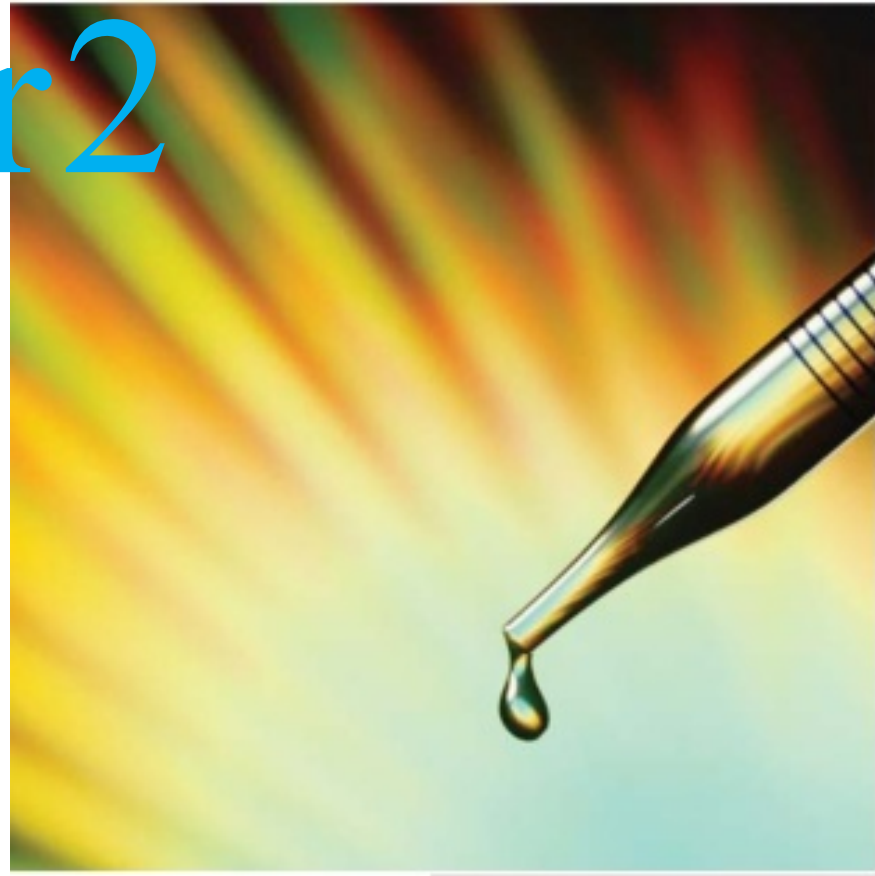


بسم الله الرحمن الرحيم

Chapter 2



خواص سیال

چگالی (density)

فشار بخار

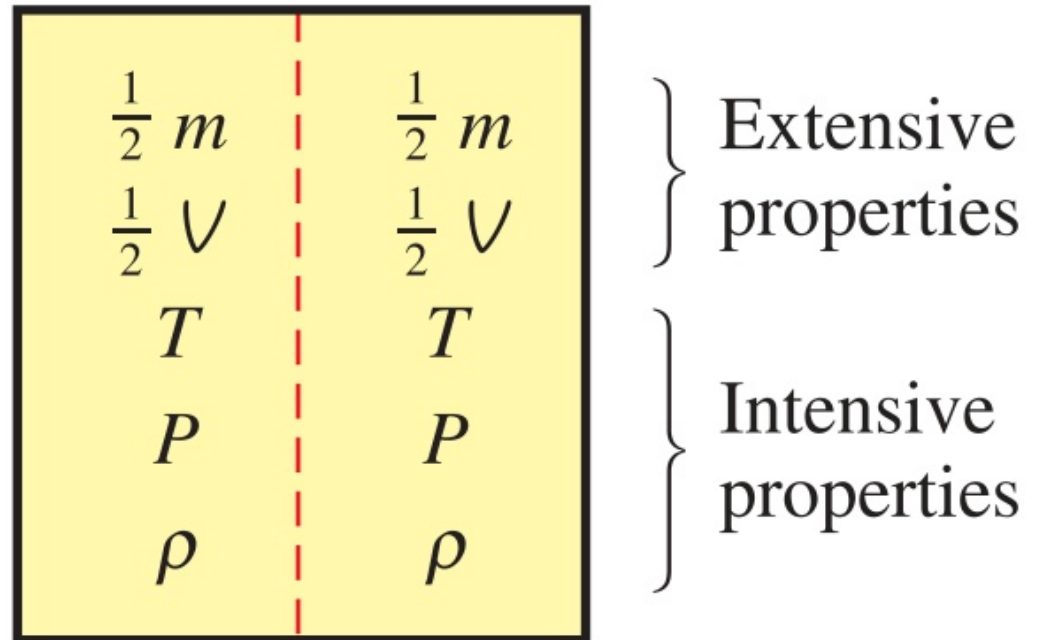
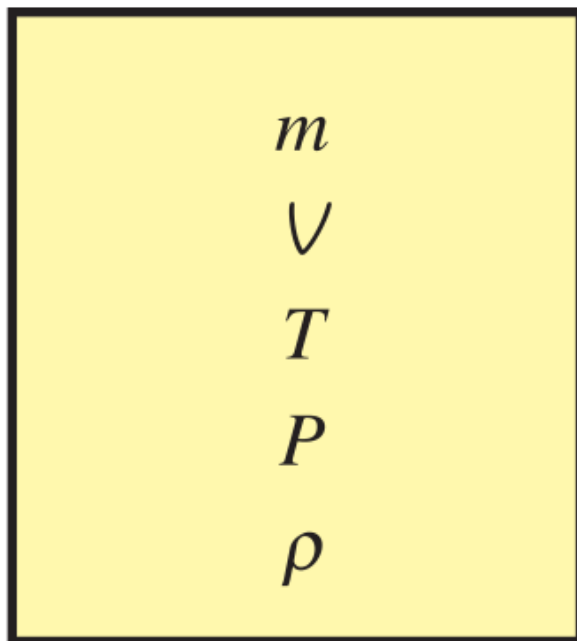
لزجت (Viscosity)

کشش سطحی

خواص گسترده و متمرکز

Intensive Properties

Extensive properties



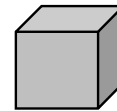
چگالی (Density)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم در واحد حجم ماده

چگالی یک سیال می تواند از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر نماید. بنابراین برای بیان چگالی نقطه ای پیمانه اندازه گیری را بسیار کوچکتر نظر می گیریم

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$



Density: $\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{kg/m}^3)$

Specific gravity: $\text{SG} = \frac{\rho}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}$

Specific weight: $\gamma_s = \rho g \quad (\text{N/m}^3)$

Specific volume: $v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$

TABLE 2–1

The specific gravity of some substances at 20°C and 1 atm unless stated otherwise

Substance	SG
Water	1.0
Blood (at 37°C)	1.06
Seawater	1.025
Gasoline	0.68
Ethyl alcohol	0.790
Mercury	13.6
Balsa wood	0.17
Dense oak wood	0.93
Gold	19.3
Bones	1.7–2.0
Ice (at 0°C)	0.916
Air	0.001204

معادله گاز ایده آل

$$PV = nR_u T = \frac{m}{M} R_u T = m \frac{R_u}{M} T$$

$$PV = mRT \rightarrow P \frac{V}{m} = RT \rightarrow Pv = RT$$

$$PV = mRT \rightarrow P = \frac{m}{V} RT \rightarrow P = \rho RT$$

$$R_u = 8.314 \text{ J/mol.K}$$

universal gas constant

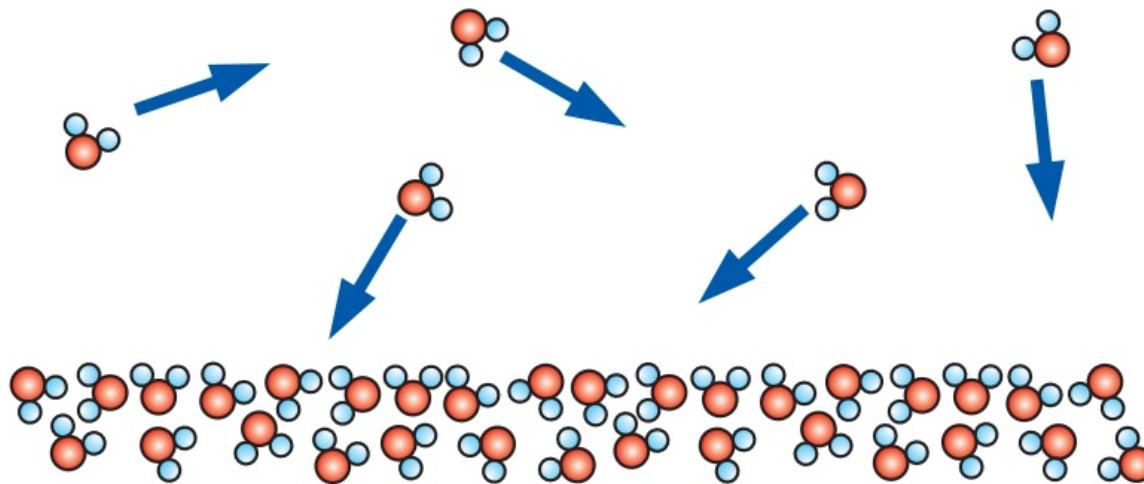
$$\text{For } m = \text{constant} \rightarrow P_1 V_1 / T_1 = P_2 V_2 / T_2.$$

Vapor Pressure

فشار بخار

مایعات در همه دماها بخار می شوند.
بخار شدن به این معنی است که مولکولهای مایع از داخل آن جدا شده و به فاز گاز می روند
اگر مایع بخار نمی شد در پایین یک ظرف محتوی مایع، فقط مولکول مایع وجود داشت و در بالا فقط مولکول های هوا

Water molecules — vapor phase

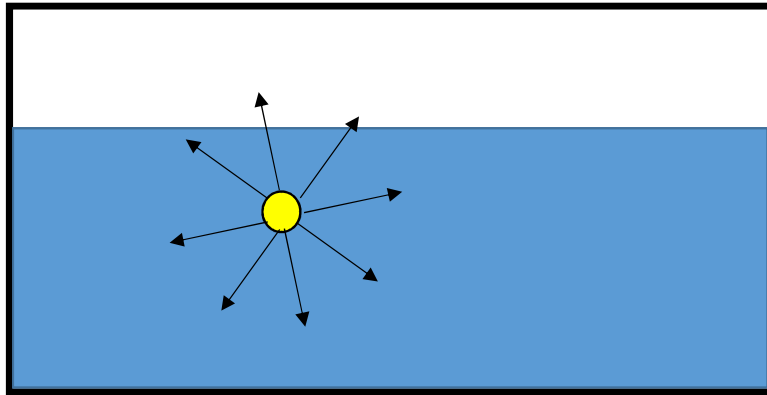


Water molecules — liquid phase

سازوکار فرآیند تبخیر:

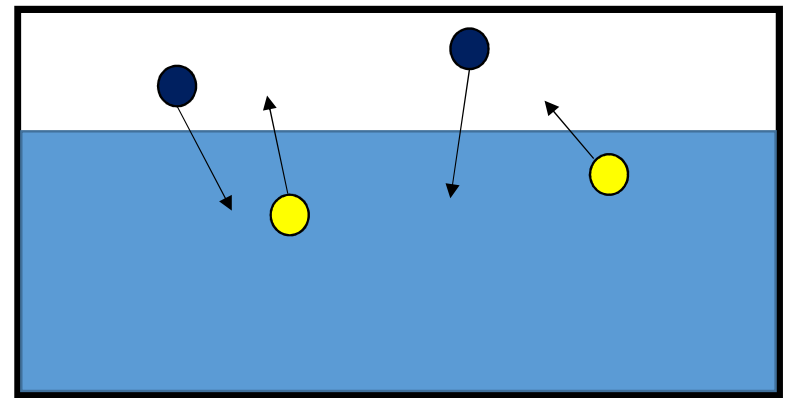
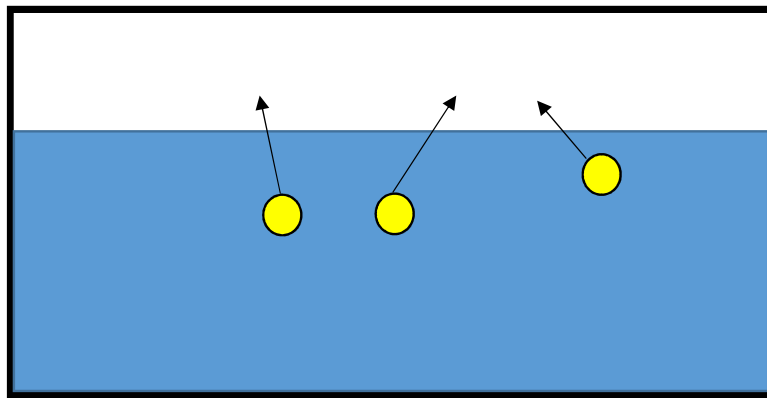
مولکولهای درون مایع بدلیل داشتن انرژی جنبشی دارای حرکت کاتوره ای هستند. لذا تعدادی از مولکولهای مایع از سطح مشترک بین مایع و هوا فرار می نمایند. (فرآیند تبخیر)

از طرفی مولکولها تمایل دارند تا از جایی با غلظت بیشتر به جایی با غلظت کمتر بروند (قانون فیک).



به مرور با تجمع ذرات بخار شده در بالای ظرف، سیستم به تعادل می‌رسد.
در تعادل: تعداد ملکولهای خارج شده از مایع = تعداد مولکولهای وارد شده به مایع

در هر دمای معین، فشار بخار یک ماده خالص به صورت فشار ناشی از فاز بخار آن ماده که با فاز مایع در تعادل است تعریف می‌شود.



فشار اشباع

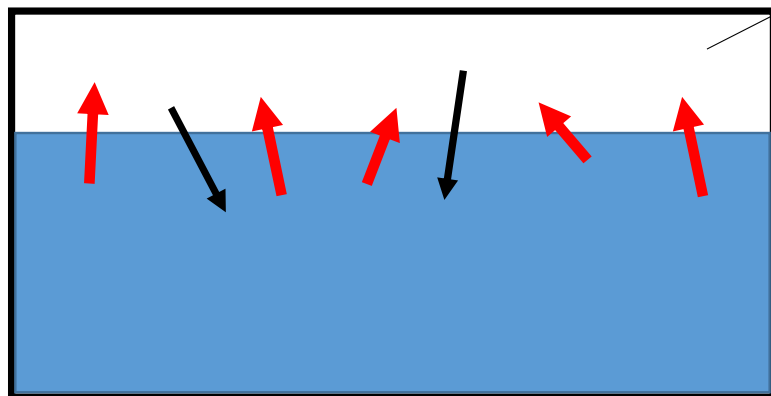
TABLE 2–2

Saturation (or vapor) pressure of water at various temperatures

Temperature $T, ^\circ\text{C}$	Saturation Pressure $P_{\text{sat}}, \text{kPa}$
–10	0.260
–5	0.403
0	0.611
5	0.872
10	1.23
15	1.71
20	2.34
25	3.17
30	4.25
40	7.38
50	12.35
100	101.3 (1 atm)
150	475.8
200	1554
250	3973
300	8581

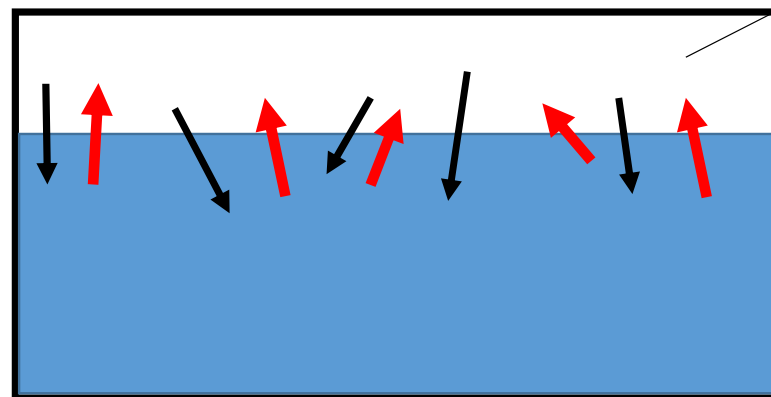
در هر فشار معین، دمایی را که در آن ماده خالص تغییر فاز (تبخیر) می دهد را دمای اشباع T_{sat} می گویند.
در هر دمای معین، فشاری را که در آن ماده خالص تغییر فاز (تبخیر) می دهد را فشار اشباع P_{sat} می گویند.

