فصل ششم

نظریه جنبشی گازها (۱)

خواص گازها (دیدگاه ماکروسکوپیک)

- ❑ همه حجم در دسترس را اشغال می کنند V
- ❑ بر دیواره های ظرف فشار وارد می سازند P
- ❑ دارای دمای مشخصی هستند T

گازها شامل مولکولهای جدا از هم (دیدگاه میکروسکوپیک)

- ❖ حجم گاز ناشی از آزادی اتم ها و مولکولهای پخش شده در تمام ظرف
- ❖ فشار ناشی از برخورد ذرات گاز با بدنه ظرف
- ❖ دما ناشی از متوسط انرژی جنبشی ذرات گاز مشخصی هستند

گاز

- شامل تعداد زیادی ذره که بدلیل برخورداری از حرکت کاتوره ای در کل فضای در دسترس پخش می شوند
- ذرات گاز با داشتن سرعت و تکانه خطی، با برخورد با بدنه ظرف تکانه به بدنه منتقل می نمایند. بنابراین ذرات گاز بر بدنه ظرف محتوی گاز نیرو وارد می نمایند
- ذرات گاز دارای انرژی جنبشی هستند

تعداد ذرات گاز

عدد آووگادرو: تعداد اتم ها یا مولکولها در هر مول از ماده = N_A

تعداد مول های موجود در در ماده نمونه = n

تعداد ذرات ماده نمونه = N

جرم یک ذره از گاز = m_0

$$n = \frac{m}{M} = \frac{m}{m_0 N_A}$$

$$N = nN_A$$

معادله حالت گاز کامل

معادله ای بیانگر ارتباط بین پارامترهای ترمودینامیکی

حجم یکسان
مقدار مول یکسان = 1 mol
دمای یکسان
جرم مولی مختلف

M_3 P_3 | M_2 P_2 | M_1 P_1

فشارها تقریبا یکسان
با اختلاف جزیی
$P_1 \approx P_2 \approx P_3$

حجم یکسان
مقدار مول یکسان = 0.1 mol
دمای یکسان
جرم مولی مختلف

M_3 P_3 | M_2 P_2 | M_1 P_1

فشارها با دقت
بالایی یکسان
$P_1 = P_2 = P_3$

در حد چگالی های پایین گاز (مقدار n کوچک) می توان رابطه زیر را برای گازها بیان کرد که ارتباط پارامترهای ترمودینامیکی گاز را با همدیگر نشان می دهد

$$PV = nRT$$

$$R = gas\ \ cons\tan t = 8.31\ {J}/{mol.k}$$

$$R = kN_A \quad , \quad k = Boltzmann\ cons\tan t = 1.38\times10^{-23}\ {J}/{k}$$

$$PV = nRT = nkN_AT = (nN_A)kT$$

$$PV = NkT$$

معادله حالت ارتباط بین کمیت های ترمودینامیکی را بیان می کند

بگونه ای تغییر یک کمیت می تواند موجب تغییر پارامترهای دیگر شود

مثلا در مقدار گاز ثابت (مول ثابت):

کاهش حجم منجر به افزایش فشار یا دما می شود

کاهش دما منجر به کاهش حجم و فشار می شود

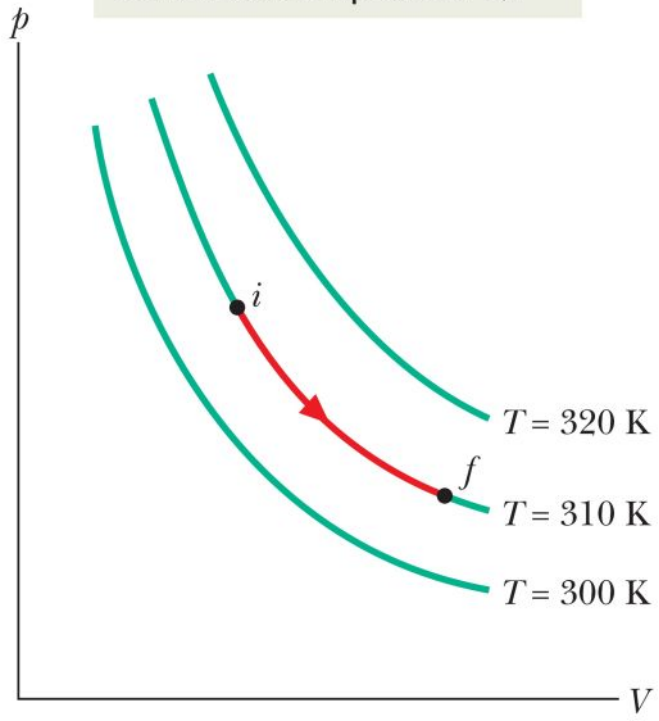
(a)

