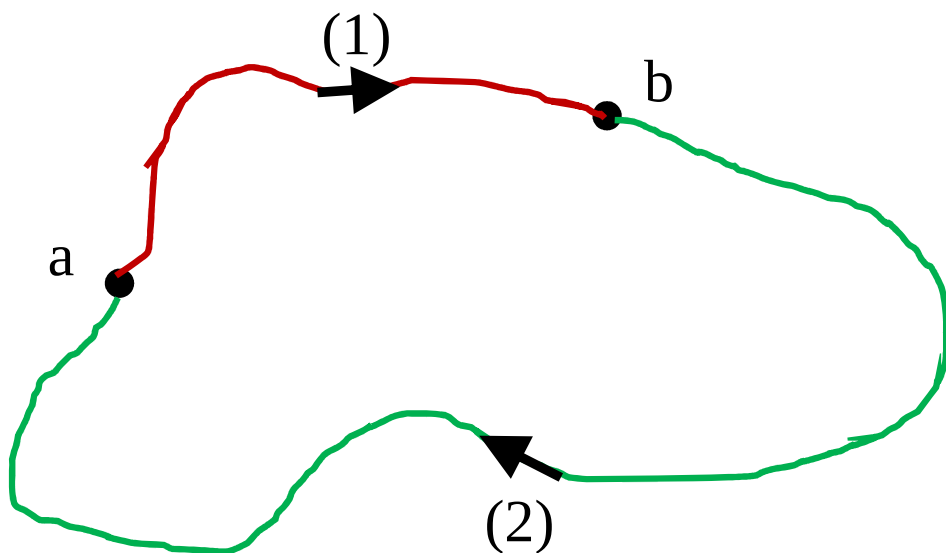


$$W_{a \rightarrow b}^{(1)} = W_{a \rightarrow b}^{(2)} = W_{a \rightarrow b}^{(3)}$$

1

تعریف نیروی پایستار

تعریف دوم: کار انجام شده توسط نیروی پایستار در یک مسیر بسته صفر است.



$$W_{a \rightarrow b}^{(1)} + W_{b \rightarrow a}^{(2)} = 0$$

$$W_{a \rightarrow b}^{(1)} = -W_{b \rightarrow a}^{(2)} \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad W_{a \rightarrow b}^{(1)} = W_{a \rightarrow b}^{(2)} \\ \textcircled{2} \quad W_{a \rightarrow b}^{(1)} = -W_{b \rightarrow a}^{(2)} \end{array} \quad \Rightarrow \quad W_{a \rightarrow b} = -W_{b \rightarrow a}$$

تعریف نیروی پایستار

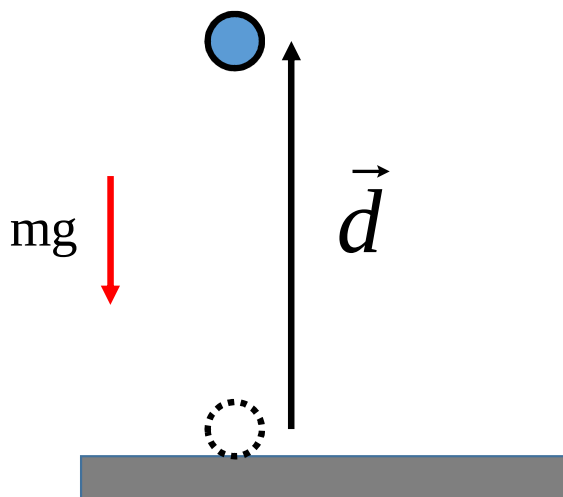
تعریف سوم: انرژی مکانیکی یک جسم در حضور نیروی پایستار ثابت است و در حضور نیروی ناپایستار ثابت نخواهد ماند.

در حضور فقط نیروی پایستار $E = \text{constant}$

در حضور نیروی ناپایستار $E \neq \text{constant}$

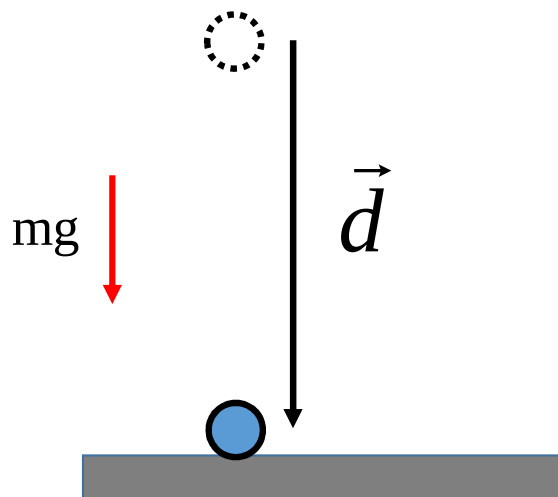
در حضور نیروی ناپایستار، با جابه جایی جسم انرژی مکانیکی جسم تغییر می نماید

