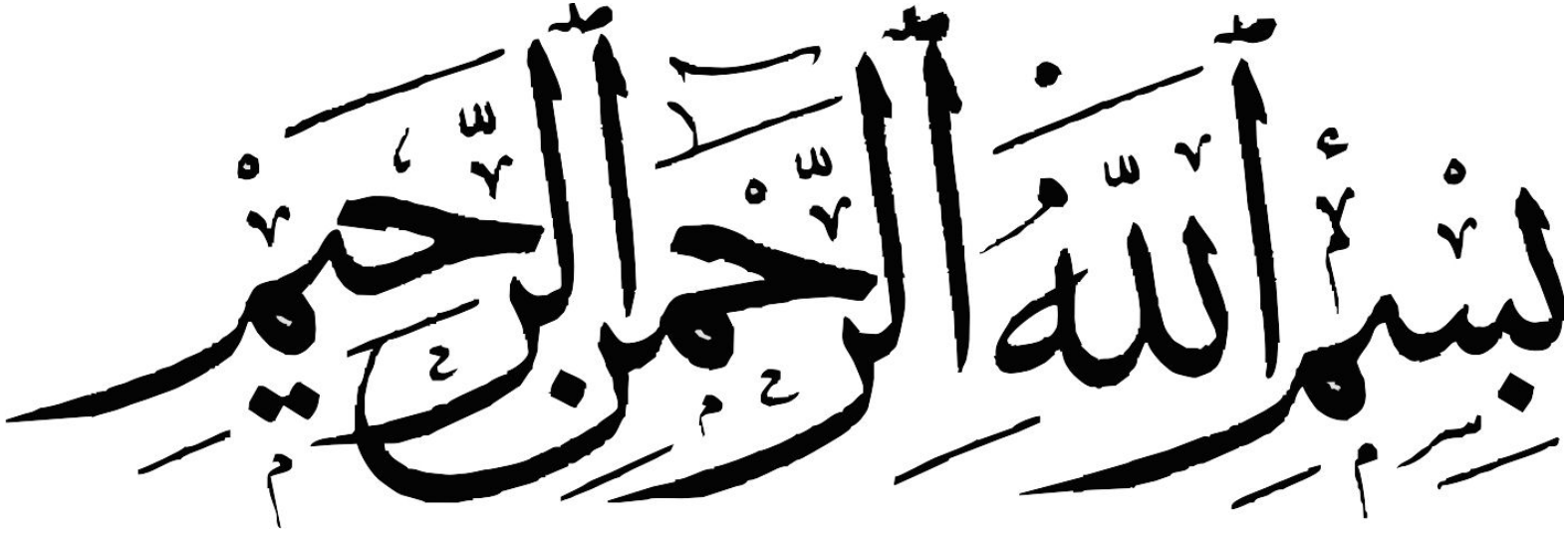

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل هشتم

میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی در

- آهن ربای دائمی
- سیم پیچ ها و الکترومگنت ها

مقایسه میدان الکتریکی و مغناطیسی

میدان الکتریکی	میدان مغناطیسی
در فضای اطراف بارهای الکتریکی	در اطراف آهنربا وسیم های حامل جریان
حاصل از بار الکتریکی ساکن یا متحرک	می تواند ناشی از بارهای فقط متحرک باشد
نمایش توسط خطوط نیرو	نمایش با خطوط میدان مغناطیسی
به ذرات باردار نیرو وارد می کند (هم ساکن و هم متحرک)	میدان مغناطیسی فقط به بارهای الکتریکی متحرک نیرو وار می سازد
مشخص شدن توسط بار آزمون	تشخیص آن به چه صورت ؟

نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک

ملاکی برا ی تشخیص میدان مغناطیسی

حضور میدان الکتریکی سبب اعمال نیرو به ذرات باردار می شود. این نیرو می تواند سبب تغییر وضعیت حرکتی جسم شود.

$$F = qE$$

$$F = ma$$

در حضور میدان مغناطیسی، نیرو به ذره باردار متحرک وارد که می تواند سبب تغییر وضعیت حرکتی جسم شود.

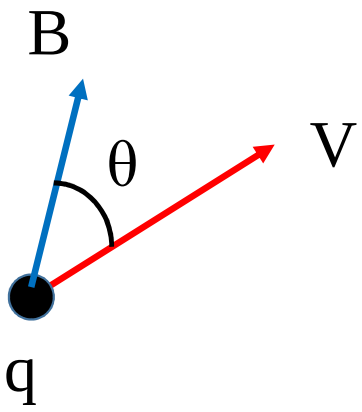
$$F = qvB\sin\theta$$

$$F = ma$$

نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

۱- بردار نیروی مغناطیسی F_B

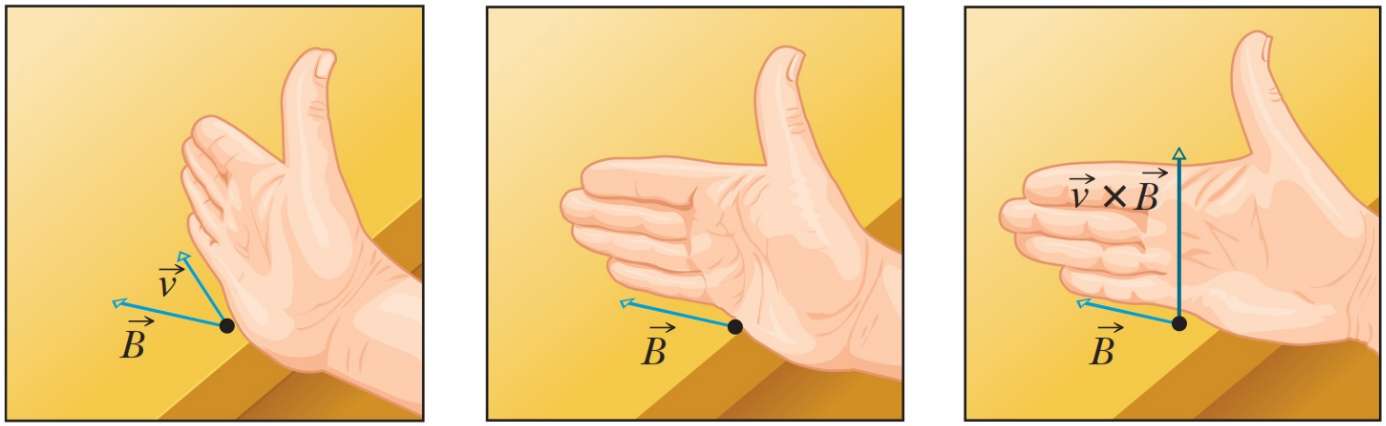


اندازه: $F = qvB\sin\theta$

راستا: عمود بر صفحه گذرنده از دو بردار V و B

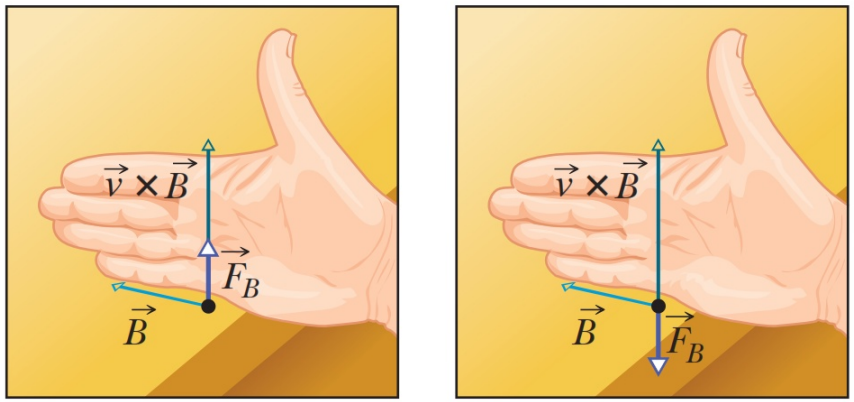
جهت: قانون دست راست

Cross $\vec{v}$ into $\vec{B}$ to get the new vector $\vec{v} \times \vec{B}$.



