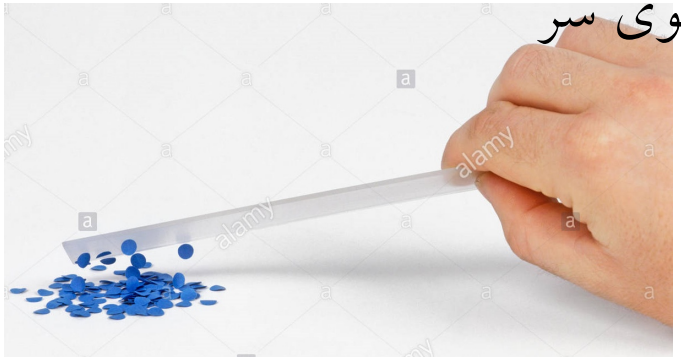
بسم الله الرحمن الرحيم

فصل دوم

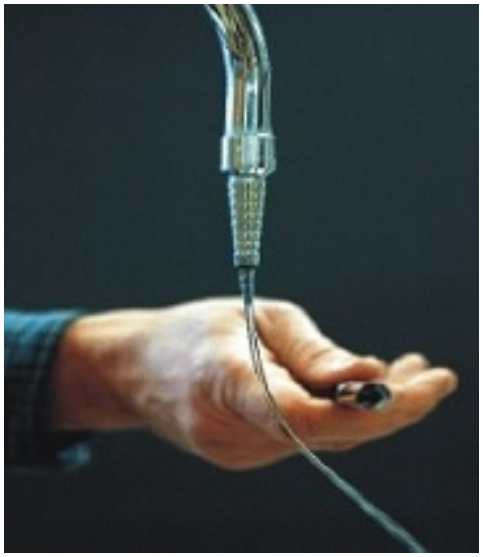
الکتروستاتیک

بار به عنوان واقعیتی در پیرامون ما

- برداشتن خورده های کاغذ توسط شانه مالش داده با پارچه یا موی سر



- انحراف باریکه آب توسط میله مالش داده



- رعد و برق

منشاء بار الکتریکی در دیدگاه اتمی

اجزای تشکیل دهند اتمها

- الکترون ها با بار منفی
- پروتون ها با بار مثبت
- نوترون ها با بار خنثی

$$1\ e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$$

بار الکترون

باردار بودن یا نبودن یک جسم مرتبط است با کیفیت اتم ها

در اتم خنثی:

تعداد پروتون های مثبت = تعداد الکترون های منفی

در اتم غیر خنثی:

تعداد پروتون های مثبت ≠ تعداد الکترون های منفی

یون با بار منفی یا مثبت

اگر جسم دارای الکترون اضافی باشد دارای بار منفی خواهد بود

اگر جسم دارای پروتون اضافی باشد دارای بار مثبت خواهد بود

سازوکار باردار کردن اجسام:

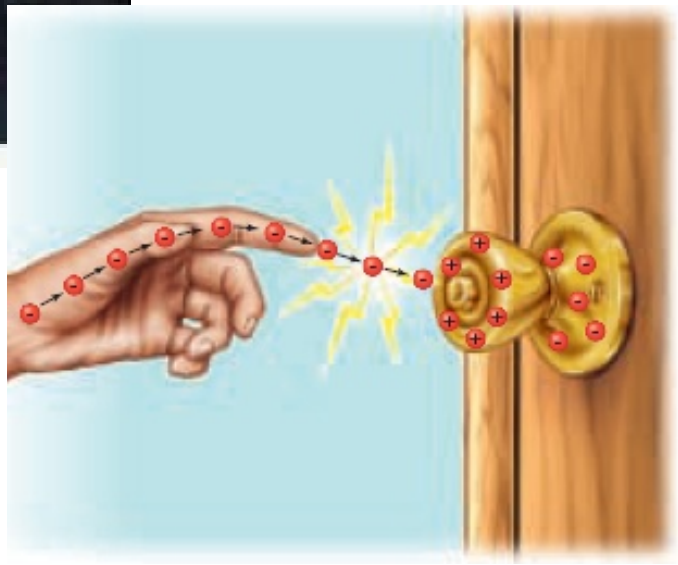
الکترونها ذراتی با قابلیت تحرک

پروتون ها ذراتی بدون تحرک

الکترون ها با جابه جایی خود در ماده می تواند توازن بار را در آن بهم بزنند

سازوکار باردار کردن اجسام :

- روش مالشی
- روش تماسی
- روش القاء



روش مالشی

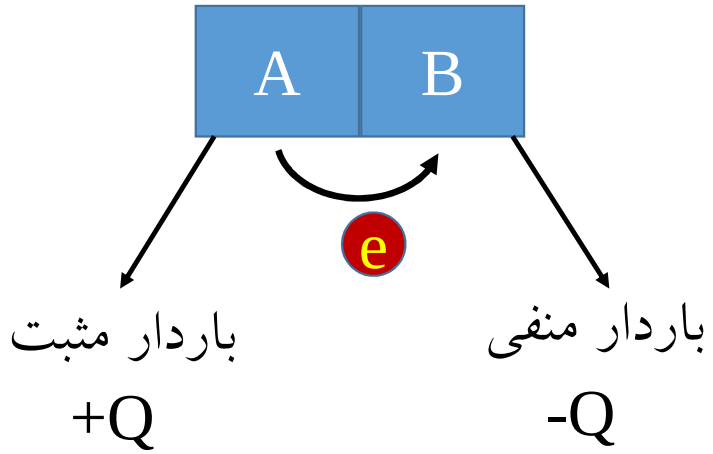
این روش بر اثر تربیوالکتریک (triboelectric) استوار است

اثر تربیوالکتریک:

در تماس یا مالش دو جسم غیرهم جنس و خنثی، الکترون از یکی به دیگری منتقل می شود که منجر به باردار شدن آنها می گردد.

«انتقال بار نه تولید بار»

دو جسم غیرهم جنس جدا از هم و خنثی



در تماس دو جسم در تماس با همدیگر
با انتقال الکترون بین آنها تبدیل به دو جسم باردار می شوند

نکات:

۱- میزان بار اجسام باردار با همدیگر یکسان می باشد

۲- نوع بار قرار گرفته روی دو جسم متفاوت است

۳- نوع و شدت بار تزریق شده بر اجسام وابسته به عوامل زیر است:

- ❑ جنس اجسام در تماس (براساس جدول تربیو الکتریک)
- ❑ زبری سطح آنها
- ❑ دما و رطوبت در محل تماس
- ❑ نوع تماس (ساکن یا در حال مالش)

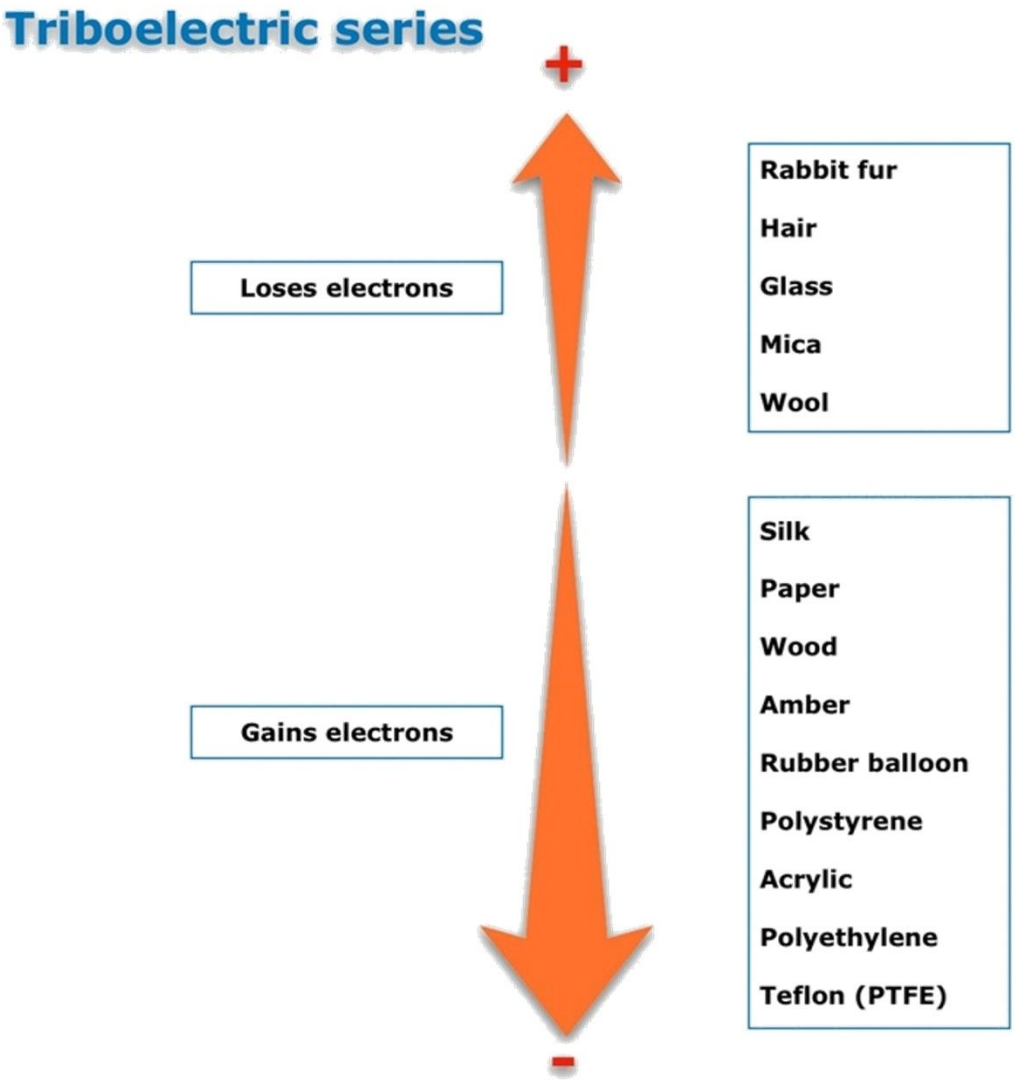
سری تربیوالکتریک

شیشه – پشم

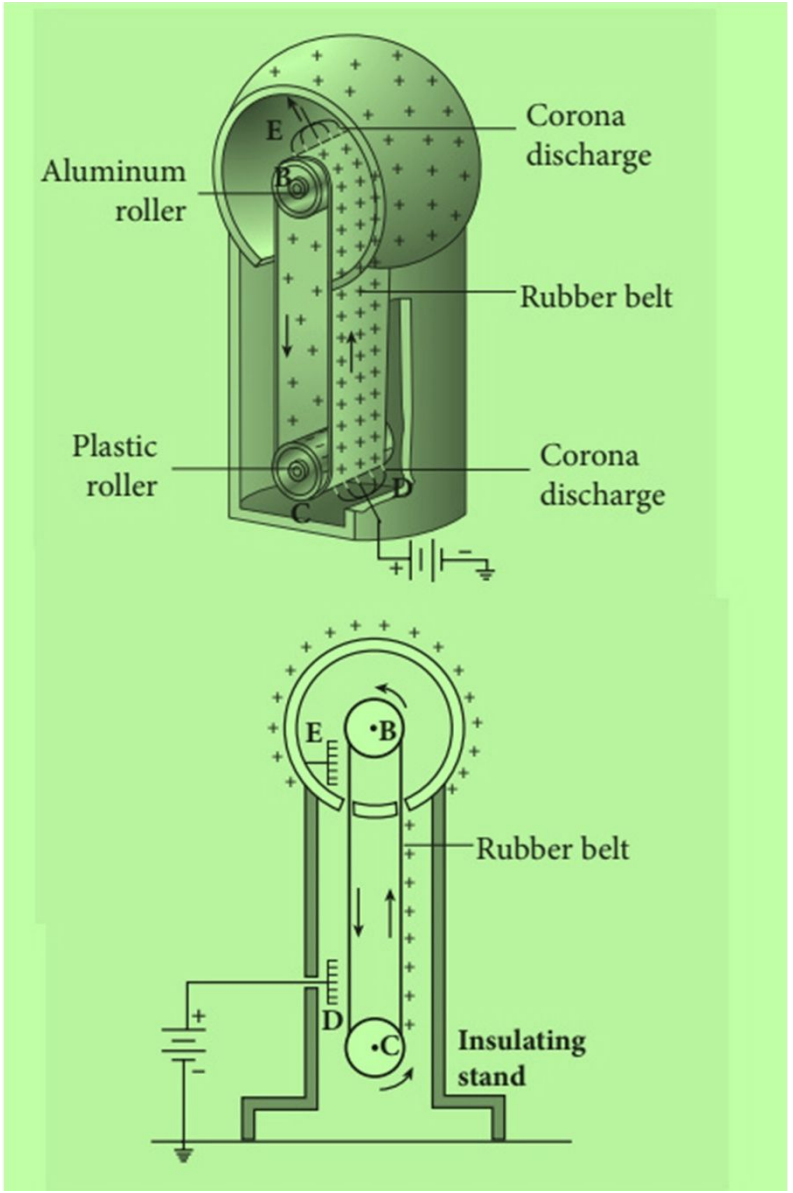
(–) (+)