نیروی پایستار وزن



$$W_{down \rightarrow up} = mgh \cos \pi$$

$$W_{down \rightarrow up} = -mgh$$

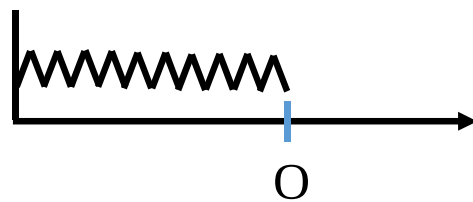
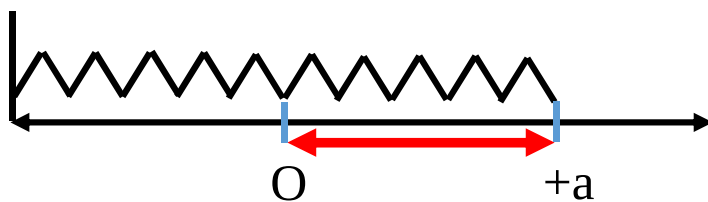
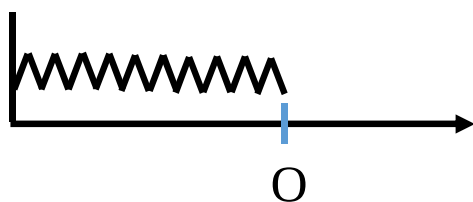


$$W_{up \rightarrow down} = mgh \cos 0$$

$$W_{up \rightarrow down} = mgh$$

$$W_{up \rightarrow down} = -W_{down \rightarrow up}$$

نیروی پاستار فنر

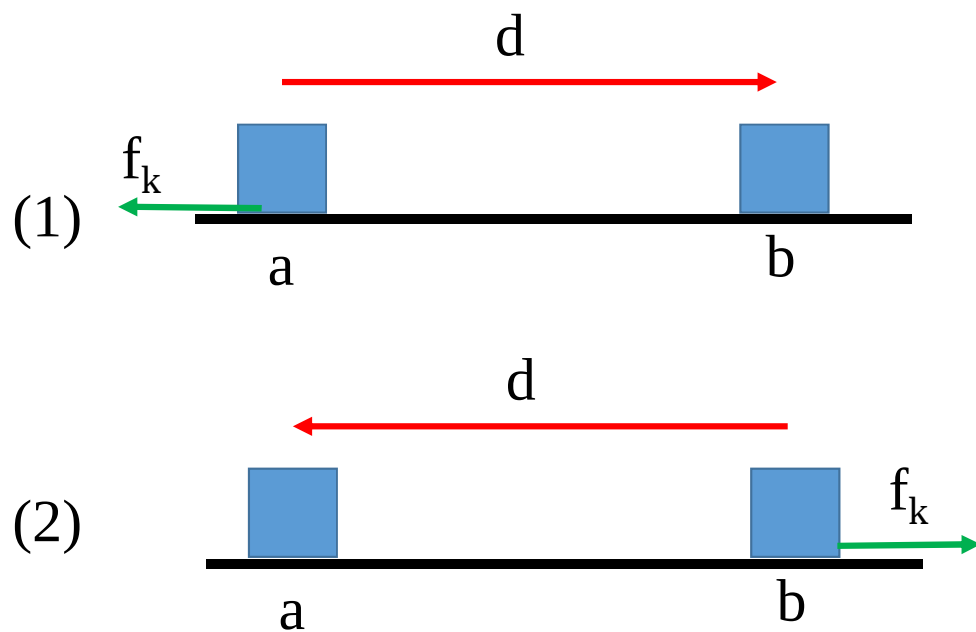


$$W_{O \rightarrow a} = -\frac{1}{2}ka^2$$

$$W_{a \rightarrow O} = +\frac{1}{2}ka^2$$

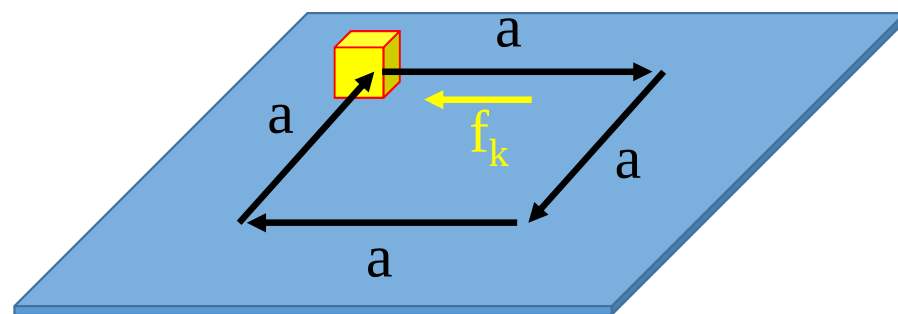
$$W_{O \rightarrow a} = -W_{a \rightarrow O}$$