فشار جزیی از سیال



در عدم تعادل ← تبخیر داریم

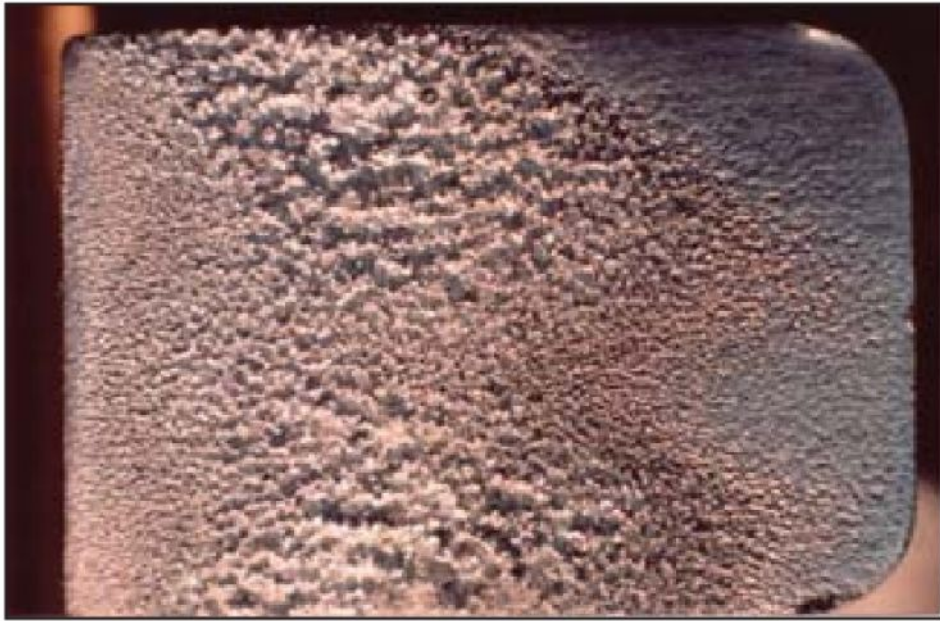
فشار اشباع



در تعادل ← تبخیر نداریم

حد نهایی فشار جزیی فشار اشباع است

کاویتاسیون Cavitation



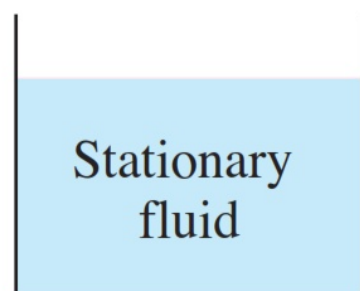
فشار مایع > فشار بخار



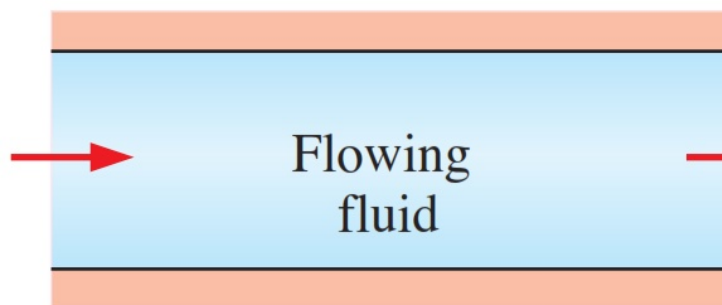
تشکیل حباب در مایع

Cavitation damage on a 16-mm by 23-mm aluminum sample tested at 60 m/s for 2.5 hours.

انرژی سیال



Energy = u



Energy = h

آنتالپی (انرژی میکروسکوپی)

$$h = u + Pv = u + \frac{P}{\rho}$$

انرژی داخلی در واحد جرم
(انرژی میکروسکوپی)

انرژی جریان

انرژی جریان یا کار جریان: انرژی لازم برای به حرکت در آوردن و تداوم حرکت واحد جرم

در غیاب اثرات الکتریکی، مغناطیسی و کشش سطحی :

انرژی کل در واحد جرم
برای سیال در حال جریان

$$e_{\text{flowing}} = h + ke + pe = h + \frac{V^2}{2} + gz$$

h : آنتالپی

V : سرعت سیال

z : ارتفاع سیال نسبت به یک مرجع

انرژی کل در واحد جرم
برای سیال در حال جریان

انرژی جنبشی در واحد جرم

انرژی پتانسیل در واحد جرم

تغییرات بسیار کوچک انرژی درونی و آنتالپی به ازاء تغییر بسیار کوچک دما

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

c_v : ظرفیت گرمایی ویژه حجم ثابت

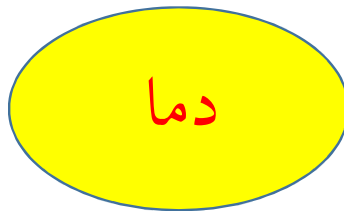
c_p : ظرفیت گرمایی ویژه فشار ثابت

$$\text{مایعات} \rightarrow C_p = C_v$$

$$\text{گازها} \rightarrow C_p \neq C_v$$

تراکم پذیری سیالات Compressibility

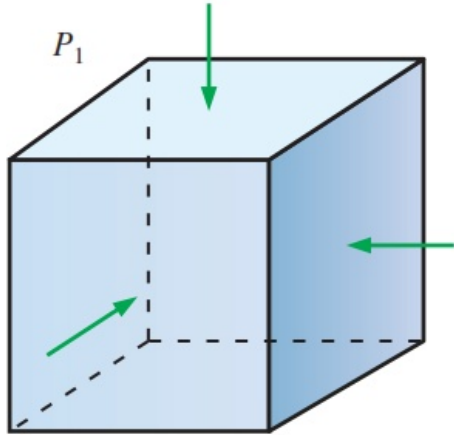
تغییر حجم سیال وابسته به دو پارامتر می باشد:



ضریب انبساط حجمی

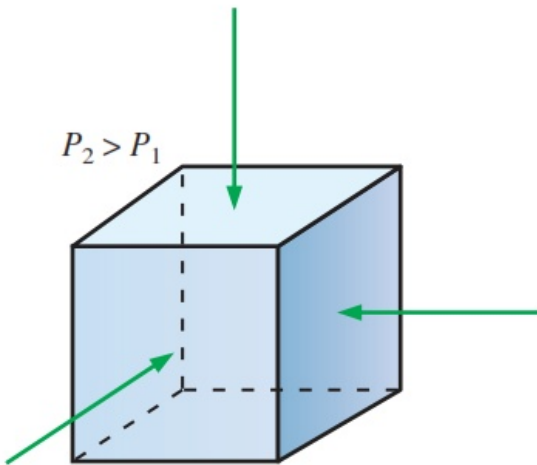
دو خاصیت مرتبط ← مدول الاستیسیته توده ای

مدول الاستیسیته توده ای (bulk modulus of compressibility)



$$\kappa = -v \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T = \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \quad (\text{Pa})$$

$$\kappa \cong -\frac{\Delta P}{\Delta v/v} \cong \frac{\Delta P}{\Delta \rho/\rho} \quad (T = \text{constant})$$



$$P \uparrow \Rightarrow V \downarrow \Rightarrow \Delta V < 0$$

κ unit: Pa

هرچه جسم تراکم پذیرتر تغییرات حجم به ازاء یک تغییر فشار مشخص در آن بیشتر است. لذا مدول الاستیسته در آن کوچکتر می باشد. **مثل گازها**

هرچه جسم تراکم ناپذیرتر تغییرات حجم به ازاء یک تغییر فشار مشخص در آن کمتر است. لذا مدول الاستیسته در آن بزرگتر می باشد. **مثل مایعات**

$$air\ 20^{\circ}C \quad \kappa = 100\ kPa$$

$$water\ 20^{\circ}C \quad \kappa = 2.068\ GPa$$

تراکم پذیری همدمما (Isothermal compressibility):

The inverse of the coefficient of compressibility is called the **isothermal compressibility** α and is expressed as

$$\alpha = \frac{1}{\kappa} = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \quad (1/\text{Pa}) \quad (2-17)$$

The isothermal compressibility of a fluid represents the fractional change in volume or density corresponding to a unit change in pressure.

مثال) فشار لازم برای فشرده کردن حجم آب به اندازه 0.5 درصد را بدست آورید

$$\kappa = \left| \frac{\frac{\Delta P}{\Delta V}}{\frac{1}{V}} \right| \rightarrow \Delta P = \kappa \left| \frac{\Delta V}{V} \right|$$

$$\Delta P = 2.068 \times 10^9 \times \frac{0.5}{100} \rightarrow \Delta P = 1.034 \times 10^7 \text{ Pa} \approx 100 \text{ bar}$$

برای گاز ایده آل و دمای ثابت:

$$P = \rho RT \rightarrow \Delta P = \Delta \rho RT$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta \rho RT}{\rho RT} \rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

تغییر فشار منجر به تغییر حجم و لذا تغییر چگالی سیال می شود

✓ چگالی مایعات تا حدود کمی تابع دما است ولی در حد فشارهای معمولی به فشار بستگی ندارد (سیال تراکم ناپذیر)

✓ در گازها بدلیل بسیار ضعیف بودن نیروهای بین اتمی و زیاد بودن فاصله بین اتمی، تغییرات چگالی با دما و فشار قابل ملاحظه است (سیال تراکم پذیر)

water hammer

Small density changes in liquids can still cause interesting phenomena in piping systems such as the *water hammer*—characterized by a sound that resembles the sound produced when a pipe is “hammered.” This occurs when a liquid in a piping network encounters an abrupt flow restriction (such as a closing valve) and is locally compressed. The acoustic waves that are produced strike the pipe surfaces, bends, and valves as they propagate and reflect along the pipe, causing the pipe to vibrate and produce the familiar sound. In addition to the irritating sound, water hammering can be quite destructive, leading to leaks or even structural damage. The effect can be suppressed with a *water hammer arrestor* (Fig. 2–12), which is a volumetric chamber containing either a bellows or piston to absorb the shock. For large pipes, a vertical tube called a *surge tower* often is used. A surge tower has a free air surface at the top and is virtually maintenance free.



Coefficient of Volume Expansion

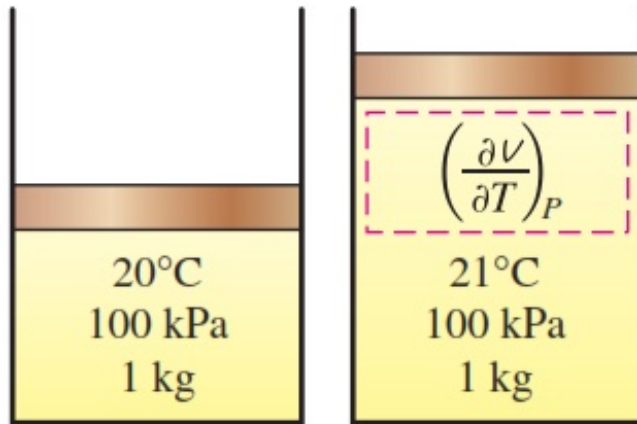
ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (1/K)$$

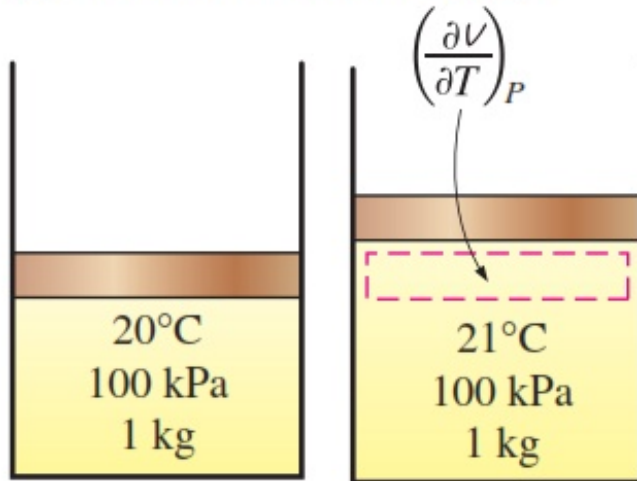
$$\beta \approx \frac{\Delta \nu / \nu}{\Delta T} = -\frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta T} \quad (\text{at constant } P)$$



Natural convection over a woman's hand.



(a) A substance with a large β



(b) A substance with a small β

$$\Delta V \propto \beta \Delta T \quad (P = \text{constant})$$

β ی بزرگتر تغییر حجم بیشتر

ΔT بزرگتر تغییر حجم بیشتر

تأثیر اختلاف دما بر جریان های طبیعی

منشاء جریان های طبیعی نیروی ارشمیدوسی است که خود ناشی از اختلاف چگالی می باشد

$$T_1 > T_2 \rightarrow \rho_1 < \rho_2 \rightarrow F_b \propto (\rho_2 - \rho_1)$$

$$\Delta T \uparrow \rightarrow F_b \uparrow$$

لذا جریان های طبیعی قویتر خواهد بود

حالت کلی:

$$v = v(T, P)$$

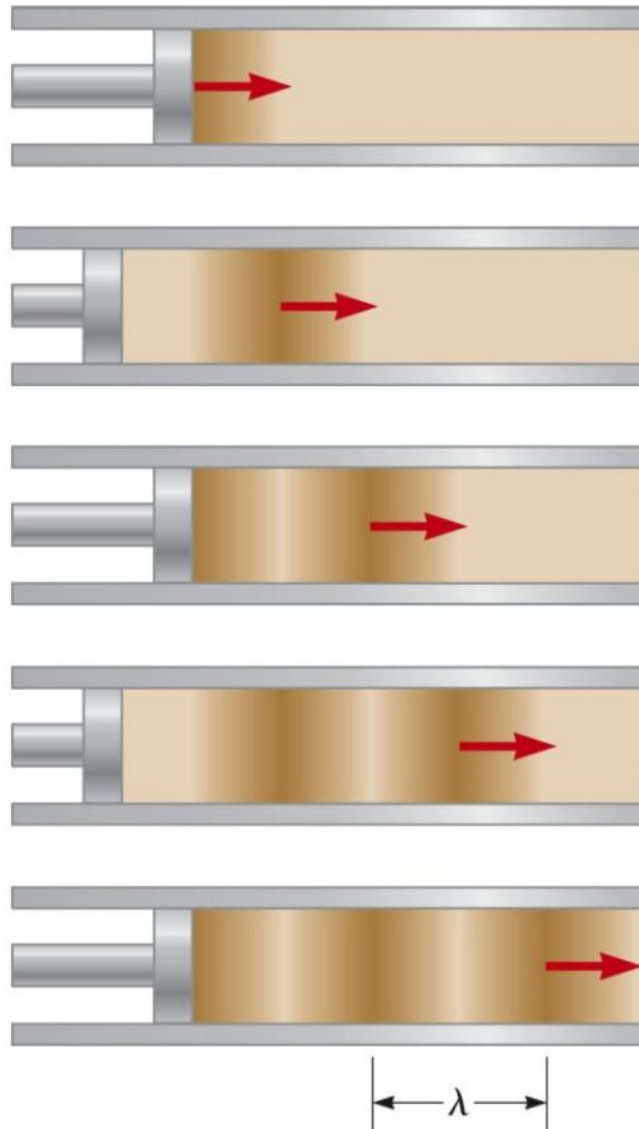

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T dP = (\beta dT - \alpha dP)v$$


$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \cong \beta \Delta T - \alpha \Delta P$$