(a) (b) (c)

Force on positive particle



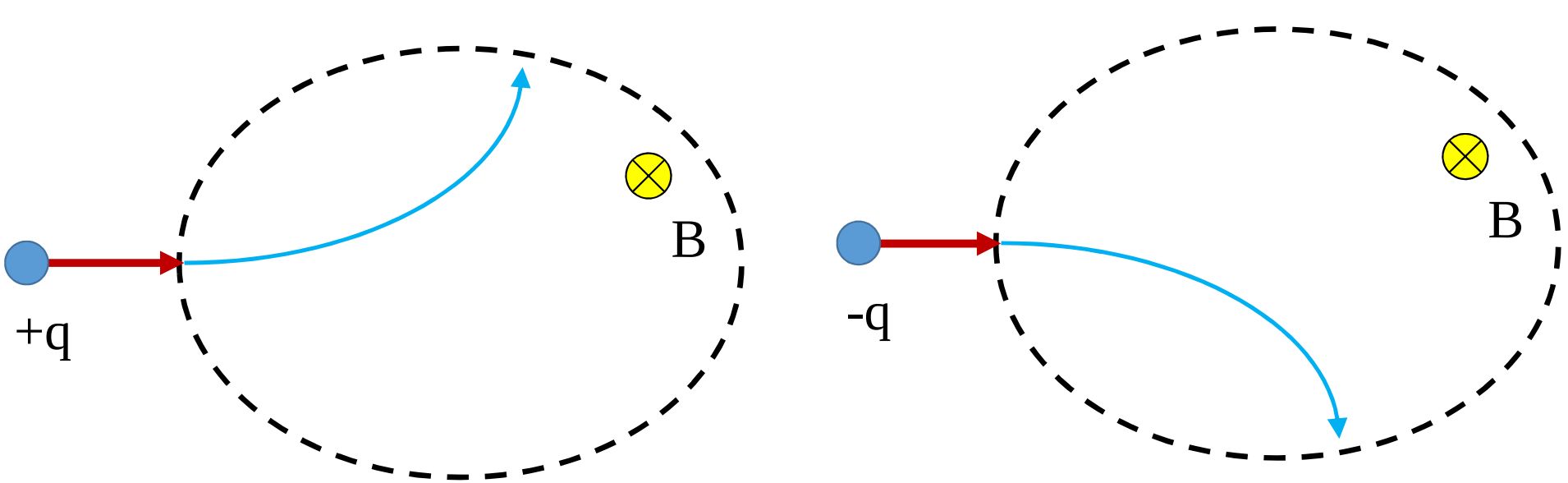
(d) (e)

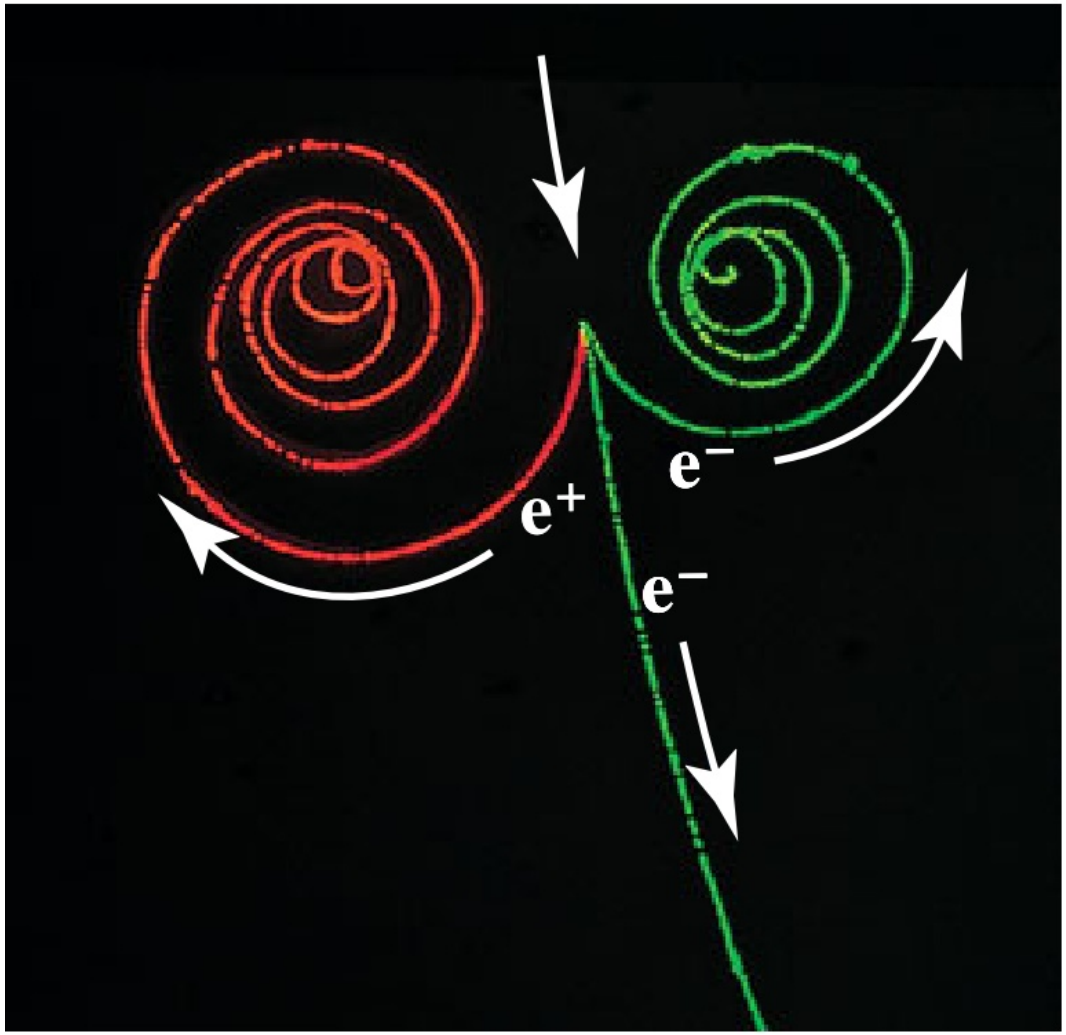
Force on negative particle

۲- نیروی مغناطیسی به ذره ساکن نیرو وارد نمی سازد

$$F \propto v$$

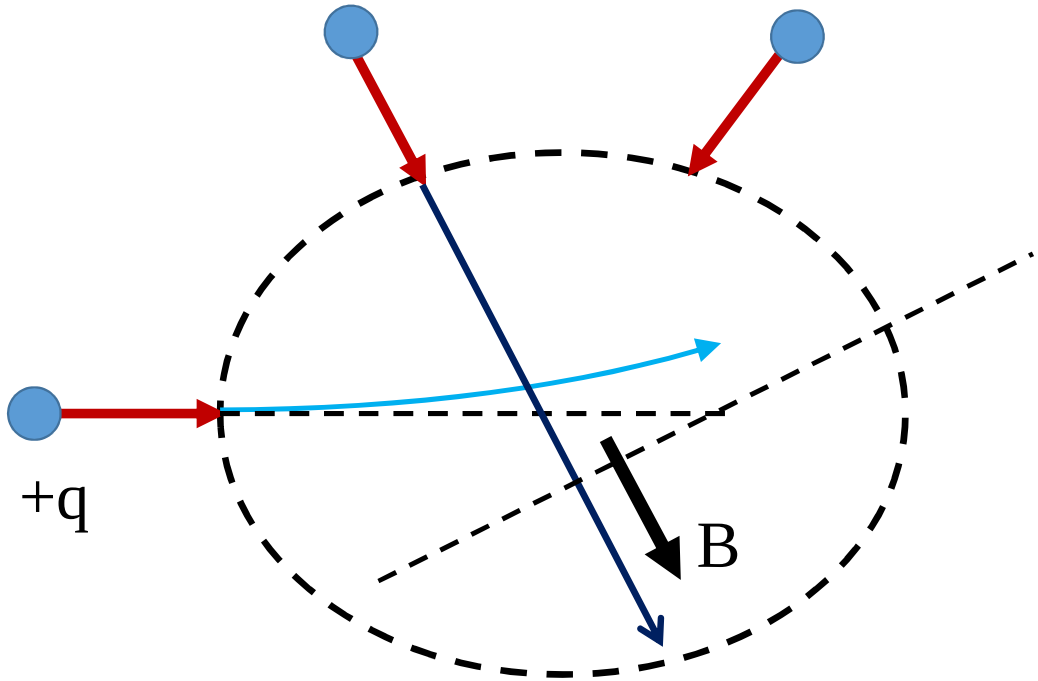
۳- ذره متحرک در میدان مغناطیسی از مسیر مستقیم منحرف می شود



