

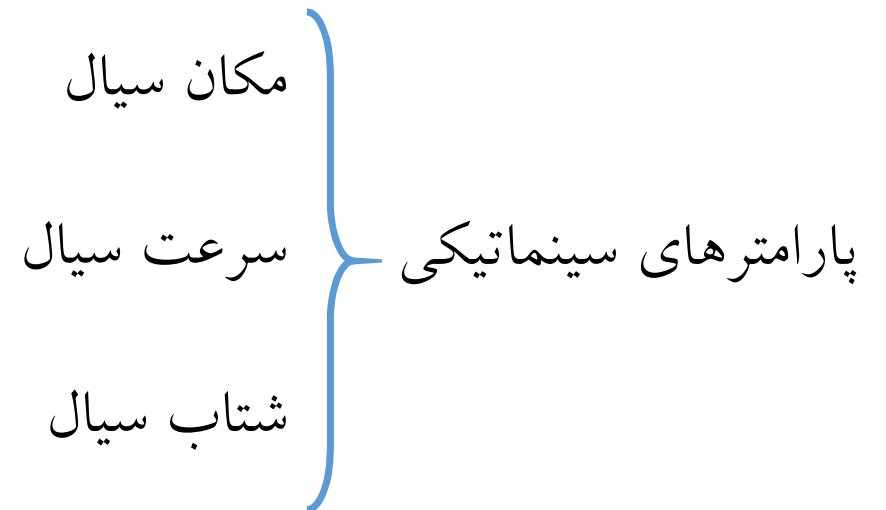
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل چہارم

سینماتیک سیال

بررسی سینماتیکی سیال

بررسی حرکت سیال بدون توجه به عامل بوجود آورنده آن (نیرو یا گشتاور نیرو)



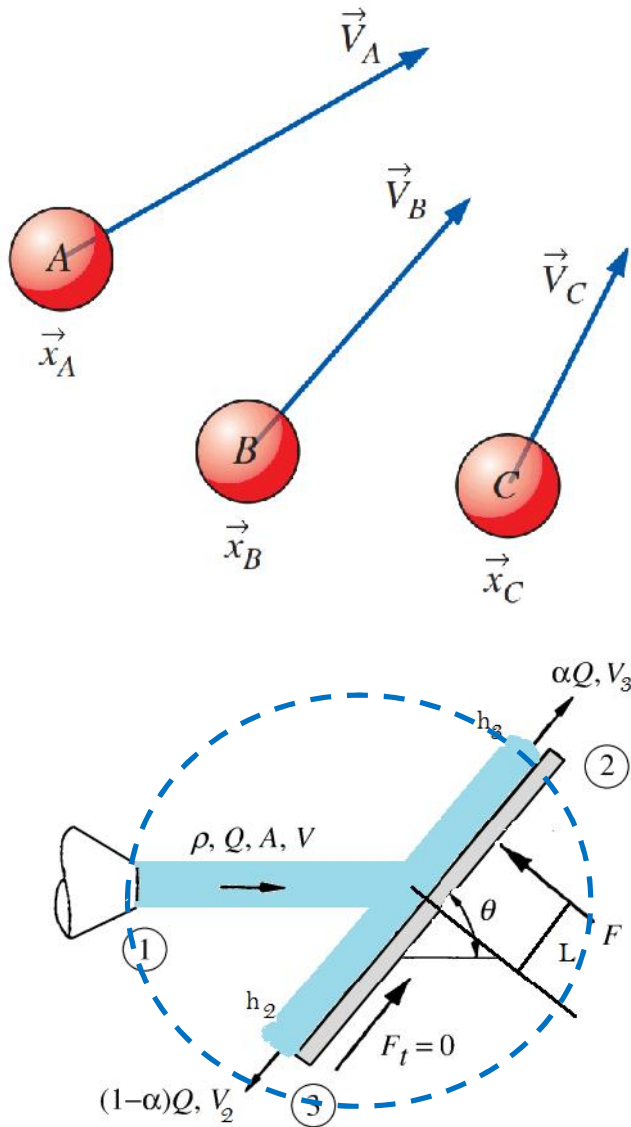
دیدگاه های توصیف سینماتیکی حرکت سیال

دیدگاه لاگرانژی:

حرکت یک المان مشخصی از سیال پیگیری می شود. و مکان، سرعت و شتاب آن برحسب زمان ثبت می شود

دیدگاه اویلری:

ویژگیهای حرکتی سیال در یک مکان مشخص یا یک حجم مشخص در مسیر حرکت سیال بررسی می شود. مثلاً با ثابت نگهداشتن وسایل اندازه گیری در یک نقطه ثابت



Finite Element Analysis

Eulerian

Lagrangian



Leonhard Euler
(1707-1783)



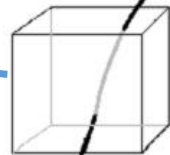
Joseph-Louis Lagrange
(1736-1813)

www.3ds.ir

Kinematics

حجم ثابت (حجم کنترل)

Euler

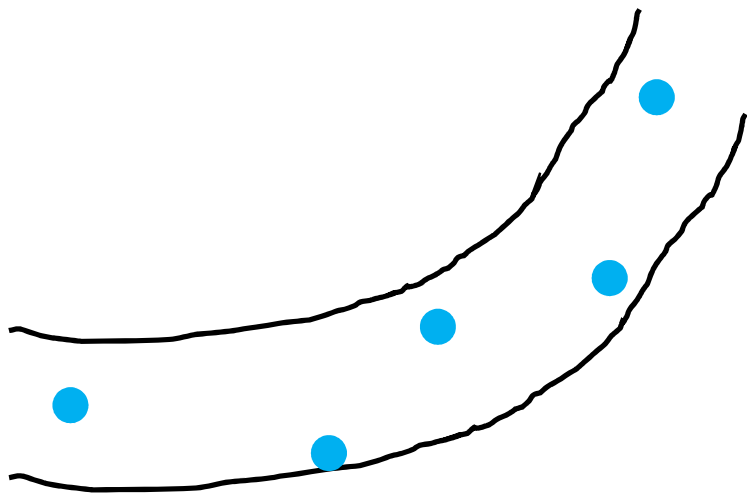


Lagrange

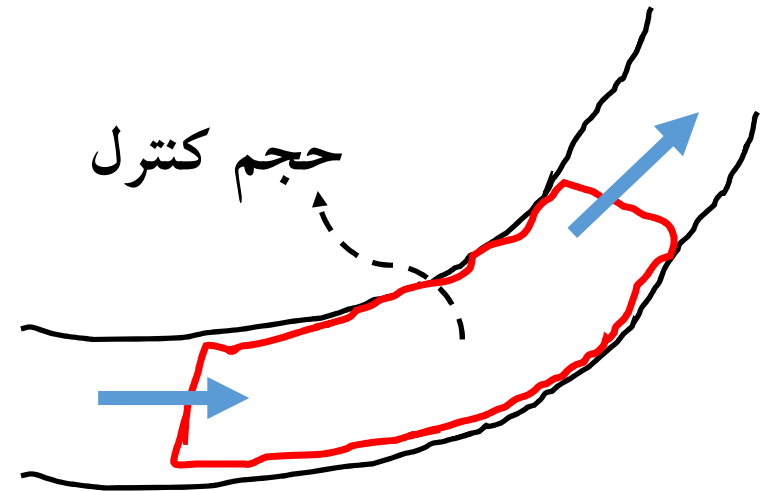
المان متحرک



بررسی کمیت های مشخصه
سیال در یک مجرا در نقاط
مختلف از آن (دیدگاه لاکرانتری)



بررسی کمیت های مشخصه
سیال در یک بخش مشخص از
مجرا (دیدگاه اویلری)