(b)

Courtesy www.doctorslime.com

بررسی کار انجام شده توسط یک گاز در تحول های مختلف ترمودینامیکی

The expansion is along an isotherm (the gas has constant temperature).



الف) تحول هم دما (T ثابت)

$$W = \int_i^f P dV \qquad P = \frac{nRT}{V}$$

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \times Ln(\frac{V_f}{V_i})$$

$$if \quad V_i < V_f \quad \Rightarrow \quad \frac{V_f}{V_i} > 1 \quad \Rightarrow \quad Ln\frac{V_f}{V_i} > 0 \quad \Rightarrow \quad W > 0$$

$$if \quad V_i > V_f \quad \Rightarrow \quad \frac{V_f}{V_i} < 1 \quad \Rightarrow \quad Ln\frac{V_f}{V_i} < 0 \quad \Rightarrow \quad W < 0$$

ب) تحول هم حجم (V ثابت)

کار انجام شده صفر خواهد بود

ج) تحول هم فشار (P ثابت)

$$P = \frac{nRT}{V} \quad \because P = cons\tan t \quad \rightarrow \quad \frac{T}{V} = cons\tan t$$

$$W = \int_{V_i}^{V_f} PdV = P(V_f - V_i)$$

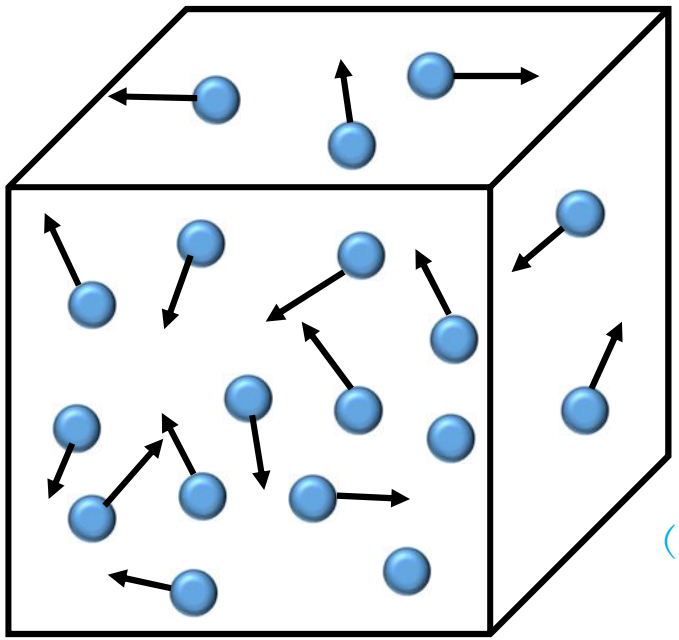
بررسی میکروسکوپیک فشار

فشار و دمای گاز ناشی از جنبش ذرات آن می باشد

راهکار محاسبه:

- ❖ جنبش ذرات
- ❖ برخورد ذرات با دیواره ظرف
- ❖ تغییر تکانه ذرات و انتقال تکانه به دیواره ظرف
- ❖ اعمال نیرو به دیواره در حین برخورد ذرات به دیواره
- ❖ اعمال فشار بر دیواره

فرض ها



۱- ظرف حاوی گاز دارای حجم L^3

۲- گاز شامل N ذره با جرم یکسان m

۳- ذرات گاز دارای اندازه سرعت یکسانی هستند

٤- ذرات در جهات مختلف در حرکتند (حرکت کاتوره ای)