موی سر – شانه پلاستیکی

(–) (+)



van de Graaf generator

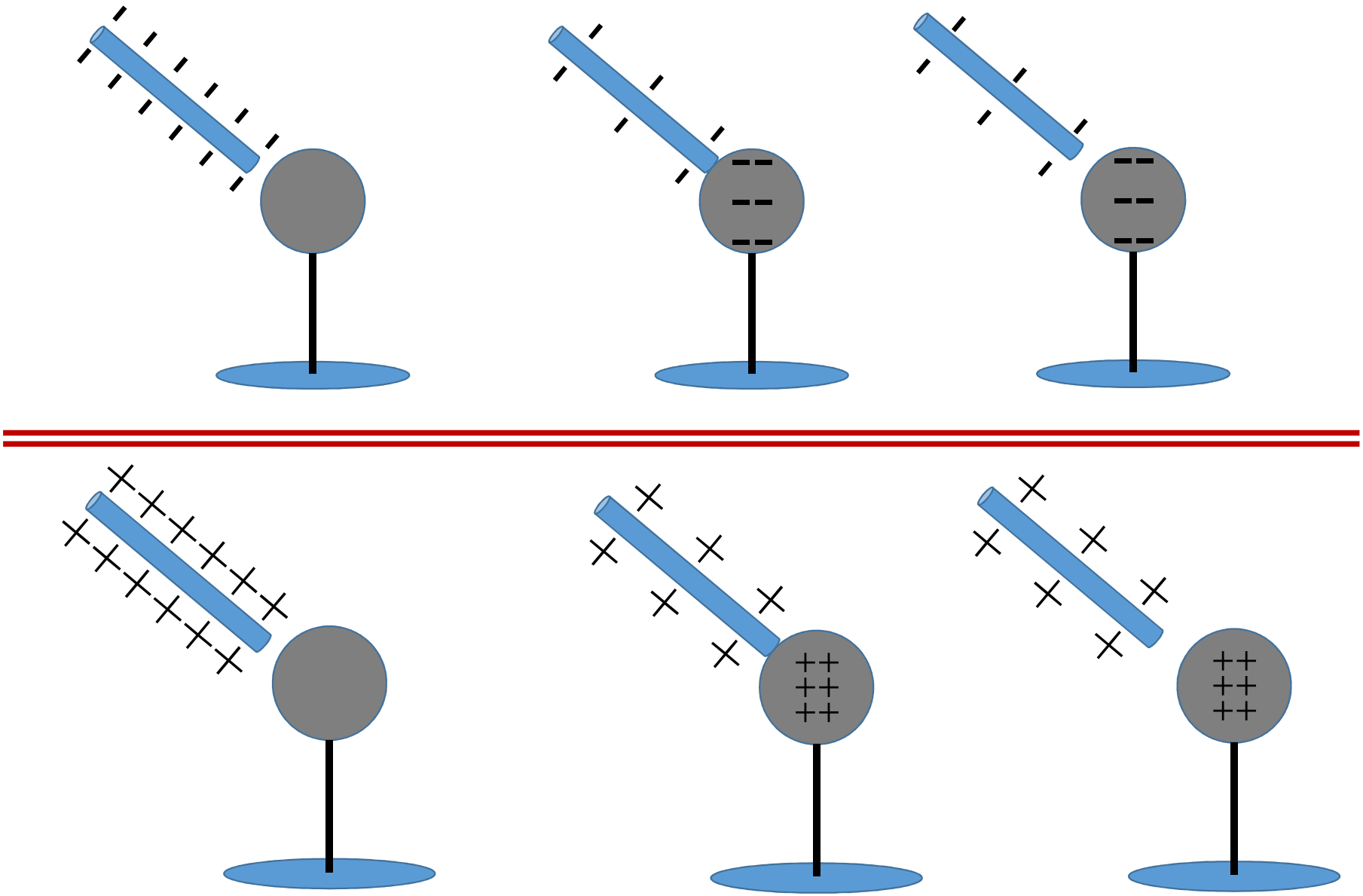


روش تماسی

در این روش دو جسم فلزی (یکی نها باردار و دیگری خنثی) در تماس با همدیگر قرار می گیرند با انتقال الکترونها از یکی به دیگری، جسم باردار، بار خود را با جسم دیگر در اشتراک می گذارد

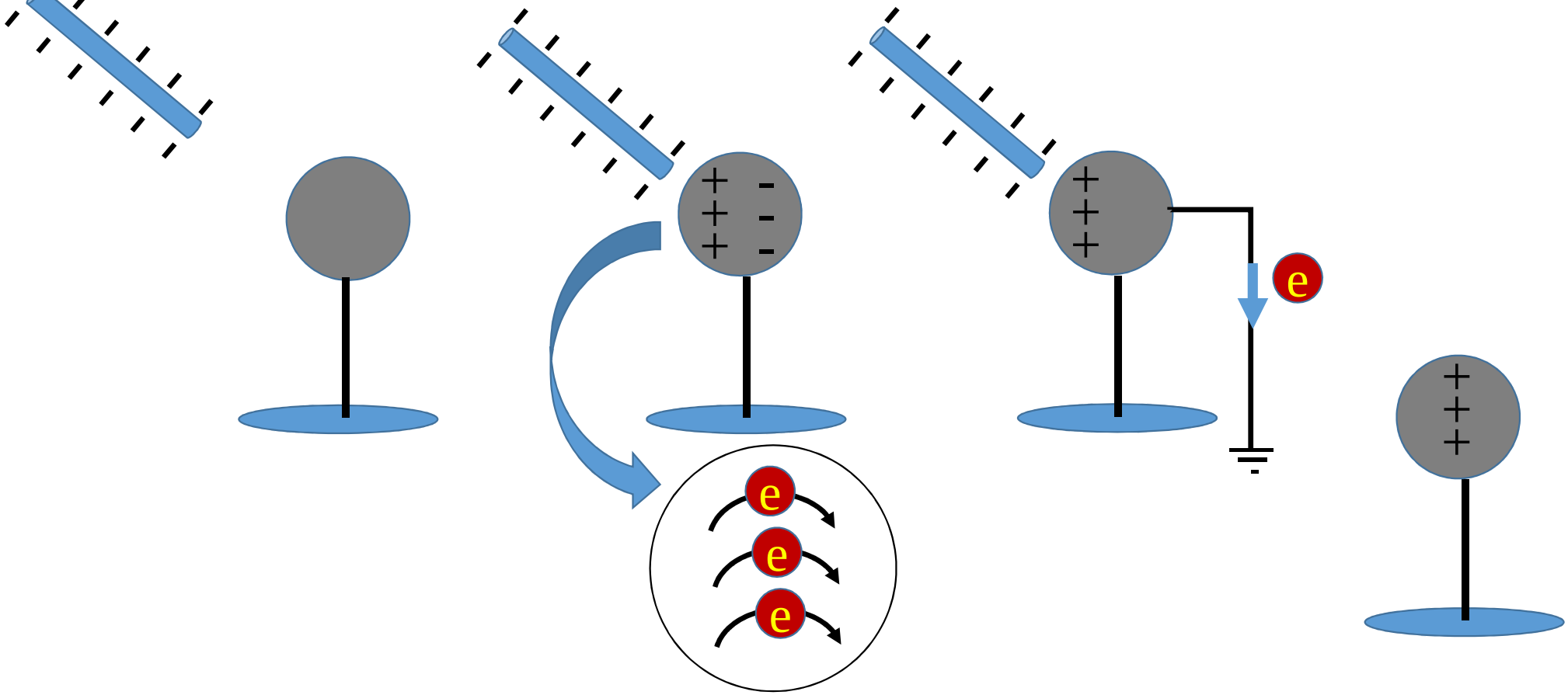
در این روش بار اولیه روی یک جسم برابر با حاصل جمع بار روی دو جسم در حالت نهایی

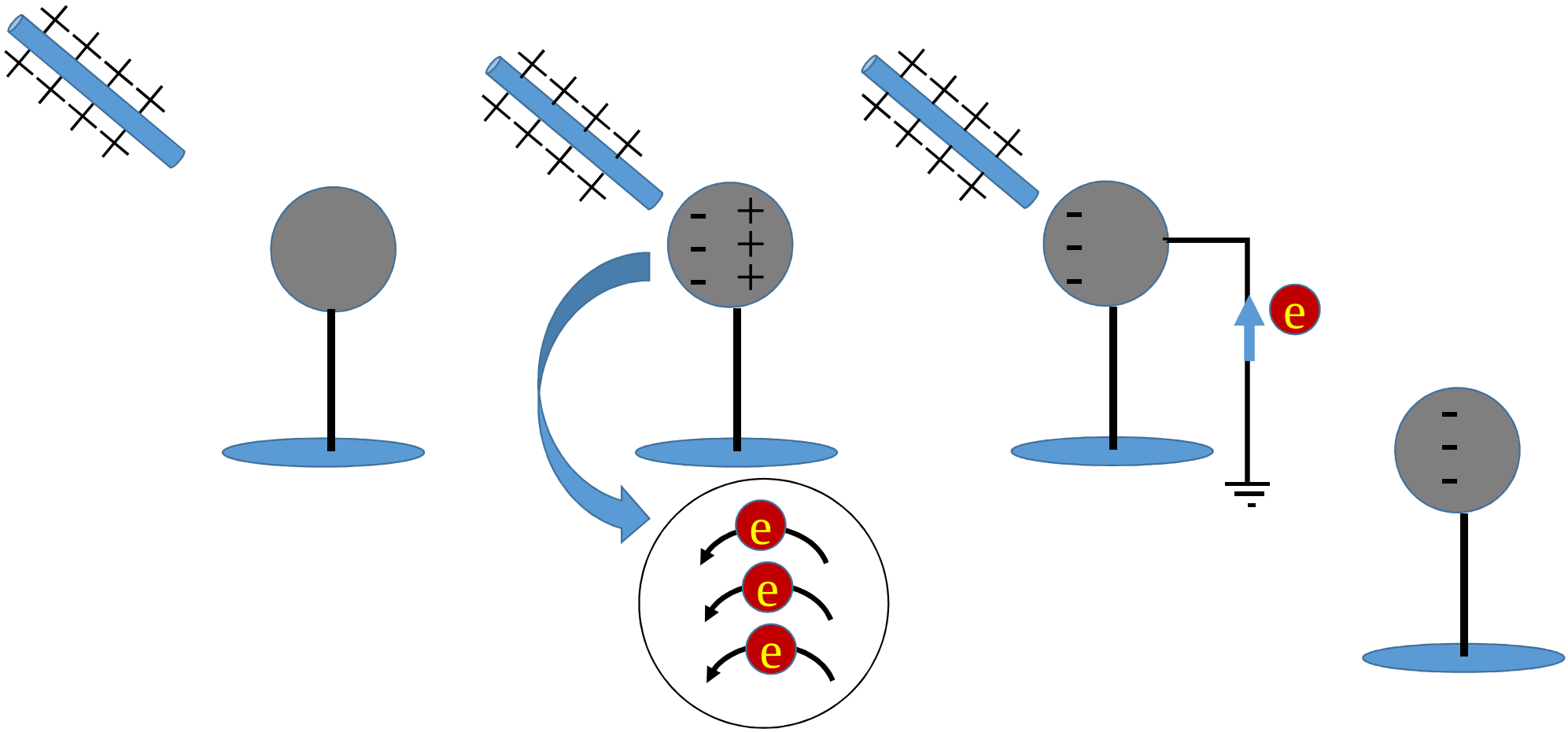
نوع بار روی دو جسم یکسان است

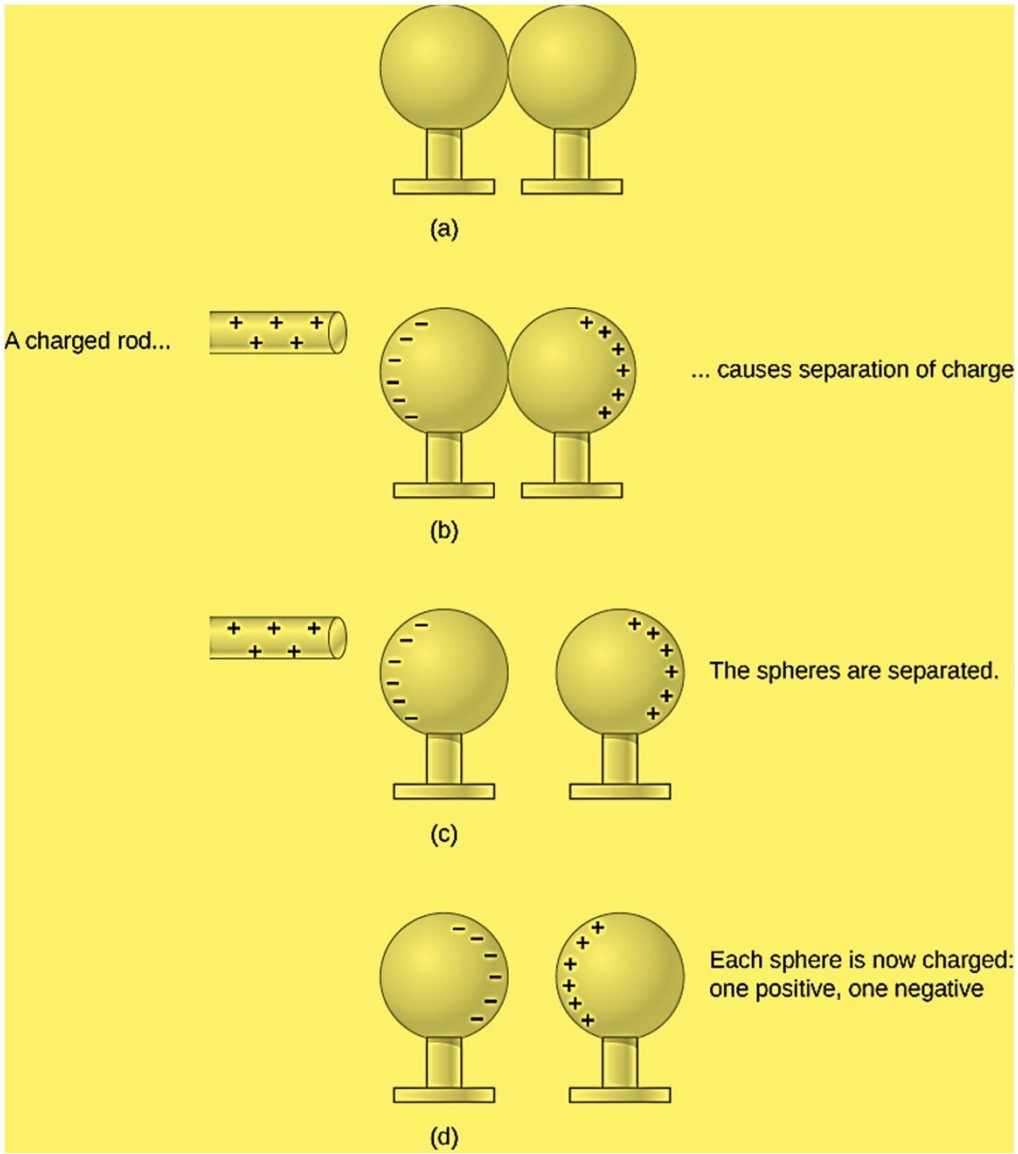


روش القاء

در نزدیک کردن یک جسم (نه تماس) با به صورت موضعی در جسم القاء می شود.