نیروی ناپایستار اصطکاکی



$$W^{(1)} = -f_k d$$

$$W^{(2)} = -f_k d$$



$$W = -f_k a - f_k a - f_k a - f_k a$$

$$W = -4 f_k a$$

شرح بیشتر تعریف سوم نیروی پایستار

صورت‌های مختلف انرژی : گرمایی، الکتریکی، هسته‌ای، مکانیکی و ...

قاعده:

انرژی کل همواره پایسته است

انرژی می‌تواند از صورتی به صورت دیگر تبدیل شود

$$E = K + U$$

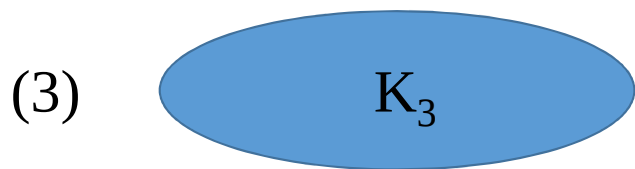
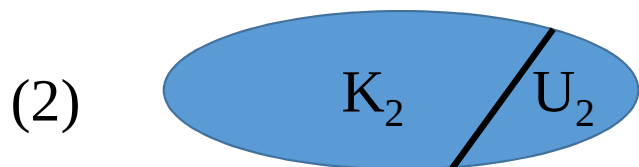
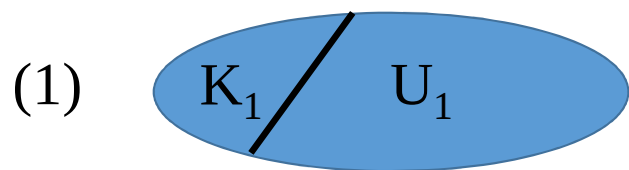
$$K \leftrightarrow U$$

انرژی جنبشی K

انرژی پتانسیل U

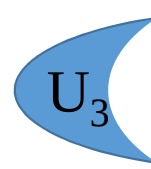
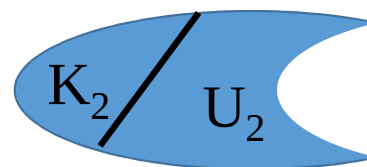
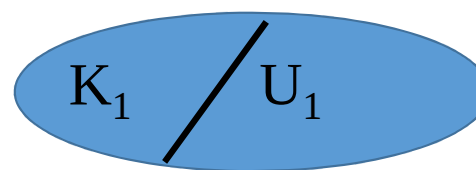
انرژی مکانیکی

در حضور فقط نیروی پایستار



$$E_1 = E_2 = E_3$$

در حضور نیروی ناپایستار



$$E_1 \neq E_2 \neq E_3$$

انرژی پتانسیل

انرژی پیکربندی سیستم که بدلیل وضعیت یا جهتگیری اجزا سیستم در آن ذخیره می شود

نکات:

۱- انرژی پتانسیل تنها برای نیروهای پایستار تعریف می شود

۲- انرژی پتانسیل ناشی از برهم کنش اجسام یا اجزا سیستم در آن مجموعه ذخیره می شود.

مثلاً:

در سیستم یا دستگاه جرم و زمین بر اثر نیروی جاذبه بین آنها، انرژی پتانسیل در این سیستم

ذخیره می شود

یا در دستگاه جرم و فنر ناشی از نیروی پایستار فنر، انرژی پتانسیل در این سیستم ذخیره می

شود

۳- انرژی پتانسیل یک سیستم نسبت به یک نقطه مرجع (پیکربندی اولیه) سنجیده می شود.