پارامترهای سینماتیکی در سیال ها ← متغیرهای میدانی

کمیت های اسکالر: فشار و چگالی

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

$$P = P(x, y, z, t)$$

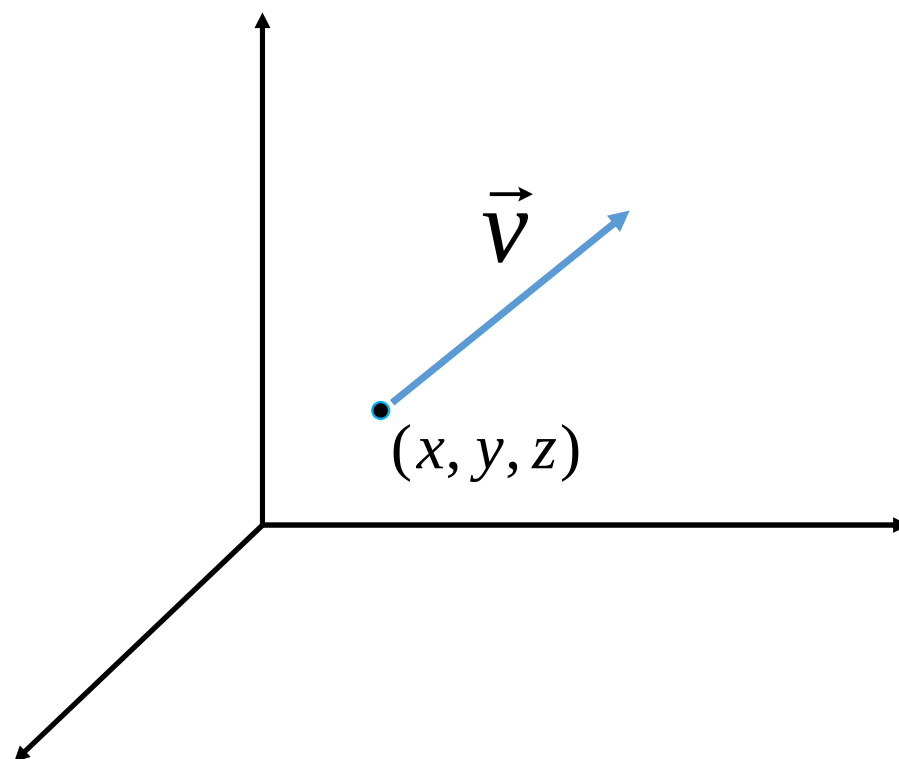
کمیت های برداری: سرعت و شتاب

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

$$\vec{a} = \vec{a}(x, y, z, t)$$

میدان سرعت

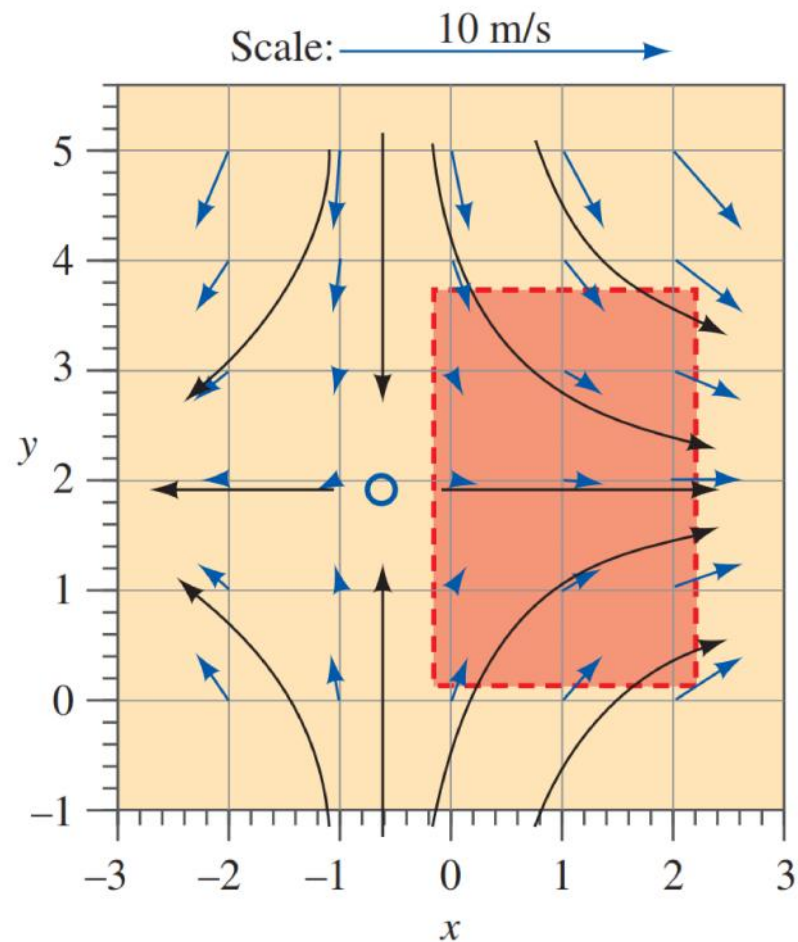
$$\vec{V} = (u, v, w) = u(x, y, z, t)\vec{i} + v(x, y, z, t)\vec{j} + w(x, y, z, t)\vec{k}$$



EXAMPLE 4–1 A Steady Two-Dimensional Velocity Field

A steady, incompressible, two-dimensional velocity field is given by

$$\vec{V} = (u, v) = (0.5 + 0.8x)\vec{i} + (1.5 - 0.8y)\vec{j}$$



میدان شتاب

شتاب یک ذره از سیال
در مکان (x, y, z)

$$\vec{a}_{\text{particle}} = \frac{d\vec{V}_{\text{particle}}}{dt}$$

$$\vec{V}_{\text{particle}}(t) \equiv \vec{V}(x_{\text{particle}}(t), y_{\text{particle}}(t), z_{\text{particle}}(t), t)$$

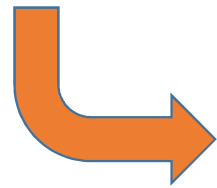
$$\begin{aligned} \vec{a}_{\text{particle}} &= \frac{d\vec{V}_{\text{particle}}}{dt} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{V}(x_{\text{particle}}, y_{\text{particle}}, z_{\text{particle}}, t)}{dt} \\ &= \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x_{\text{particle}}} \underbrace{\frac{dx_{\text{particle}}}{dt}}_u + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y_{\text{particle}}} \underbrace{\frac{dy_{\text{particle}}}{dt}}_v + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z_{\text{particle}}} \underbrace{\frac{dz_{\text{particle}}}{dt}}_w \end{aligned}$$

$$\vec{a}_{\text{particle}}(x, y, z, t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$



$$\vec{a}(x, y, z, t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}$$

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \end{array} \right.$$

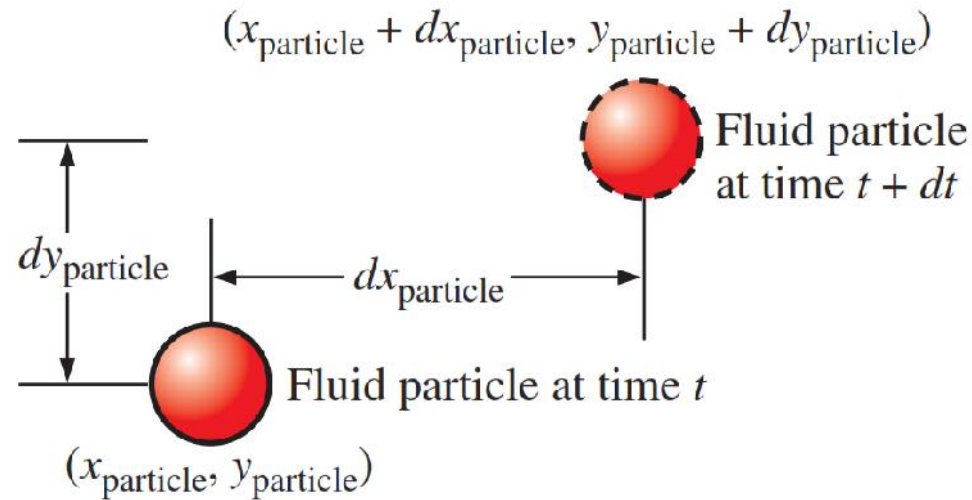
$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}$$

شتاب موضعی

شتاب جابه جایی

برای جریان دائمی صفر
برای جریان غیر دائمی مخالف صفر

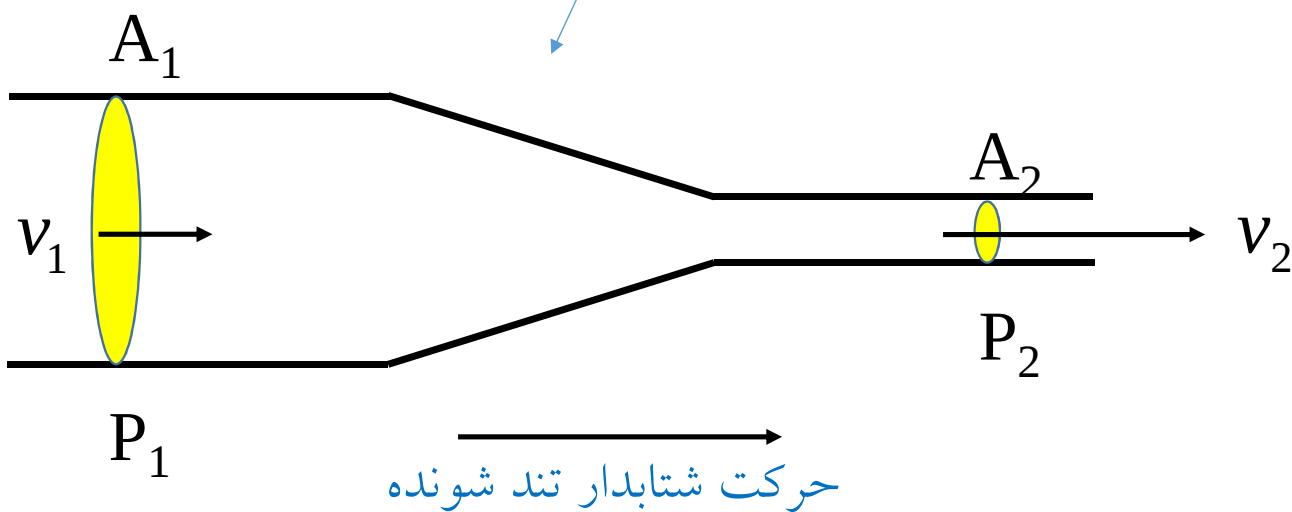
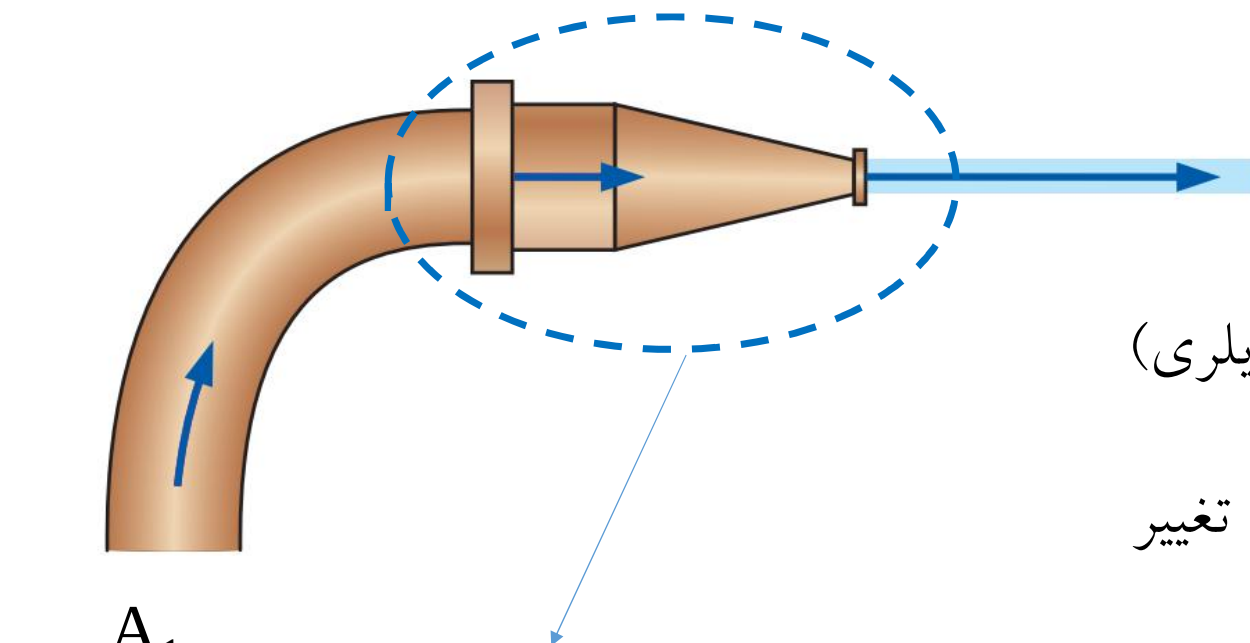
شتاب ناشی از جابه جایی ذره سیال
بین دو نقطه با سرعت متفاوت