e
e
e
e


(a)
A charged rod...
... causes separation of charge
(b)
The spheres are separated.
(c)
Each sphere is now charged:
one positive, one negative
(d)

ویژگیهای اجسام باردار

۱- بار در آنها کوانتیده است. بار هر جسم بارداری مضرب صحیحی از بار الکترون می باشد

n تعداد الکترونهای گرفته شده یا از دست داده می باشد

$$Q = -ne$$

$$Q = +ne$$

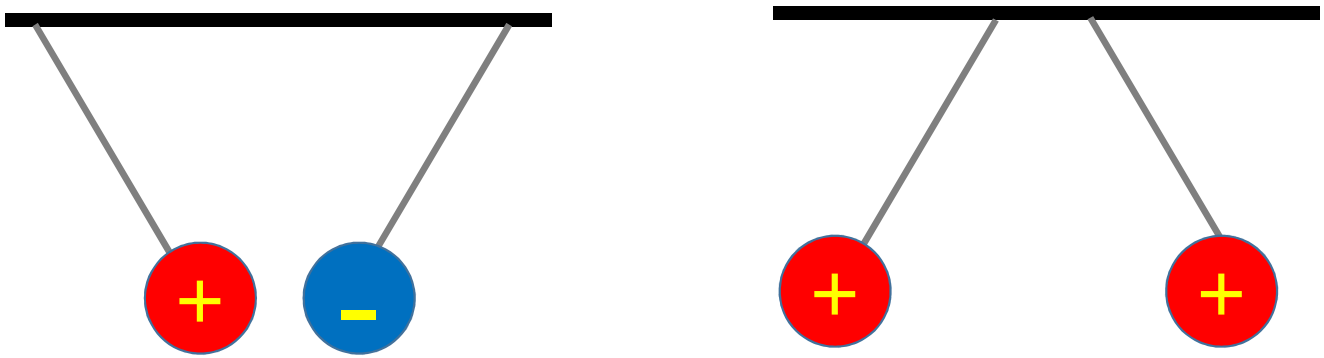
مثال: تعدا الکترونها در یک جسم باردار با بار 1C- چقد است

$$Q = -ne \rightarrow -1\ C = -n \times 1.6 \times 10^{-19}\ C \rightarrow n = 6.25 \times 10^{18}$$

۲- بار پایسته است. بار تولید نمی شود.

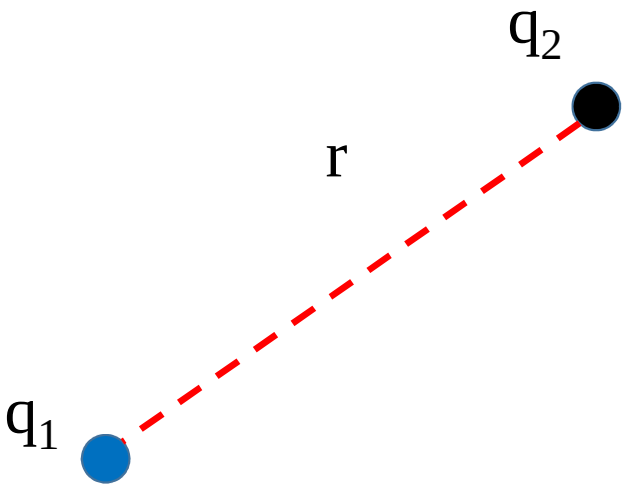
در هر فرآیندی بار از جسمی به جسم دیگر منتقل می شود که منجر به باردار شدن اجسام می گردد

۳- اجسام باردار به همدیگر نیرو وارد می سازند



قانون کولن

بین ذرات باردار نیروی ردوبدل می شود که به نیروی الکتریکی گفته می شود



$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نکات

۱- بردار نیروی الکتروستاتیک

اندازه: $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

راستا: در امتداد خط واصل بین دو بار

جهت:

بارهای همنام ← نیروی دافعه

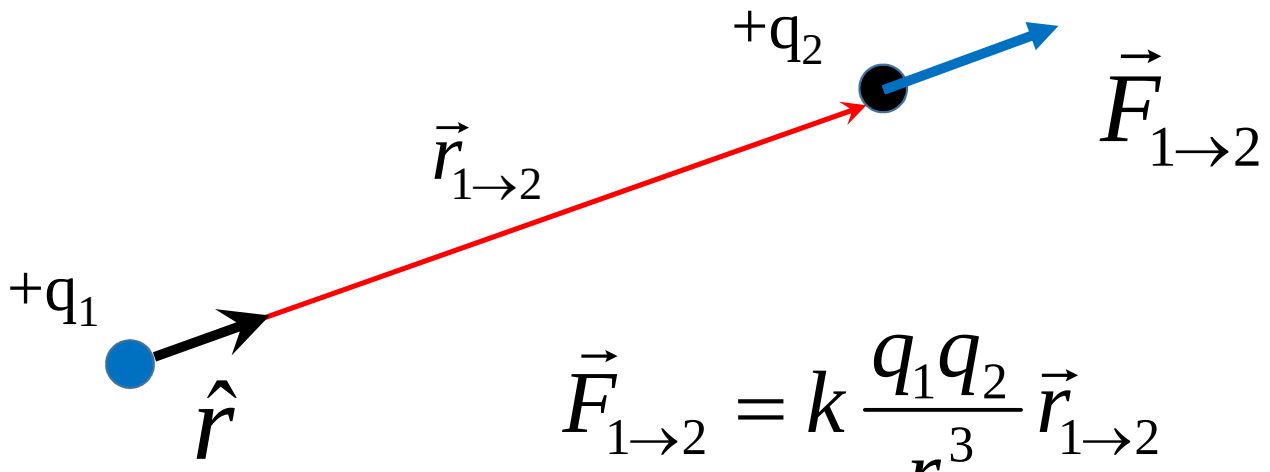
بارهای غیر همنام ← نیروی جاذبه

۲- شکل برداری قانون کولن

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

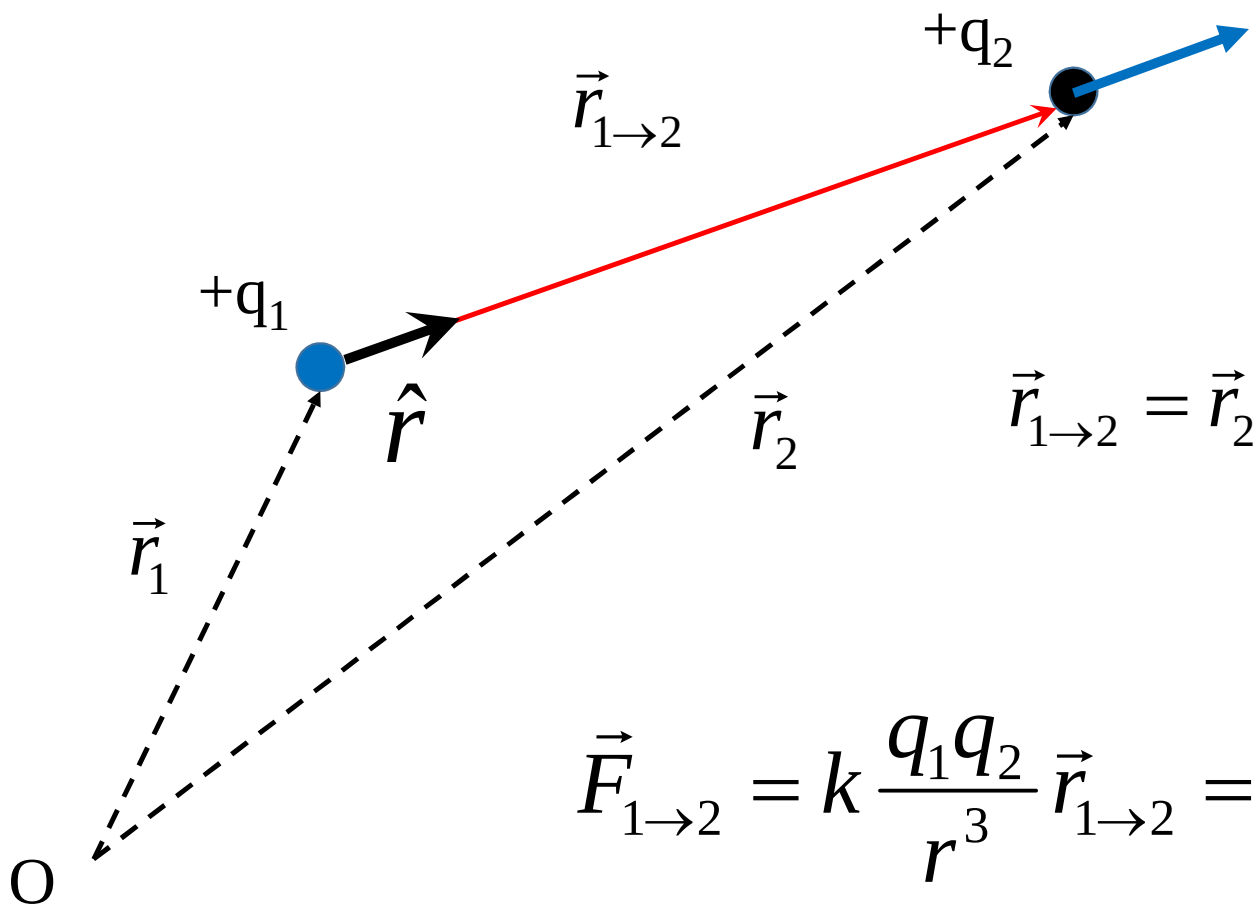
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}$$



$$\vec{F}_{1\to2} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}_{1\to2}$$

۳- قانون کولن نسبت به یک مبدا

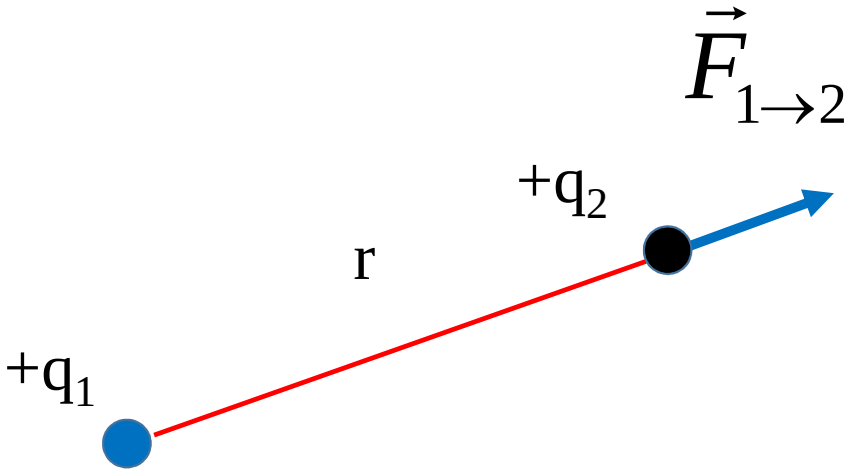


$$\vec{r}_{1\to2} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

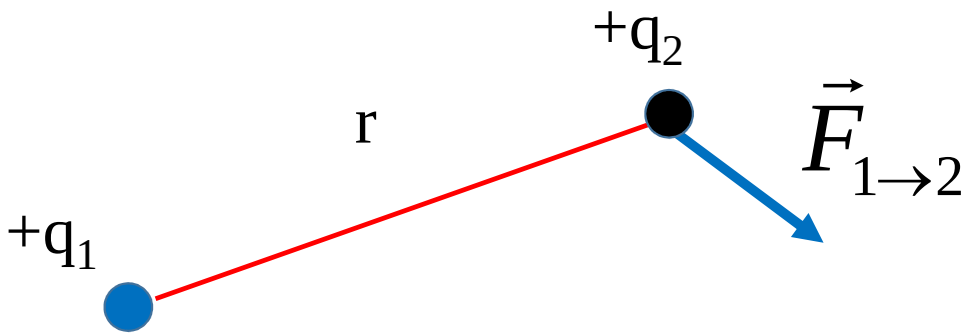
$$\vec{F}_{1\to2} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}_{1\to2} = k\frac{q_1 q_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

٤- نیروی الکتریکی یک نیروی شعاعی است.

نیروی در امتداد خط واصل بین دوبار است. حالا اگر یک بار مبدا مختصات درنظر گرفته شود نیروی وارد بر بارهای دیگر در اطراف آن از طرف این ذره در امتداد شعاع خارج شده از این ذره قرار دارد.



درست

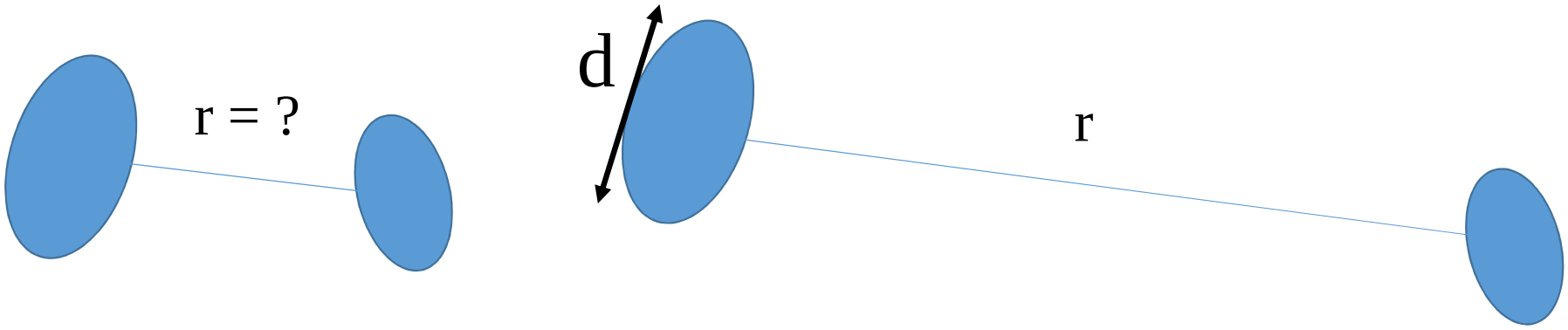


نادرست

۵- قانون کولن جایی معتبر است که بار نقطه ای داشته باشیم.