٥- برخورد ذرات به دو صورت می تواند رخ دهد:

- ذرات با همدیگر (در این محاسبه از این نوع برخورد صرف نظر می شود)
- برخورد ذرات گاز با دیواره

٦- برخورد ذره با دیواره ازنوع برخورد کشسان است. یعنی در اثر برخورد اندازه سرعت تغییر نمی کند بلکه راستا و جهت آن تغییر می نماید

$$V_1 = V_2 \qquad \vec{V}_1 \neq \vec{V}_2$$

محاسبه فشار

تکانه ذره به جرم m و سرعت $\vec{V}_i$

$$\vec{P}_i = m\vec{v}_i$$

تغییر تکانه ذره در برخورد با دیواره = تغییر تکانه ای که به دیواره وارد می شود

$$\Delta\vec{P}_i = m\Delta\vec{v}_i$$

تغییر تکانه کل وارد بر دیواره ناشی از همه ذرات در یک بازه زمانی Δt

$$\Delta\vec{P}_{total} = \sum \Delta\vec{P}_i$$

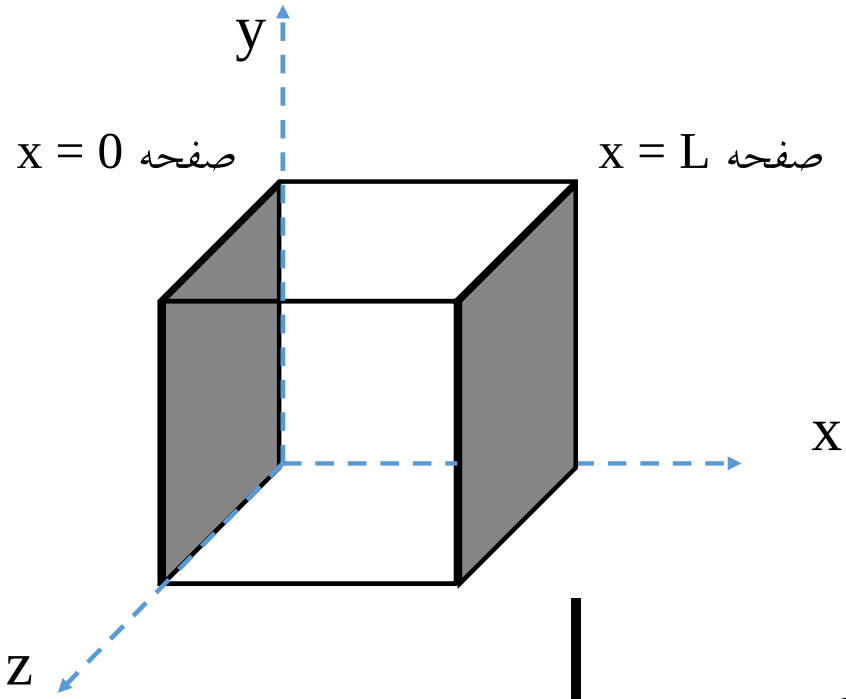
نیروی وارد دیواره ناشی از برخورد ذرات به دیواره در یک بازه زمانی Δt