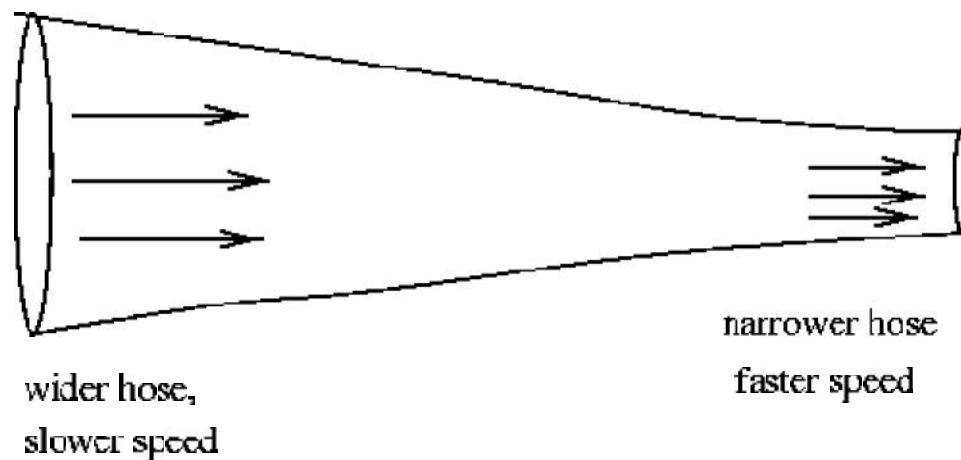
در یک جریان پایدار:

در هر نقطه سرعت ثابت است (دستگاه اوپلری)

بین نقاط مختلف می تواند سرعت یک ذره تغییر نماید (دستگاه لاگرانژی)



معادله پیوستگی (Continuity equation)



معادله پیوستگی: درون یک مجرا با یک ورودی و یک خروجی؛ نرخ شارش جرم در هر نقطه از مجرا یکسان است

مثال (نازل)

از لوله با مقاطع متفاوت آب در حال جریان است. قطر مقطع بزرگتر $D = 2.5 \text{ cm}$ و قطر کوچکتر $d = 2 \text{ mm}$ است. سرعت آب در مقطع D برابر 0.5 m/s است. سرعت در مقطع d را حساب کنید؟

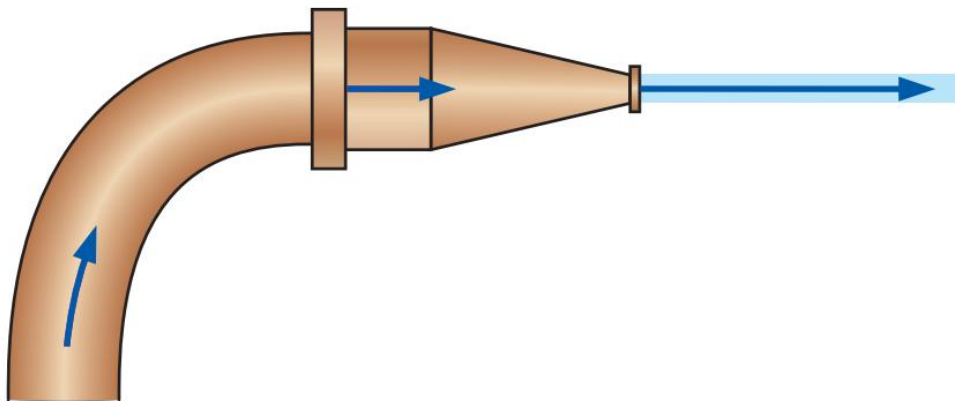
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{\frac{\rho}{4} D^2}{\frac{\rho}{4} d^2} v_1 = \frac{(2.5)^2}{(0.2)^2} \times 0.5 = 78.125 \text{ m/s}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 6103$$

EXAMPLE 4–2 **Acceleration of a Fluid Particle through a Nozzle**

Nadeen is washing her car, using a nozzle similar to the one sketched in Fig. 4–8. The nozzle is 3.90 in (0.325 ft) long, with an inlet diameter of 0.420 in (0.0350 ft) and an outlet diameter of 0.182 in (see Fig. 4–9). The volume flow rate through the garden hose (and through the nozzle) is $\dot{V} = 0.841$ gal/min (0.00187 ft³/s), and the flow is steady. Estimate the magnitude of the acceleration of a fluid particle moving down the centerline of the nozzle.



فرض ها:

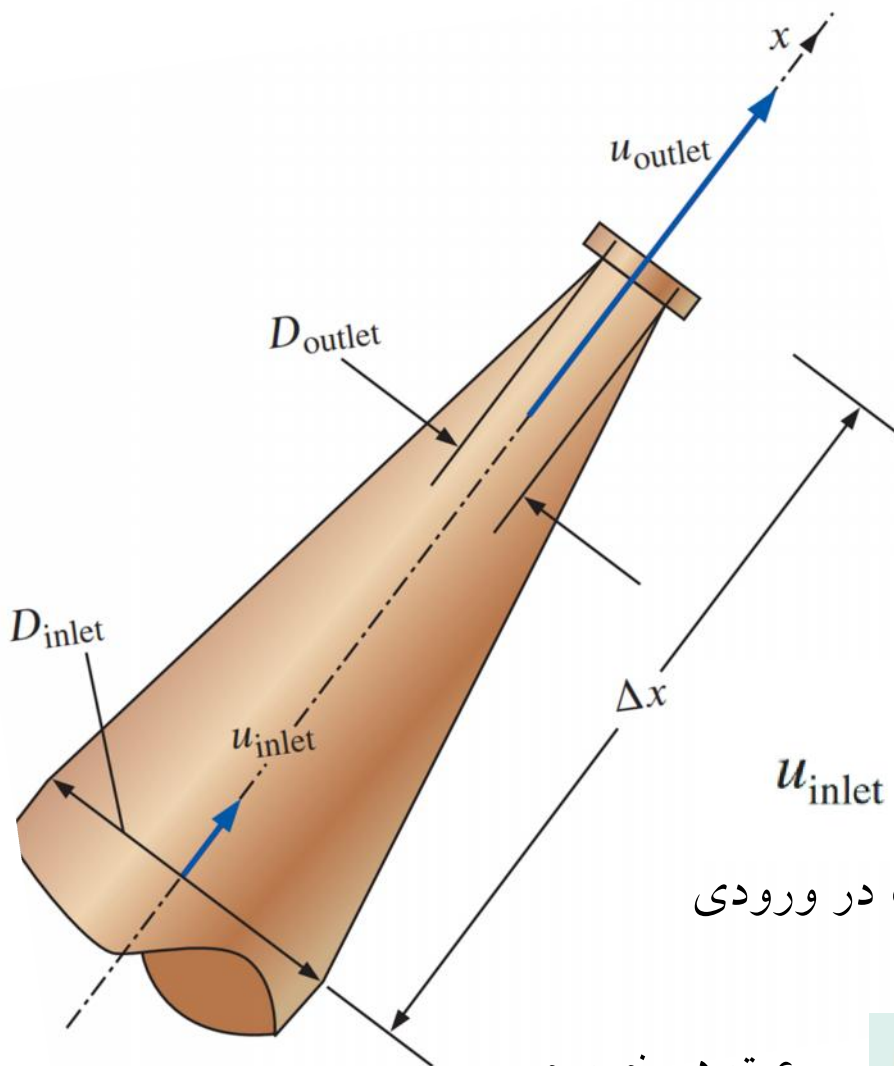
۱- جریان دائمی و سیال تراکم ناپذیر

۲- محور نازل در امتداد محور X ها

$$u \neq 0$$

$$v = 0$$

$$w = 0$$



سرعت در ورودی

$$u_{\text{inlet}} \cong \frac{\dot{V}}{A_{\text{inlet}}} = \frac{4\dot{V}}{\pi D_{\text{inlet}}^2} = \frac{4(0.00187 \text{ ft}^3/\text{s})}{\pi(0.0350 \text{ ft})^2} = 1.95 \text{ ft/s}$$

سرعت در خروجی

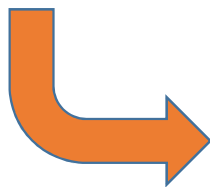
$$u_{\text{outlet}} = 10.4 \text{ ft/s}$$

$$a_x = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_0 + u \frac{\partial u}{\partial x} + \underbrace{v \frac{\partial u}{\partial y}}_0 + \underbrace{w \frac{\partial u}{\partial z}}_0 \cong u_{\text{avg}} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

Steady $v = 0$ along centerline $w = 0$ along centerline



$$a_x \cong \frac{u_{\text{outlet}} + u_{\text{inlet}}}{2} \frac{u_{\text{outlet}} - u_{\text{inlet}}}{\Delta x} = \frac{u_{\text{outlet}}^2 - u_{\text{inlet}}^2}{2 \Delta x}$$

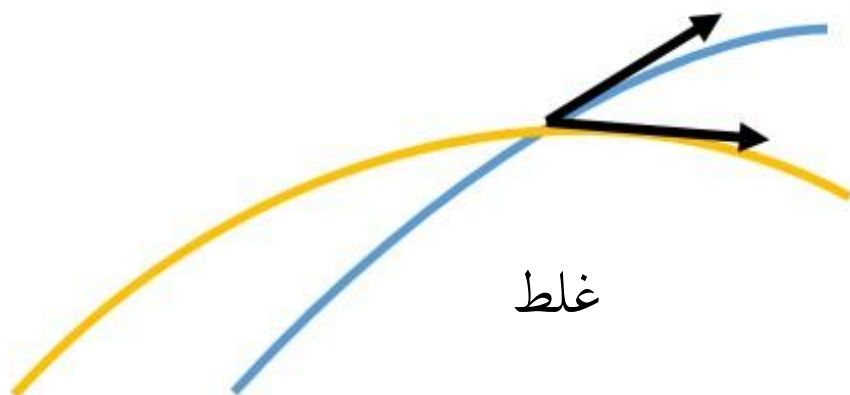


$$a_x \cong \frac{u_{\text{outlet}}^2 - u_{\text{inlet}}^2}{2 \Delta x} = \frac{(10.4 \text{ ft/s})^2 - (1.95 \text{ ft/s})^2}{2(0.325 \text{ ft})} = \mathbf{160 \text{ ft/s}^2}$$