و در مورد اجسام باردار جایی معتبر است که ابعاد آنها در مقایسه با فاصله بین دو جسم خیلی کمتر باشد.

استثناء: ای قانون برای کرات باردار با چگالی بار یکنواخت بار برقرار است.

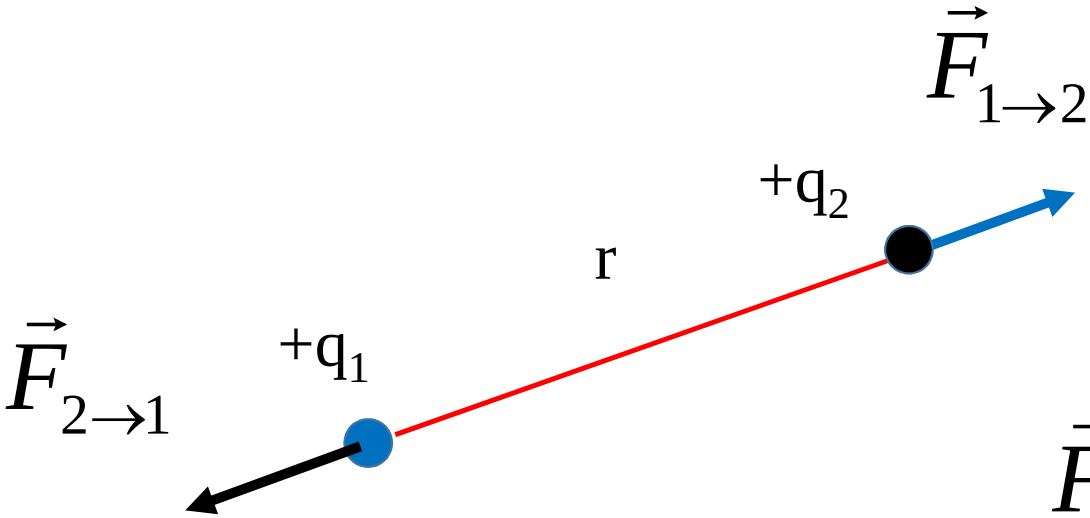


فاصله نزدیک

فاصله دور

$d << r$

٦- قانون سوم نیوتن در مورد این نیرو برقرار است



$$\vec{F}_{2\to1} = -\vec{F}_{1\to2}$$

۷- قانون دوم نیوتن:

یک ذره باردار به جرم m و تحت تاثیر نیروی F می تواند یک حرکت شتابدار با شتاب a را انجام دهد.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = ma$$

$$k\frac{q_1 q_2}{r^2} = ma$$

شتاب متغیر

۸- در دستگاه بین المللی SI

واحد بار کولن C

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

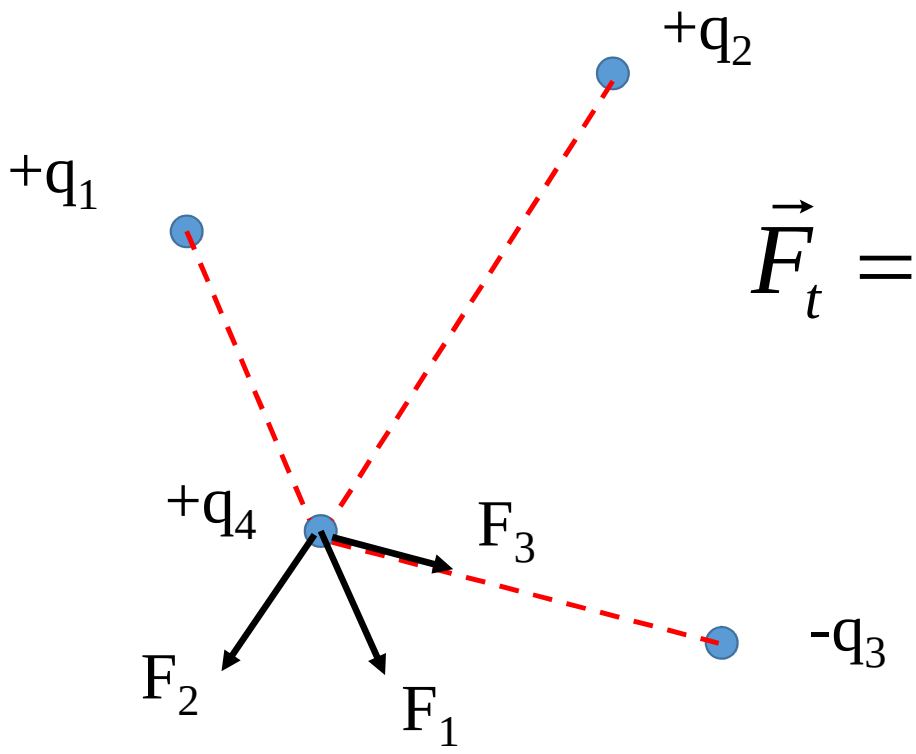
$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ {C^2}/{N.m^2}$$

$$k = 8.899\times10^{9} \approx 9\times10^{9}\ {N.m^2}/{C^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

۸- نیرویی که چند بار نقطه ای به یک ذره باردار وارد می سازند:

نیروی کل وارد بر ذره برابر با جمع برداری نیروی وارد بر ذرات است.



$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

اگر بیش از دو بارنقطـه‌ای وجود داشته باشند، نیروهای متقابل را با به‌کار بردن مکرر معادلهٔ (۱.۲) به‌دست می‌آوریم. مخصوصـاً اگردستگاهی با N بار داشته باشیم نیروی وارد بر بار iام از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\vec{F}_i = q_i \sum_{j \neq i}^{N} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3}$$

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$$

که درآن جمع سمت راست مربوط است به‌تمام بارها به‌استثنای بار iام. البته، این‌همان اصل برهمنهی نیروهاست که بنابـه‌آن کل نیروی وارد بریك جسم برابر است با حاصل جمع برداری تك‌تك نیروهای وارد برآن.

کره های رسانای باردار:

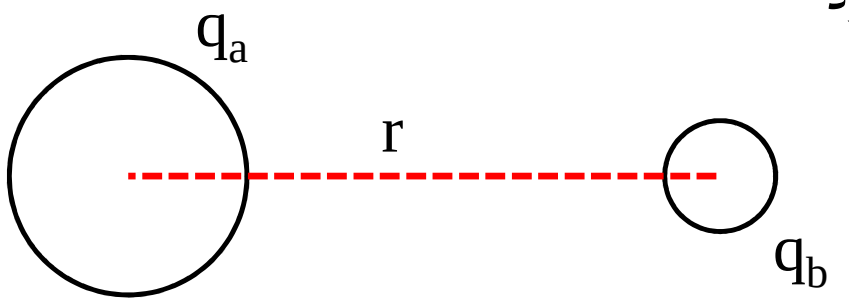
قانون کولن برای بارهای نقطه ای صادق است به استثناء کرات رسانای باردار

ویژگی توزیع بار روی کره های رسانای باردار:

۱- بار روی سطح آنها توزیع می شود

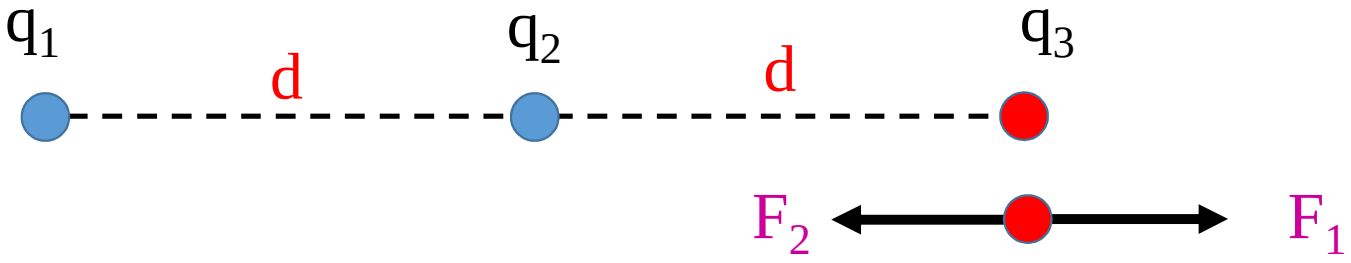
۲- توزیع بار یکنواخت است چون کره کاملا متقارنند

۳- در استفاده از قانون کولن فرض می شود تا تمام بار هر کره در مرکز آن تجمع یافته و فاصله بین مراکز به عنوان فاصله دو بار در نظر گرفته می شود



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_a q_b}{r^2}$$

مثال۳) سه بار روی خط مستقیم قرار دارند و فاصله آنها از هم d است. بارهای q_1 و q_2 ثابت و بار q_3 امکان تحرک دارد. بار q_3 تحت تاثیر نیروهای الکتریکی در حال تعادل است. q_1 را برحسب q_2 بدست آورید.

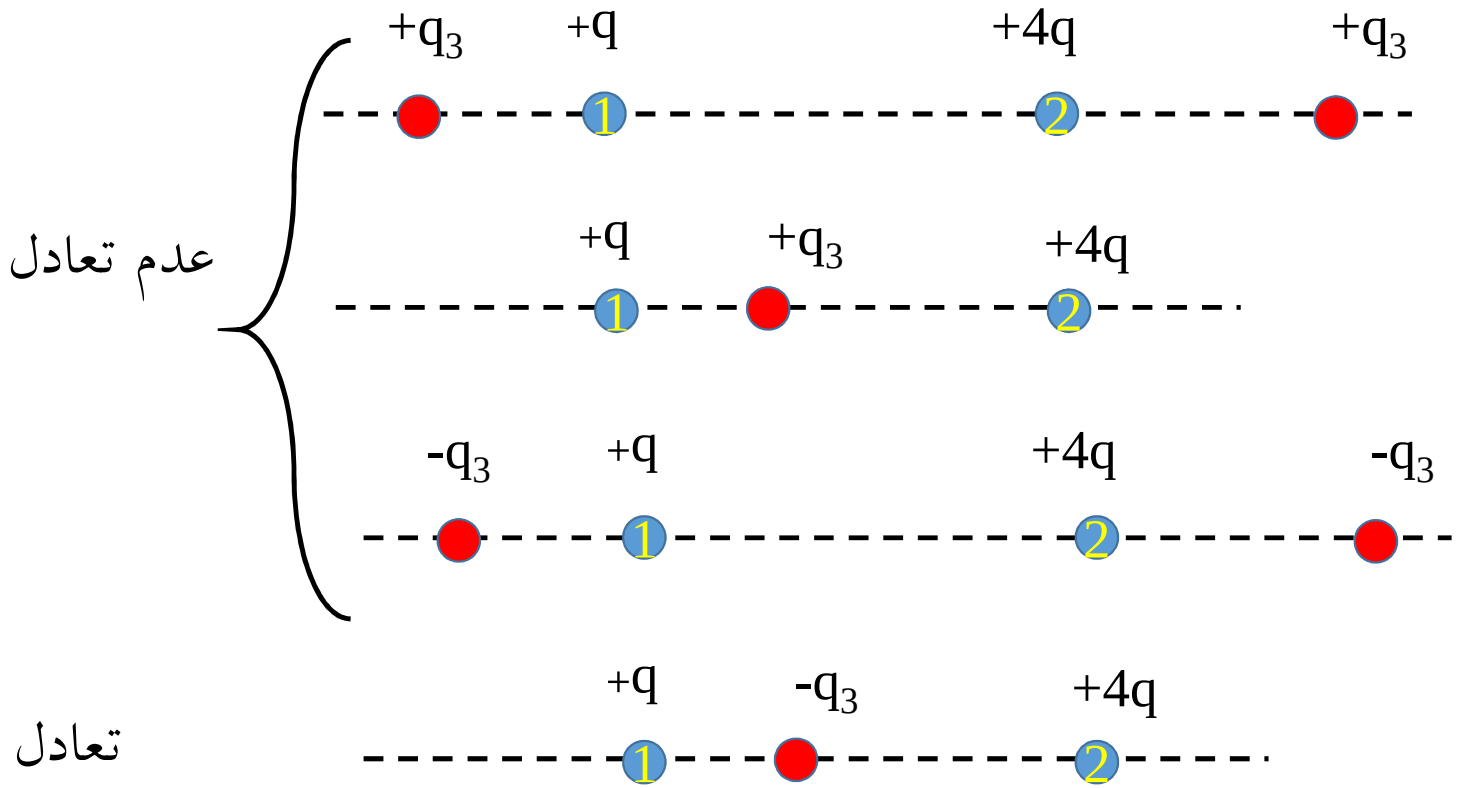


$$F_1 = F_2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{(2d)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{d^2} \quad \rightarrow \quad \frac{q_1}{4d^2} = \frac{q_2}{d^2}$$

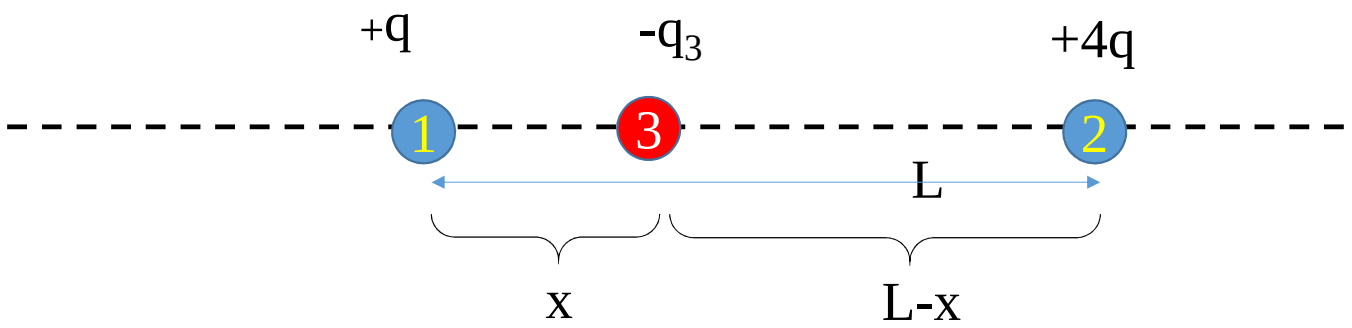
$$\rightarrow \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{4d^2}{d^2} = 4$$