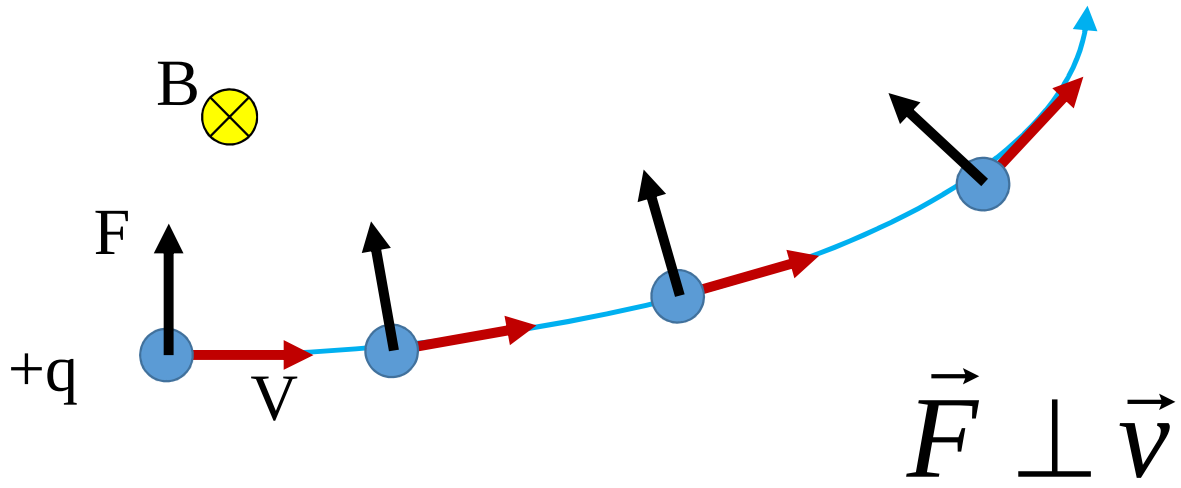

e+
e−
e−

٤- اگر ذره باردار متحرک دارای سرعتی به موازات میدان مغناطیسی باشد به ذره نیرویی وارد نمی شود (ملاکی برای تشخیص راستای میدان در فضای شامل میدان مغناطیسی)

$$\vec{v} \parallel \vec{B} \quad \rightarrow \quad \theta = 0 \quad \rightarrow \quad F = 0$$



۵- نیروی مغناطیسی همواره عمو بر راستای سرعت است پس نمی تواند اندازه سرعت را تغییر دهد و فقط سبب تغییر جهت سرعت و لذا تغییر مسیر حرکت می شود.



٦- کار انجام شده روی ذره باردار متحرک توسط نیروی مغناطیسی صفر است پس تغییرات انرژی جنبشی و به عبارت دیگر تغییر سرعت صفر است

$$\vec{F} \perp \vec{v} \quad \rightarrow \quad \vec{F} \perp d\vec{r} \quad \rightarrow \quad dW = 0 \quad \rightarrow \quad W = 0$$

$$W = \Delta K \quad \rightarrow \quad \Delta K = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta V = 0 \quad \rightarrow \quad V = cons\tan t$$

۷- تعریف بردار B براساس نیروی مغناطیسی:

اندازه: $B = \frac{F_{\max}}{qv}$

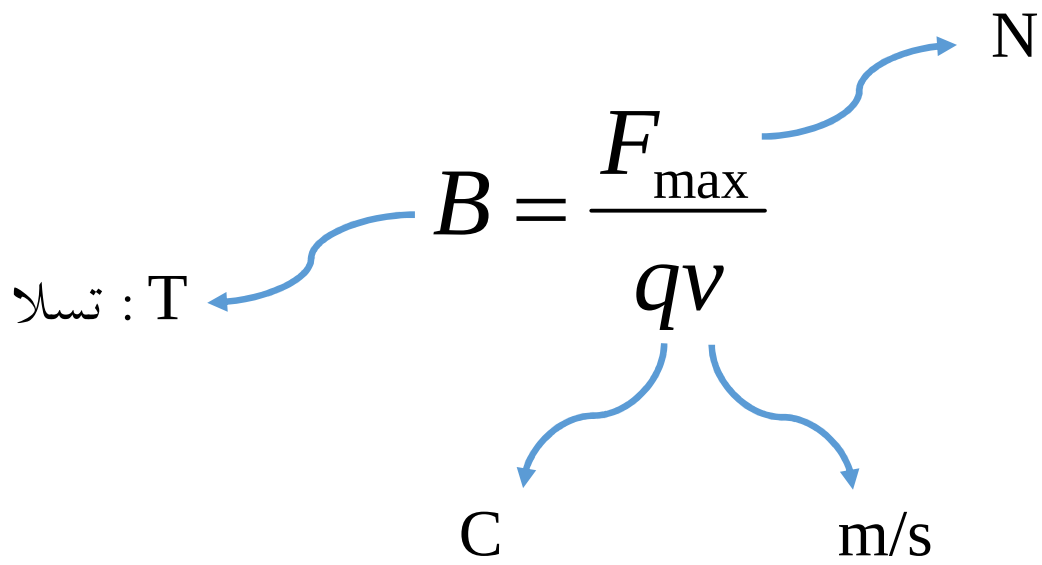
راستا: در راستایی که در آن راستا نیروی مغناطیسی صفر است.

جهت: قاعده دست راست

در راستایی که سرعت عمود بر میدان است نیروی مغناطیسی بیشینه می باشد

$$F = qvB\sin\theta \quad \Rightarrow F = qvB\sin\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow F_{\max} = qvB$$

۸- واحد میدان مغناطیسی:



$1\ T = 10^4\ G$

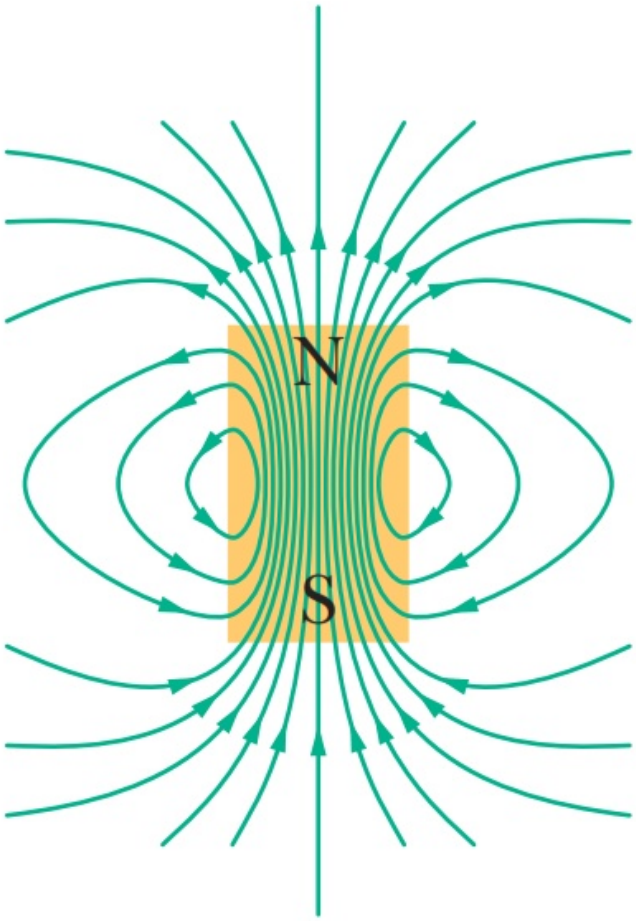
۹- خطوط میدان مغناطیسی:

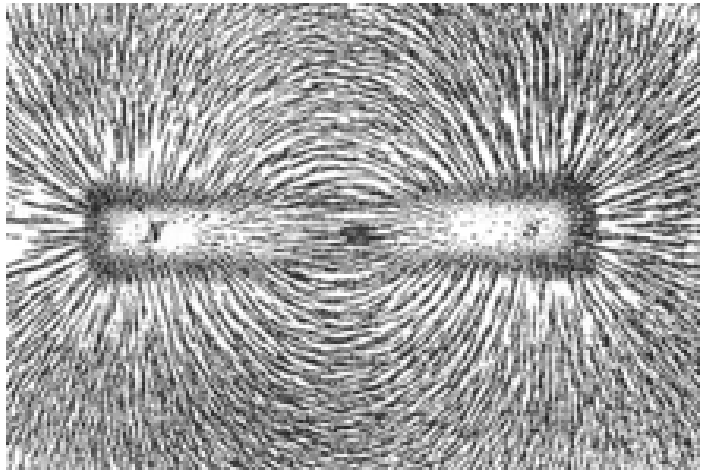
خطوط میدان حلقه های بسته ای می باشد که

در خارج از آهنربا از قطب N آغاز و به قطب

S ختم می شود ولی در داخل آهنربا از قطب

S به N می باشد

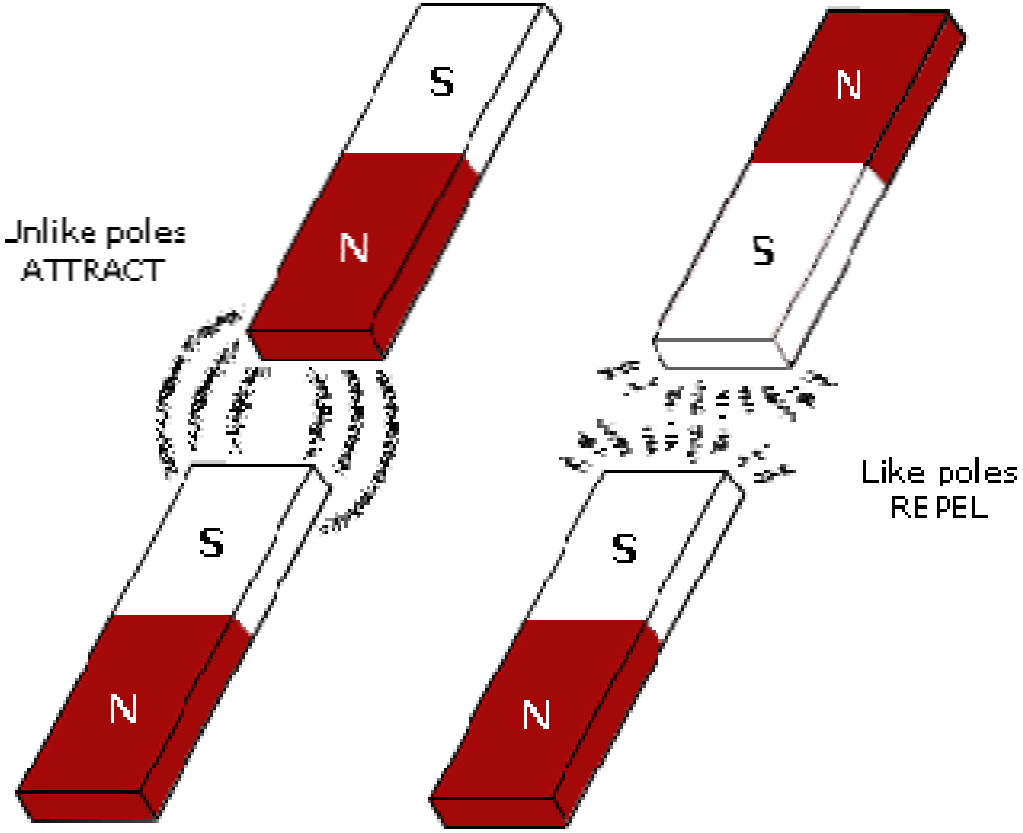




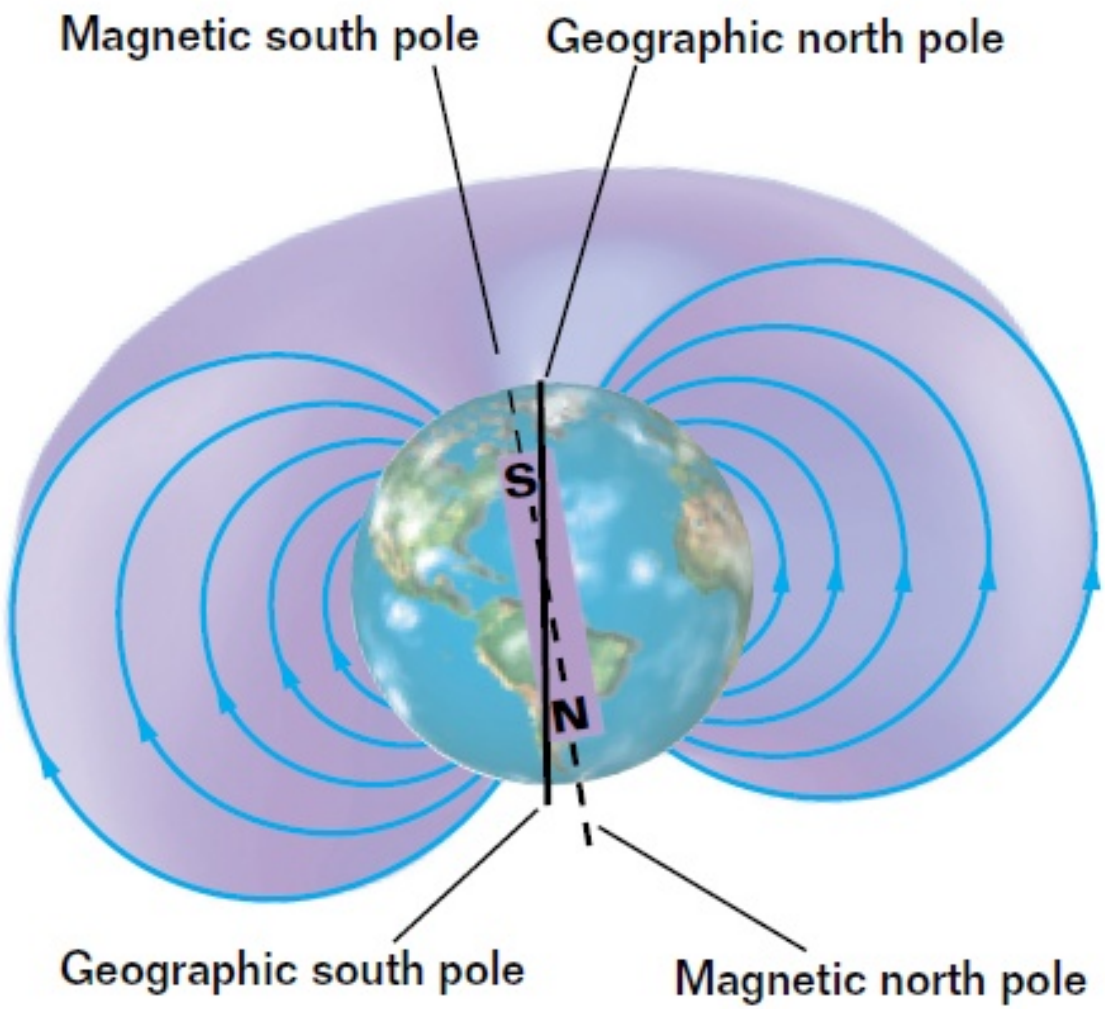
۱۰- نیرویی که قطب های مغناطیسی به همدیگر وارد می سازند:

هم نام: دافعه

غیرهم نام: جاذبه



میدان مغناطیسی زمین



مثال) ذره بارداری با بار q و سرعت V وارد میدان مغناطیسی B می شود. این ذره نیروی F را تجربه می نماید. که در آن مولفه های F_x و F_y معلومند. اگر مولفه x میدان صفر باشد بردار میدان مغناطیسی را مشخص سازید

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

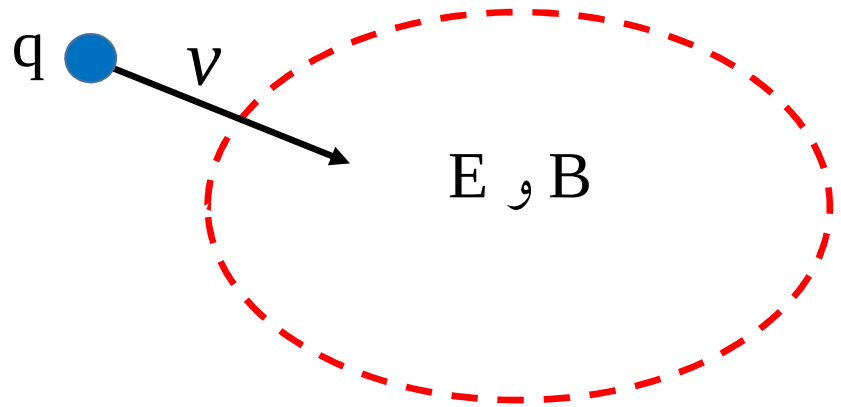
$$(F_x\hat{i} + F_y\hat{j}) = [\hat{i}(qv_yB_z - 0) - \hat{j}(qv_xB_z - 0) + \hat{k}(qv_xB_y - 0)$$

$$\begin{cases} F_x = qv_yB_z \quad \rightarrow \quad B_z = \dfrac{F_x}{qv_y} \\ F_y = -qv_xB_z \quad \rightarrow \quad B_z = \dfrac{-F_y}{qv_x} \\ F_z = 0 = qv_xB_y \quad \rightarrow \quad B_y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z = \dfrac{F_x}{qv_y} \end{vmatrix}$$

نیروی لورنتس

در حضور میدان های همزمان الکتریکی و مغناطیسی E و B و در عبور یک بار متحرک در این فضا به ذره به طور همزمان نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد می شود



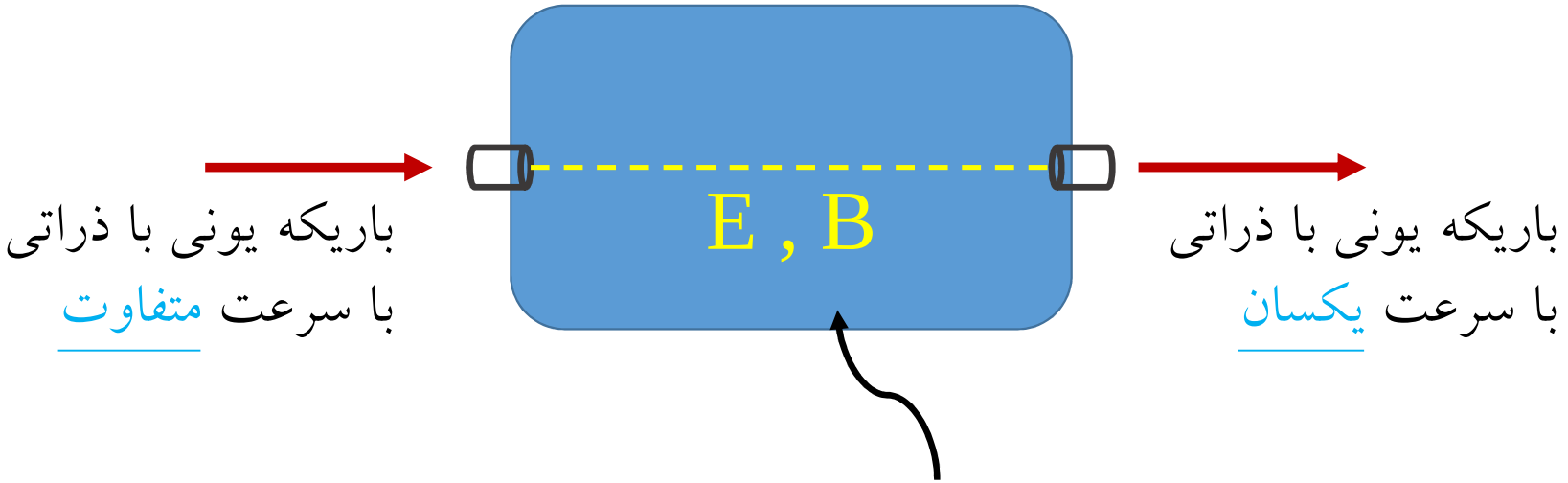
$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

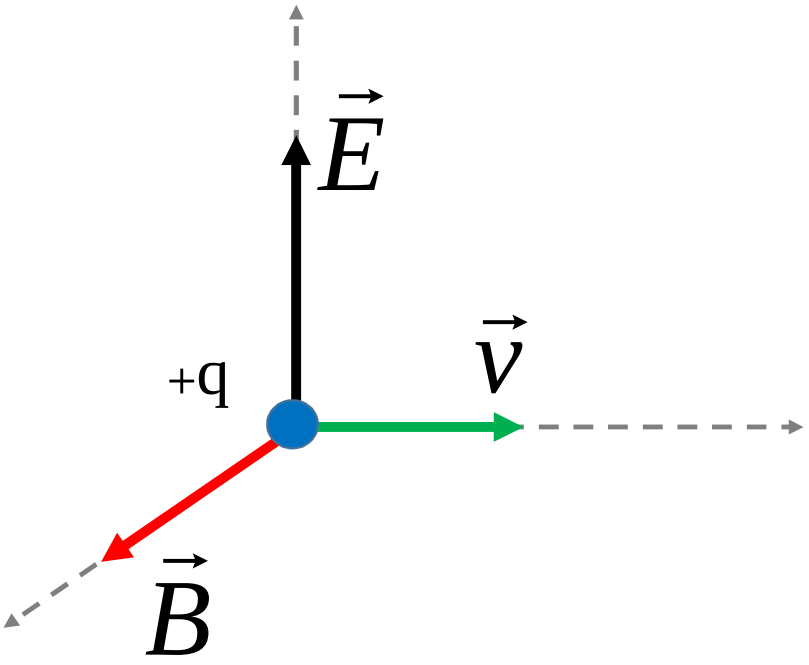
$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B \quad \rightarrow \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

سیستم گزینش سرعت

سیستمی برای جدا کردن ذرات باردار با سرعتی مشخص از یک باریکه یونی متحرک



شامل دو میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم
که بر راستای باریکه فرودی نیز عمود هستند



$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

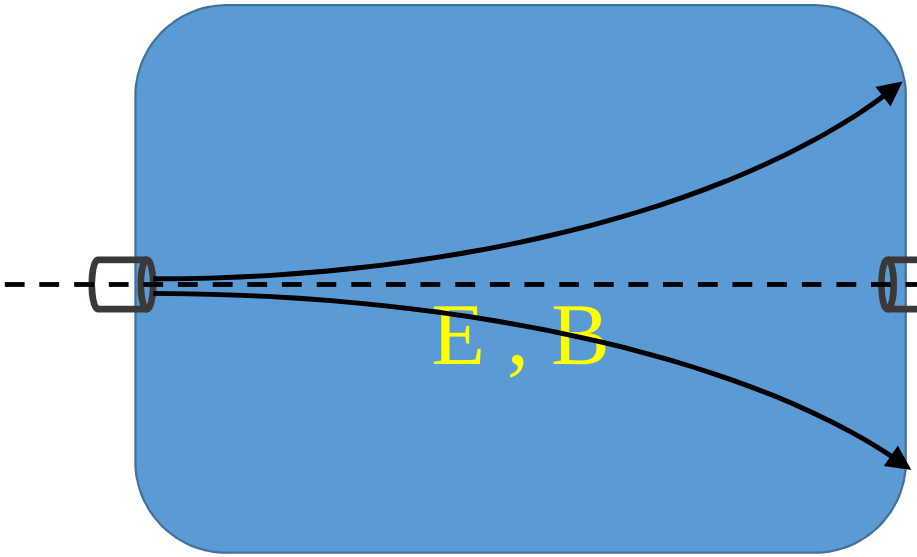
با تنظیم میدانها می توان شرایطی را فراهم آورد که به ازاء یک سرعت خاص دو نیرو همدیگر را خنثی نمایند. لذا نیروی خالص وارد بر چنین ذراتی صفر بوده و آنها بدون انحراف از روزنه خروج (با حرکت در یک مسیر مستقیم)، و با یک تک سرعت خارج می شوند