خط جریان و لوله جریان:

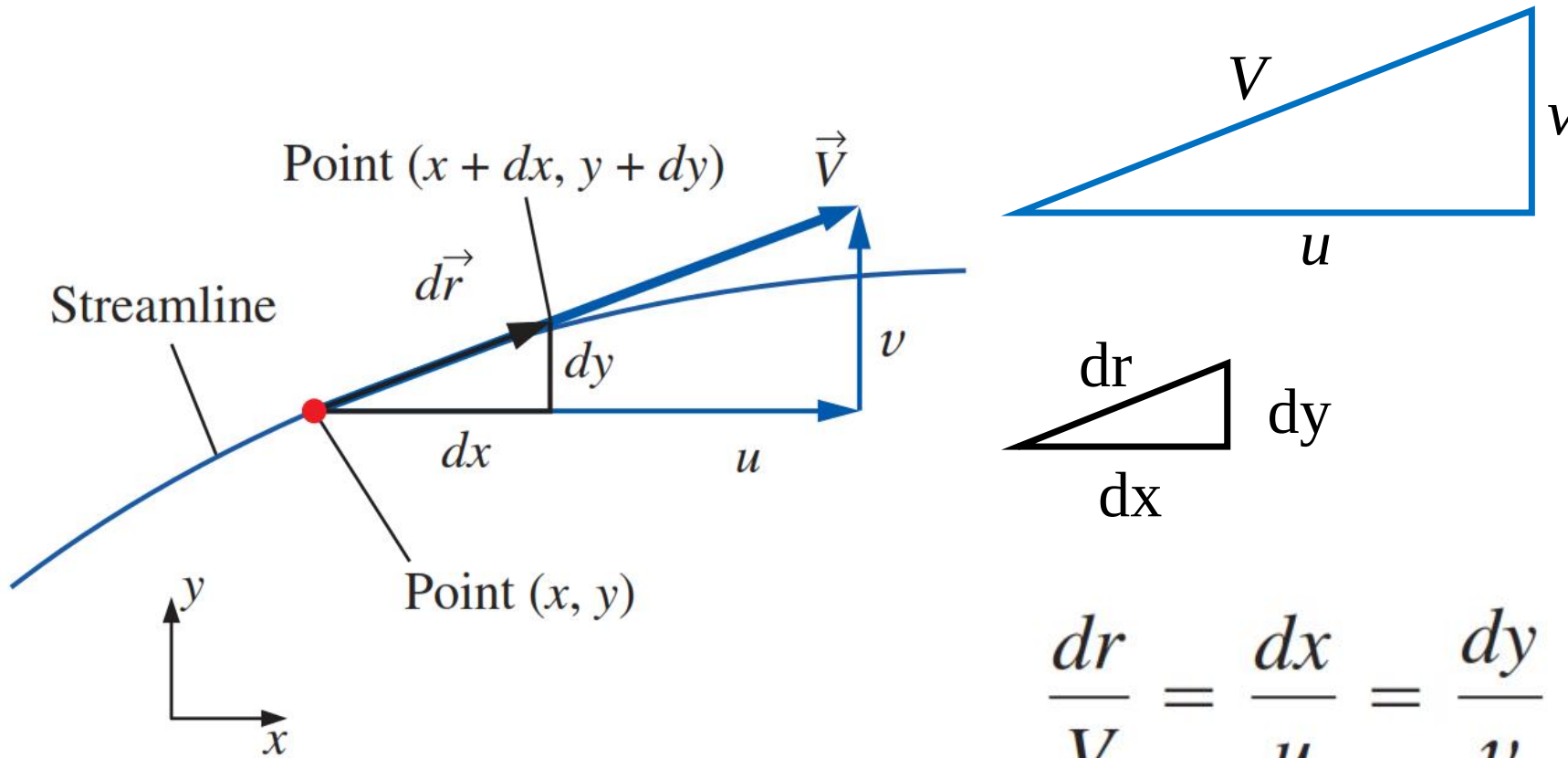
هر خط جریان مسیری است که المان کوچکی از شاره می پیماید
خط جریان منحنی پیوسته است که بردار سرعت لحظه ای در هر مکانی بر آن مماس است.
سرعت در هر نقطه مماس بر خط جریان در آن نقطه است

ذرات در جهت خط جریان حرکت می کنند
خطوط جریان همدیگر را قطع نمی نمایند
ذره در یک نقطه دو سرعت ندارد



بدست آوردن معادله خط جریان:

یک المان از خط جریان به طول dr در نظر گرفته می شود



$$\frac{dr}{V} = \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

در صفحه دو بعدی XY شیب خط جریان در نقطه مورد نظر از رابطه زیر بدست می آید:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\text{along a streamline}} = \frac{v}{u}$$

EXAMPLE 4–4 Streamlines in the xy -Plane—An Analytical Solution

For the steady, incompressible, two-dimensional velocity field of Example 4–1, plot several streamlines in the right half of the flow ($x > 0$) and compare to the velocity vectors plotted in Fig. 4–4.

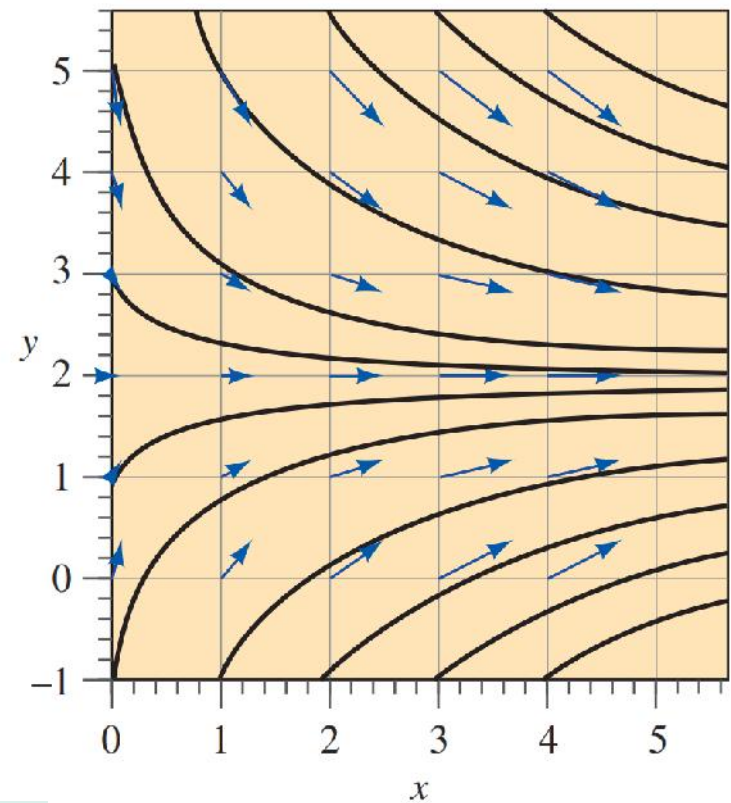
$$\vec{V} = (u, v) = (0.5 + 0.8x)\vec{i} + (1.5 - 0.8y)\vec{j}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{1.5 - 0.8y}{0.5 + 0.8x}$$

$$\frac{dy}{1.5 - 0.8y} = \frac{dx}{0.5 + 0.8x}$$

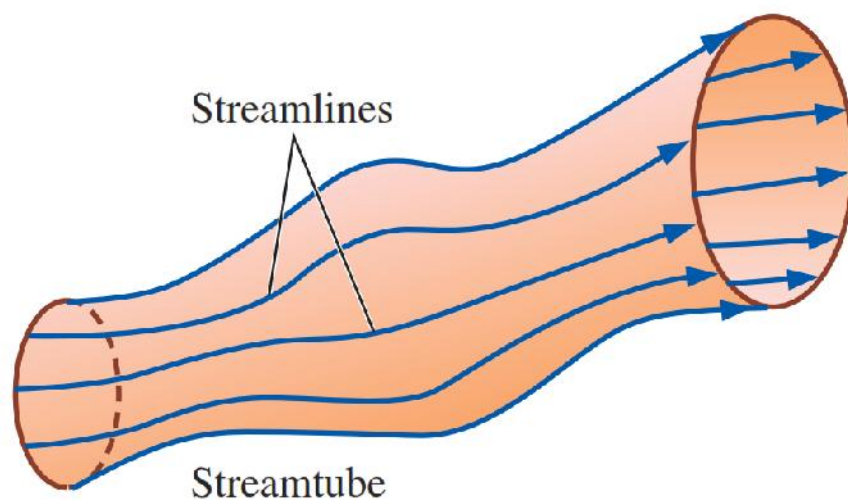
$$\rightarrow \int \frac{dy}{1.5 - 0.8y} = \int \frac{dx}{0.5 + 0.8x}$$

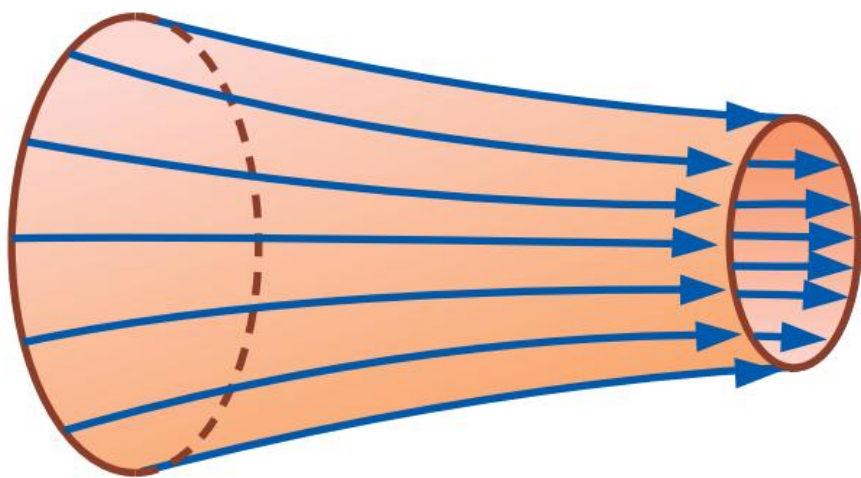
$$y = \frac{C}{0.8(0.5 + 0.8x)} + 1.875$$