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}_{total}}{\Delta t}$$

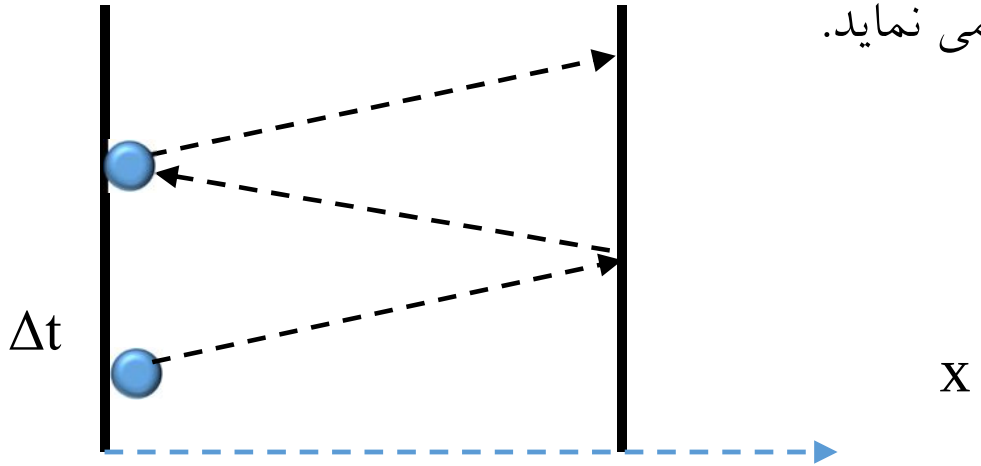
فشار وارد بر دیواره به مساحت A

$$P = \frac{F}{A}$$

خروجی ها

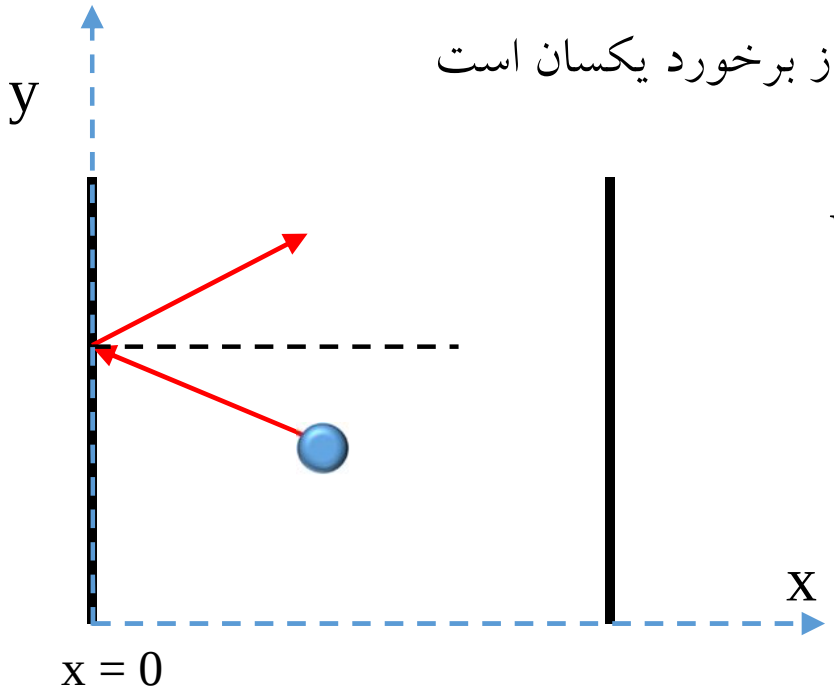


۱- هر ذره بعد از برخورد با یک دیواره ظرف، بعد از طی مدتی و بعد از برخورد با دیواره مقابل دوباره به دیواره اولی باز می گردد. در این بین هیچ برخوردی را با دیگر ذرات تجربه نمی نماید.



۲- تغییر تکانه اعمالی به دیواره در یک برخورد

برخورد کشسان ذرات با دیواره : اندازه سرعت قبل و بعد از برخورد یکسان است



$$\vec{v}_{befor\ \ collision}\begin{vmatrix}-v_x\\+v_y\end{vmatrix} \qquad \vec{v}_{after\ \ collision}\begin{vmatrix}+v_x\\+v_y\end{vmatrix}$$

$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_{after} - \vec{v}_{befor})$$