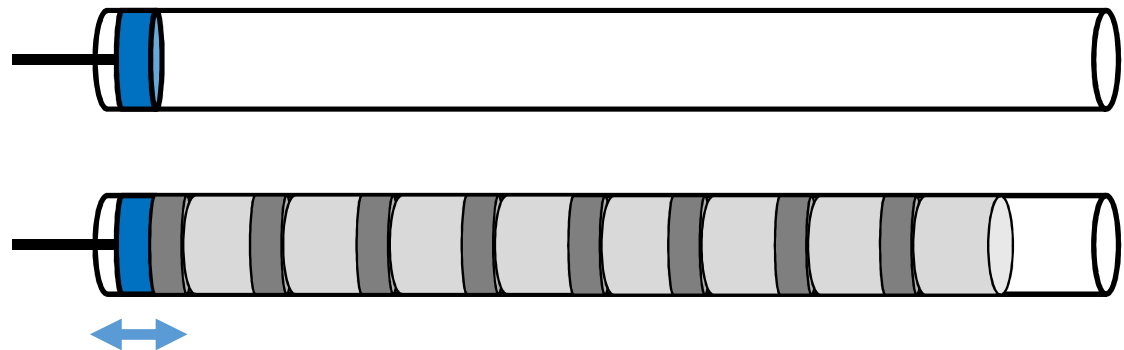
سرعت صوت در سیال و عدد ماخ

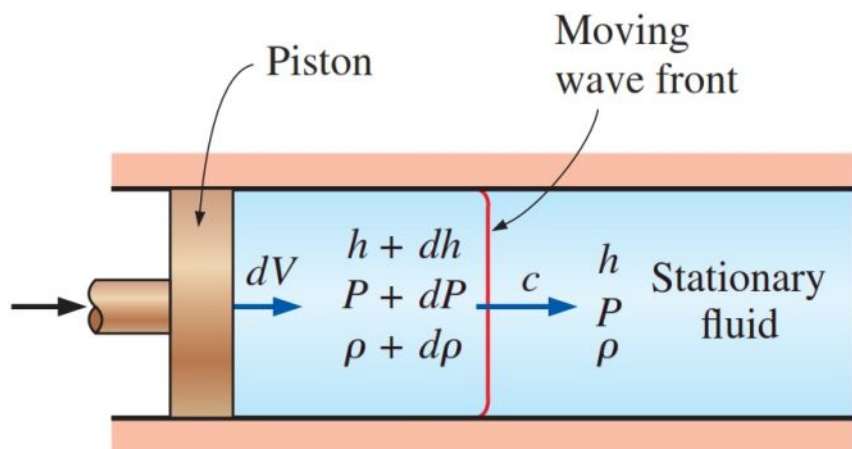
تعریف سرعت موج: سرعت انتقال آشفتگی

کوچک از طریق سیال



پیستون ساکن



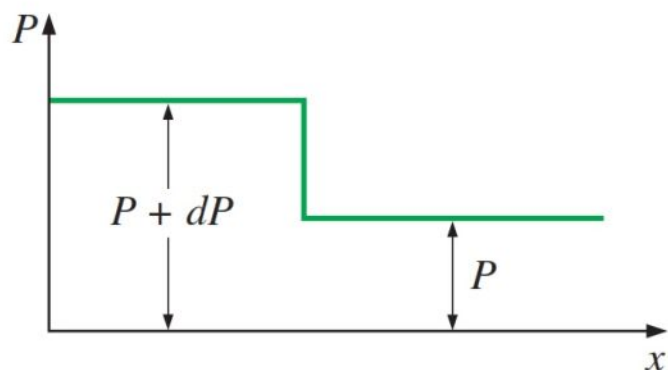
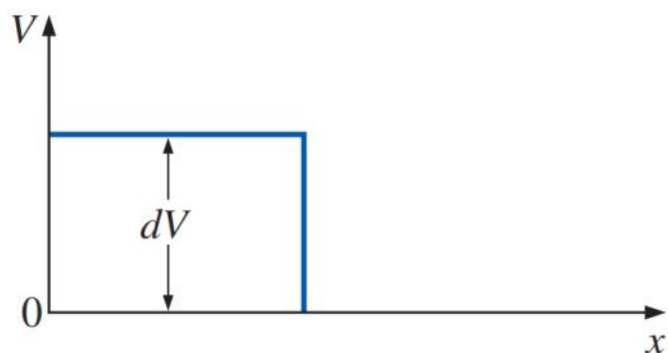


با حرکت پیستون به سمت راست با سرعت dV :

- تولید موج صوتی در لوله هوا دارای سرعت C

- تغییر خواص ترمودینامیکی سیال آشفته شده توسط موج

- لایه های سیال آشفته نشده دارای خواص ترمودینامیکی اولیه



$$c^2 = k \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = k \left[\frac{\partial(\rho RT)}{\partial \rho} \right]_T = kRT$$

$$c = \sqrt{kRT}$$

$$k = c_p / c_v$$

A second important parameter in the analysis of compressible fluid flow is the **Mach number Ma**, named after the Austrian physicist Ernst Mach (1838–1916). It is the ratio of the actual speed of the fluid (or an object in still fluid) to the speed of sound in the same fluid at the same state:

$$\text{Ma} = \frac{V}{c} \quad (2-27)$$

Note that the Mach number depends on the speed of sound, which depends on the state of the fluid. Therefore, the Mach number of an aircraft cruising at constant velocity in still air may be different at different locations (Fig. 2–21).

Fluid flow regimes are often described in terms of the flow Mach number. The flow is called **sonic** when $\text{Ma} = 1$, **subsonic** when $\text{Ma} < 1$, **supersonic** when $\text{Ma} > 1$, **hypersonic** when $\text{Ma} \gg 1$, and **transonic** when $\text{Ma} \cong 1$.

ارتباط سرعت سیال و چگالی

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \propto Ma^2$$

$$Ma = \frac{v}{c}$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \leq 5\% \quad \text{گاز تراکم ناپذیر است}$$

حد سرعت 110 متر بر ثانیه که معادل با عدد ماخ 0.33 است.

اگر در سرعت سیال از 110 m کمتر باشد می توان سیال جاری را بدون تراکم در نظر گرفت

ککش سطحی (Surface Tension)



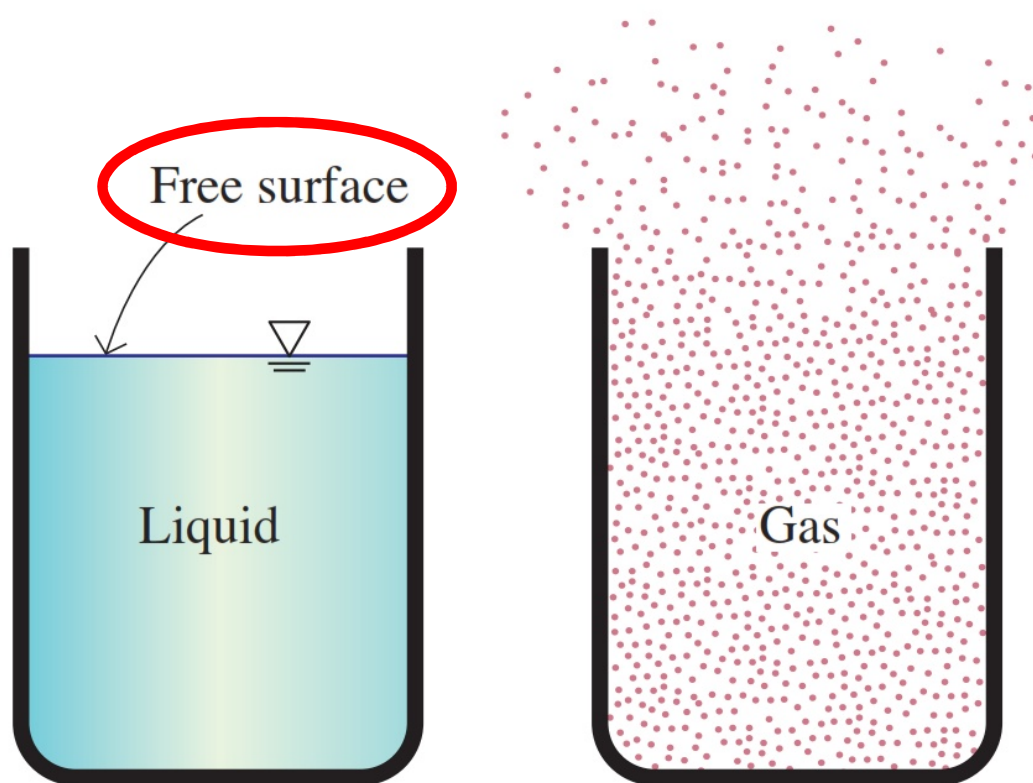
(a)



(b)

Some consequences of surface tension:
(a) *drops of water beading up on a leaf,*
(b) *a water strider sitting on top of the*
surface of water,

هنگامی که مایع در ظرفی قرار دارد یک مرز مشخص بین مایع و هوا وجود دارد که به آن سطح آزاد گفته می شود.

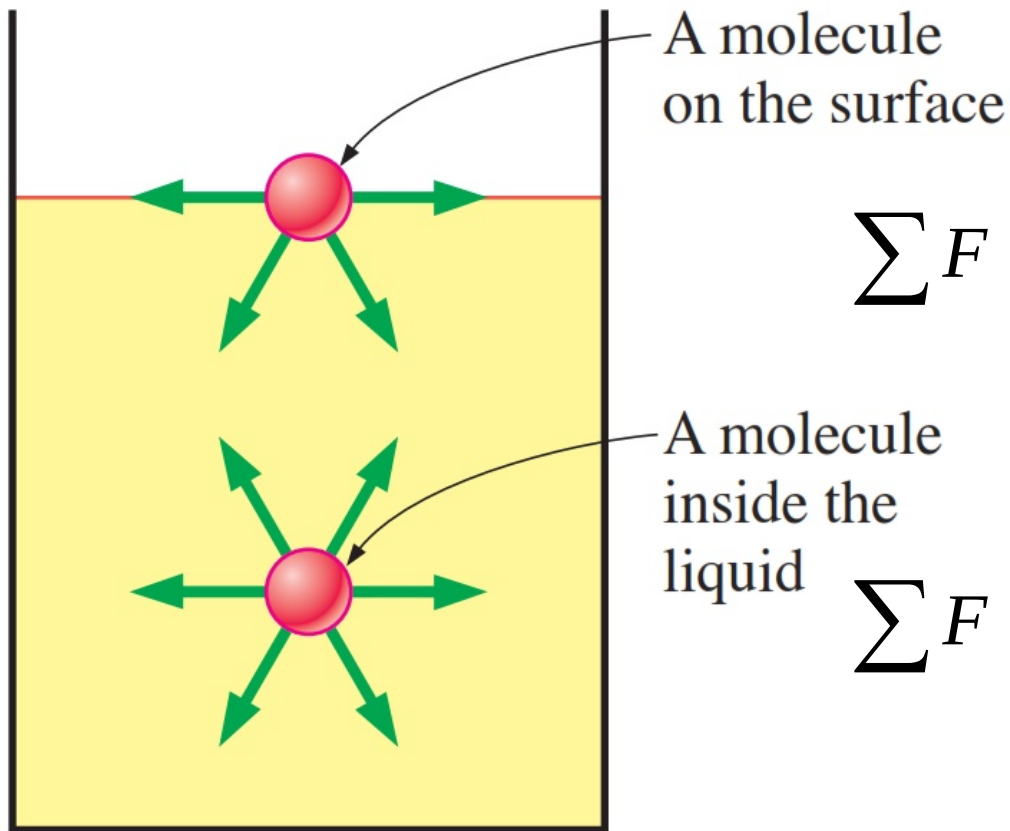


- این سطح مانند یک سطح ارتجاعی بوده و نیرویی که سبب این کشش می شود نیروی کشش سطح است.
- این نیرو ناشی از جذب بین مولکولهای مایع است.
- این نیروی در امتداد سطح مایع به آن وارد می شود.
- این نیرو در واحد طول کشش سطحی (σ) نامیده می شود.

$$\sigma = \frac{F_s}{l} \quad \left(\frac{N}{m}\right)$$

سازوکار ایجاد نیروی کشش سطحی

نوع نیروی بین مولکولی - میزان غلظت مولکولها.



$$\sum F \neq 0$$

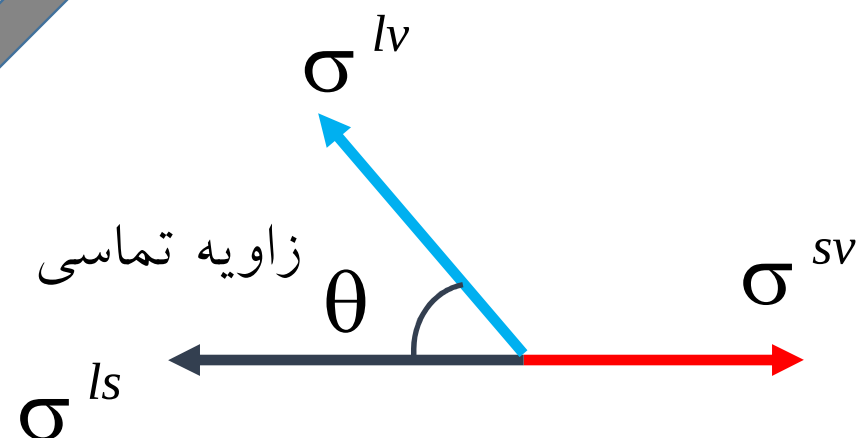
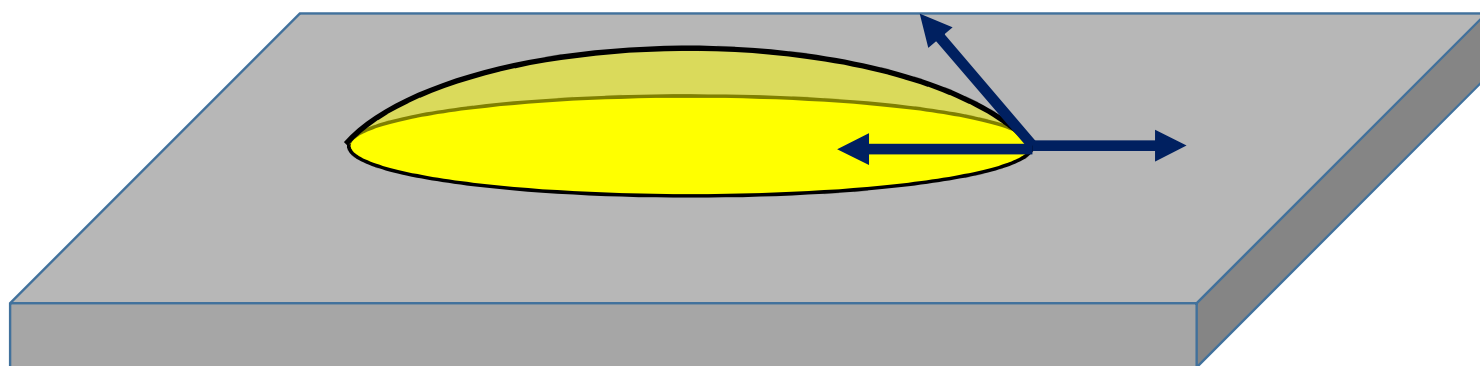


تفاوت در نوع نیروی بین مولکولی بین
مایع-مایع و مایع - گاز
کاهش قابل ملاحظه غلظت مولکولها
در هوای بالای مایع.

$$\sum F = 0$$

نیروی کشش سطحی در حالت سه فازی

قطره آب روی یک سطح شامل مرز سه گانه آب- هوا- جامد



رقابت سه نیروی کشش سطحی و زاویه تماسی (Contact angle)

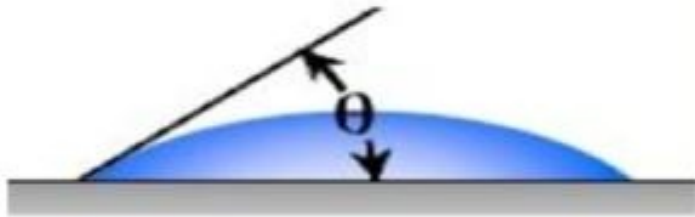
مولفه های افقی سه نیروی در سطح افق همدیگر را خنثی می کنند (معادله یانگ)

$$\sigma^{sv} = \sigma^{sl} + \sigma^{lv} \cos \theta$$

رقابت بین کشش های سطحی مشخص می کند که زاویه تماسی چقدر باشد.