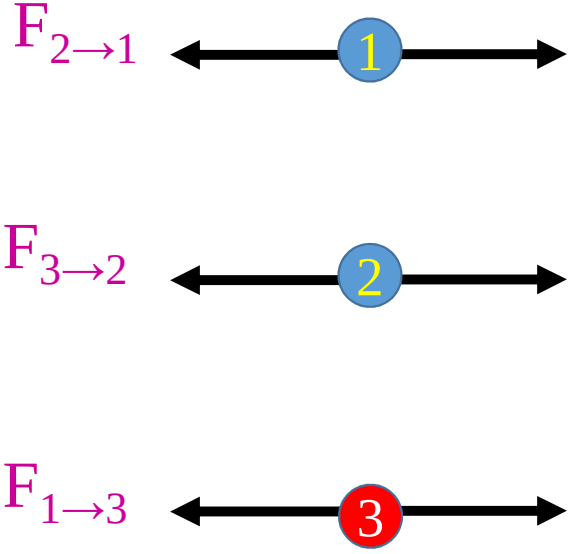
$$\rightarrow \quad \frac{q_1}{q_2} = -4$$

مثال٤) دوبار آزاد $+q$ و $+4q$ در فاصله L از همدیگر روی خط مستقیم قرار دارند. بار سومی را طوری روی خط واصل بین دو ذره باردار قرار می دهیم تا کل مجموعه بارهای در تعادل باشند



برای هر سه جسم شرط تعادل یعنی خنثی شدن نیروها بررسی باید شود





$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q).(4q)}{(L)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q).(q_3)}{x^2}$$ (1)

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q).(4q)}{(L)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(4q).(q_3)}{(L-x)^2}$$ (2)

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q_3).(q)}{(x)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(4q).(q_3)}{(L-x)^2}$$ (3)

1 2

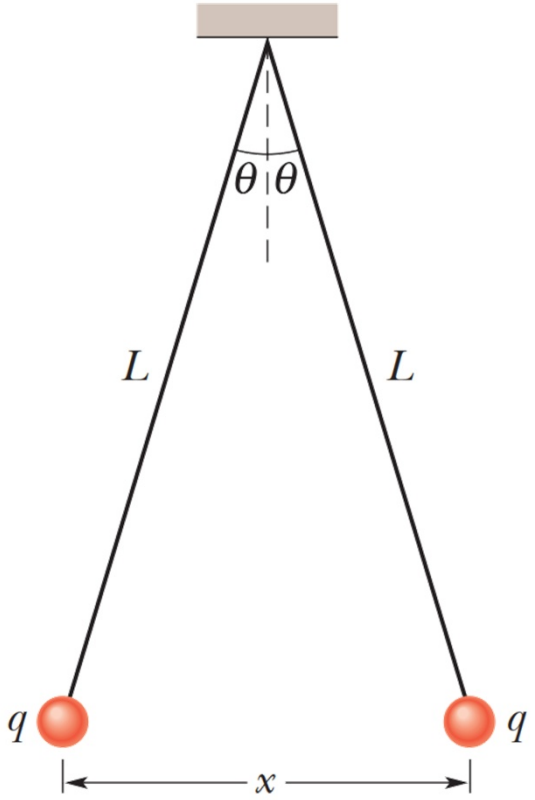
$$\frac{(q).(q_3)}{x^2}=\frac{(4q).(q_3)}{(L-x)^2} \quad \rightarrow \quad \frac{(L-x)^2}{x^2}=4$$

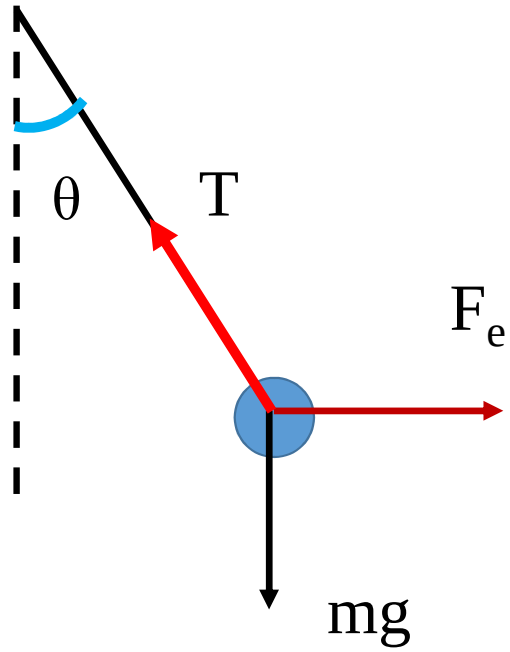
$$\rightarrow \quad L-x=2x \quad \rightarrow \quad x=\frac{1}{3}L$$

1

$$\frac{(q).(4q)}{(L)^2}=\frac{(q).(q_3)}{x^2} \quad \rightarrow \quad (\frac{x}{L})^2=\frac{q_3}{4q} \quad \rightarrow \quad q_3=4q(\frac{1}{3})^2=\frac{4}{9}q$$

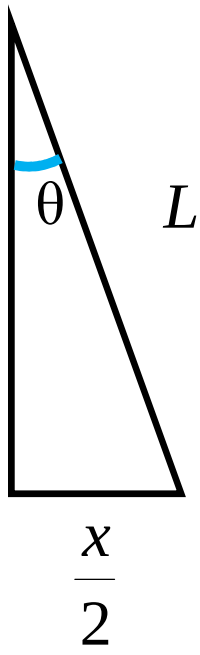
مثال۵) دو گوی مشابه کوچک به جرم m از دو رشته نخ ابریشمی به طول L آویزان شده اند. و هر یک حامل بار یکسان q می باشند. نشان دهید در حد زاویای کوچک و در تعادل رابطه زیر برقرار است





$$\begin{cases} T\sin\theta = F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{x^2} \\ T\cos\theta = mg \end{cases}$$

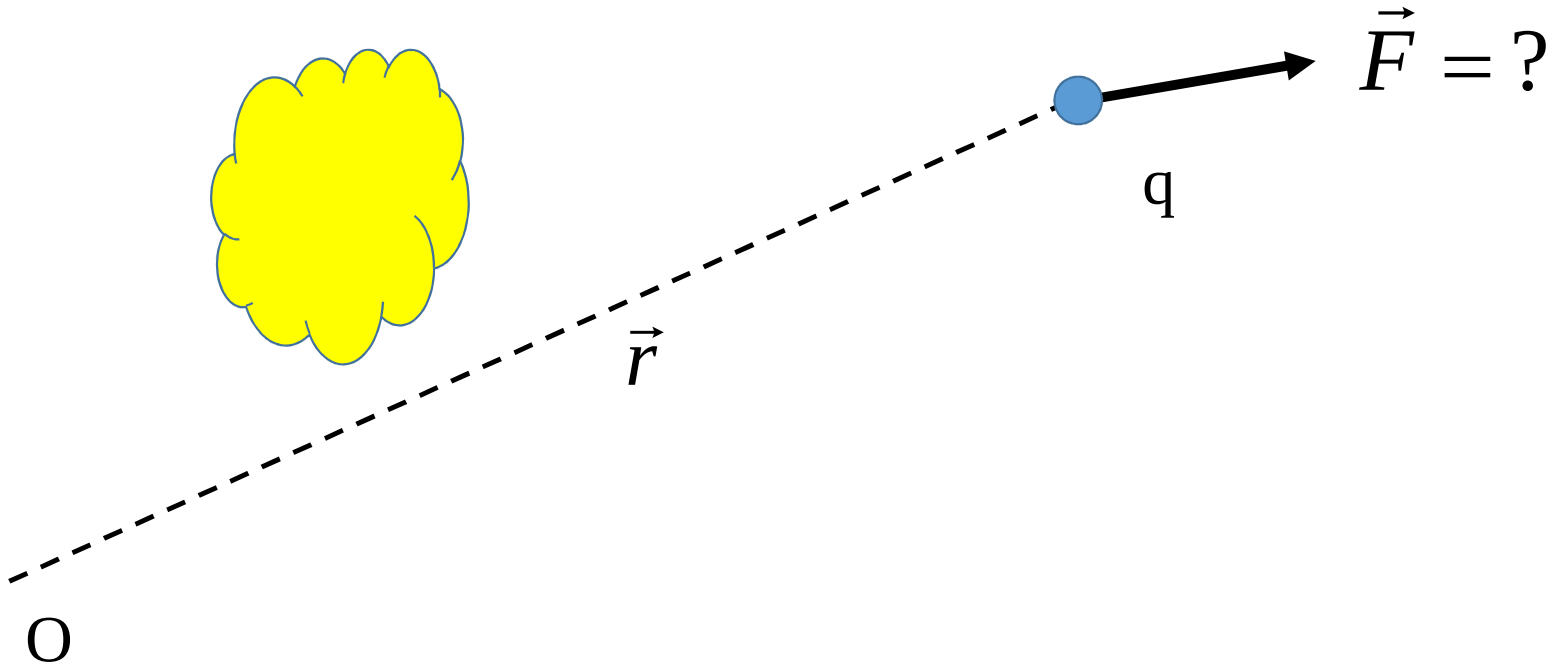
$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{x^2}}{mg} \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mgx^2}$$



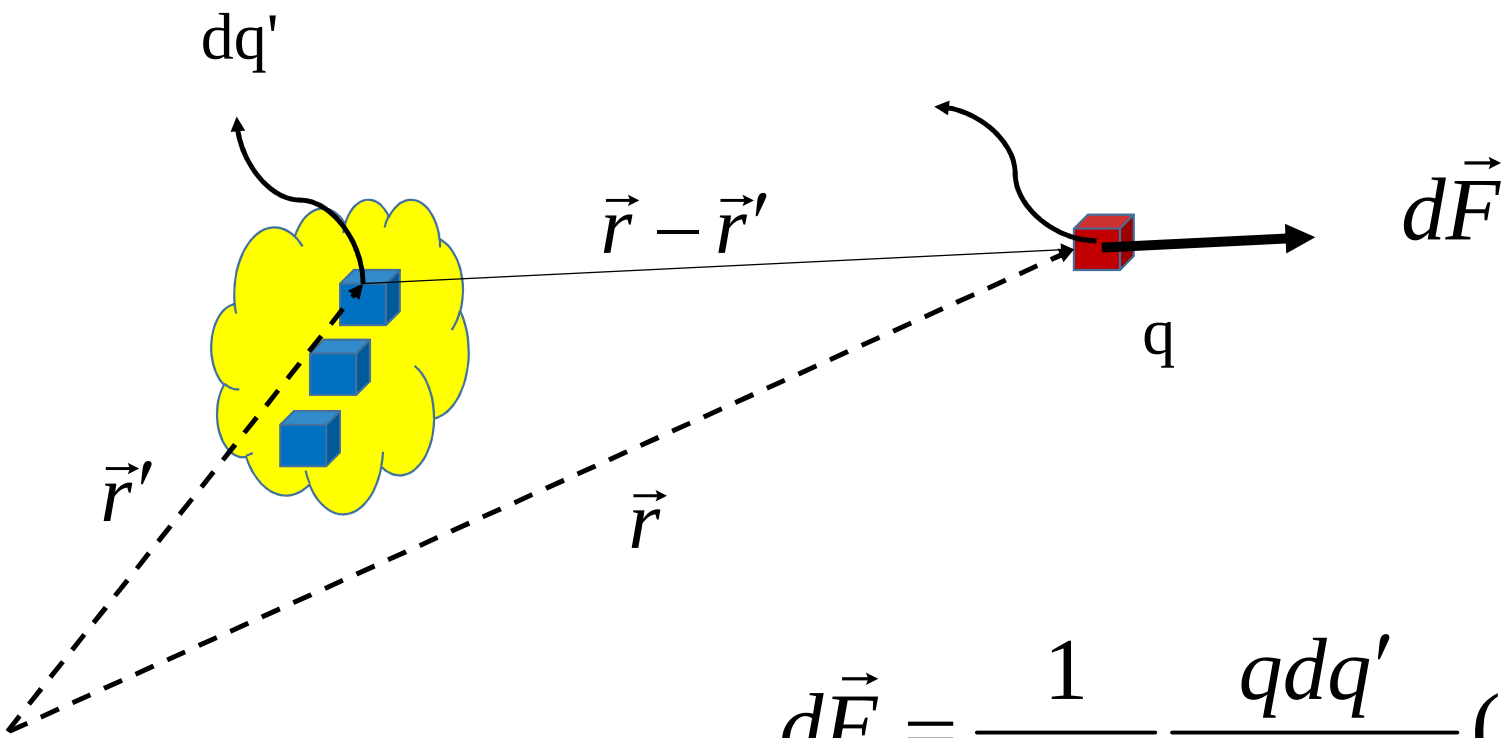
$$\theta < 6^\circ \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \sin\theta = \theta \quad , \quad \sin\theta = \frac{\dfrac{x}{2}}{L} = \frac{x}{2L}$$

$$\rightarrow \quad \tan\theta = \frac{x}{2L} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mgx^2} \quad \rightarrow \quad x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

محاسبه برهمکنش جسم باردار گسترده با یک بار نقطه ای

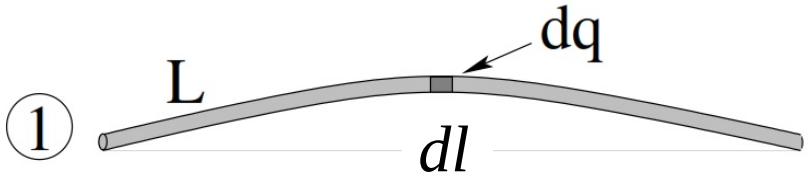


راهکار:



$$d\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qdq'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