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0$$

$$F_E = F_B \quad \rightarrow \quad qE = qvB \quad \rightarrow \quad v_r = \frac{E}{B}$$

سرعت دسته ای از ذرات که
در میدانها منحرف نمی شوند

ذرات با سرعتهای دیگر، تحت میدانهای الکتریکی و مغناطیسی منحرف شده و لذا از روزنه خروجی خارج نمی شوند



$F_E > F_B \quad \rightarrow \quad v_{particles} < v_r$

$F_E = F_B \quad \rightarrow \quad v_{particles} = v_r$

$F_E < F_B \quad \rightarrow \quad v_{particles} > v_r$

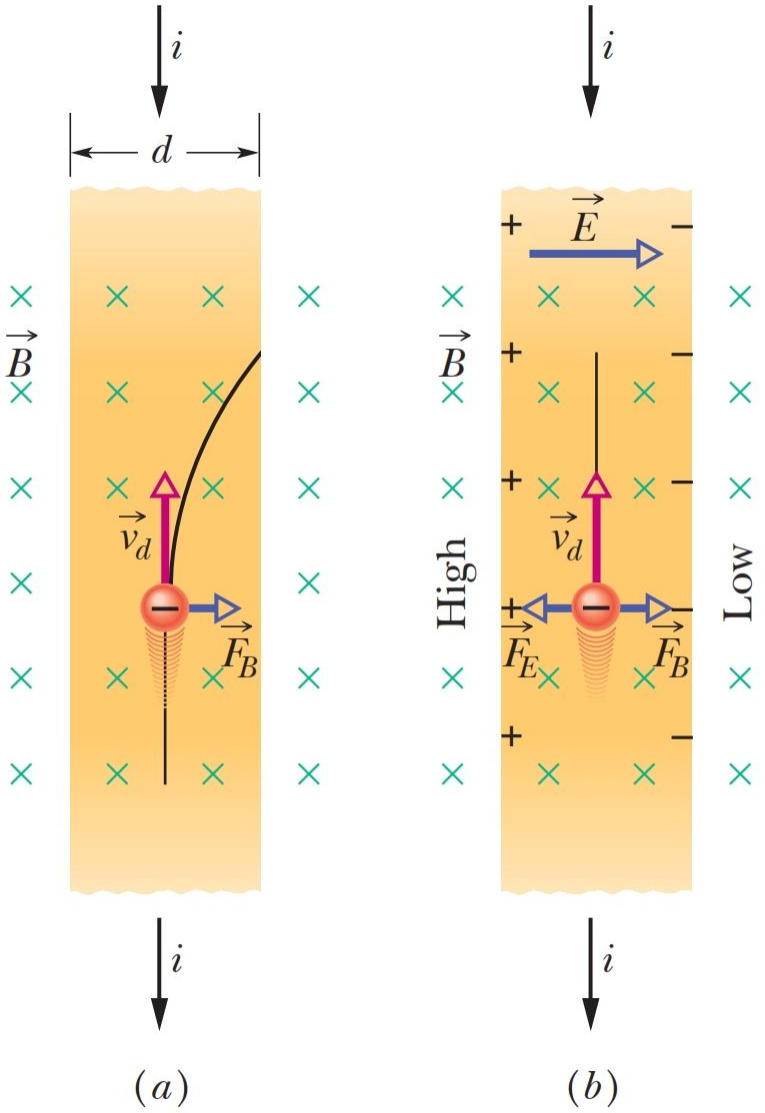
میدان های متعامد (اثرهال)

الکترونها حامل بار

$$a: \quad F_B = evB$$

- نیروی مغناطیسی وارد بر الکترونها
- انحراف به سمت راست نوار
- ایجاد میدان الکتریکی عرضی از چپ به راست
- اعمال یک نیروی الکتریکی از راست به چپ به e ها

$$b: \quad F_E = eE$$



به مرور تجمع الکترونها در لبه نوار آنقدر زیاد می شود که نیروی الکتریکی و مغناطیسی عرضی به حالت تعادل می رسند

$$F_E = F_B$$

$$eE = ev_d B \quad \rightarrow \quad v_d = \frac{E}{B}$$

$$J = nev_d \quad \rightarrow \quad v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA} \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{Bd} = \frac{i}{neA} \quad \rightarrow \quad n = \frac{Bi}{eV\frac{A}{d}}$$

$$E = \frac{V}{d}$$

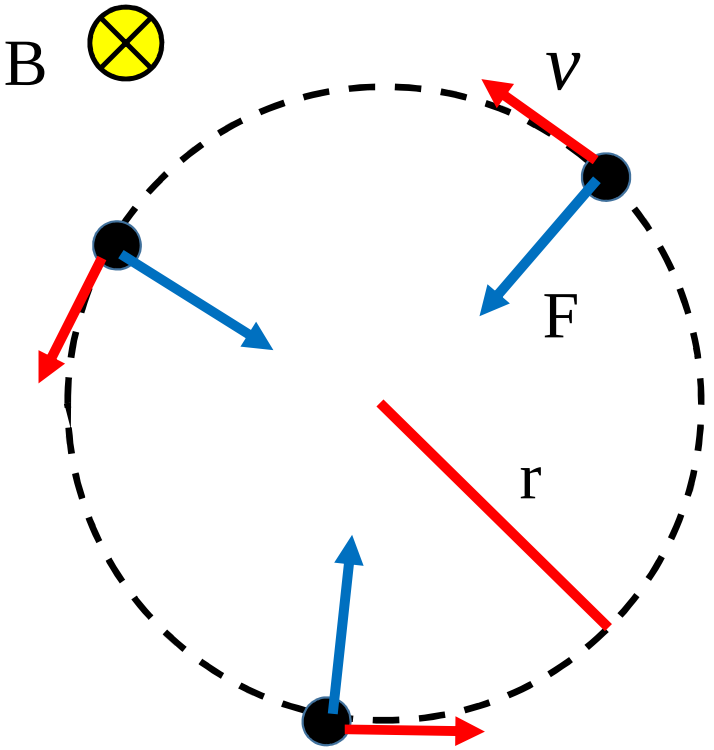
بارهای چرخنده

ویژگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذرات:

- ✓ عمود بر سرعت ذره
- ✓ بدون ایجاد تغییر در اندازه سرعت ذره سبب انحراف مسیر حرکت می شود

این ویژگی ها، مشخصه نیروی مرکزگرا می باشد. بنابراین ذره تحت تاثیر این نیرو می تواند حرکت دایره ای انجام دهد