لوله جریان

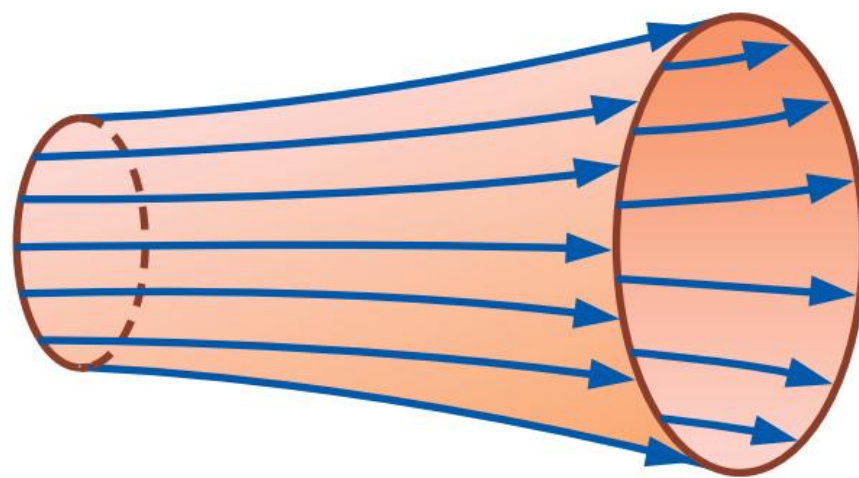
لوله جریان شامل مجموعه ای از خطوط جریان است
چون خطوط جریان همدیگر را قطع نمی کنند بنابراین سیال یک خط جریان را قطع نخواهد کرد و
در نتیجه حرکت سیال به داخل یک لوله جریان محدود می شود.
خطوط و لوله های جریان کمیت های لحظه ای هستند





(a)

کاهش قطر = افزایش سرعت سیال
(حرکت شتابدار تندشونده)



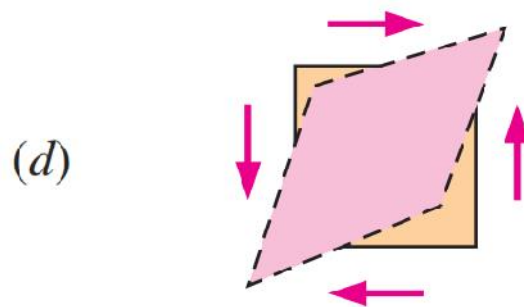
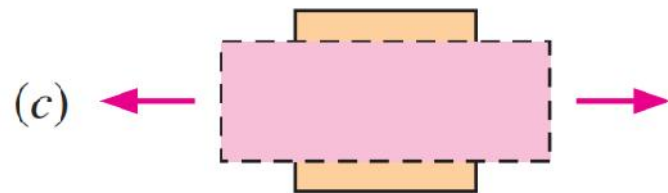
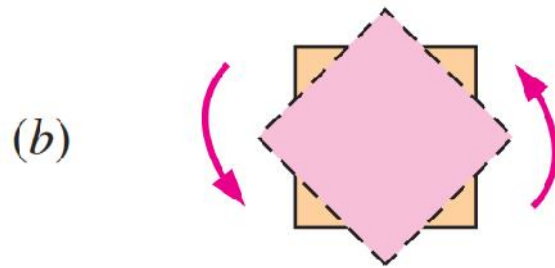
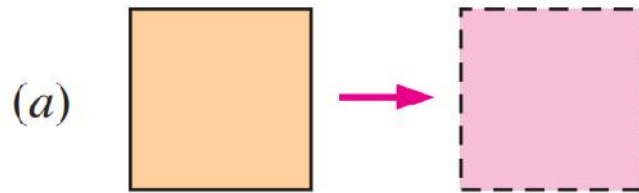
(b)

افزایش قطر = کاهش سرعت سیال
(حرکت شتابدار کندشونده)

سیال در جریان

سیال در حال جریان می تواند دچار تحول گردد.

انواع تحول در یک سیستم ذرات:



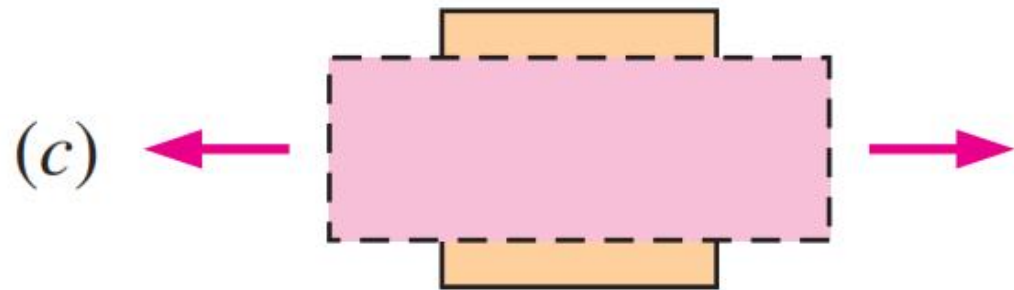
(a) translation,

(b) rotation,

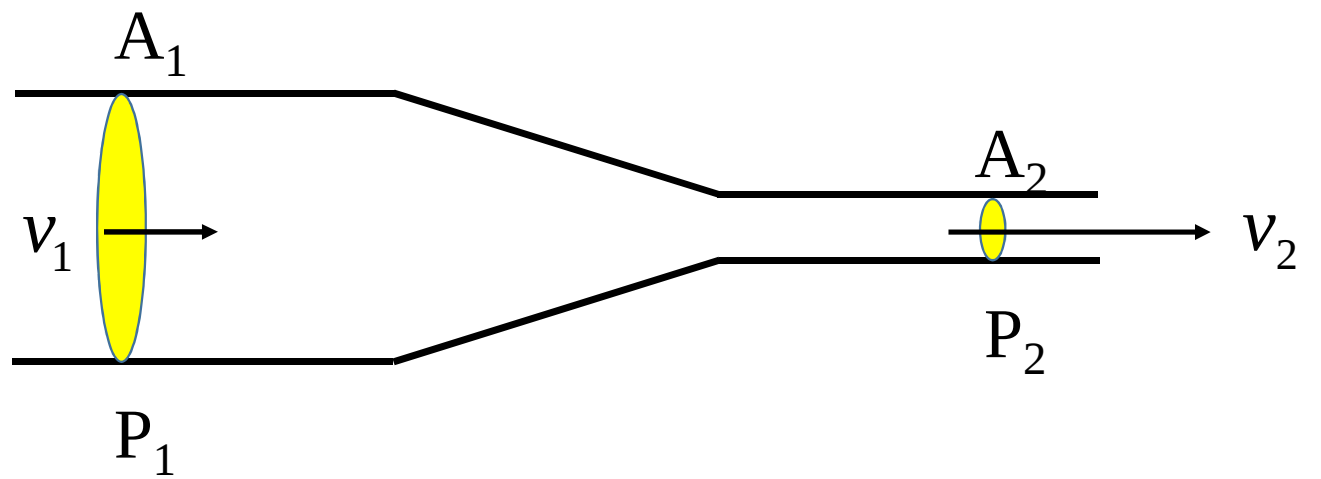
(c) linear strain,

(d) shear strain.

تغییر شکل سیال
تغییر حجم سیال در سیال قابل تراکم

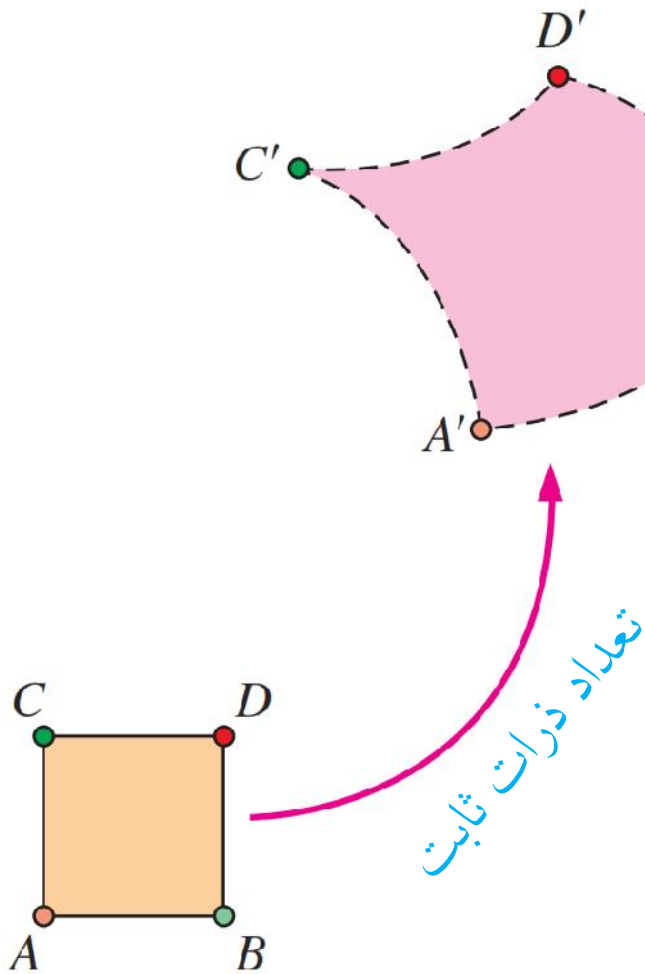


linear strain,



ویژگی های یک سیستم سیال (دیدگاه لاگرانژی)