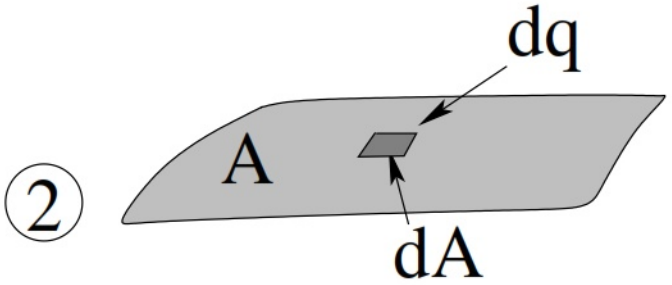
انواع توزیع بار پیوسته



توزیع بار خطی

$$dq = \lambda dl$$

چگالی بار خطی

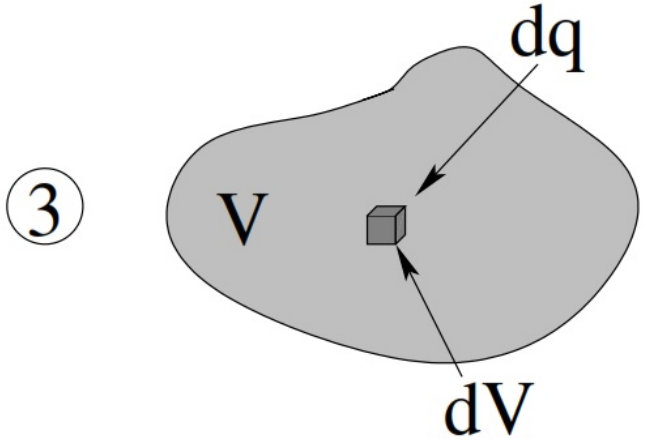


توزیع بار سطحی

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta A}$$

$$dq = \sigma dA$$

چگالی بار سطحی



توزیع بار حجمی

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

$$dq = \rho dV$$

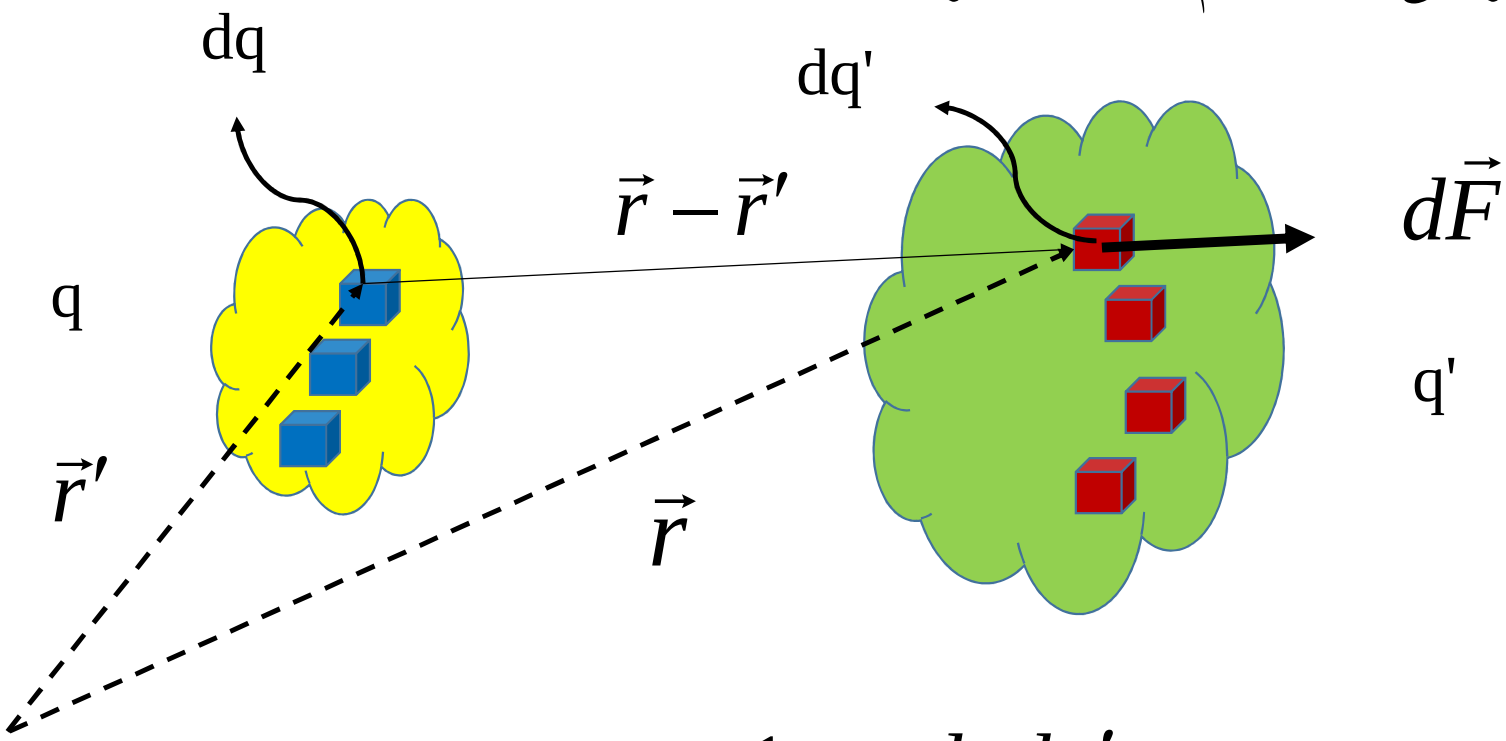
چگالی بار حجمی

اگر بار در حجم V با چگالی حجمی ρ، و در روی سطح S که حجم V را محصور می‌کند با چگالی سطحی σ توزیع شده باشد آنگاه نیروی وارد از طرف این توزیع باربر بارنقطه‌ای q واقع درنقطهٔ $\mathbf{r}$ بااستفاده از معادله (۲.۲)،و پس از قراردادن $\rho_j\,dv'_j$ (یا $\sigma_j\,da'_j$) به‌جای q_j ومحاسبهٔ حد به‌دست می‌آید

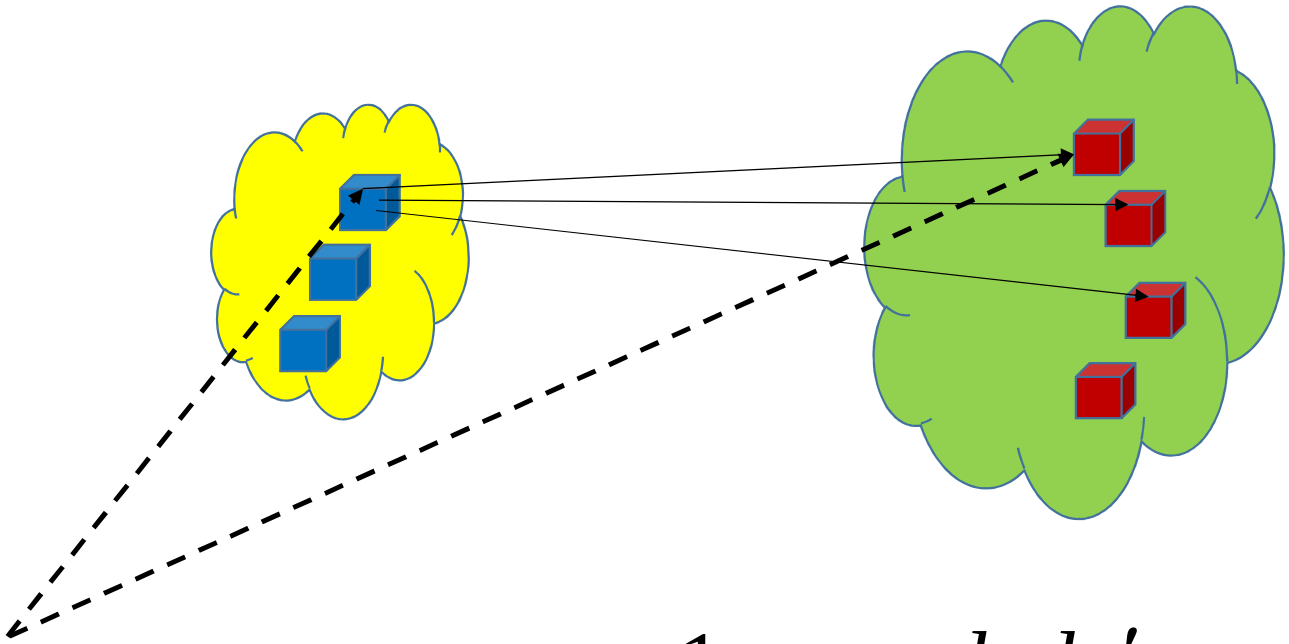
$$\mathbf{F}_q=\frac{q}{۴\pi\varepsilon_۰}\int_v\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^۳}\,\rho(\mathbf{r}')\,dv'+\frac{q}{۴\pi\varepsilon_۰}\int_s\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^۳}\,\sigma(\mathbf{r}')\,da'. \qquad (۵.۲)$$

در این معادله متغیر $\mathbf{r}'$ برای تعیین موضع نقطه‌ای در درون توزیع بار به‌کار رفته است.

محاسبه نیروی الکتریکی که اجسام باردار گسترده



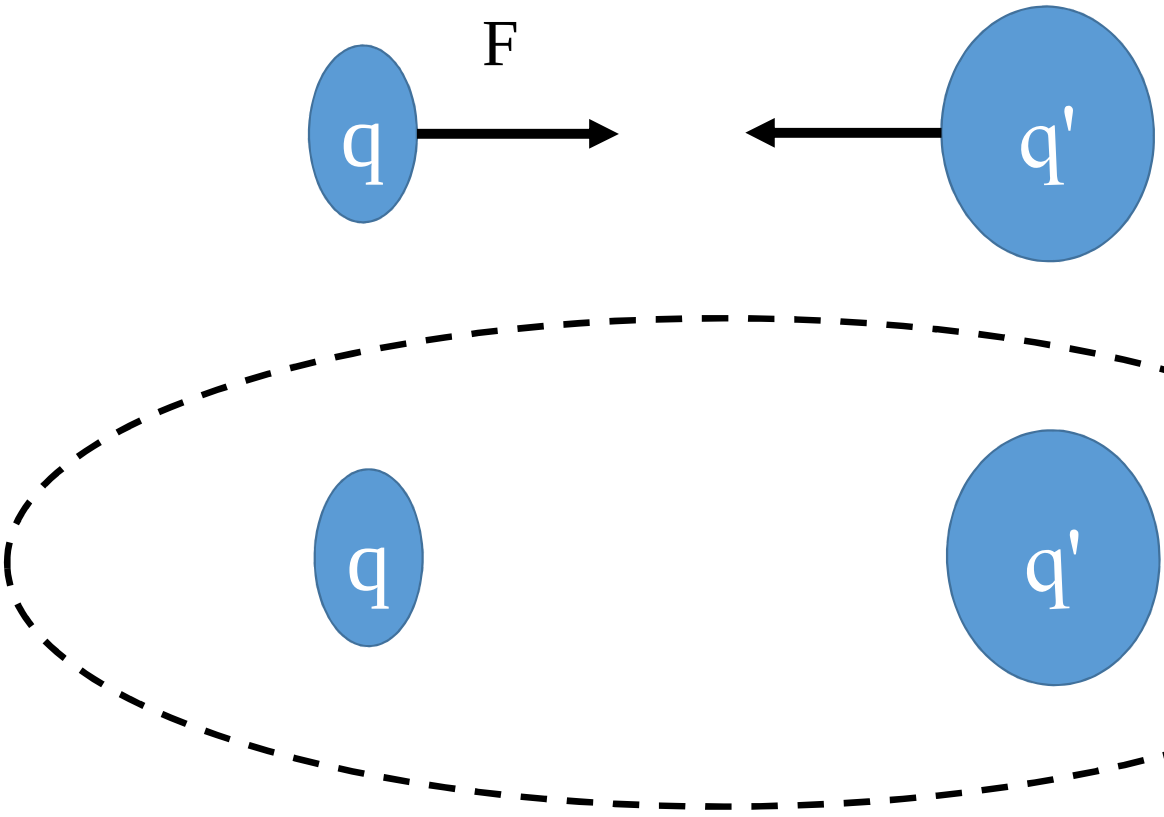
$$d\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dqdq'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{q,q'} \frac{dqdq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

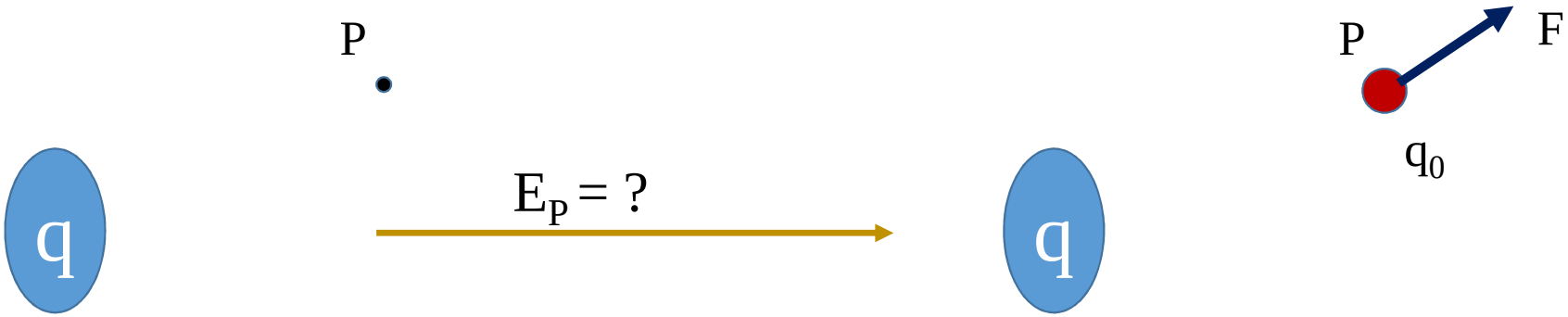
میدان الکتریکی

نحوه ارتباط دو ذره چگونه است؟



تعریف میدان الکتریکی

هر ذره باردار در اطر اف خود یک میدانی را ایجاد می نمایند که هر ذره بارداری وارد آن گردد به آن ذره نیرو وارد می شود