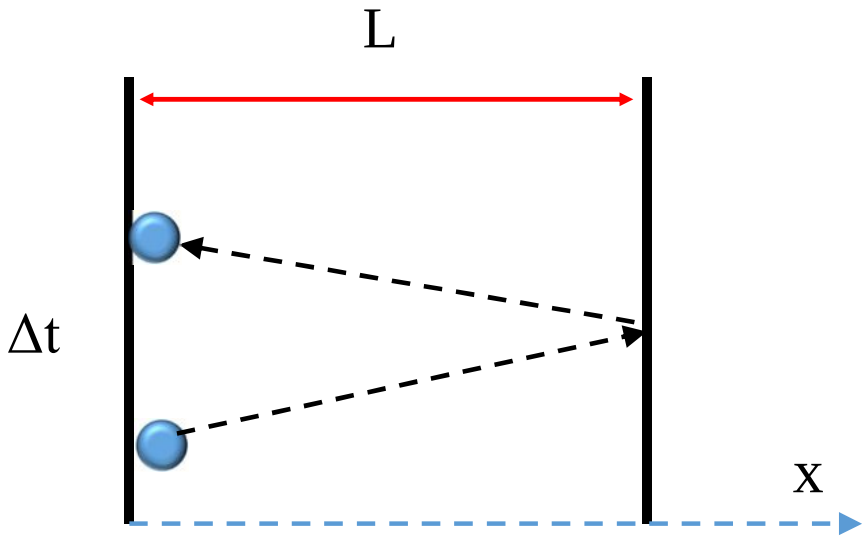
$$\Delta\vec{P}\begin{vmatrix}m(+v_x-(-v_x))\\m(+v_y-(+v_y))\end{vmatrix} \rightarrow \Delta\vec{P}\begin{vmatrix}2mv_x\\0\end{vmatrix}$$

تغییر تکانه هر ذره فقط در راستای محور x ها (عمود بر صفحه $x = 0$) رخ می دهد و در این برخورد تکانه در دو راستای y و z تغییر نمی کند.

۳- هر ذره بعد از جدا شدن از یک دیواره و گذشت زمان Δt دوباره با یک دیواره برخورد می نماید و به آن تکانه منتقل می کند.

در این مدت زمان ذره فق یک برخورد آن هم با دیواره مقابل تجربه می نماید.

ذره بین دو برخورد متوای با یک دیواره، در راستای x به اندازه 2L مسافت را طی می نماید



$$\Delta x = v_x \Delta t \qquad \rightarrow \qquad \Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

٤- آهنگ متوسط انتقال تکانه به دیواره توسط تک ذره

$$\Delta P_x = m\Delta v_x = 2mv_x \qquad \rightarrow \qquad \frac{\Delta P_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\frac{2L}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{L}$$

نیروی وارد شده به دیواره عمود بر راستای x ناشی از یک تک ذره

$$F_{xi} = \frac{\Delta P_x}{\Delta t} = \frac{mv_x^2}{L}$$

٥- نیروی ناشی از همه ذرات

$$F = \sum_{i=1}^{N} F_{ix} = \frac{m}{L}\underbrace{(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2)}_{\text{N جمله برای N ذره}}$$

$$N = nN_A$$

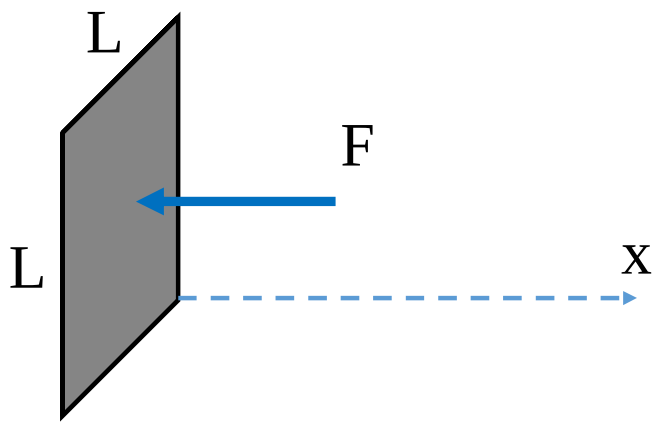
٦- سرعت متوسط ذرات در راستای x

$$v_x^2\big|_{av.} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2}{N} \qquad \rightarrow v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2 = N v_x^2\big|_{av.}$$

نیروی وارد بر دیواره عمود بر محور x

$$F = \frac{m}{L} N v_x^2\big|_{av.} \quad , \quad v_x^2\big|_{av.} = \frac{\sum v_{xi}^2}{N}$$