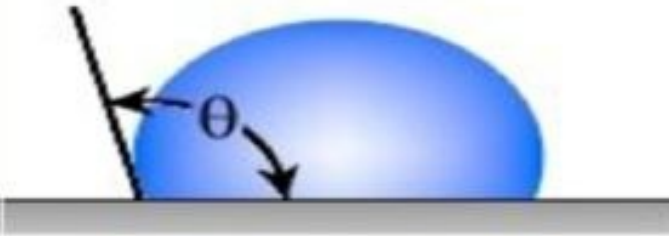
زاویه تماسی و سطوح آب دوست و آب گریز

Contact Angle $\leq 30^\circ$



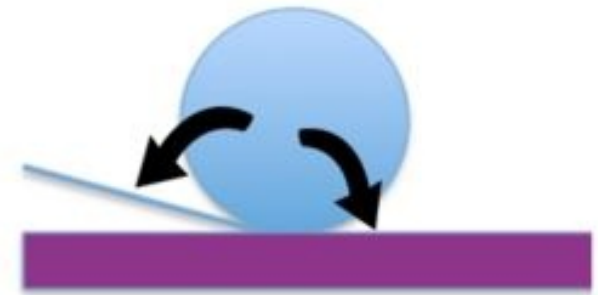
Hydrophilic Surface

Contact Angle $\geq 120^\circ$

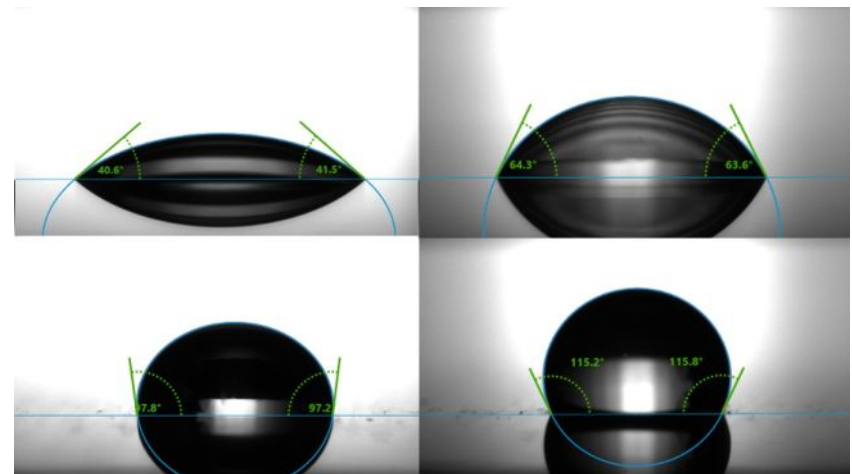
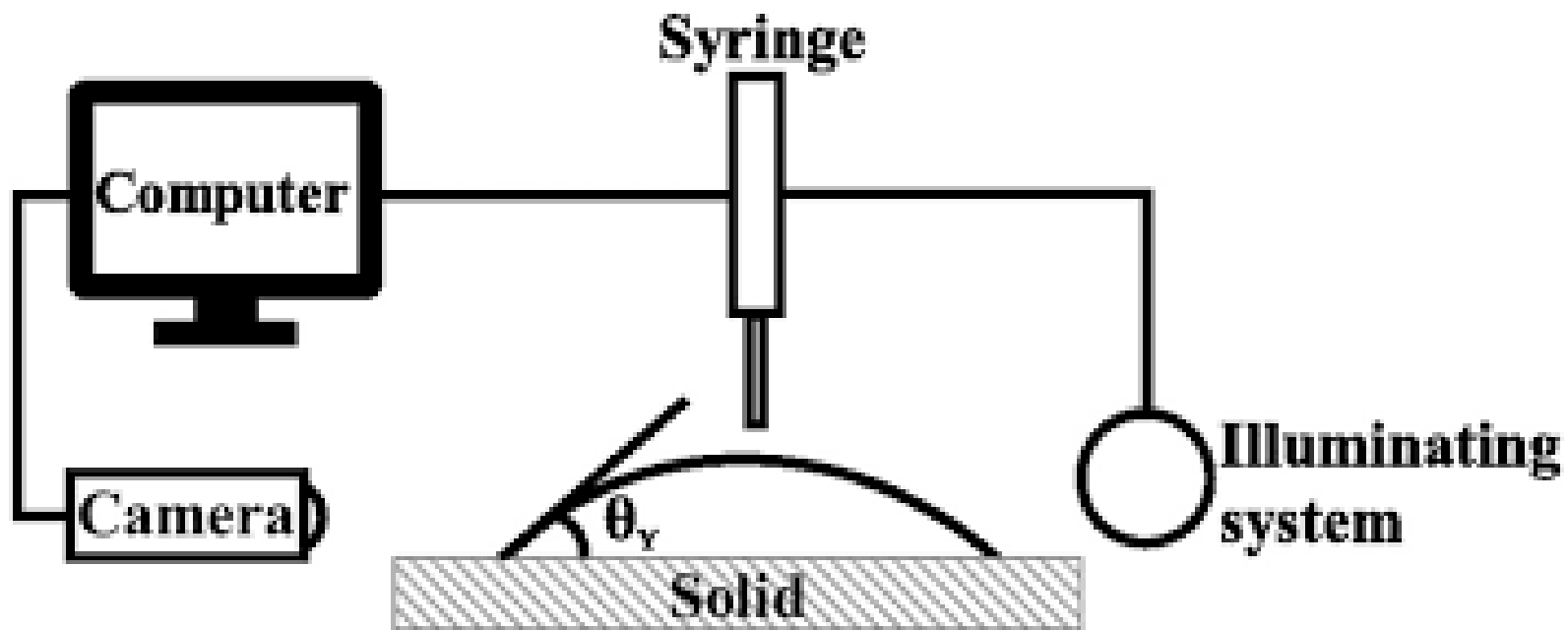


Hydrophobic Surface

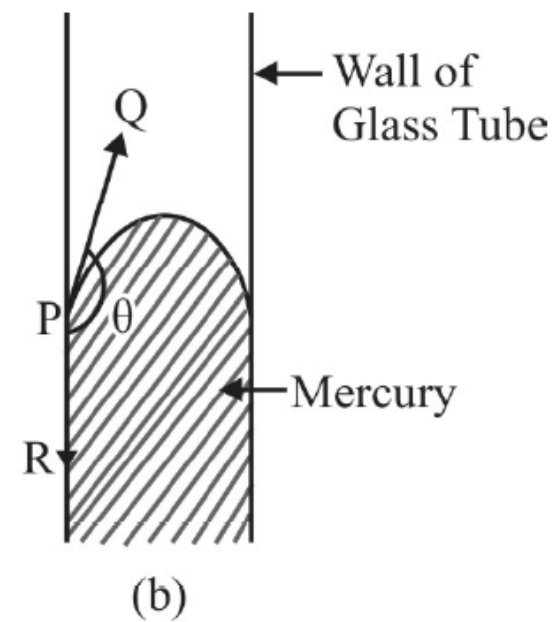
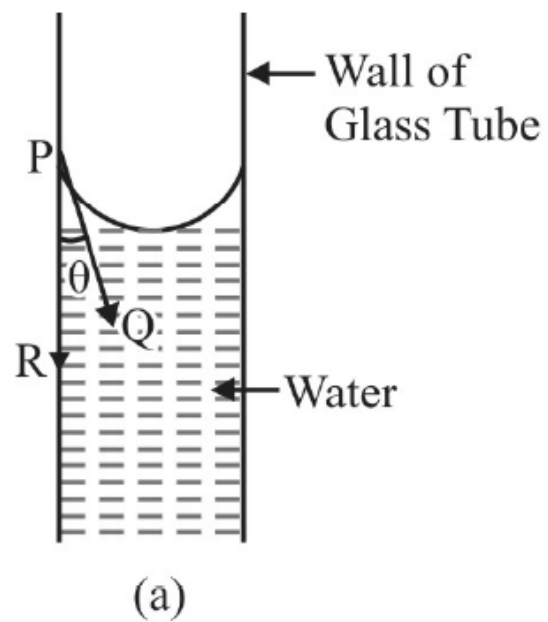
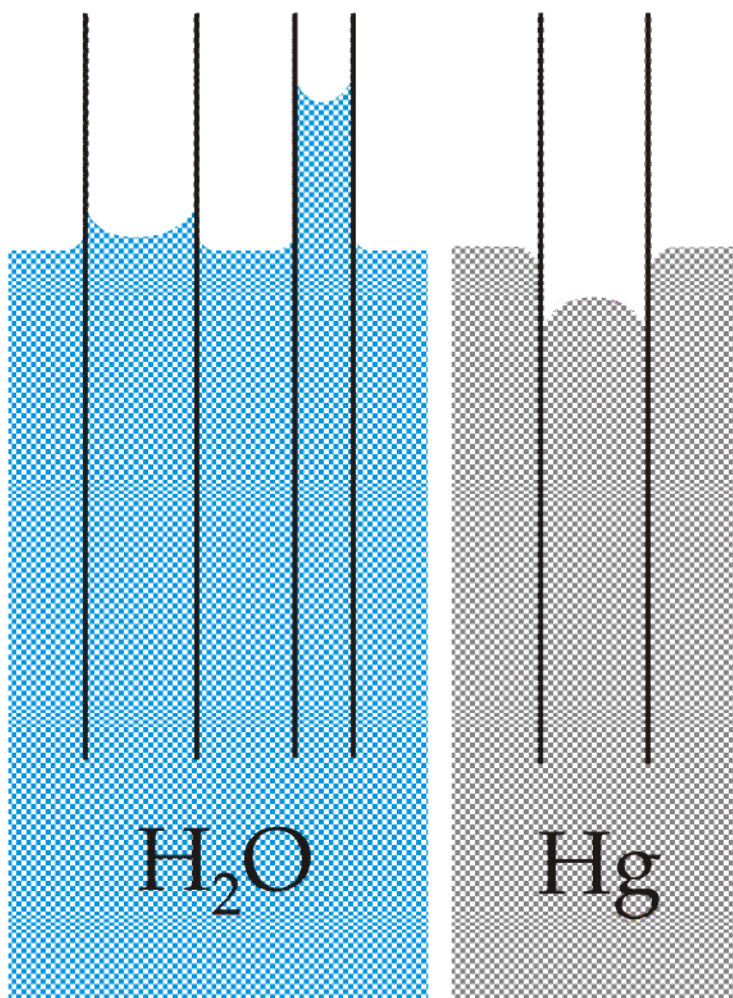
Contact Angle $\geq 150^\circ$



Superhydrophobic Surface

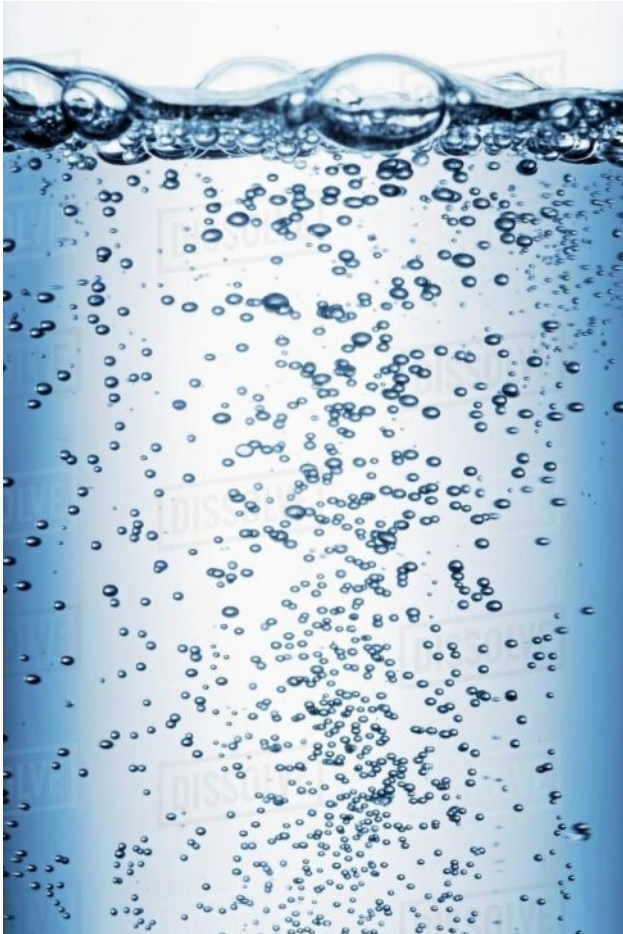


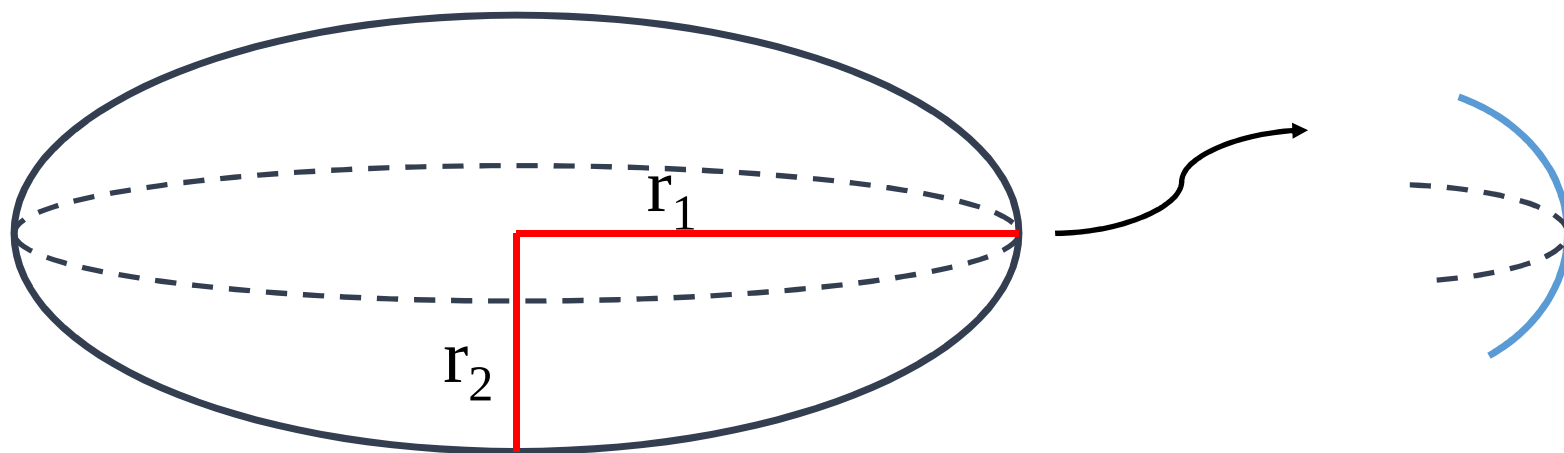
زاویه تماسی و انحناى سطح مایع



فشار لاپلاس (laplace pressure)

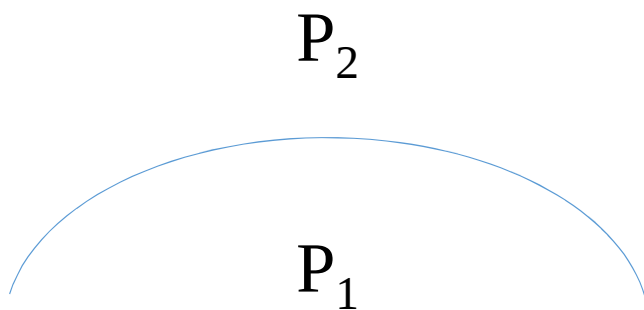
اختلاف فشار بین دو طرف یک سطح منحنی شکل بین مرز دو سیال



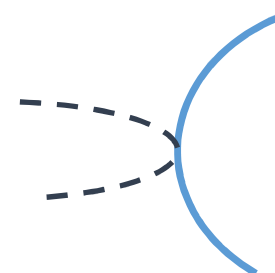
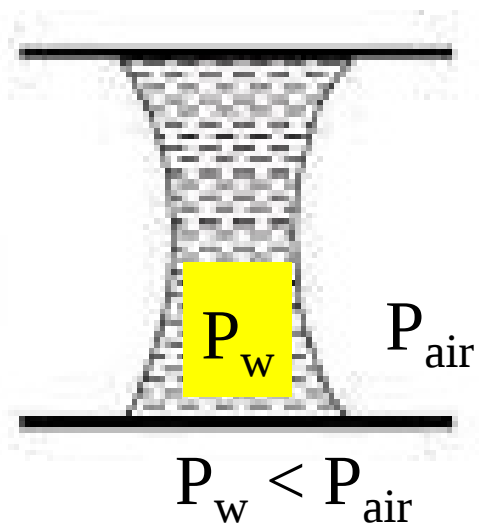
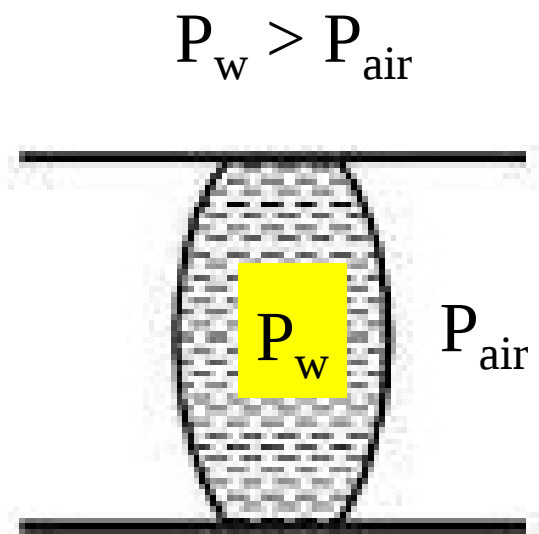