$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

N/C

نکاتی پیرامون میدان الکتریکی

۱- بار آزمون q_0 مثبت می باشد و بسیار کوچک است تا بر میدان بار اصلی تاثیری نگذارد

۲- میدان الکتریکی یک کمیت برداری است

اندازه: $E = \frac{F}{q_0}$

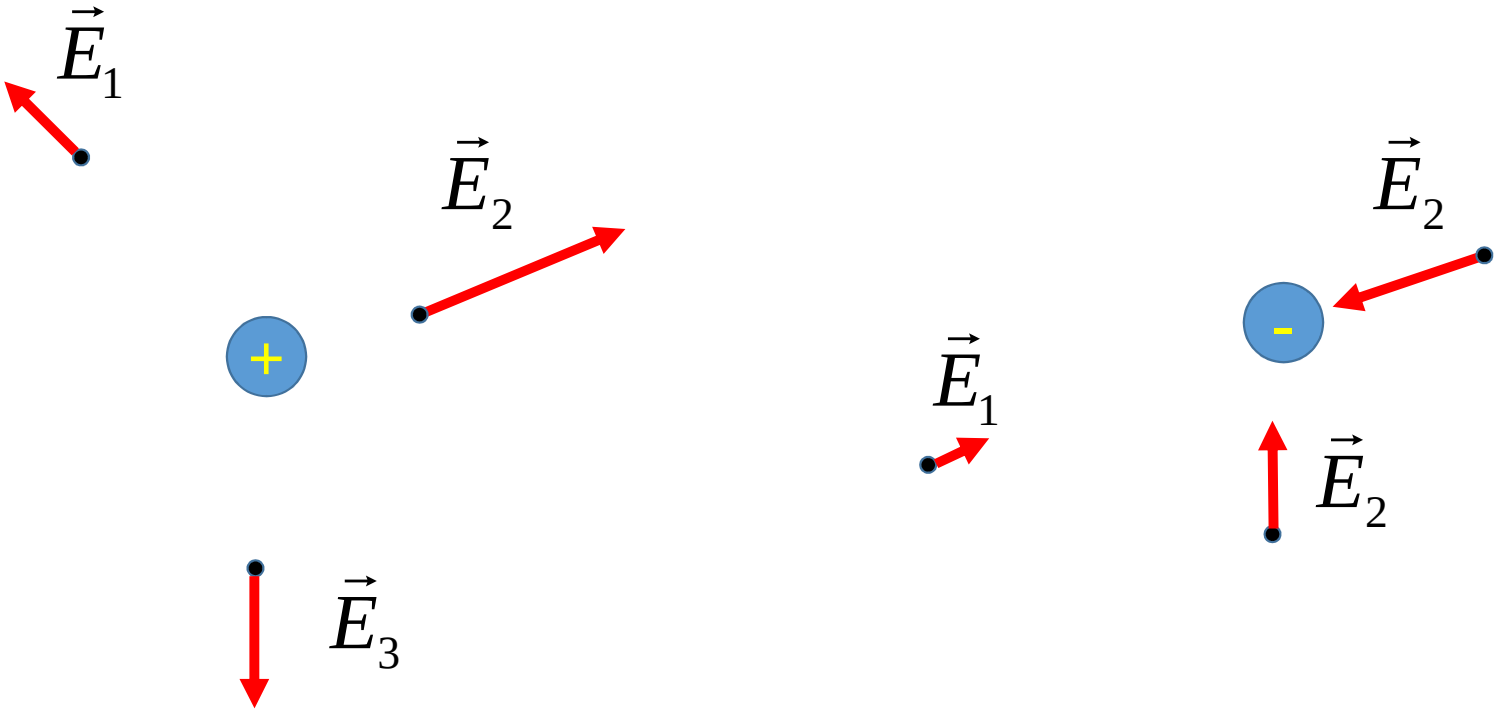
راستا: هم راستا با امتداد نیروی وارد بر بار آزمون

جهت: اگر بار مثبت باشد جهت میدان به سمت بیرون و اگر بار منفی باشد جهت میدان به سمت داخل

۳- میدان الکتریکی بار نقطه ای در امتداد شعاع آن قرار دارد.

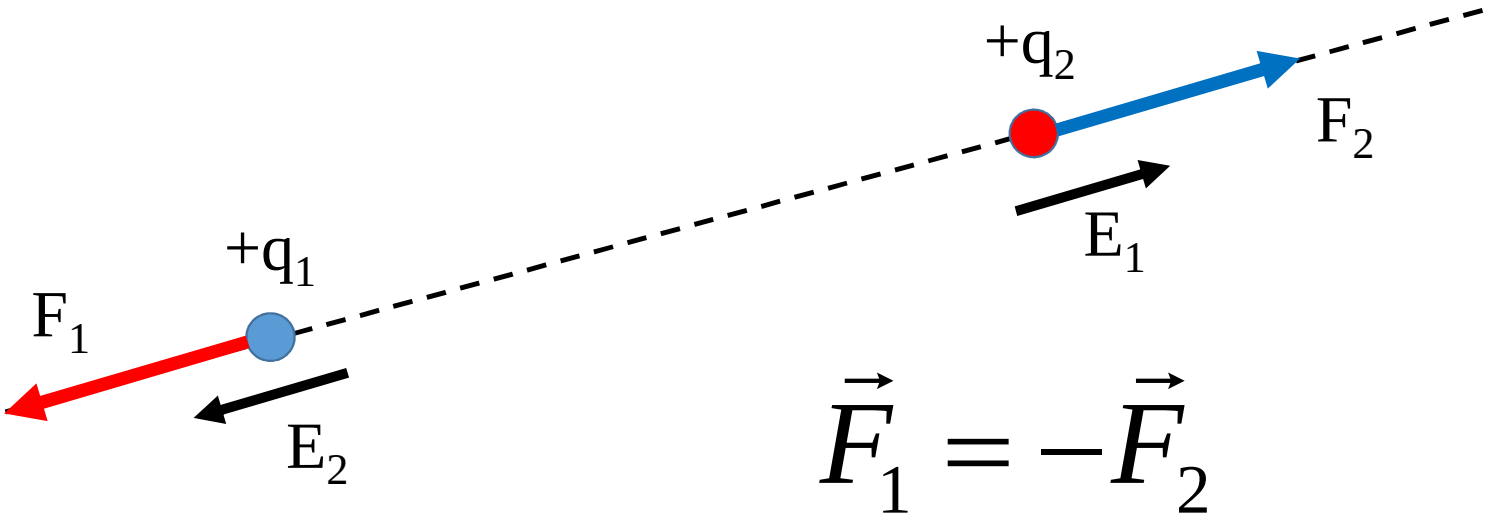
اگر بار مثبت باشد میدان به سمت خارج است

اگر بارمنفی باشد میدان به سمت داخل می باشد.



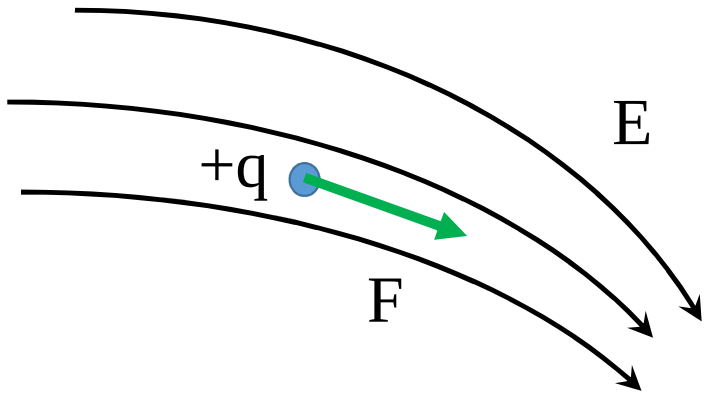
٤- اگر $q_1 > q_2$ باشد آنگاه میدان ناشی از q_1 در محل بار q_2 بزرگتر خواهد بود ($E_1 > E_2$) است.

اما نیروی وارد بر دو ذره از طرف ذره دیگر مساوی می باشد.



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

۵- به هر ذره باردر در میدان الکتریکی نیرو وارد می شود.



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

معادله‌های (۲.۲) و (۵.۲) روش ساده‌ای برای محاسبهٔ میدان الکتریکی ناشی‌از یك توزیع بار مفروض به‌دست می‌دهند. فرض کنید که توزیع بارعبارت باشد از N بار نقطه‌ای q_1، q_2، ...، q_N که به ترتیب در نقاط $\mathbf{r}_1$، $\mathbf{r}_2$، ...، $\mathbf{r}_N$ قرار دارند و یك توزیع حجمی بار باچگالی بار $\rho(\mathbf{r}')$ درحجم V، ویك توزیع سطحی بار که باچگالی سطحی $\sigma(\mathbf{r}')$ درروی سطح S مشخص شده‌است. اگر بارآزمون q درنقطهٔ $\mathbf{r}$ قرارداشته باشد، نیروی وارد برآن ازطرف این توزیع بارهای معلوم عبارت است از

$$\mathbf{F}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^3}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\rho(\mathbf{r}')\,dv'$$

$$+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\sigma(\mathbf{r}')\,da'$$

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

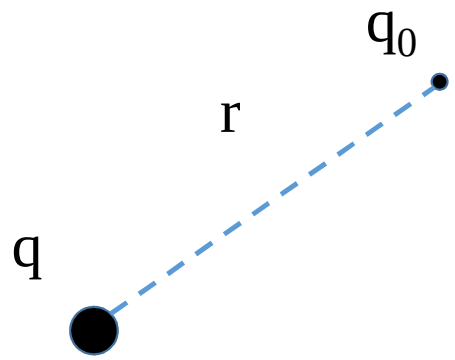
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}')\, dv'$$

$$+ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_s \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \sigma(\mathbf{r}')\, da'$$

محاسبه میدان الکتریکی بارها

- تک بار نقطه ای
- چند بار نقطه ای مجزا
- توزیع پیوسته بارها

الف) میدان الکتریکی ناشی از تک بار نقطه ای در فاصله r از آن



- قرار دادن بار آزمون q_0 در آن نقطه
- محاسبه نیروی وارد بر بار آزمون ناشی از بار q

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q.q_0}{r^2}$$

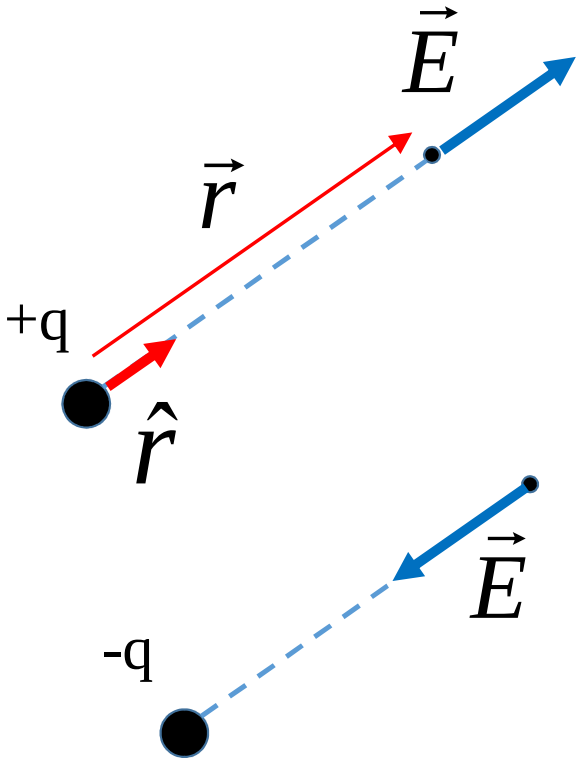
- محاسبه میدان الکتریکی

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

- راستای میدان: روی خط واصل بار q و نقطه مورد نظر

- جهت اگر $q > 0$ میدان به سمت بیرون و اگر $q < 0$ میدان به سمت داخل خواهد بود.