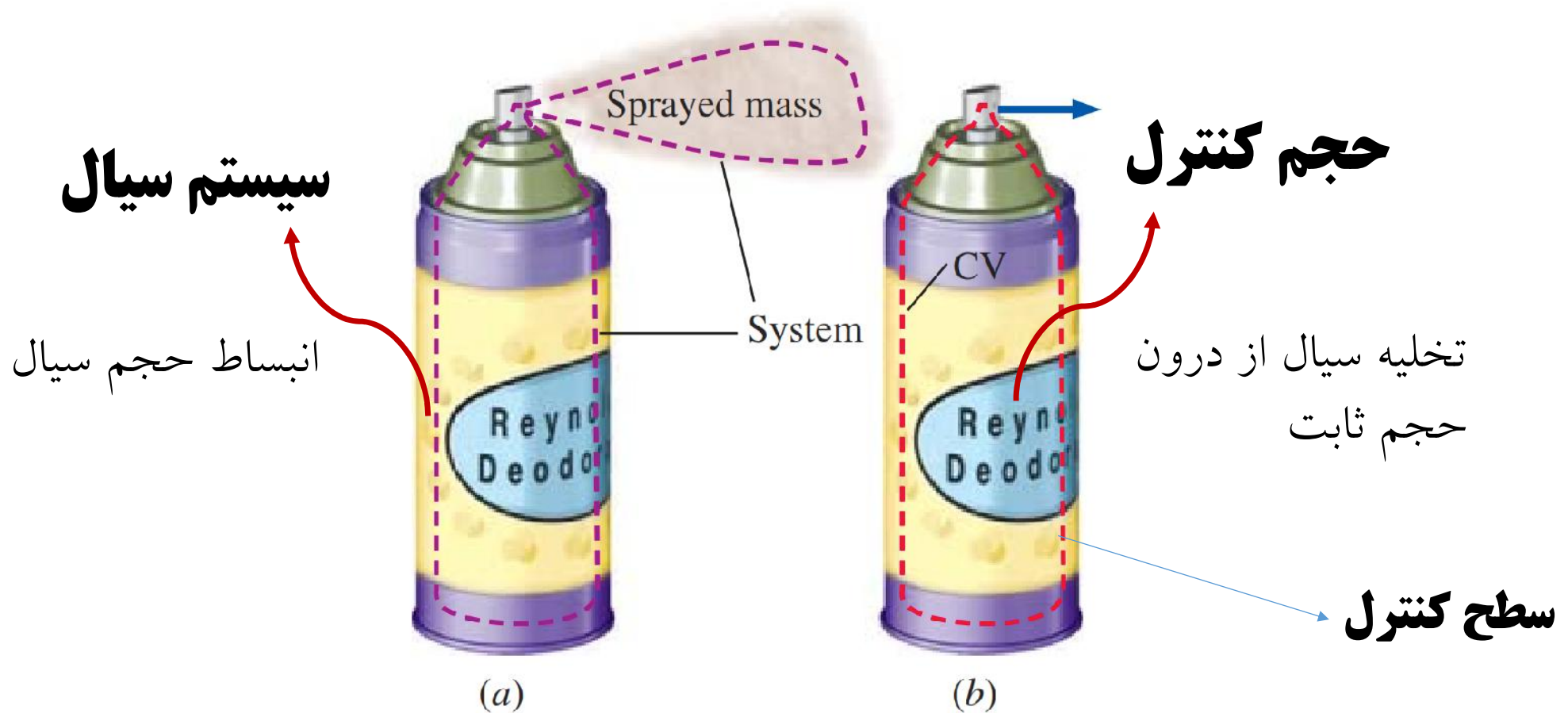
- دارای تعداد ذرات ثابت
- اندازه و حجم سیستم تغییر می کند
- با توجه به ثابت بودن ذرات پس جرم سیستم ثابت است.
- ذره از مرز به داخل یا خارج از آن به آن وارد یا خارج نمی شود پس جرمی از طریق مرز به آن وارد یا خارج نمی شود
- لذا در صورت تحول مرز سیستم به گونه ای جابه جا می شود تا همه ذرات را در بر بگیرد
- در دیدگاه لاگرانژی ذرات تعقیب می شوند



ویژگی های حجم کنترل (دیدگاه اوپلری)

- اندازه و حجم ثابت است
- دارای تعداد ذرات متغیر پس جرم در آن متغیر است
- ذره از طریق مرز به داخل یا خارج از حجم کنترل به آن وارد یا از آن خارج می شود
- در این دیدگاه برخلاف دیدگاه لاگرانژی دیگر ذرات مورد تعقیب قرار نمی گیرند

تفاوت فیزیک بین دو دیدگاه



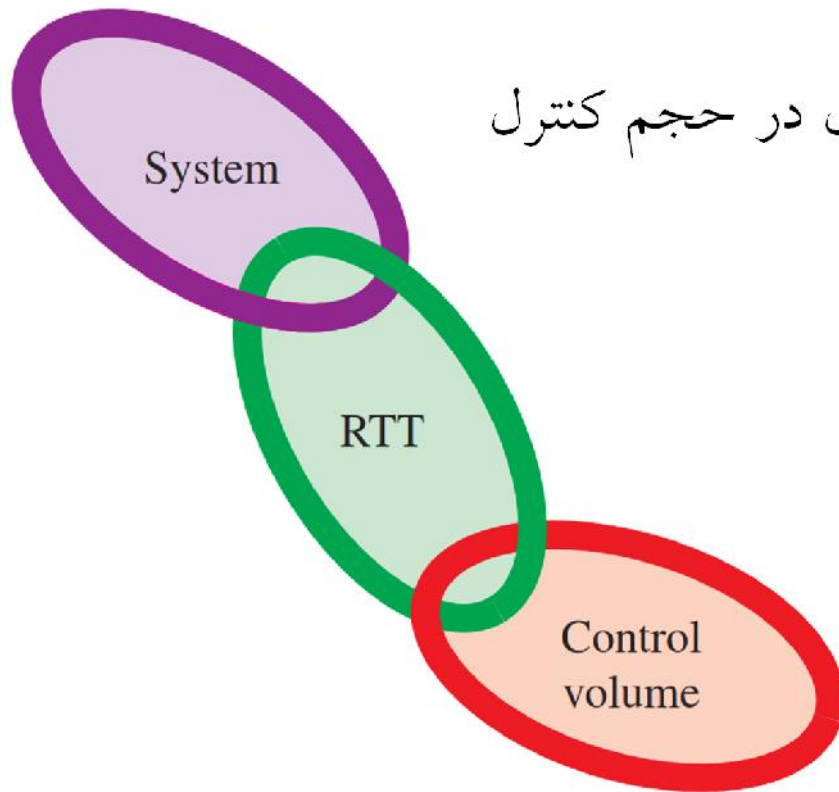
تئوری انتقال رینولدز (RTT) Reynolds transport theorem

بیانگر ارتباط بین فیزیک دیدگاه سیستمی و دیدگاه حجم



کنترل

در یک سیال در حال جریان؛ نرخ زمانی تغییر خواص سیال در حجم کنترل مرتبط با نرخ تغییرات خواص در سیستم ذرات است



قوانین بقاء در سیستم ذرات

❖ خواص فیزیکی ناشی از ذرات مبتنی بر قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم ذرات (قوانین بقا) می باشد

❖ قوانین بقا به همراه روابط ساختاری (مانند قانون گاز ایده آل، قانون لزجت سیال و رابطه میان تنش و کرنش) منجر به معادلات دیفرانسیلی می شود

قانون بقای جرم

قانون دوم نیوتن (بقای تکانه خطی)

قانون اول ترمودینامیک (بقای انرژی)

قانون دوم ترمودینامیک

قانون تکانه زاویه ای

قانون بقای جرم

در یک سیستم بسته، جرم ثابت است

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

$$M = \int r dV$$

قانون دوم نیوتن (بقای تکانه خطی)

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}$$

قانون اول ترمودینامیک (بقای انرژی)

تغییر گرما و کار در یک سیستم منجر به تغییر در انرژی درونی در آن می شود

$$dQ - dW = dE$$

قانون دوم ترمودینامیک

$$dS \geq \frac{dQ}{T}$$

قانون تکانه زاویه ای

تغییر تکانه زاویه ای سک سیستم ذرات ناشی از گشتاور خالص غیر صفر وارد بر سیستم ذرات است

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt}$$

$$\vec{M} = 0 \rightarrow \vec{H} = \text{const} \tan t$$

ارتباط بین فرمول بندی سیستمی و حجم کنترل

قوانین بقاء برای سیستم ذرات مشخص می باشد. سوال: قوانین بقاء برای حجم کنترل چگونه است؟؟؟

فرض ها:

$$N = \begin{cases} m \\ E \\ \vec{P} \\ \vec{H} \\ S \end{cases}$$

۱- حجم کنترل ثابت ولی سیستم ذرات در حال انتقال

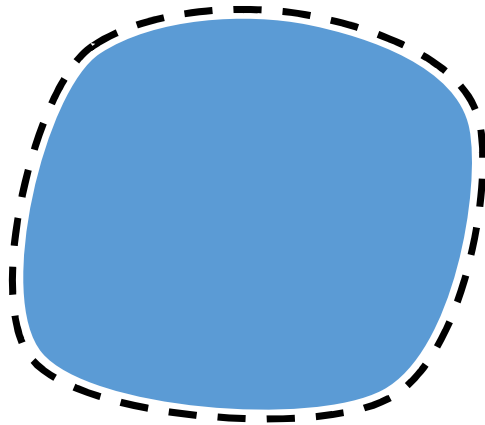
۲- اگر N به عنوان یک خاصیت مشخص از سیستم ذرات باشد

۳- مقدار N در واحد جرم سیستم به عنوان η تعریف شود

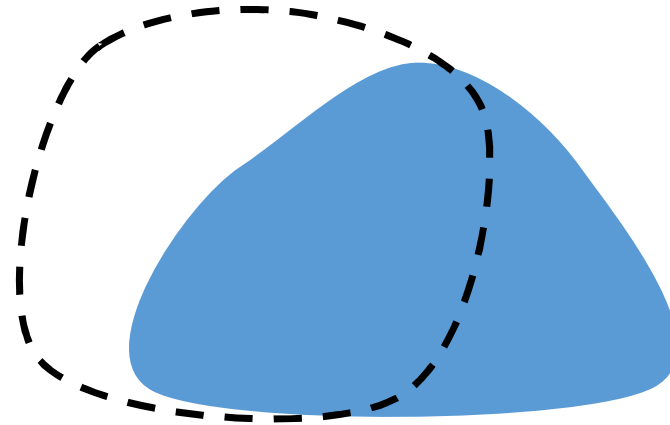
$$h = \frac{N}{m}$$

۴- سیستم در لحظه t_0 به صورت کامل در حجم کنترل قرار دارد

۵- در زمان $t_0 + \Delta t$ بخشی از سیستم ذرات از حجم کنترل خارج شده و ذرات دیگری به آن وارد می شوند



$$t_0: N_{\text{Sys.}, t=t_0} = N_{\text{CV.}, t=t_0}$$



$$t_0 + \Delta t$$

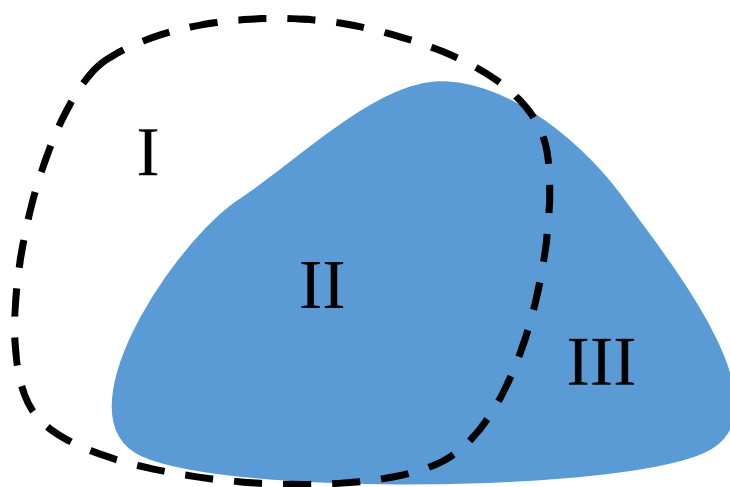
۶- نواحی مختلف:

I = ناحیه از حجم کنترل که از سیستم ذرات اولیه خالی شده است

II = ناحیه از حجم کنترل که هنوز شامل ذرات سیستم اولیه است

III = ناحیه ای خارج از حجم کنترل که ذرات سیستم اولیه به آن منتقل شده اند

$t_0 + \Delta t$



۷- سیستم ذرات در لحظه $t_0 + \Delta t$

II + III

$$N_{Sys., t=t_0+\Delta t} = N_{II, t=t_0+\Delta t} + N_{III, t=t_0+\Delta t}$$

$$N_{Sys., t=t_0+\Delta t} = N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{I, t=t_0+\Delta t} + N_{III, t=t_0+\Delta t}$$

۸- آهنگ تغییر مشخصه N سیستم ذرات

$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{Sys., t=t_0+\Delta t} - N_{Sys., t=t_0}}{\Delta t}$$

$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{I, t=t_0+\Delta t} + N_{III, t=t_0+\Delta t} - N_{Sys., t=t_0}}{\Delta t}$$

$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{Sys., t=t_0} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{I, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{III, t=t_0+\Delta t} - N_{I, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{CV, t=t_0}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{III, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{I, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$

ABC

۹- بدست آوردن جملات **A** **B**

A 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{CV, t=t_0}}{\Delta t} = \frac{\partial N_{CV}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} h \, r \, dV$$

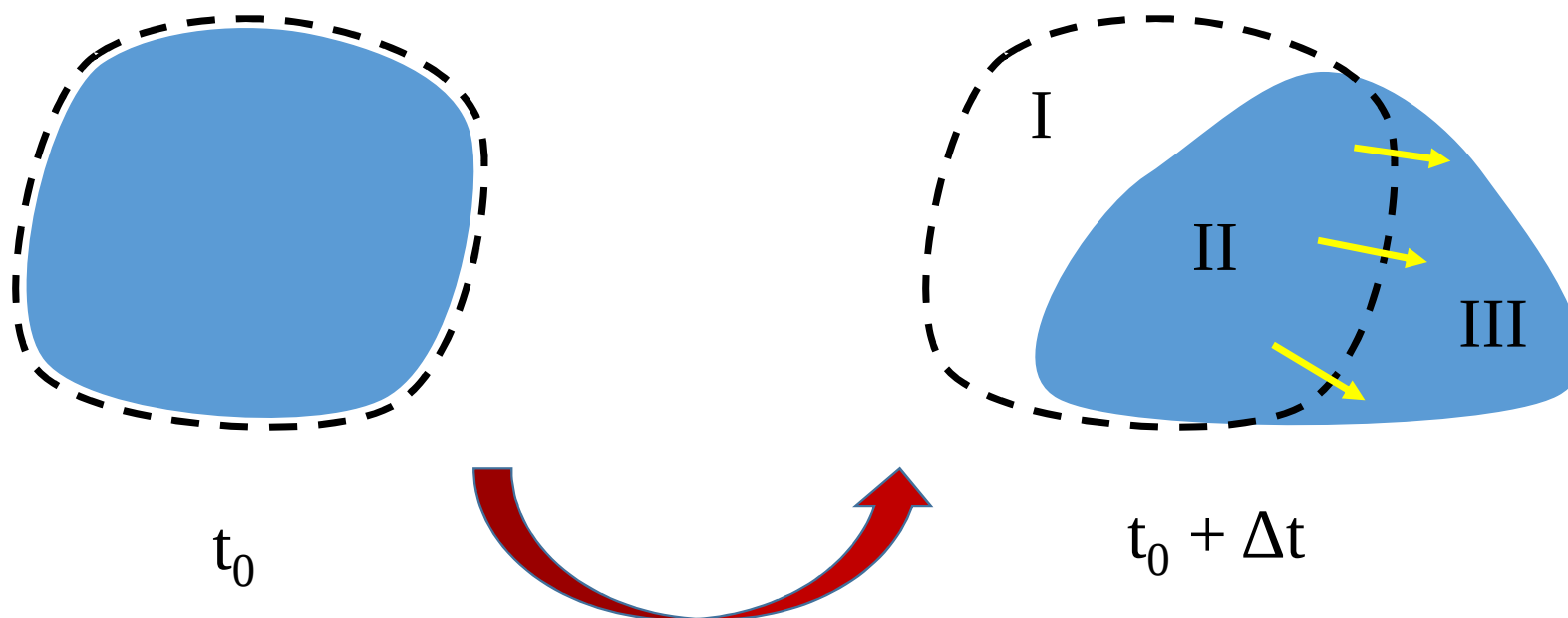
B 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{III, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{III} h \, r \, dV \Big|_{t=t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$

آهنگ تغییر خاصیت سیستم ذرات در ناحیه III ناشی از ورود ذرات به این ناحیه

۱۰- آهنگ تغییر خاصیت سیستم ذرات در ناحیه III ناشی از ورود ذرات به این ناحیه =

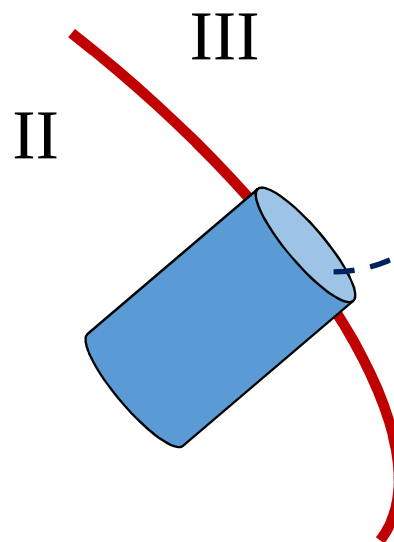
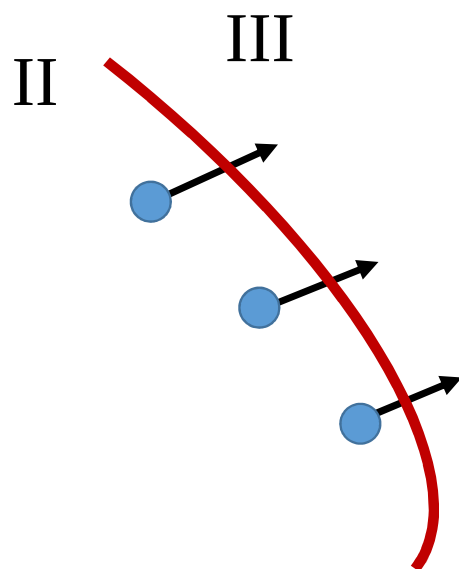
آهنگ عبور خاصیت توسط ذرات سیستم از مرز سطحی بین ناحیه II و III به ناحیه III

است



خاصیت با عبور ذرات به ناحیه III منتقل شده است

۱۱- محاسبه آهنگ عبور خاصیت توسط ذرات سیستم از مرز سطحی بین ناحیه II و III به ناحیه III :

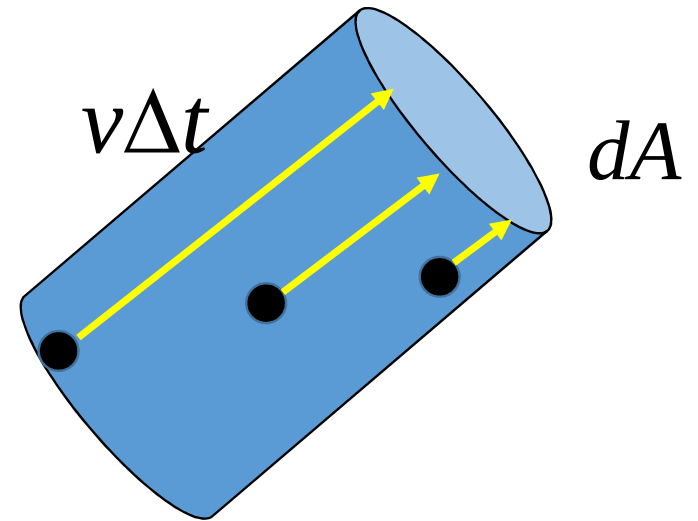


در مدت زمان Δt ذرات داخل این حجم از سطح مشترک بین دو ناحیه عبور می کنند

حجم ذرات عبور کرده $v \Delta t dA$

جرم ذرات عبور کرده $\rho v \Delta t dA$

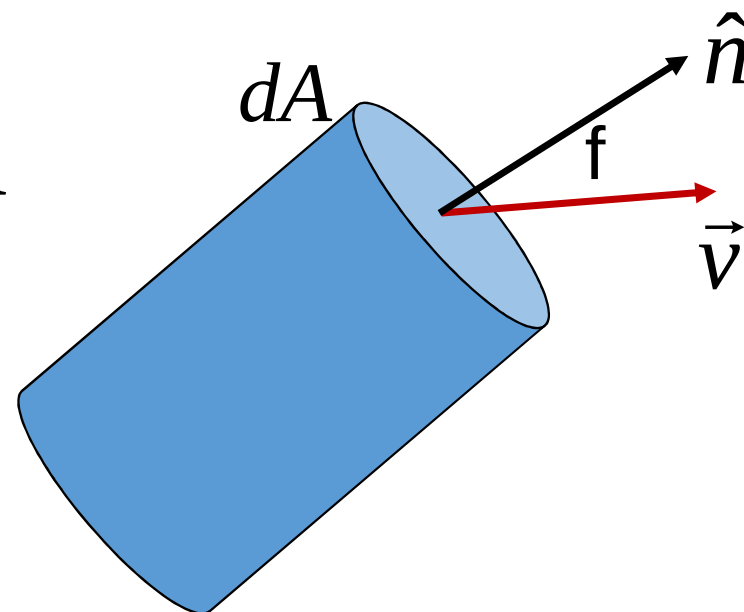
میزان خاصیت عبور کرده از
مرکز توسط ذرات در مدت
 Δt از سطح dA $h \rho v \Delta t dA$



