

فصل ششم

نظریه جنبشی گازها (۳)

گرمای ویژه مولی گاز کامل

- گاز تک اتمی
- انرژی داخلی = مجموع انرژی جنبشی انتقالی اتم ها

محاسبه انرژی داخلی :

انرژی جنبشی متوسط هر ذره گاز $K_{av.} = \frac{3}{2}kT$

انرژی داخلی در n مول گاز $E_{int} = NK_{av.} = nN_A \times \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}n(N_A k)T$

$$E_{int} = \frac{3}{2}nRT \quad \textcircled{1}$$

انرژی داخلی گاز تابعی از دمای گاز است

الف) گرمای ویژه مولی در حجم ثابت c_V

حجم گاز در هنگام مبادله انرژی به صورت گرما ثابت است

❖ در طی فرآیند هم حجم، با رد و بدل شدن انرژی به صورت گرما بین سیستم و محیط، دمای سیستم تغییر می کند

$$T \rightarrow T + \Delta T$$

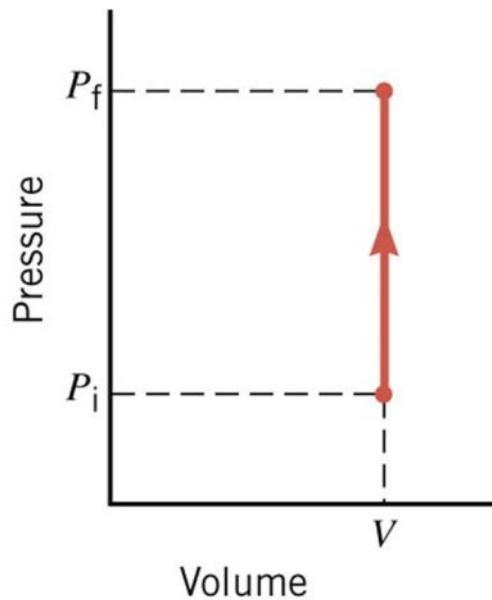
❖ کار رد و بدل شده بین سیستم و محیط

$$W = 0$$



(a)

(a)



Volume

(b)

گرمای رد و بدل شده بین سیستم و محیط منجر به تغییر دمایی سیستم می شود:

$$Q = nc_V \Delta T$$

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = Q \quad \longrightarrow \quad \Delta E_{\text{int}} = nc_V \Delta T \quad \Rightarrow \quad c_V = \frac{\Delta E_{\text{int}}}{n\Delta T} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \longrightarrow \quad \Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nR\Delta T \quad \textcircled{3} \quad \text{تغییر انرژی داخلی ناشی از تغییر دما}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \longrightarrow \quad c_V = \frac{\frac{3}{2} nR\Delta T}{n\Delta T} \quad \Rightarrow \quad c_V = \frac{3}{2} R \quad \textcircled{4}$$

این ظرفیت گرمایی ویژه برای گازهای تک اتمی صادق است. اما این کمیت برای گازهای چند اتمی دیگر صحیح نمی باشد

ب) گرمای ویژه مولی در فشار ثابت c_p

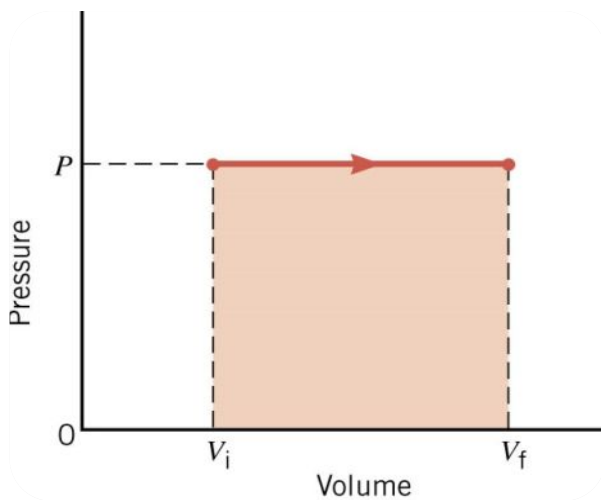
فشار گاز در هنگام مبادله انرژی به صورت گرما ثابت است

❖ در طی فرآیند هم فشار، با رد و بدل شدن انرژی به صورت گرما بین سیستم و محیط، دمای سیستم و

حجم آن تغییر می کند $T \rightarrow T + \Delta T$

❖ تغییر دما سبب تغییر انرژی درونی سیستم می شود

❖ تغییر حجم موجب رد و بدل شدن کار بین سیستم و محیط می گردد



تبادل گرما \longrightarrow $Q = nc_p \Delta T$ 5

تبادل کار \longrightarrow $W = P \Delta V$

معادله گاز ایده آل \longrightarrow $PV = nRT$

$W = nR \Delta T$ 6

قانون اول ترمودینامیک \longrightarrow $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$