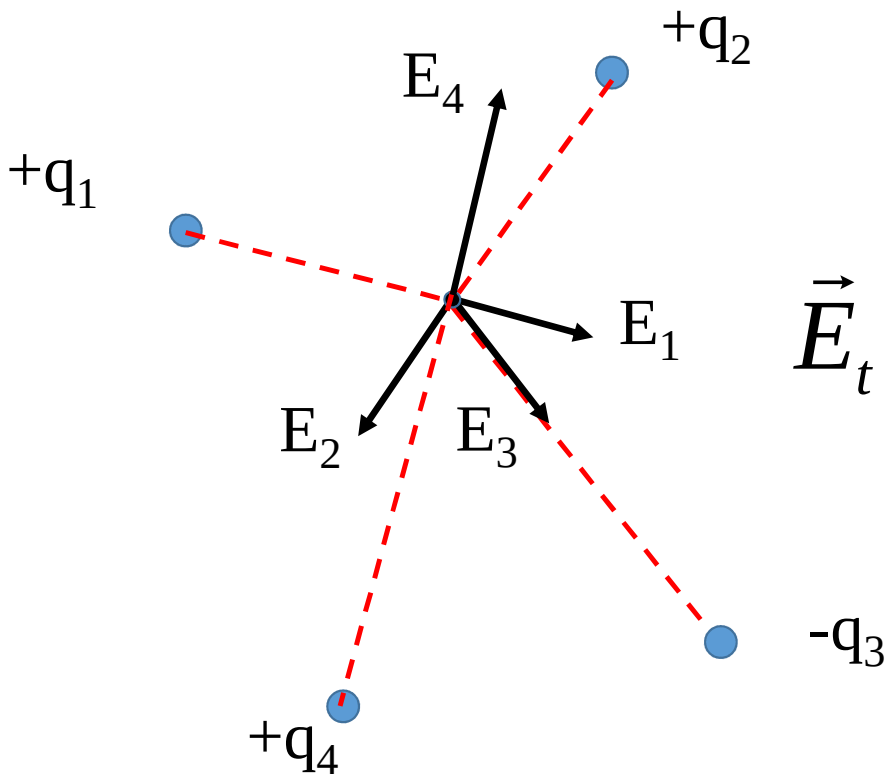
- شکل برداری میدان الکتریکی بار نقطه ای



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

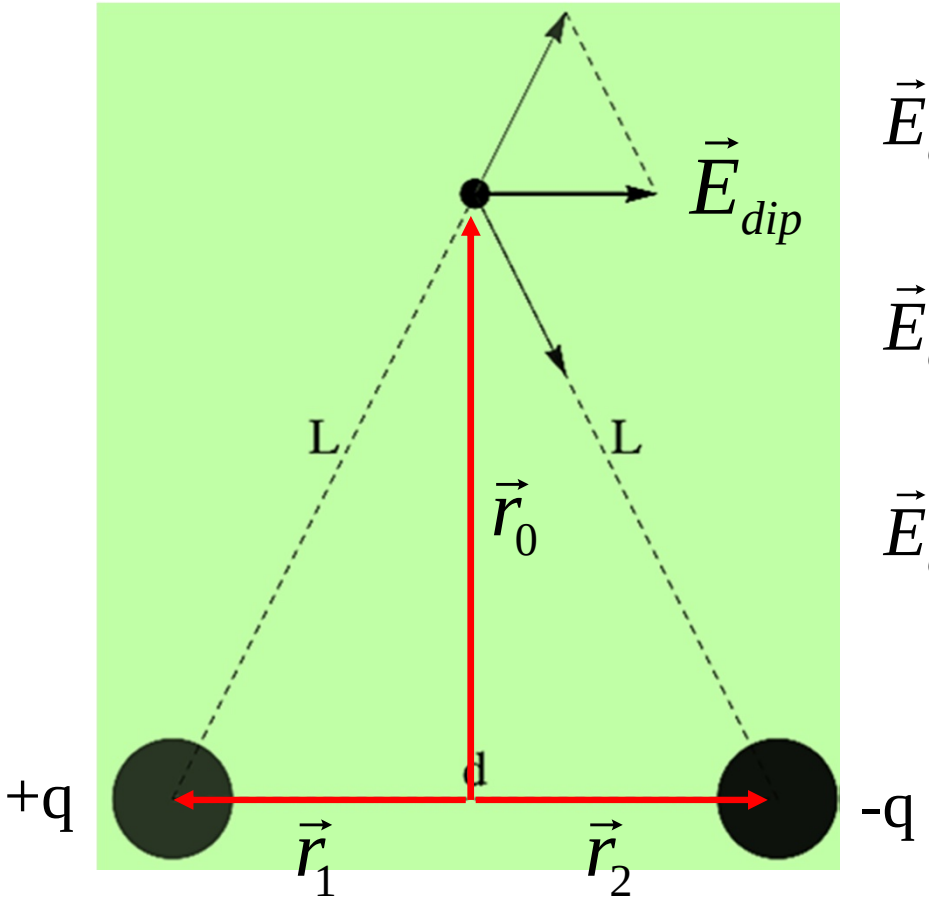
- هرچه از بار دور شویم میدان به صورت $\frac{1}{r^2}$ کاهش می یابد

ب) میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه ای



$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \cdots$$

مثال) میدان الکتریکی ناشی از دو بار نقطه ای با اندازه بار یکسان و نوع مخالف (+q و -q)

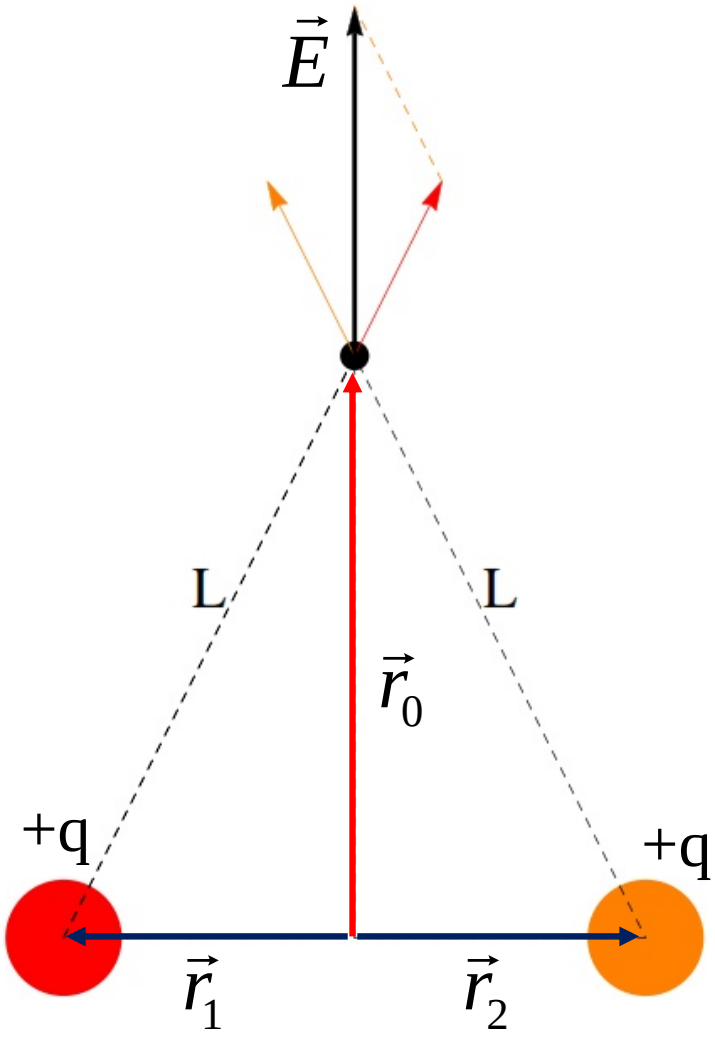


$$\vec{E}_{dip} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_1}{L^3} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_2}{L^3}$$

$$\vec{E}_{dip} = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 L^3}\left\{\vec{r}_0 - \vec{r}_1 - (\vec{r}_0 - \vec{r}_2)\right\}$$

$$\vec{E}_{dip} = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 L^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

مثال) میدان الکتریکی ناشی از دو بار نقطه ای با اندازه بار و نوع یکسان (+q و +q)



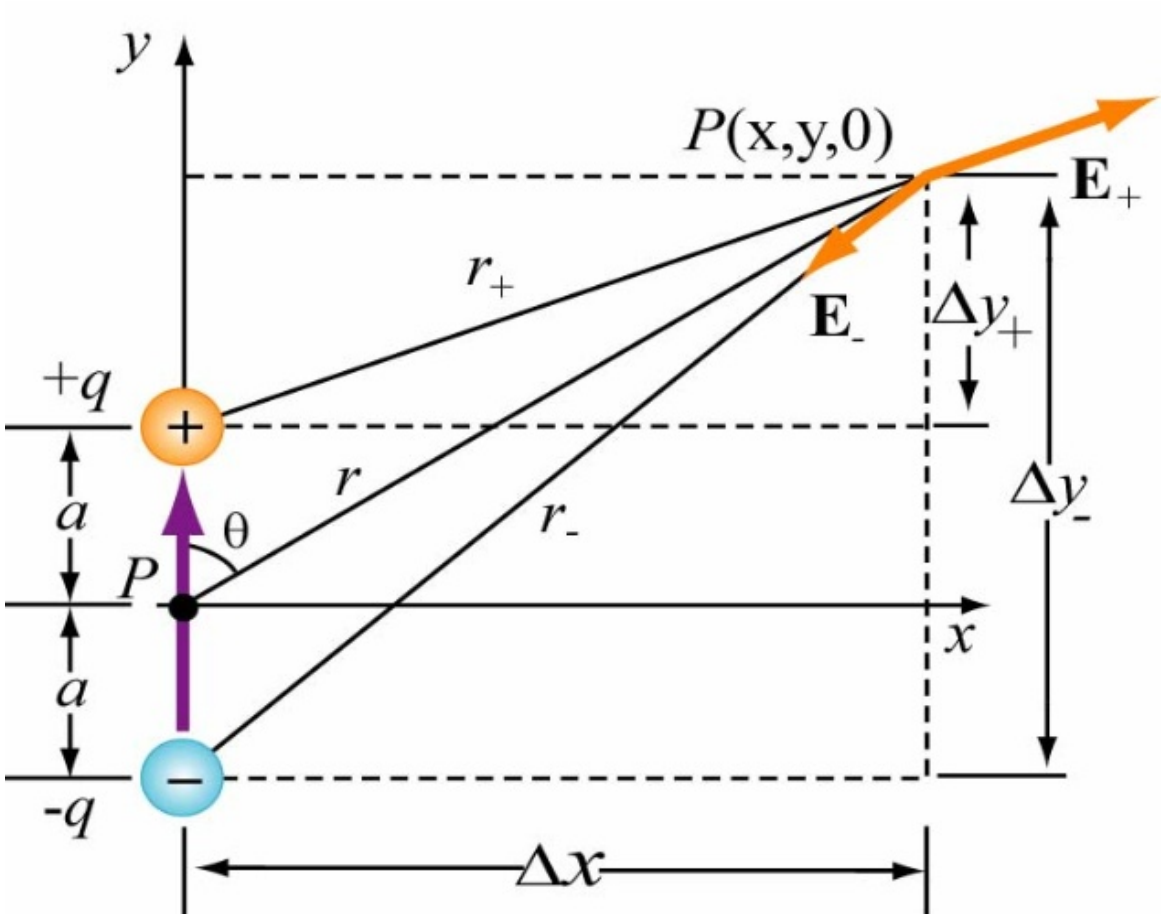
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_1}{L^3} + \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_2}{L^3}$$

$$\vec{E} = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 L^3}\{\vec{r}_0 - \vec{r}_1 + \vec{r}_0 - \vec{r}_2\}$$

$$\vec{E} = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 L^3}(2\vec{r}_0 - \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{E} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 L^3}\vec{r}_0$$

مثال) میدان الکتریکی ناشی از یک دو قطبی الکتریکی (q+ و q– در فاصله 2a)



$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

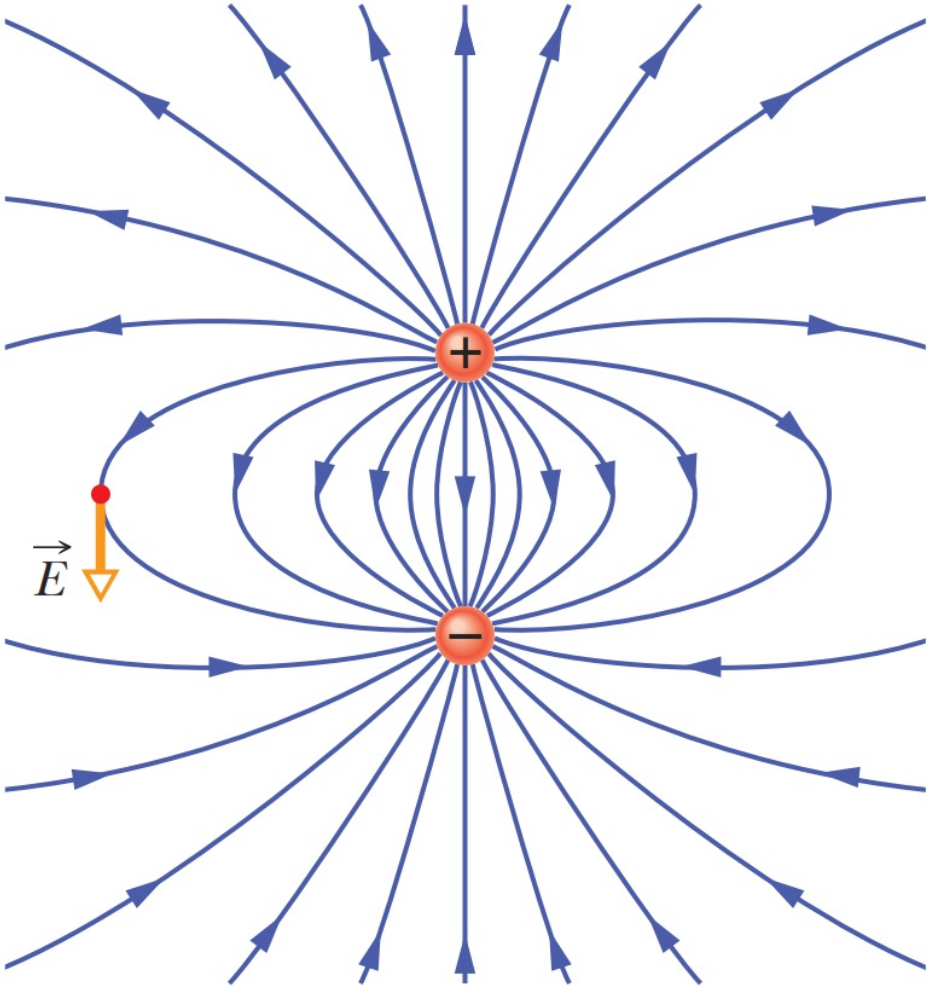
$$\vec{E} = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_+}{r_+^3} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_-}{r_-^3}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{\vec{r}_+}{r_+^3} - \frac{\vec{r}_-}{r_-^3}\right\}$$

$$\vec{r}_+ = x\hat{i} + (\Delta y_+)\,\hat{j} = x\hat{i} + (y-a)\,\hat{j} \qquad , \quad r_+ = [x^2 + (y-a)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{r}_- = x\hat{i} + (\Delta y_-)\,\hat{j} = x\hat{i} + (y+a)\,\hat{j} \qquad , \quad r_- = [x^2 + (y+a)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{x\hat{i} + (y-a)\,\hat{j}}{[x^2 + (y-a)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{x\hat{i} + (y+a)\,\hat{j}}{[x^2 + (y+a)^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$


+
−
$\vec{E}$