نیروی مرکزگرا = نیروی مغناطیسی



نیروی مرکزگرا = نیروی مغناطیسی

$$F_B = F_r$$

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

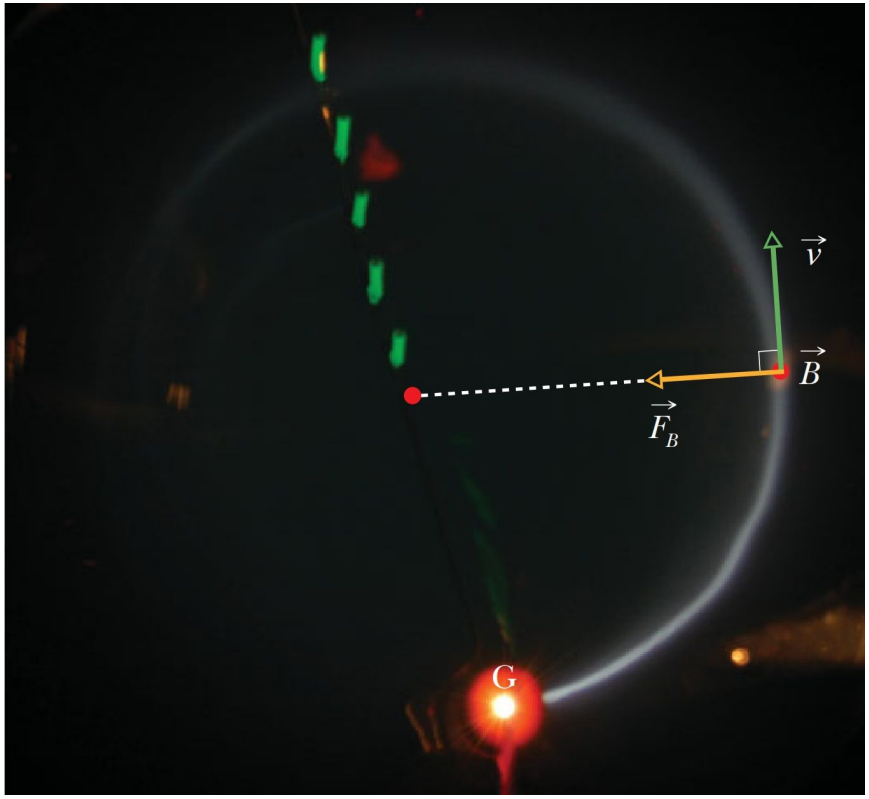
شعاع دایره چرخش ذره

دوره و فرکانس چرخش ذره

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \dfrac{mv}{qB}}{v} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \quad f = \frac{qB}{2\pi m}$$



مسیر حرکت الکترونها در یک اتاقک گاز و شامل میدان مغناطیسی عمود بر صفحه به سمت بیرون

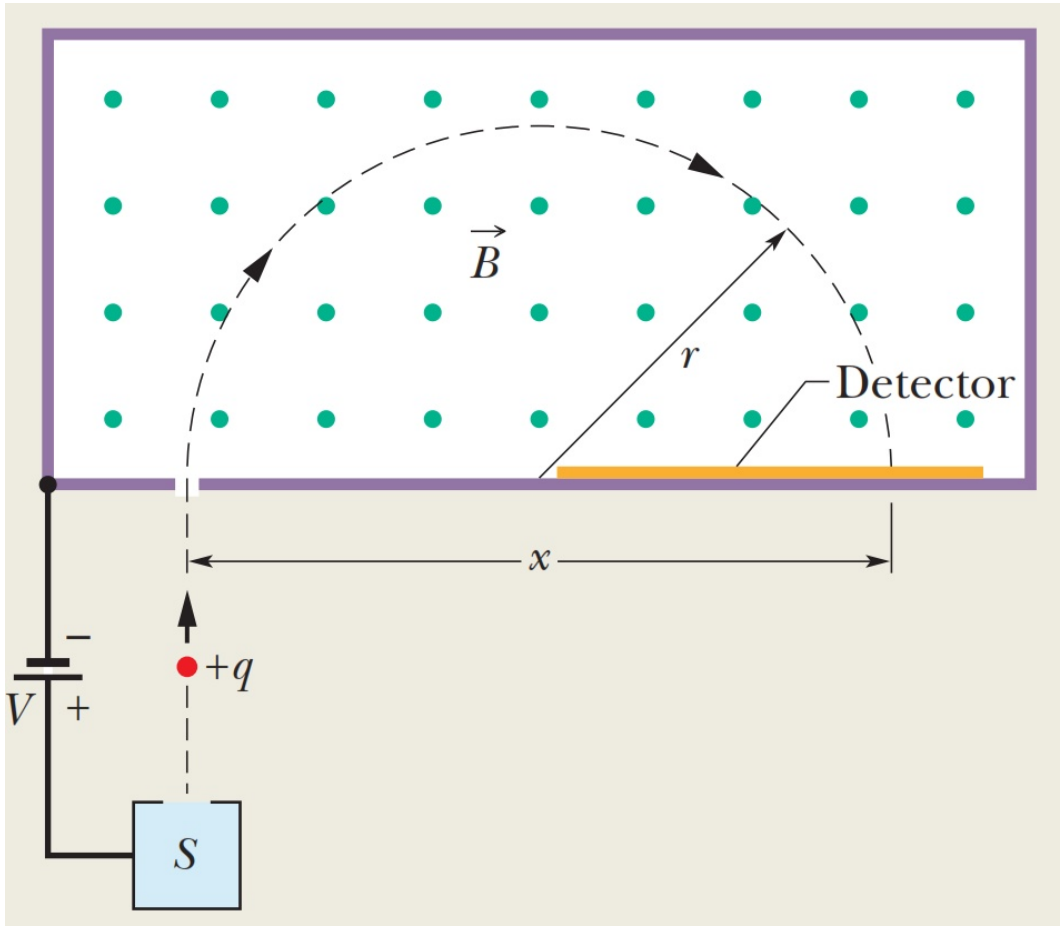
نکته:

در یک میدان یکنواخت، برای ذرات با بار q

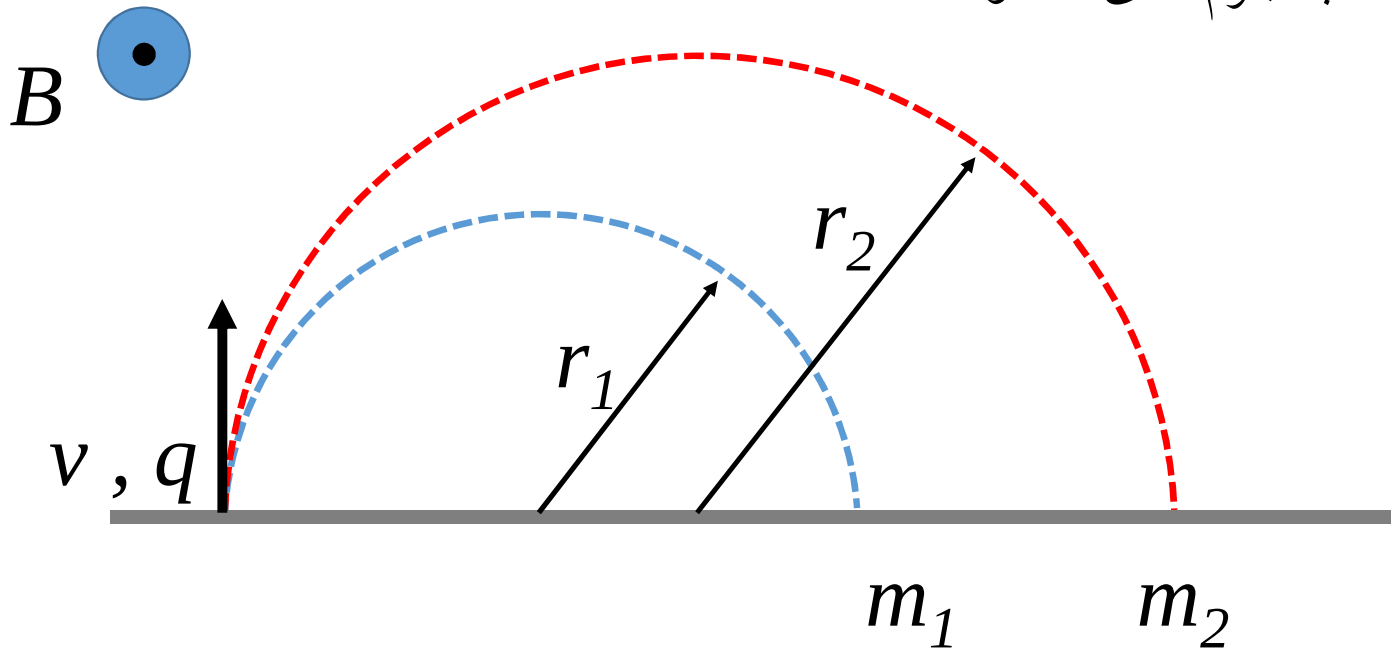
و سرعت یکسان، شعاع دایره چرخش

وابسته به جرم می باشد

$$r = \frac{mv}{qB}$$



اساسی برای جداسازی ذرات با جرم های متفاوت



$$r = \frac{mv}{qB} \rightarrow r_1 < r_2 \rightarrow \frac{m_1 v}{qB} < \frac{m_2 v}{qB} \rightarrow m_1 < m_2$$