$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

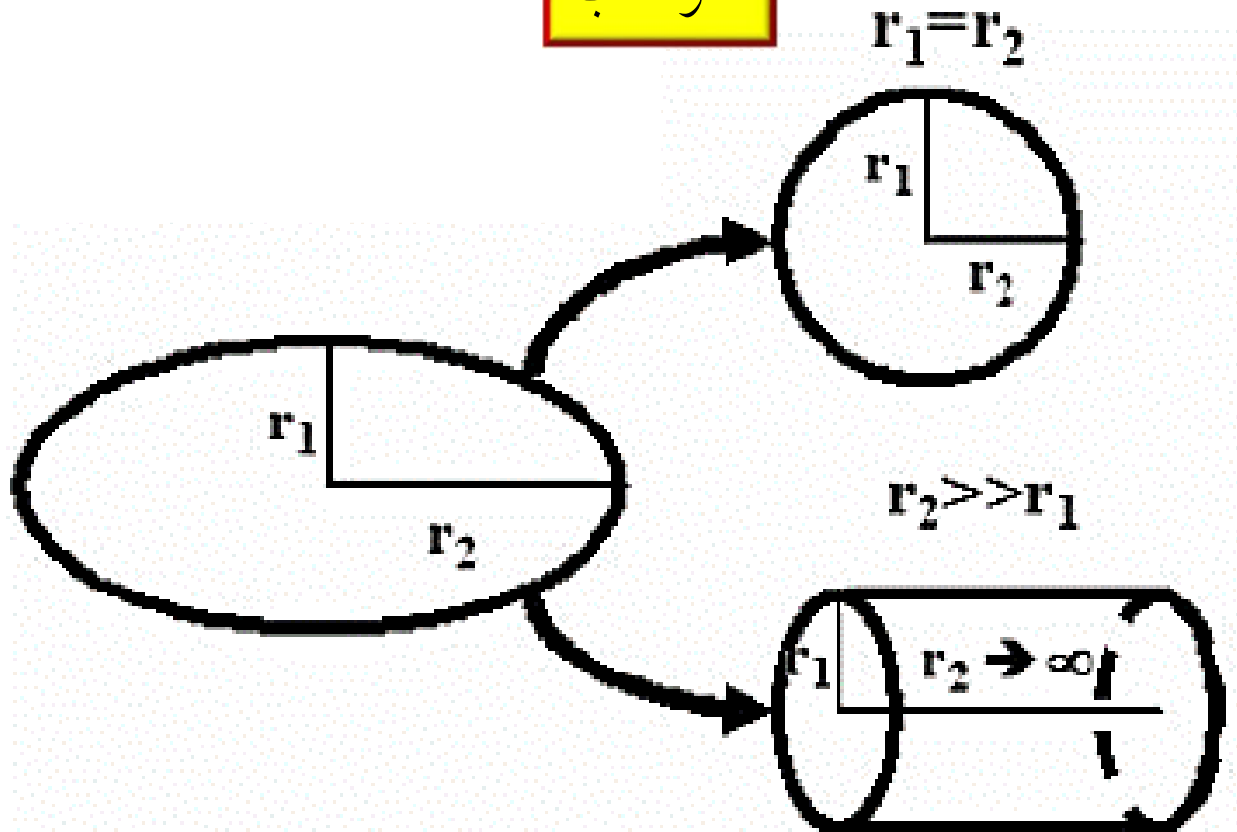
r به سمت داخل مثبت و به سمت خارج منفی است



$$P_1 > P_2$$



قطره آب



$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$$

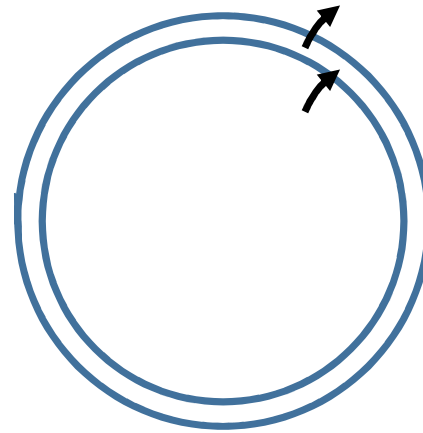
$$\Delta P = \frac{\sigma}{r}$$

فواره آب

حباب صابون



$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = \frac{2\sigma}{r} + \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{r}$$



مثال) فشار داخل قطره آب به قطر $d = 0.05 \text{ mm}$ در دمای 20°C چقدر است

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \times 72.9 \times 10^{-3}}{0.025 \times 10^{-3}} = 5831$$

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} \rightarrow P_{in} = \Delta P + P_{out} = 5.831 \times 10^3 + 101.3 \times 10^3$$

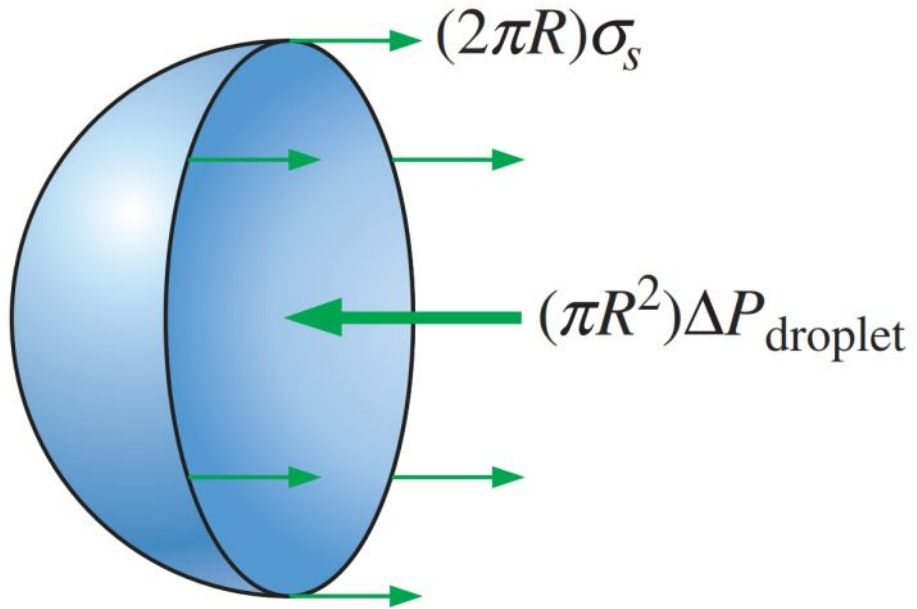
High pressure inside MBs (self-compression effect)

Using Young–Laplace equation (Eq. (1.2)), the pressure in a bubble (ΔP) whose diameter is d increases to that larger than the surrounding pressure due to the surface tension σ .

$$\Delta P = 4\sigma/d \quad (1.2)$$

For example, the inner pressures of bubbles whose diameters are 1 μm and 100 nm are 3.87 and 29.7 atm, respectively, using Eq. (1.2) (surface tension of water at 20°C: 72.8 mN/m, the surrounding pressure of bubble is 1 atm). With decreasing bubble size, the pressure in the bubble increases. With decreasing bubble size, the partial pressure of dissolved gas component, that is, the driving force of dissolution, increases and the gas dissolves easily.

محاسبه اختلاف فشار داخل قطره آب به کمک مفهوم کشش سطحی



$$F = \Delta P \pi r^2$$

$$F = \sigma 2\pi r$$

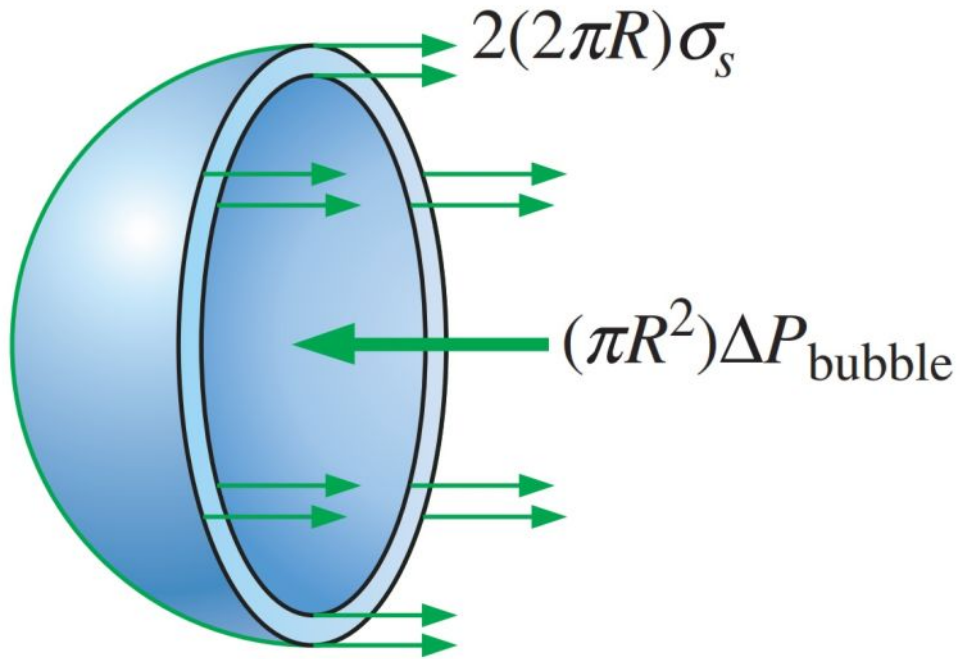


$$\Delta P \pi r^2 = \sigma 2\pi r$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{2\sigma}{r}$$



محاسبه اختلاف فشار داخل حباب صابون به کمک مفهوم کشش سطحی



$$2(2\pi R)\sigma_s = (\pi R^2)\Delta P_{\text{bubble}}$$

$$\rightarrow \Delta P_{\text{bubble}} = P_i - P_o = \frac{4\sigma_s}{R}$$

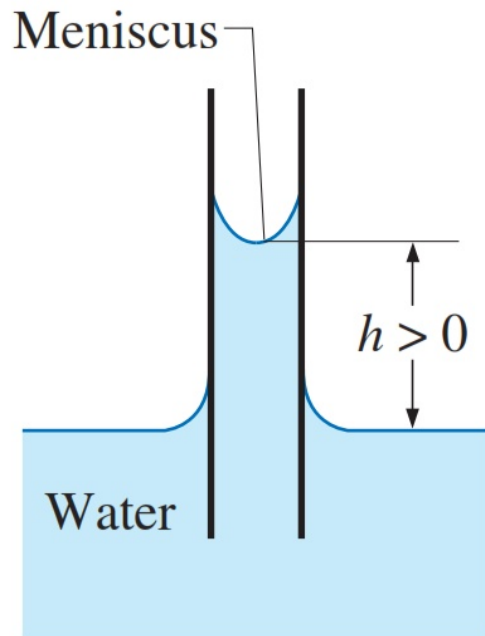
capillary effect

اثر موینگی

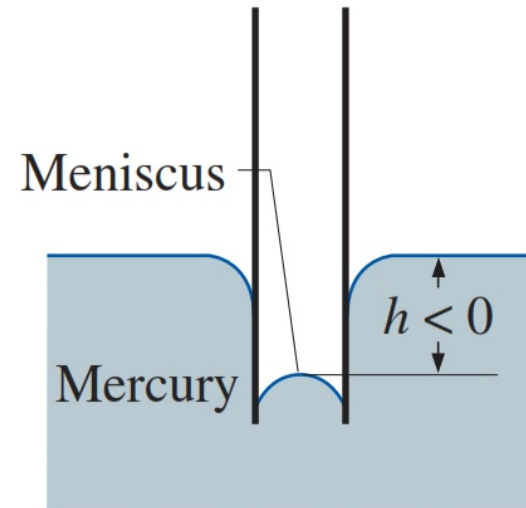
شرح:

نیروی جاذبه هم جنس (cohesive forces)

نیروی چسبندگی غیر همجنس (adhesive forces)

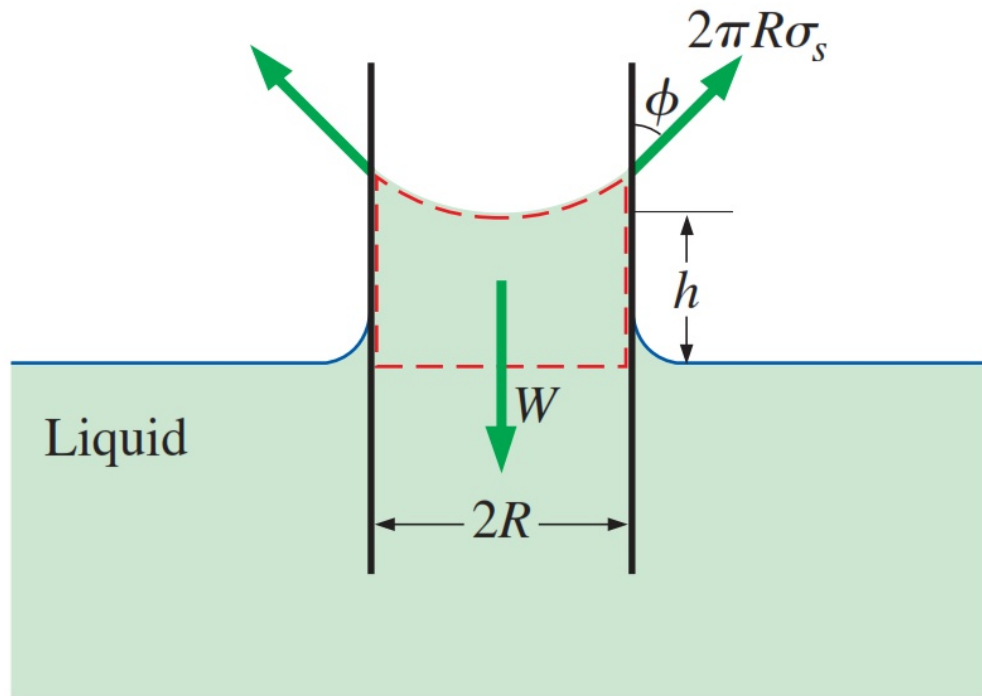


cohesive forces < adhesive forces



cohesive forces > adhesive forces

ارتفاع سیال بالا رفته در لوله موین



$$W = mg = \rho V g = \rho g (\pi R^2 h)$$

$$F = \sigma 2\pi r \cos \phi$$

$$W = F_{\text{surface}} \rightarrow$$

$$\rho g (\pi R^2 h) = 2\pi R \sigma_s \cos \phi$$

$$h = \frac{2\sigma_s}{\rho g R} \cos \phi \quad (R = \text{constant})$$

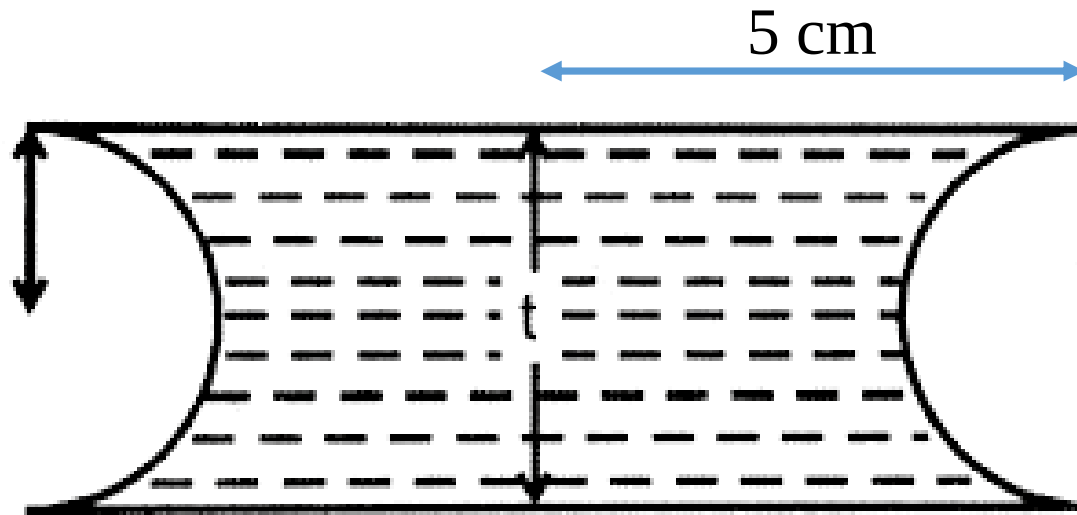
EXAMPLE 2? The Capillary Rise of Water in a Tube

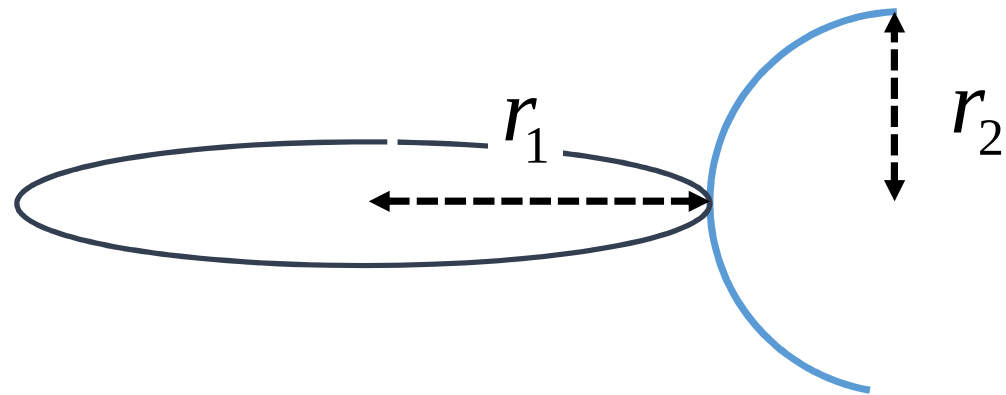
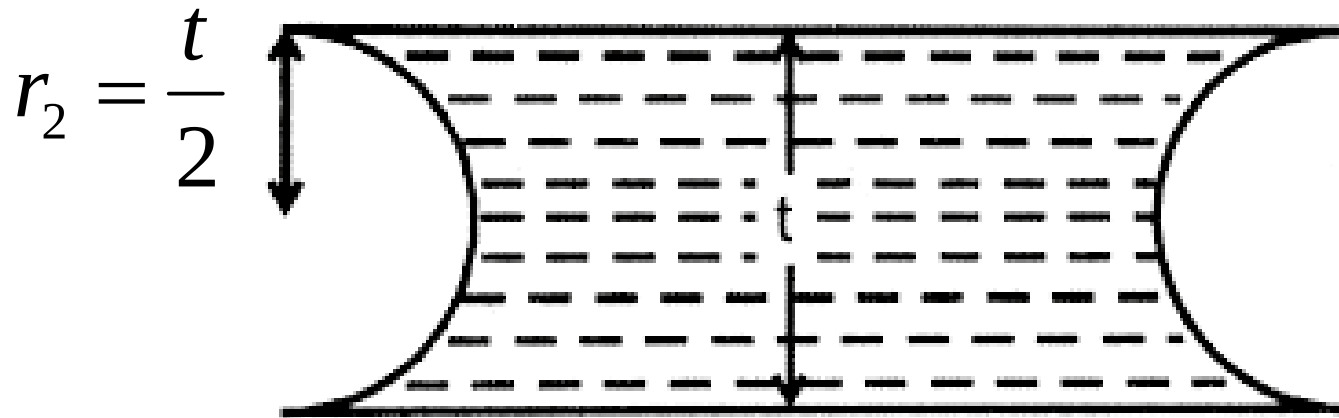
A 0.6-mm-diameter glass tube is inserted into water at 20°C in a cup. Determine the capillary rise of water in the tube (Fig. 2–39).

$$\begin{aligned} h &= \frac{2\sigma_s}{\rho g R} \cos \phi = \frac{2(0.073 \text{ N/m})}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.3 \times 10^{-3} \text{ m})} (\cos 0^\circ) \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) \\ &= 0.050 \text{ m} = \mathbf{5.0 \text{ cm}} \end{aligned}$$

Discussion Note that if the tube diameter were 1 cm, the capillary rise would be 0.3 mm, which is hardly noticeable to the eye. Actually, the capillary rise in a large-diameter tube occurs only at the rim. The center does not rise at all. Therefore, the capillary effect can be ignored for large-diameter tubes.