مرجعی با پتانسیل معلوم $\leftarrow$ انرژی پتانسیل صفر

۴- در حضور نیروهای F_c و با تغییر پیکربندی سیستم:

تغییر انرژی پتانسیل سیستم = - (کار نیروهای پایستار)

$$\Delta U = -W_c$$

۵- تغییر پتانسیل:

انرژی پتانسیل یک سیستم، هنگامی که جسم تحت تاثیر نیروی پایستار F_c از مکان r_0 و r می رود تغییر

می نماید

$$\Delta U = U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0)$$

۶- کار انجام شده توسط نیروی پایستار سبب تغییر انرژی پتانسیل ذخیره شده در سیستم می گردد

۷- در محاسبه انرژی پتانسیل، باید یک نقطه به عنوان مرجع انرژی پتانسیل انتخاب شود. برای راحتی عمدتاً مرجع پتانسیل جایی انتخاب می شود که پتانسیل را بتوان در آنجا صفر در نظر گرفت

$$\vec{r}_0 \rightarrow U(\vec{r}_0) = 0$$

$$\Rightarrow U(\vec{r}) = -W_{\vec{r}_0 \rightarrow \vec{r}}$$

$$U(\vec{r}) = -\int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

۸- در محاسبه تغییر انرژی پتانسیل یک سیستم در یک تغییر پیکربندی، تغییر انرژی پتانسیل ناشی از نیروهای پایستار مختلف را باید در نظر گرفت

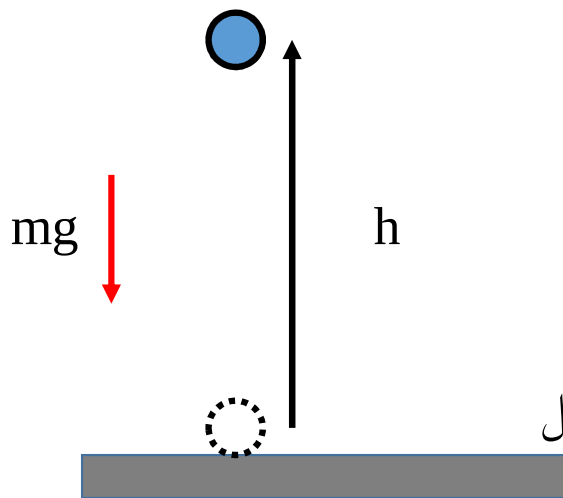
۹- اگر تابع ریاضی انرژی پتانسیل بر حسب مکان مشخص باشد می توان نیروی کار در هر نقطه را با مشتق گیری فضایی از تابع و قرار دادن مختصات مکان در رابطه حاصل بدست آورد

$$U = U(x) \quad \rightarrow \quad F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

تابع انرژی پتانسیل معلوم

$$U = U(x, y, z) \quad \rightarrow \quad \vec{F}(\vec{r}) = -\hat{i} \frac{dU}{dx} - \hat{j} \frac{dU}{dy} - \hat{k} \frac{dU}{dz}$$

محاسبه انرژی پتانسیل جسمی به جرم m در ارتفاع h

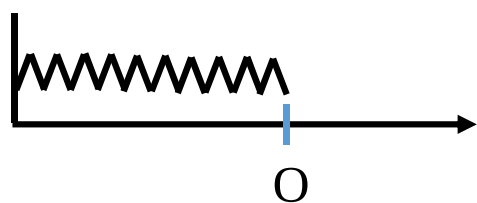


$$U(h) = U_0 - W_{mg} = 0 - (-mgh)$$

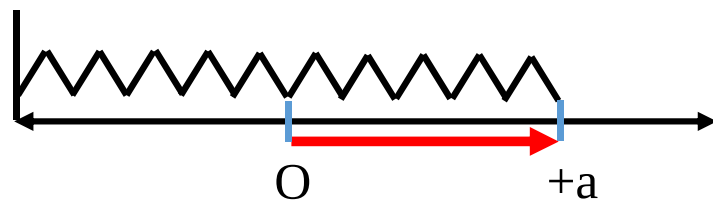
$$U(h) = mgh$$

U_0 مرجع انرژی پتانسیل

محاسبه انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر با ثابت k در حالی که کشیده یا فشرده شده