نکته: همه ذرات به صورت عمودی از سطح عبور نمی کنند بلکه ممکن است زاویه ای به میزان $\mathbf{f}$ داشته باشند

میزان خاصیت عبور کرده از
مرز توسط ذرات

$$h \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}} \Delta t dA$$



۱۲- نرخ میزان خاصیت عبور کرده از مرز توسط ذرات بین ناحیه II و III

$$\frac{1}{\Delta t} \int h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, \Delta t \, dA$$

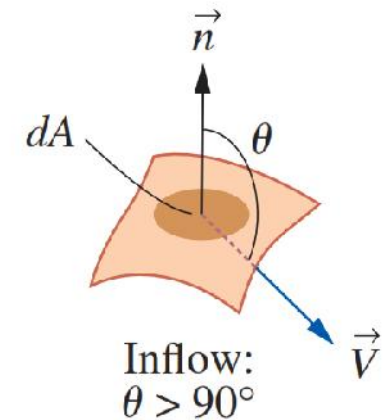
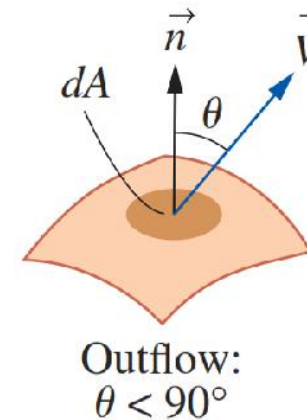
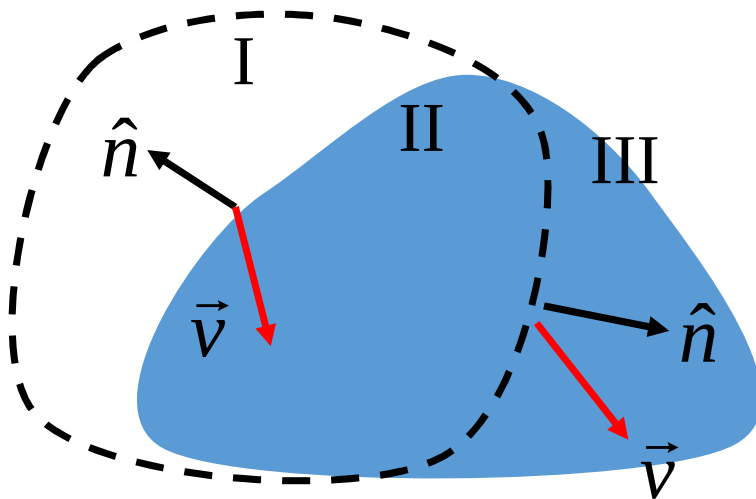



$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{III, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{III} h \, r \, dV \Big|_{t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \int_{CS, III} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA$$

۱۳- بدست آوردن جملات **C**

(مشابه محاسبه قبلی)

C $\Rightarrow -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{I, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_I h \, r \, dV}{\Delta t} = -(-\int_{CS, I} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA)$



$$\vec{V} \cdot \vec{n} = |\vec{V}| |\vec{n}| \cos \theta = V \cos \theta$$

If $\theta < 90^\circ$, then $\cos \theta > 0$ (outflow).

If $\theta > 90^\circ$, then $\cos \theta < 0$ (inflow).

If $\theta = 90^\circ$, then $\cos \theta = 0$ (no flow).

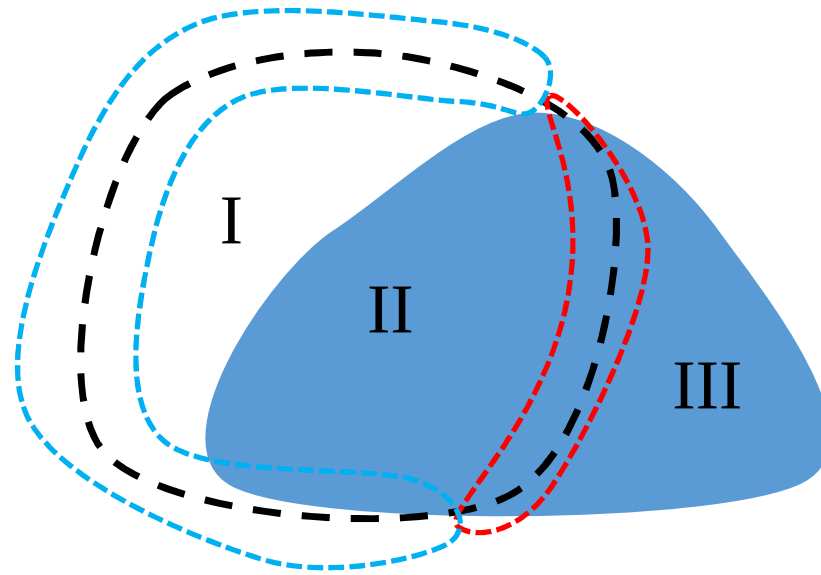
۱۴- ترکیب B و C

$$\textcircled{B} + \textcircled{C} \rightarrow \int_{CS, III} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA + \int_{CS, I} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA = \int_{CS} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA$$

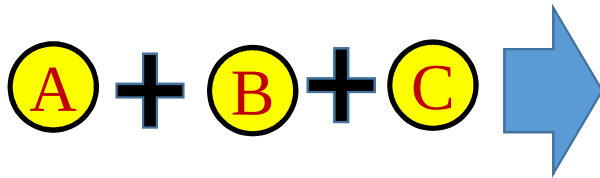
انتگرال روی مرز مشترک
بین CS و III

انتگرال روی مرز مشترک
بین CS و I

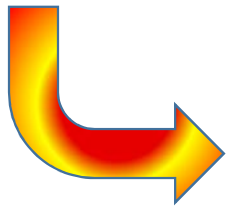
انتگرال روی کل سطح CS



۱۵- ترکیب A و B و C



$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{CV, t=t_0+\Delta t} - N_{CV, t=t_0}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{III, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_{I, t=t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$



$$\frac{dN_{Sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{CV} h \, r \, dV + \int_{CS} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA$$

$$\frac{dN_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{CV} h \, r \, dV + \int_{CS} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA$$

❖ خاصیت فیزیکی در حجم کنترل ثابت

$$N_{CV} = \int_{CV} h \, r \, dV$$

❖ نرخ تغییر خاصیت N درون حجم کنترل

$$\frac{d}{dt} N_{CV} = \frac{d}{dt} \int_{CV} h \, r \, dV$$

❖ با توجه به ثابت بودن حجم کنترل می توان رابطه را به صورت زیر نوشت

$$\frac{dN_{sys}}{dt} = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial t} (h \, r) \, dV + \int_{CS} h \, r \, \vec{v} \cdot \hat{n} \, dA$$

❖ قضیه رینولدز برای حجم کنترل غیر ثابت

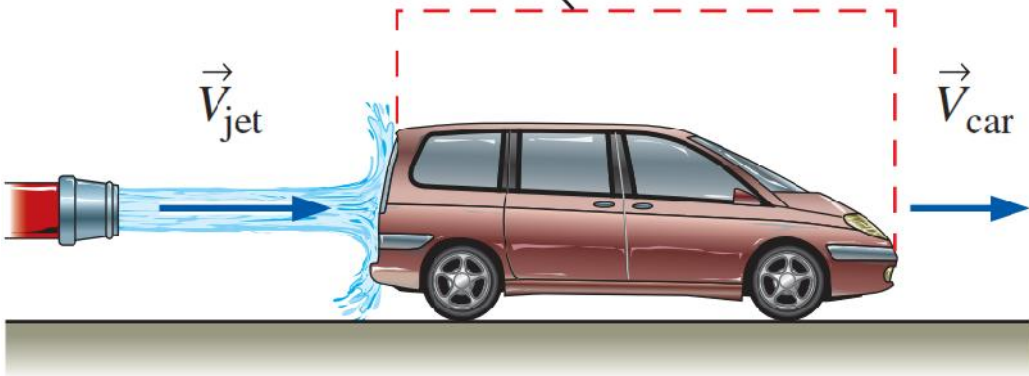
برای مسائلی که حجم کنترل در حال حرکت یا تغییر شکل است به جای سرعت سیال در جمله آخر از سرعت نسبی آن نسبت به حجم کنترل استفاده می شود

$$\frac{dN_{\text{Sys}}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{CV} h \, r \, dV + \int_{CS} h \, r \, \vec{v}_r \cdot \hat{n} \, dA$$

$$\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}_{CV}$$

Absolute reference frame:

Control volume



Relative reference frame:

Control volume

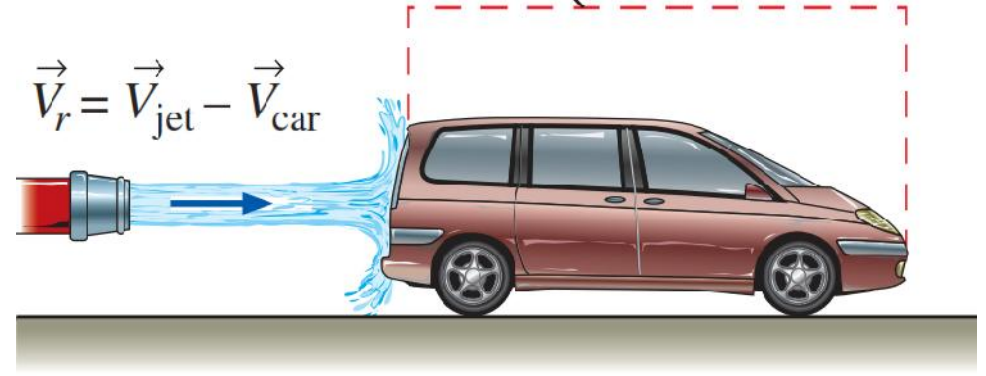


FIGURE: Reynolds transport theorem applied to a control volume moving at constant velocity.

This represents the velocity at which an observer moving with the control volume (moving with the car) would observe the fluid crossing the control surface. In other words, $\vec{V}_r$ is the fluid velocity expressed relative to a coordinate system moving *with the* control volume.