متوسط مربعات مولفه x سرعت ذرات



۷- فشار ناشی از همه ذرات

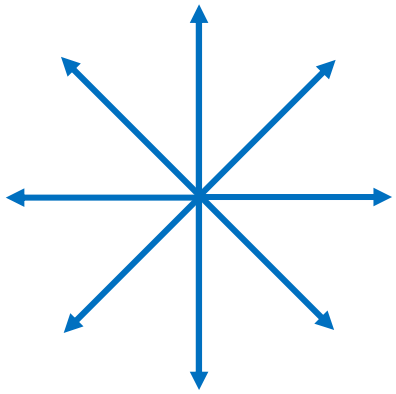
$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{L^2} = \frac{m}{L^3} N v_x^2\Big|_{av.} = \frac{m}{L^3} n N_A v_x^2\Big|_{av.} = \frac{mN_A}{L^3} n v_x^2\Big|_{av.}$$

$$P = \frac{nM}{V} v_x^2\Big|_{av.}$$

۸- بررسی بردار سرعت

$$\vec{v}_i = v_{xi}\hat{i} + v_{yi}\hat{j} + v_{zi}\hat{k}$$

بدلیل کاتوره ای بودن حرکت ذرات، سرعت آنها در تمام جهات می تواند باشد



$$\sum \vec{v}_i = 0$$

$$v_i^2 = v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2 \qquad \rightarrow \qquad \sum v_i^2 \neq 0$$

$$\frac{1}{N}\sum v_i^2 = \frac{(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots v_{xN}^2)}{N} + \frac{(v_{y1}^2 + v_{y2}^2 + \cdots + v_{yN}^2)}{N} + \frac{(v_{z1}^2 + v_{z2}^2 + \cdots + v_{zN}^2)}{N}$$

$$v_x^2\big|_{av.} \qquad v_y^2\big|_{av.} \qquad v_z^2\big|_{av.}$$

متوسط مربعات مولفه x سرعت ذرات

متوسط مربعات مولفه y سرعت ذرات

متوسط مربعات مولفه z سرعت ذرات

بدلیل کاتوره ای بودن حرکت ذرات، هیچ راستایی بر راستای دیگر ترجیحی ندارد

$$v_x^2\big|_{av.} = v_y^2\big|_{av.} = v_z^2\big|_{av.}$$

$$v^2\big|_{av.} = v_x^2\big|_{av.} + v_y^2\big|_{av.} + v_z^2\big|_{av.}$$

$$\Rightarrow \quad v_x^2\big|_{av.} = \frac{1}{3}v_{av.}^2$$

۹- مرحله آخر (محاسبه فشار):

$$P = \frac{nMv^2\big|_{av.}}{3V}$$

$$\sqrt{v^2\big|_{av.}} = v_{rms}$$

ریشه میانگین مجذور سرعت ذرات

$$P = \frac{nMv_{rms}^2}{3V}$$

۱۰- مقایسه معادله گاز در دیدگاه میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک:

معادله گاز در دیدگاه ماکروسکوپیک $PV = nRT$

معادله گاز در دیدگاه میکروسکوپیک $P = \frac{nMv_{rms}^2}{3V}$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

به نوعی متوسطی از سرعت ذرات گاز

$N_2 \rightarrow v_{rms} = 517\ m/s$

$O_2 \rightarrow v_{rms} = 483\ m/s$

انرژی جنبشی انتقالی

انرژی جنبشی کل ذرات

$$K_t = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 + \cdots + \frac{1}{2}mv_N^2 = \sum \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_N^2}{N} = v^2\big|_{av.} = v_{rms}^2$$

$$K_t = N(\frac{1}{2}mv^2\big|_{av.}) = N(\frac{1}{2}mv_{rms}^2)$$

$$k_{av.} = \frac{1}{2}mv_{rms}^2$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$k_{av.} = \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{mN_A}(N_A k)T$$

$$k_{av.} = \frac{3}{2}kT$$

دما گاز ناشی از انرژی جنبشی ذرات آن می باشد

در دمای T ، انرژی جنبشی انتقالی متوسط همه ذرات یکسان و برابر $\frac{3}{2}kT$ است.