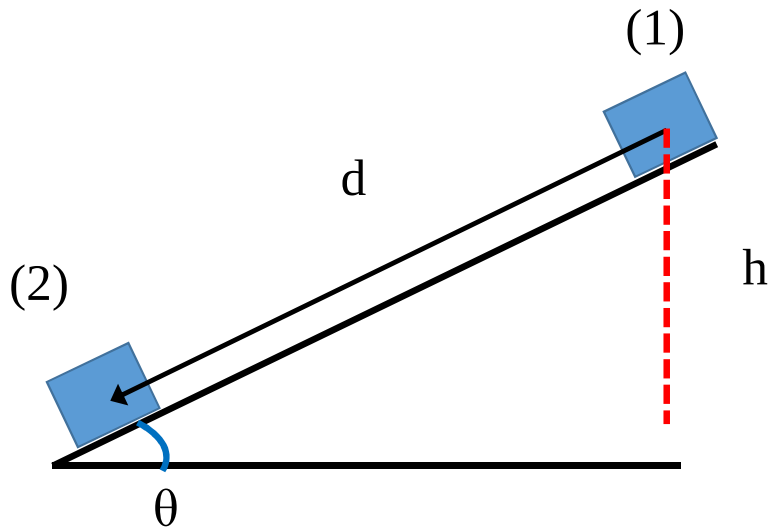


U_0 مرجع انرژی پتانسیل



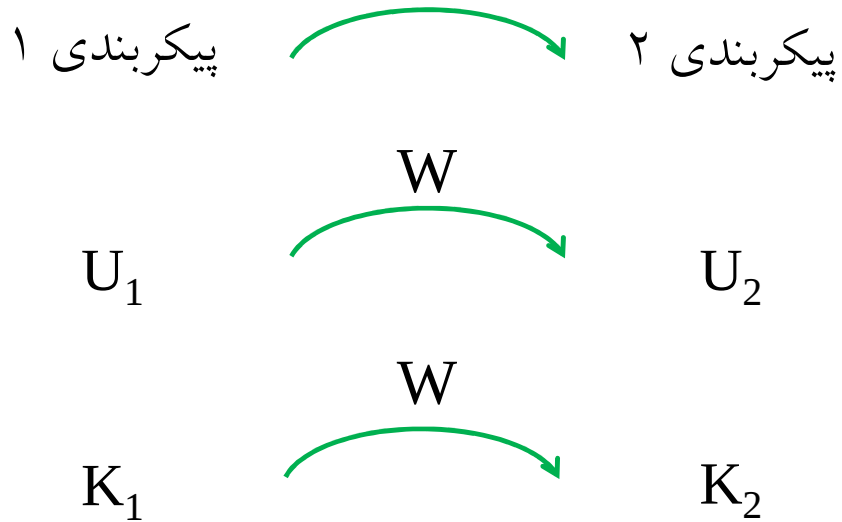
$$U(a) = U_0 - W_{F_s} = 0 - \left(-\frac{1}{2}kx^2\right) = \frac{1}{2}kx^2$$

محاسبه تغییر انرژی پتانسیل جسم m که از سطح شیبدار پایین می آید



$$\Delta U = U_2 - U_1 = -(W_{mg} + W_N) = -W_{mg} \quad \Rightarrow \quad \Delta U = -mgh$$

در حضور فقط نیروهای پایستار



$$\Delta U = -W$$

$$\Delta K = W$$

$$\Delta U = -\Delta K \quad \Rightarrow \quad \Delta U + \Delta K = 0 \quad \Rightarrow \quad (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) = 0$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad (U_2 + K_2) = (U_1 + K_1)$$

$$E_2 = E_1$$

اگر دستگاه شامل چند نیروی پایستار باشد باشد

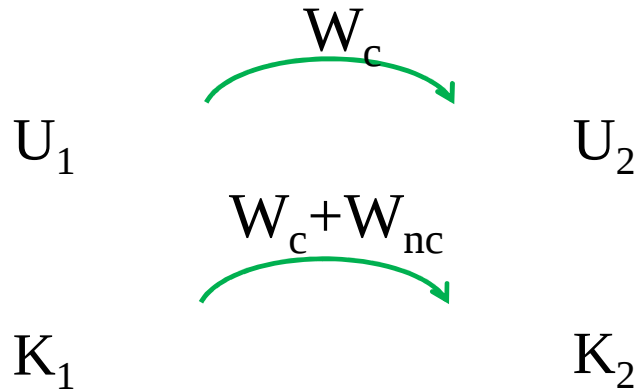
$$\Delta K + \sum \Delta U = 0$$

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1^{F_1} + U_1^{F_2} + \dots = K_2 + U_2^{F_1} + U_2^{F_2} + \dots$$

در حضور نیروهای پایستار و ناپایستار

پیکربندی ۱  پیکربندی ۲



$$\Delta U = -W_c$$

$$\Delta K = \sum W = W_c + W_{nc}$$

$$\Delta K = -\Delta U_c + W_{nc} \quad \Rightarrow \quad \Delta K + \Delta U_c = W_{nc} \quad \Rightarrow$$

$$(K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = W_{nc}$$

$$E_2 - E_1 = W_f < 0 \quad \Rightarrow \quad E_2 < E_1$$

$$(K_2 + U_2^{F_1} + U_2^{F_2} + \dots) - (K_1 + U_1^{F_1} + U_1^{F_2} + \dots) = W_f$$