مثال: قطره آبی به حجم ۲ سی سی بین دو صفحه بدون جرم بریخته شده است. شعاع ناحیه ای که آب توزیع شده است ۵ سانتیمتر است. سطح بالایی با چه نیروی کششی کشیده شود تا چنین شکلی در آب ایجاد شود. شعاع آب در نازکترین بخش $98/4$ سانتیمتر است.



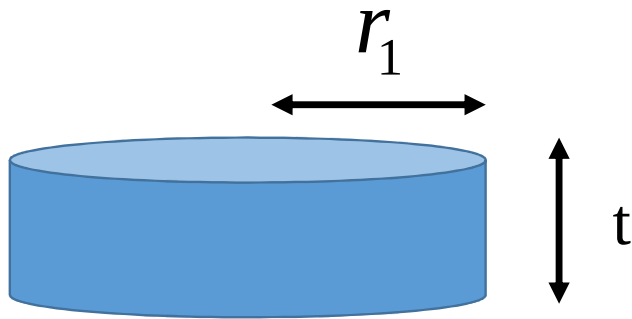


$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$+r_1 = +4.98 \text{ cm} = +5 \text{ cm}$$

$$-r_2 = -\frac{t}{2}$$

$$t = ?$$

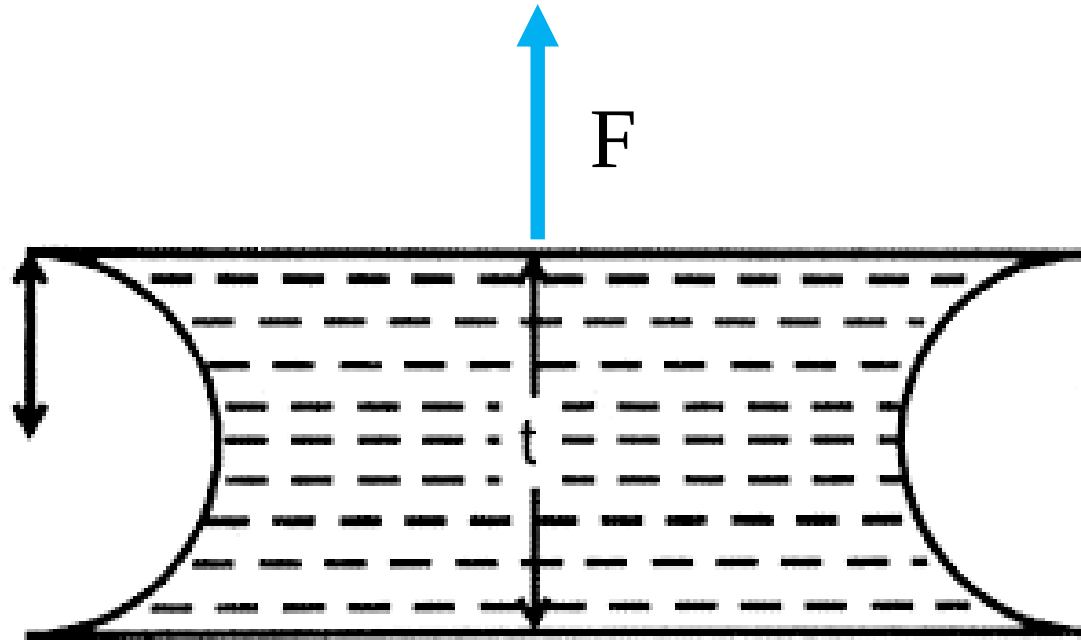


$$V = \pi r_1^2 t \rightarrow t = \frac{V}{\pi r_1^2} 0.025 \text{ cm}$$

$$r_2 = \frac{t}{2} = 0.0125 \text{ cm}$$

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = 72.9 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.00125} \right)$$

$$\rightarrow \Delta P = -56.86 \text{ Pa} \quad P_{out} > P_{in}$$



$$F = \Delta P . A = \Delta P . \pi r_1^2$$

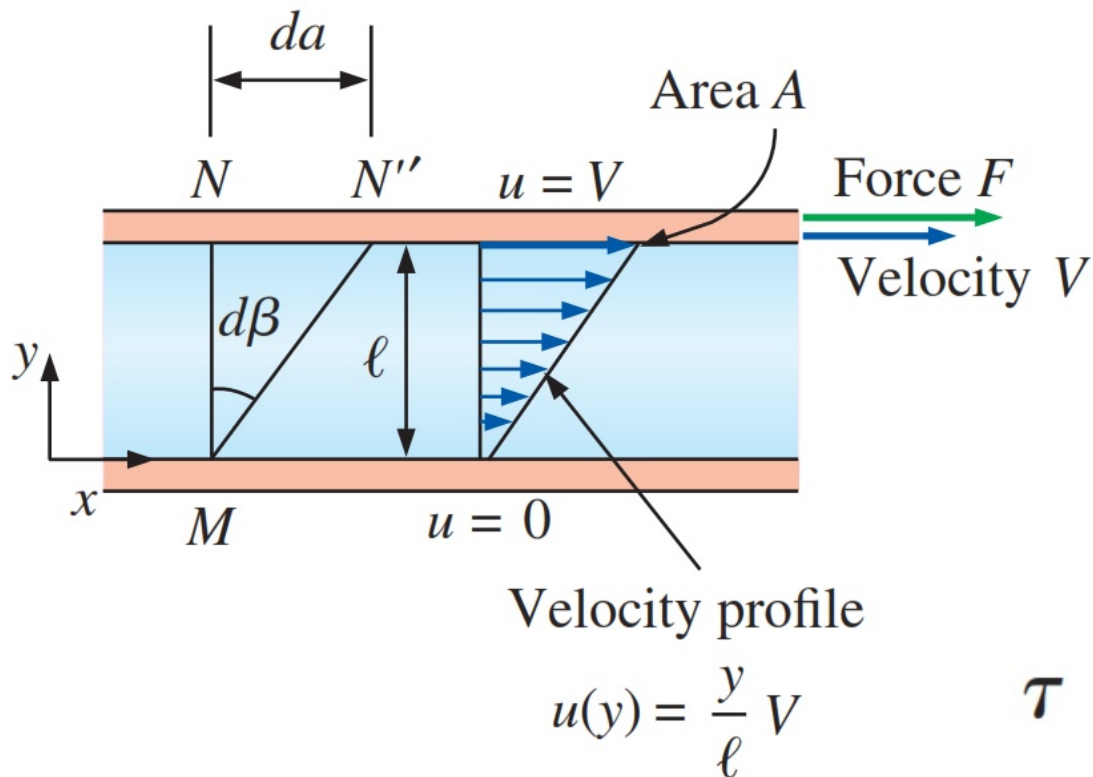
$$F = 56.86 \times \pi \times 0.05^2$$

$$F = 0.44 \text{ N}$$

لزجت Viscosity

اصطکاک درونی یک سیال
سیال غلیظ تر لزجت تر

با حرکت سطح بالایی لایه در مجاورت آن با همان سرعت حرکت می کند. هر چه به سمت لایه های پایینتر می رویم سرعت کم شده به گونه ای که سرعت لایه سیال در مجاور سطح پایینی صفر است.



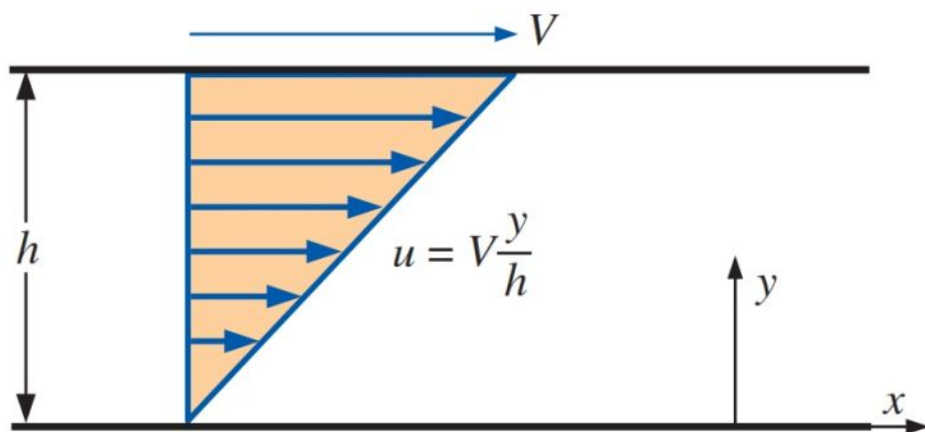
$$\tau = \frac{F}{A}$$

تنش برشی وارد بر لایه بالایی از سیال

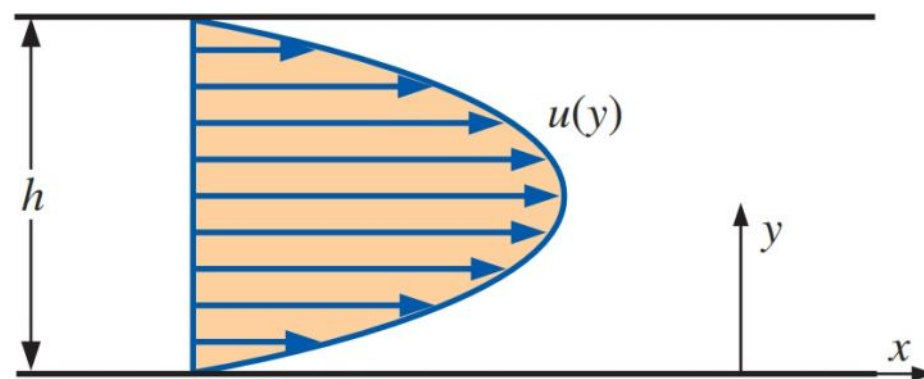
نکات

۱- سرعت سیال در مجاورت مرز ساکن، ساکن است. سرعت لایه های آب در مجاورت صفحه متحرک بیشینه مقدار و برابر سرعت صفحه است

۲- پروفایل سرعت: خطوطی که به صورت کیفی تغییرات سرعت لایه های مختلف سیال را نشان می دهد



پروفایل خطی



پروفایل غیر خطی

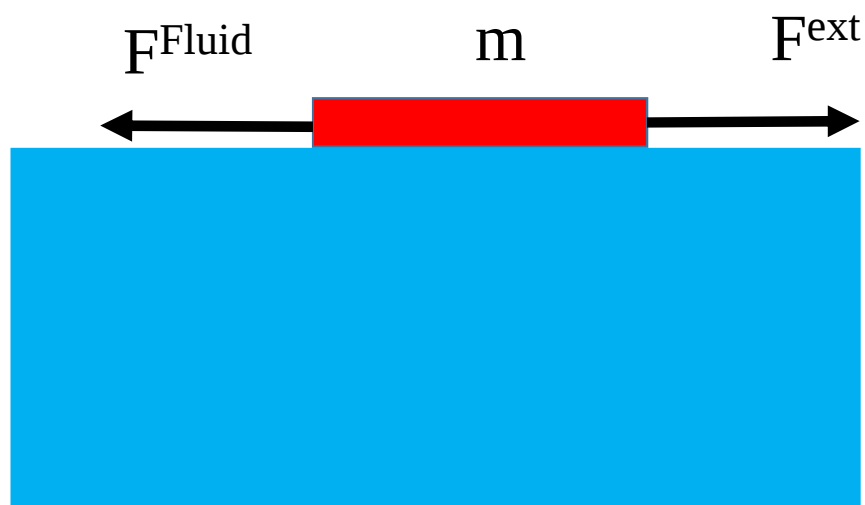
۳- دیمانسیون لزجت

$$\mu = \frac{\tau y}{v} = \frac{\frac{F}{A} y}{v} = \frac{F y}{A v} \quad \rightarrow \quad [\mu] = \frac{MLT^{-2}L}{L^2LT^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$

۴- واحد لزجت

$$\mu = \frac{F y}{A v} \rightarrow \frac{N \cdot m}{m^2 \cdot ms^{-1}} \rightarrow \frac{kg}{m \cdot s} \quad \text{پواز}$$

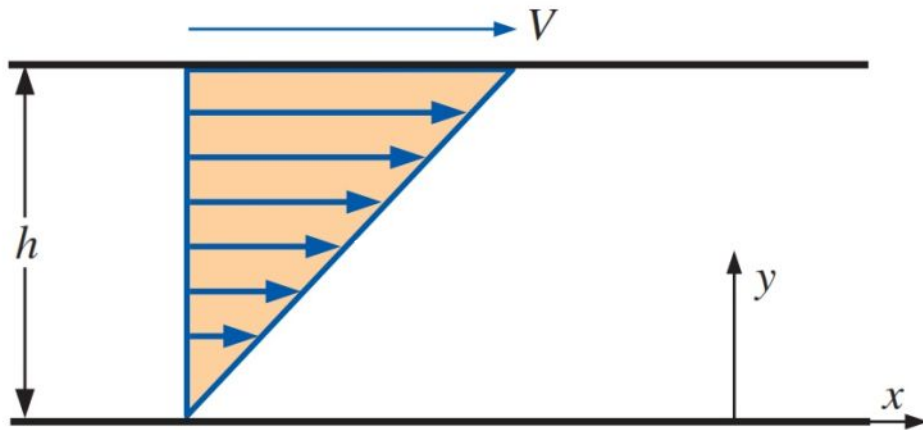
۵- هنگامی که سرعت حرکت صفحه روی سطح آب ثابت است در این صورت برآیند نیروی وارد بر آن صفر خواهد بود.