6 5 \longrightarrow $\Delta E_{\text{int}} \propto \Delta T$

چون طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی داخلی مستقل از نوع فرآیند ترمودینامیکی است بنابراین به ازاء تغییر دما به اندازه ΔT می توان از یک فرآیند هم حجم برای بیان تغییر انرژی درونی استفاده کرد

$\Delta E_{\text{int}} = nc_v \Delta T$ 7

7 6 5



$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$$

$$nc_V \Delta T = nc_P \Delta T - nR \Delta T$$

$$c_V = c_P - R$$

\Rightarrow

$$c_P = c_V + R$$

C_P	C_V	نوع گاز
$\frac{5}{2}R$	$\frac{3}{2}R$	تک اتمی
$\frac{7}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	دو اتمی
$4R$	$3R$	چند اتمی

معادله گاز بی درو

$$Q = 0 \quad \rightarrow \quad PV^\gamma = \text{constan } t$$

بی درو

$i \quad \xrightarrow{\quad} \quad f$

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$$

نوشتن معادله گاز بی درو برای گاز کامل:

$$\left. \begin{array}{l} PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \\ PV^\gamma = \text{constan } t \end{array} \right\} \frac{nRT}{V} V^\gamma = \text{constan } t \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{constan } t$$

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

اثبات رابطه معادله فرآیند بی درو

اگر در یک فرآیند بی درو، حجم گاز به اندازه dV افزایش می یابد به گونه ای که dV بسیار کوچک است که می توان فشار را ثابت در نظر گرفت

$$dW = PdV$$

$$dQ = 0$$

$$dE_{\text{int}} = dQ - dW = -PdV \quad \textcircled{1}$$

از طرفی $dE_{\text{int}} = nc_V dT \quad \textcircled{2}$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad nc_V dT = -PdV \quad \rightarrow \quad ndT = -\left(\frac{P}{c_V}\right)dV \quad \textcircled{3}$$

$$PV = nRT$$

$$PdV + VdP = nRdT \rightarrow ndT = \frac{PdV + VdP}{R} \quad \textcircled{4}$$

$$R = c_P - c_V \quad \textcircled{5}$$

$$ndT = \frac{PdV + VdP}{c_P - c_V} \quad \textcircled{6}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad -\left(\frac{P}{c_V}\right)dV = \frac{PdV + VdP}{c_P - c_V}$$

$$-\left(\frac{c_P - c_V}{c_V}\right)PdV = PdV + VdP \rightarrow -\frac{c_P}{c_V}PdV + PdV = PdV + VdP$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{c_P}{c_V} \frac{dV}{V} \rightarrow \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad , \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\int \frac{dP}{P} = -\gamma \int \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad \text{Ln}P = -\gamma \text{Ln}V + \text{constan}t \quad \rightarrow$$

$$\text{Ln}P + \gamma \text{Ln}V = \text{constan}t \quad \rightarrow \quad \text{Ln}PV^\gamma = \text{constan}t$$

$$PV^\gamma = \text{constan}t$$

معادله حالت انبساط آزاد

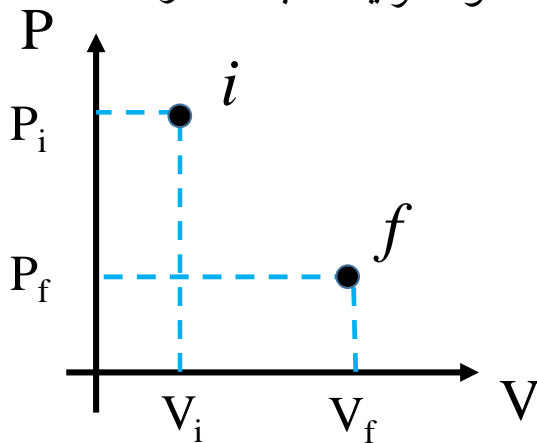
فرآیند بی درویی که در آن گاز هیچ کاری انجام نمی دهد

$$dQ = 0 \quad , \quad dW = 0 \quad \rightarrow \quad dE_{\text{int}} = 0$$

در این فرآیند گاز فقط در نقاط ابتدایی و انتهایی در تعادل است

دمای اولیه و نهایی یکسان است

معادله حالت فقط می تواند ارتباط بین دو نقطه اولیه و نهایی را بیان کند نه خود فرآیند انبساط را



با توجه به نوع گاز که گاز کامل است ($T = \frac{PV}{nR}$) داریم:

$$P_i V_i = P_f V_f$$