$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad F^{ext} = F^{Fluid}$$

۶- پروفایل سرعت خطی:

نمودار تغییرات سرعت بین دو مرز مشخص به صورت خطی تغییر می کند



$$u(y) = \frac{y}{\ell} V$$

معادله پروفایل سرعت

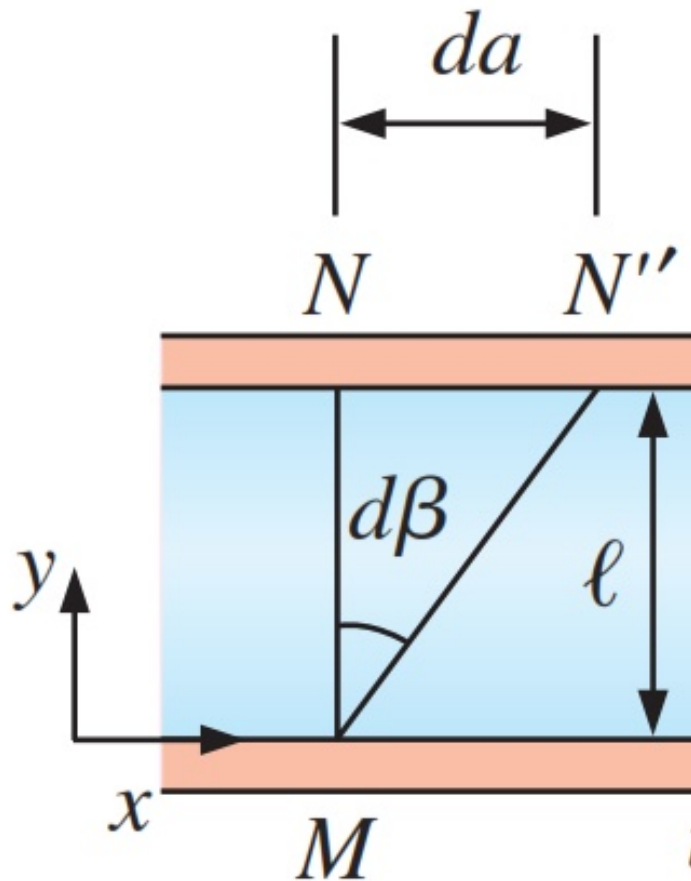
and

$$\frac{du}{dy} = \frac{V}{\ell}$$

معادله گرادیان سرعت بین دو طرف
یک لایه به ضخامت dy

۷- جابه جایی زاویه ای یا تغییر شکل

با جابه جایی لایه بالایی سیال به اندازه $da = v dt$ و جاماندن لایه پایینی (لایه ساکن)، ذرات در امتداد خط MN به اندازه زاویه $d\beta$ می چرخند.



$$d\beta \approx \tan d\beta = \frac{da}{\ell} = \frac{V dt}{\ell} = \frac{du}{dy} dt$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{du}{dy}$$

نرخ تغییر شکل
گرادیان سرعت

برای سیالات نیوتنی؛ نرخ تغییر شکل با تنش متناسب است

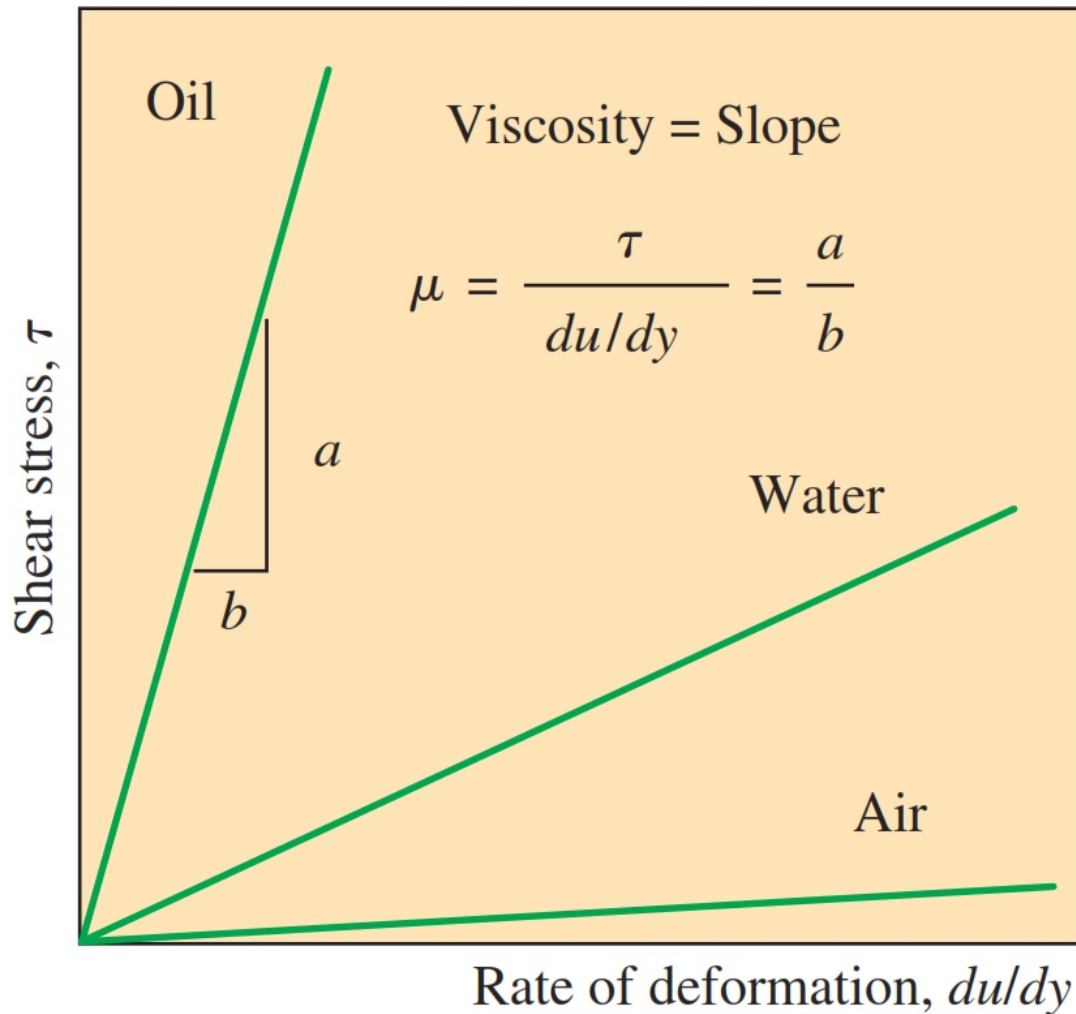
$$\tau \propto \frac{d\beta}{dt} \quad \text{or} \quad \tau \propto \frac{du}{dy}$$

تنش برشی سیال نیوتنی $\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{N/m}^2)$

نیروی برشی سیال نیوتنی $F = \tau A = \mu A \frac{du}{dy} \quad (\text{N})$

نیروی برشی سیال نیوتنی در مجاورت یک
مرز ثابت $F = \mu A \frac{V}{\ell} \quad (\text{N})$

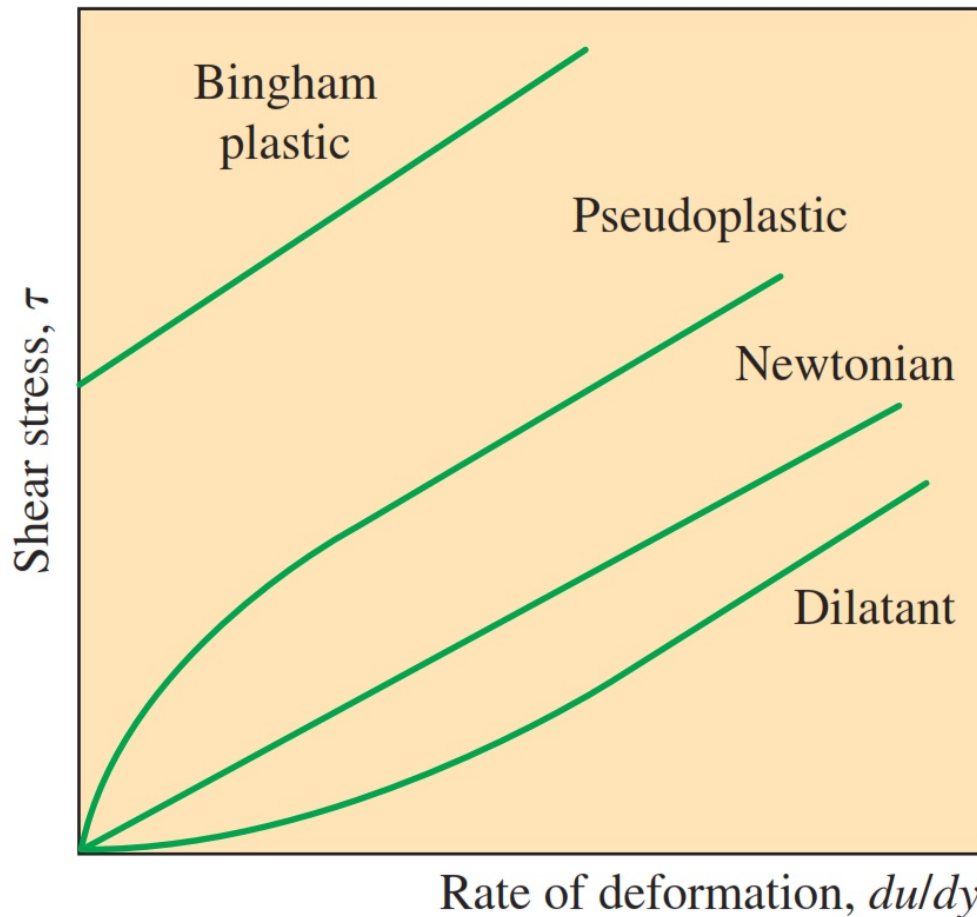
۸- برای سیالات نیوتنی؛ شیب نمودار تنش برشی بر حسب نرخ تغییرات شکل برابر با لزجت است



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{N/m}^2)$$

لزجت ظاهری

The rate of deformation (velocity gradient) of a Newtonian fluid is proportional to shear stress, and the constant of proportionality is the viscosity



Variation of shear stress with the rate of deformation for Newtonian and non-Newtonian fluids (the slope of a curve at a point is the apparent viscosity of the fluid at that point).

۱۰- ارتباط لزجت با دما

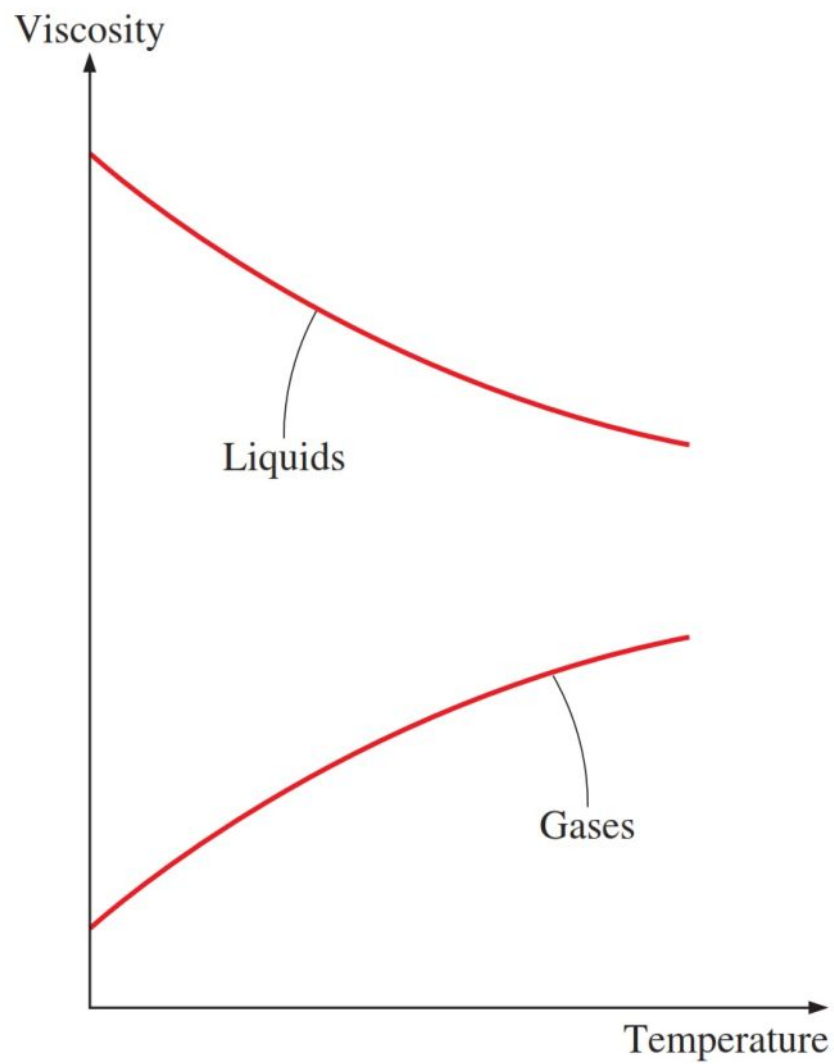
وابستگی لزجت به دما به نوع سیال یعنی مایع یا گاز بستگی دارد.

در مایعات:

افزایش دما سبب کم شدن چسبندگی بین ذرات مایع شده لذا با افزایش دما لزجت کاهش می یابد

در گازها:

افزایش دما سبب افزایش سرعت ذرات گاز و در نتیجه افزایش برخورد ذرات در آن می شود لذا لزجت افزایش خواهد یافت.



$$\mu = a10^{b/(T-c)}$$

$$\mu = \frac{aT^{1/2}}{1 + b/T}$$

۱۱- ارتباط لزجت با غلظت

در سیال غلیظ، لزجت بالا است

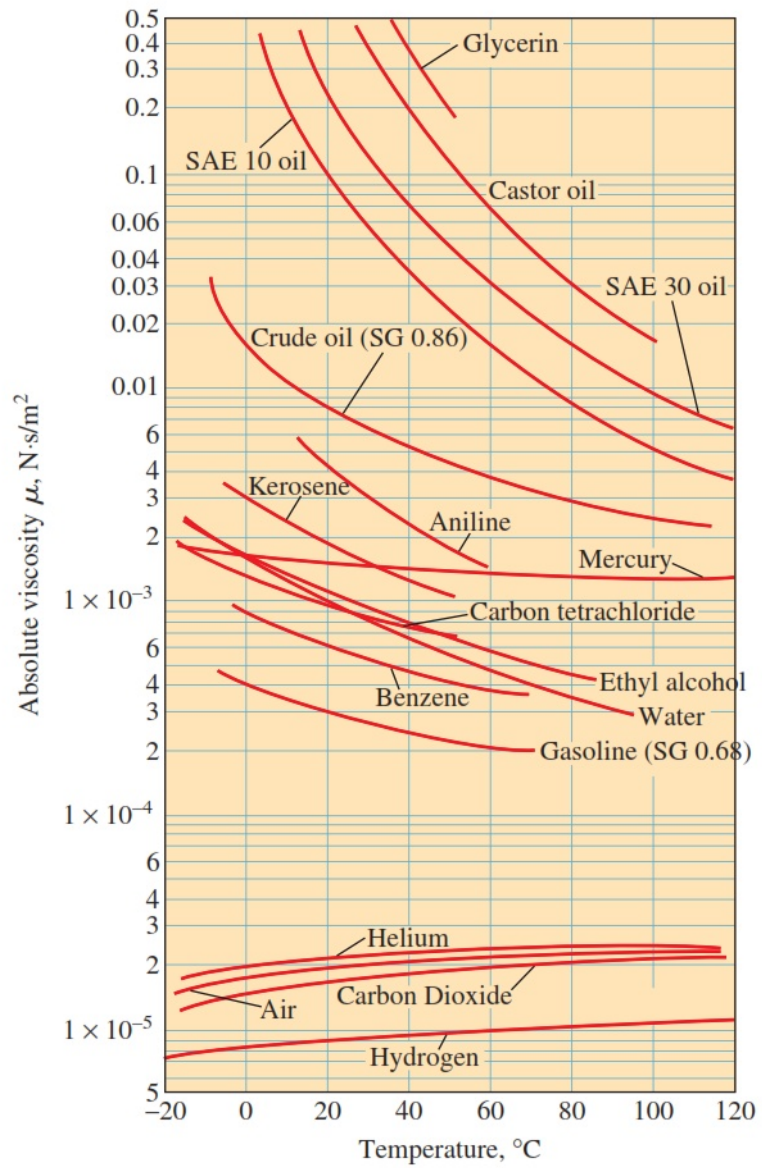
در سیال رقیق، لزجت پایین است

۱۲- تاثیر فشار

مایعات سیال تراکم ناپذیر هستند پس فشار روی لزجت آنها تاثیر چندانی ندارد

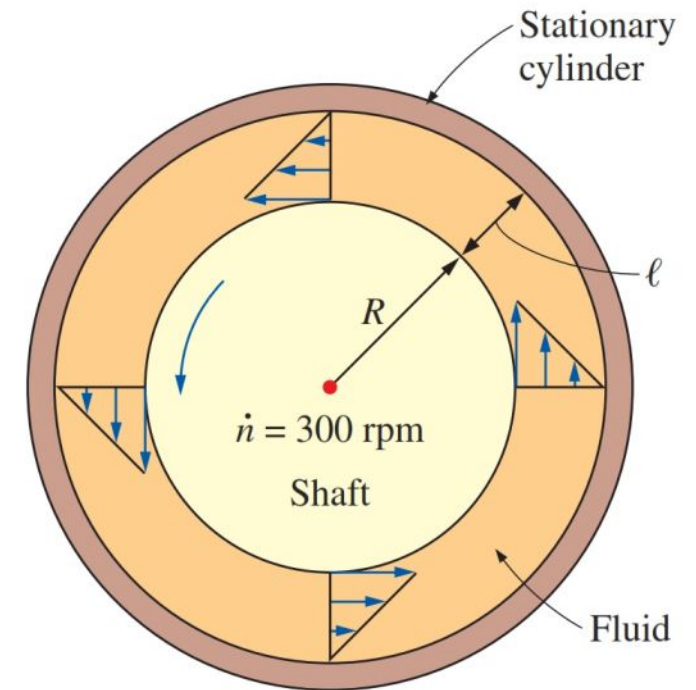
گازها سیال تراکم پذیر هستند ولی در فشارهای معمولی، فشار تاثیر چندانی روی لزجت ندارد

درحالیکه در فشارهای خیلی بالا تا حد کمی لزجت گاز به فشار بستگی دارد.

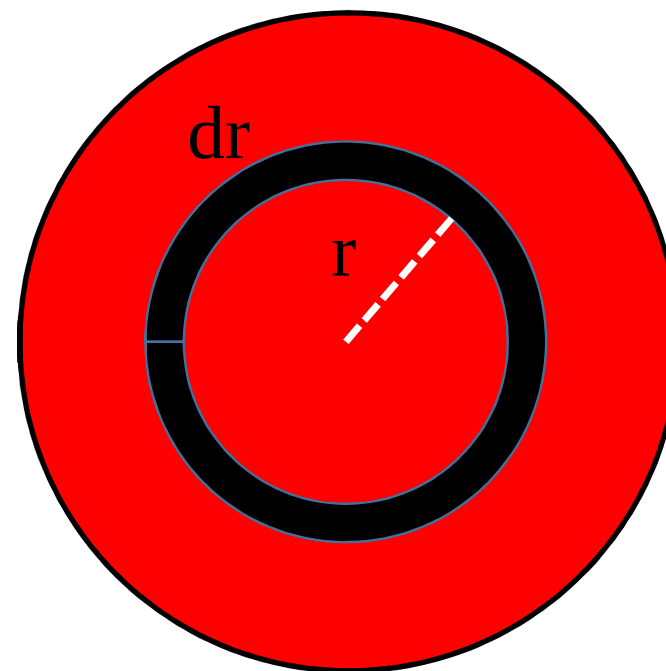
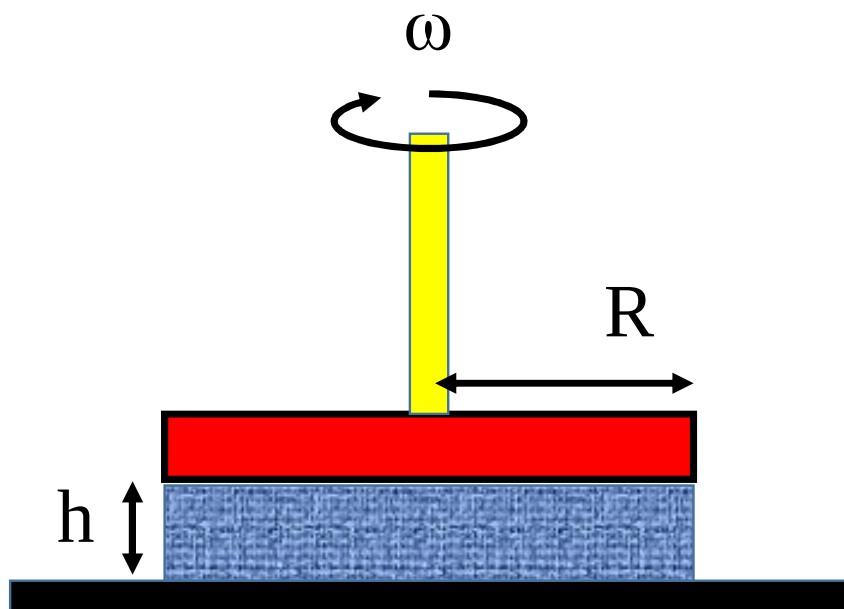


Consider a fluid layer of thickness ℓ within a small gap between two concentric cylinders, such as the thin layer of oil in a journal bearing. The gap between the cylinders can be modeled as two parallel flat plates separated by the fluid. Noting that torque is $T = FR$ (force times the moment arm, which is the radius R of the inner cylinder in this case), the tangential velocity is $V = \omega R$ (angular velocity times the radius), and taking the wetted surface area of the inner cylinder to be $A = 2\pi RL$ by disregarding the shear stress acting on the two ends of the inner cylinder, torque can be expressed

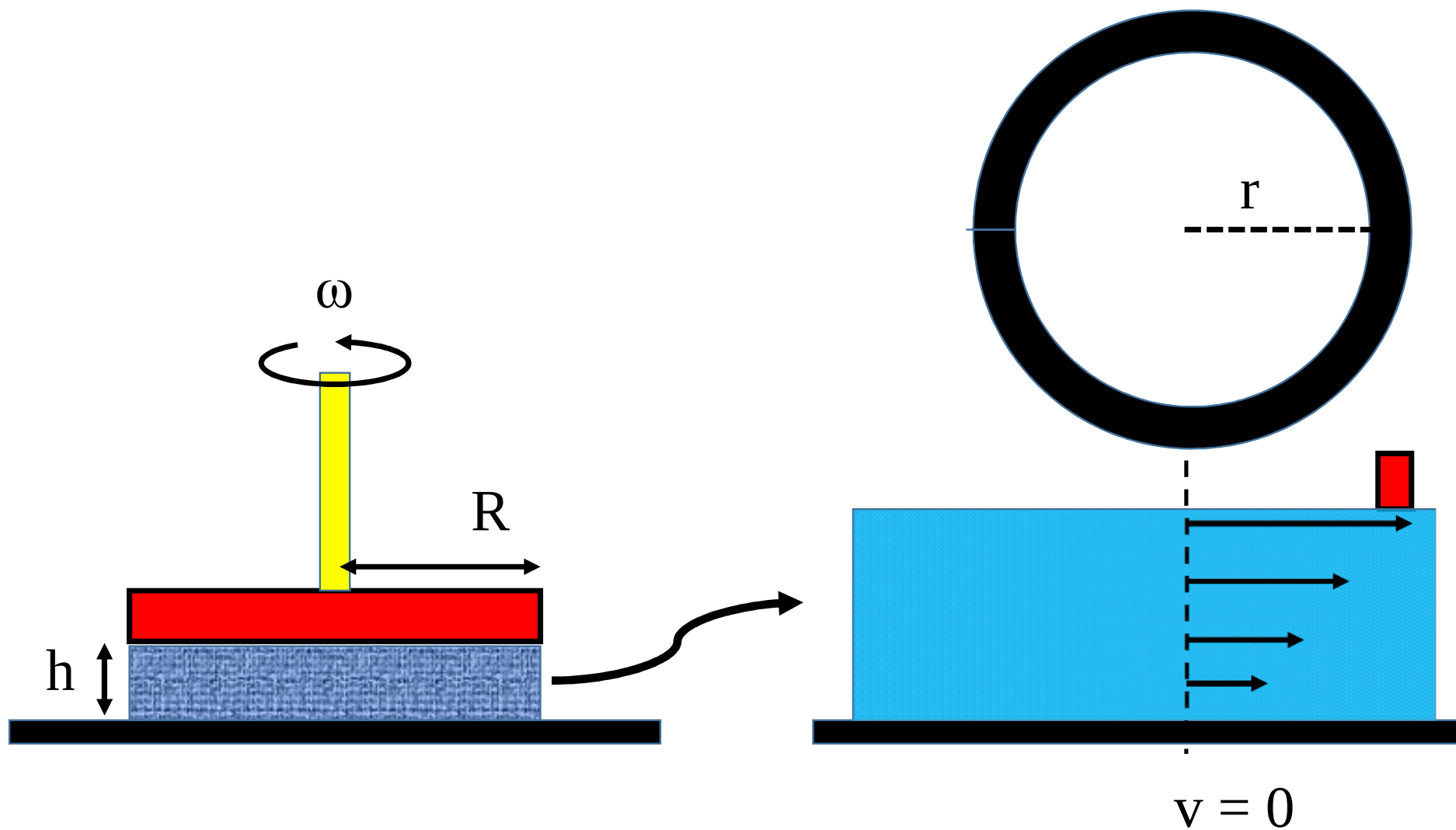
$$T = FR = \mu \frac{2\pi R^3 \omega L}{\ell} = \mu \frac{4\pi^2 R^3 \dot{n} L}{\ell}$$



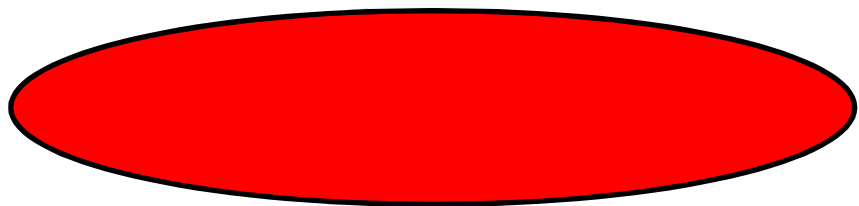
مثال) دیسکی با شعاع R و سرعت زاویه ای ثابت ω در ارتفاع h بالای یک سطح صاف و ساکن می چرخد. در فضای بین آنها روغنی با لزجت μ قرار دارد. گشتاور کل لازم برای چرخاندن دیسک را حساب کنید



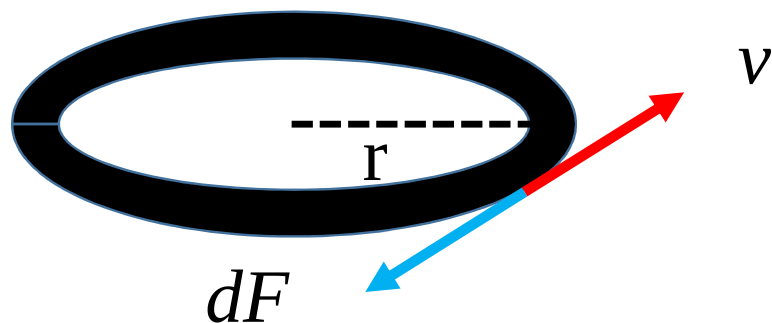
$$v = r\omega$$



پروفایل سرعت حلقه هایی به شعاع r در حد فاصل دیسک چرخان و سطح ساکن



$$M^{ext} = M^{Fluid}$$



$$dM^{Fluid} = r dF$$

$$\tau = \mu \frac{v}{h} \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = \mu \frac{r\omega}{h}$$

نیروی که سیال به المانی از دیسک اعمال می کند

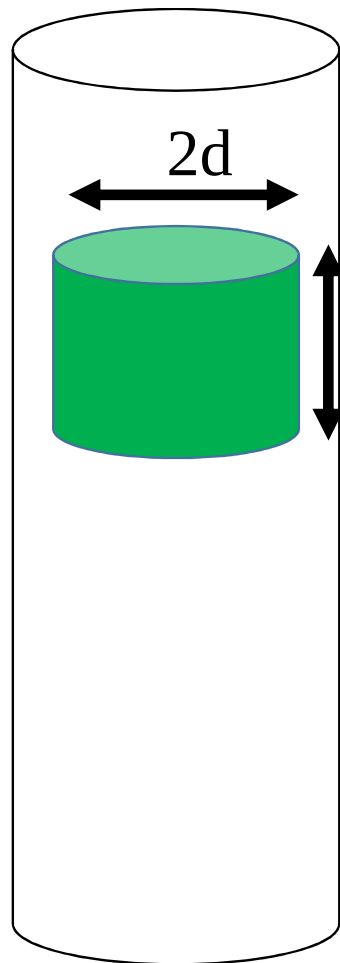
$$dF = \tau dA = \mu \frac{r\omega}{h} (2\pi r dr)$$

محاسبه گشتاور المان نیروی dF

$$dM^{Fluid} = r dF = r \mu \frac{r \omega}{h} (2\pi r dr) = \frac{2\pi \mu \omega}{h} r^3 dr$$

$$M^{Fluid} = \int_{r=0}^R \frac{2\pi \mu \omega}{h} r^3 dr = \frac{2\pi \mu \omega}{h} \int_{r=0}^R r^3 dr = \frac{2\pi \mu \omega}{h} \left(\frac{1}{4} R^4 \right)$$

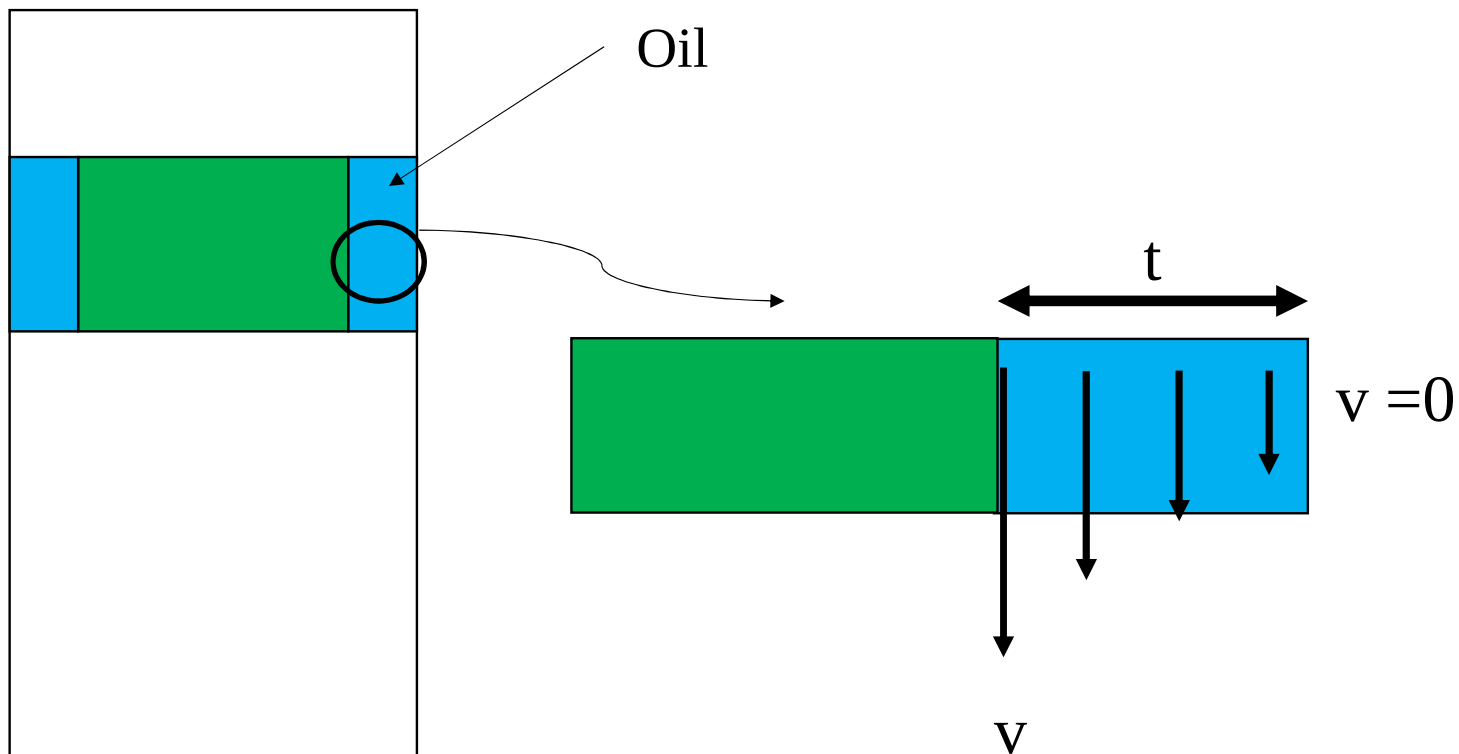
مثال) استوانه ای به جرم $m = 3 \text{ kg}$ و قطر 49.6 mm و ارتفاع 46 mm داخل لوله ای به شکل استوانه به سمت پایین حرکت می کند. در فضای 0.02 mm بین استوانه و لوله روغنی با لزجت μ قرار دارد. سرعت حدی را حساب کنید



سرعت ثابت = شتاب صفر = برآیند نیروی وزن و نیروی سیال بر جسم صفر



$$F^{\text{fluid}} = mg$$



$$\tau = \mu \frac{v}{y} = \mu \frac{v}{t} \quad \rightarrow \quad F = \tau A = \mu \frac{v}{t} (2\pi dh)$$



$$F^{\text{fluid}} = mg$$

$$F = \mu \frac{v}{t} (2\pi dh)$$



$$mg = \mu \frac{v}{t} (2\pi d h)$$

$$v = \frac{mgt}{2\pi\mu d h}$$