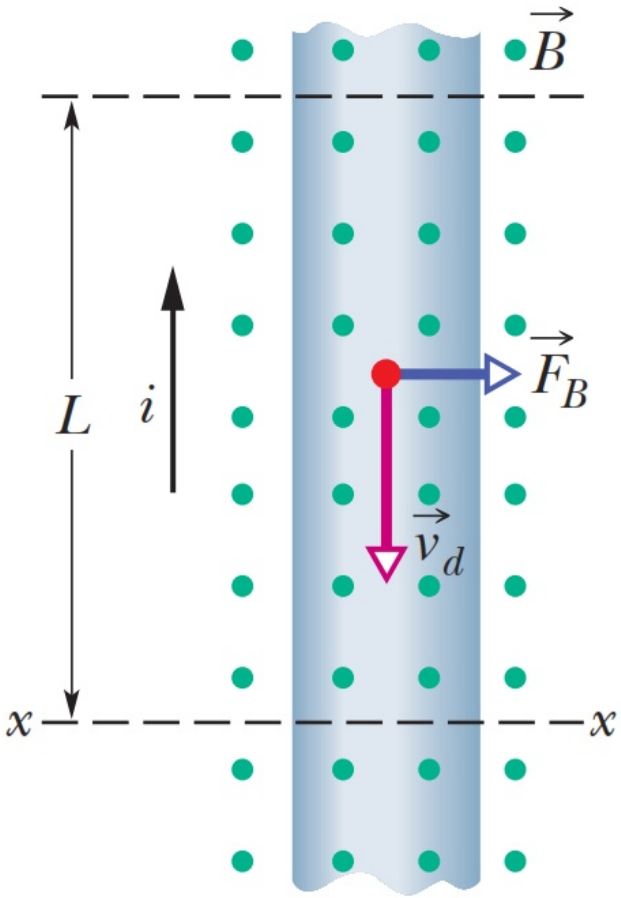
نیروی مغناطیسی بر سیم های حامل جریان

جریان ناشی از حرکت الکترونها در یک سیم می باشد

نیروی مغناطیسی بر الکترونها می تواند نیرو وارد سازد

میدان مغناطیسی می تواند بر سیم حامل جریان نیرو وارد سازد

برآیند نیروهای وارد شده بر الکترونها به صورت یک نیروی وارد برسیم ظاهر می گردد



$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

در مدت زمان t مقدار بار q سیمی به طول L را با سرعت سوق v_d طی کنند

در حضور میدان مغناطیسی B به بارها نیرو وارد می شود و چون حاملهای بار از سیم خارج نمی شوند

برآیند این نیروهای وار شده به سیم اعمال می گردد

$$q = it = i\frac{L}{v_d}$$

$$F_B = qv_dB\sin\phi = \frac{iL}{v_d}v_dB\sin 90^\circ$$

$$F_B = iLB.$$

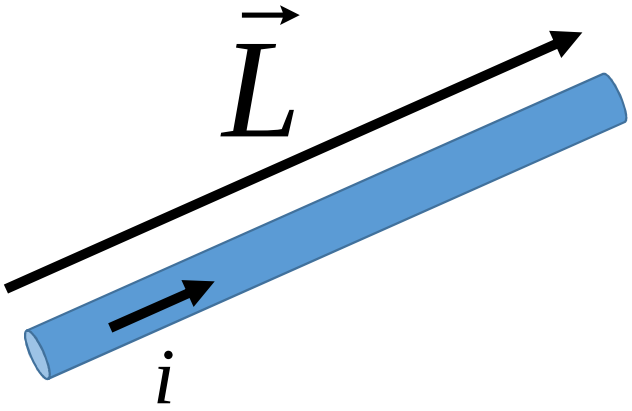
شکل برداری نیروی وارد بر یک سیم مستقیم

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad \text{(force on a current).}$$

نکات:

۱- بردار L

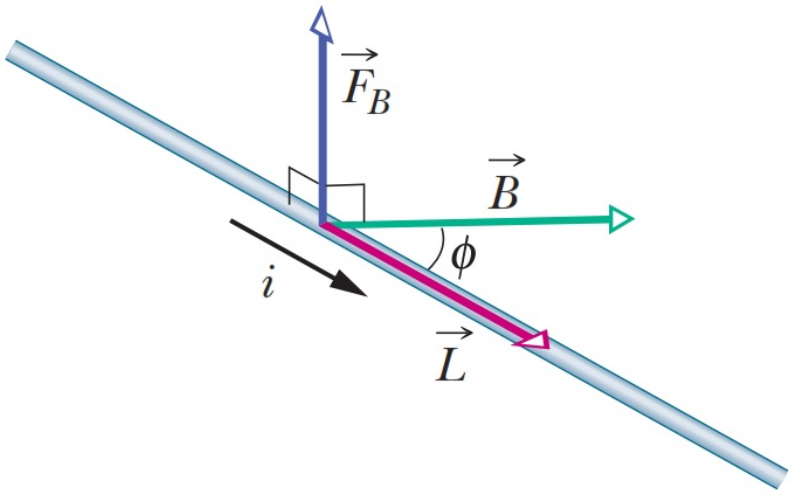
- اندازه: برابر با طول سیم
- راستا: در امتداد سیم
- جهت: هم جهت با جریان



۲- نیروی مغناطیسی وارد برسیم مستقیم

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$$

The force is perpendicular to both the field and the length.

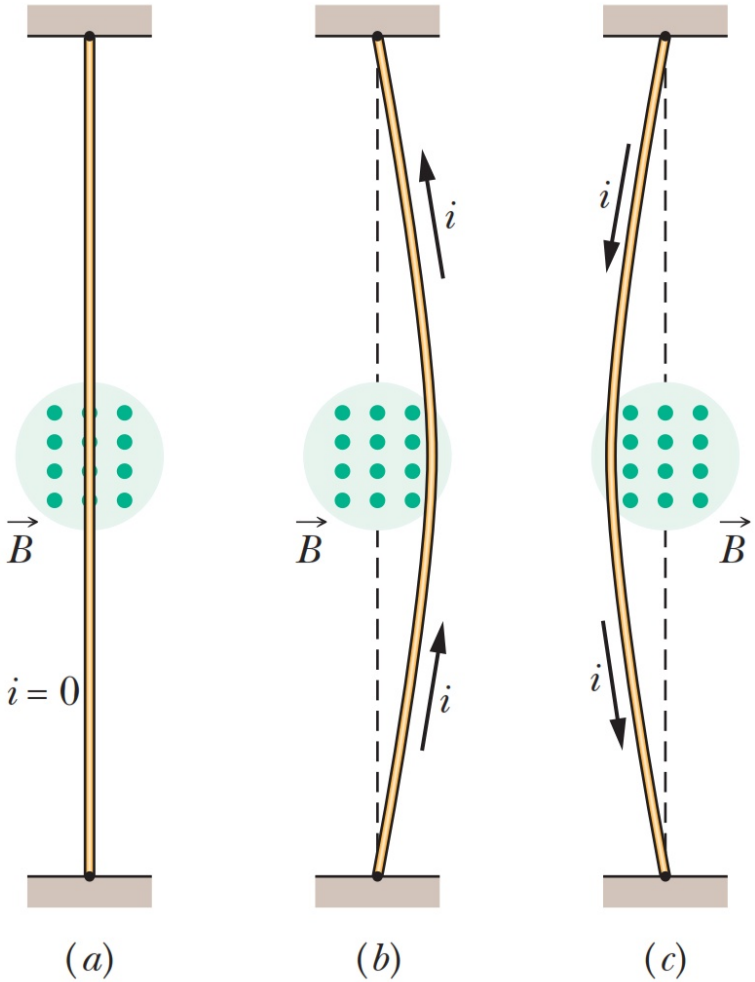


اندازه: $F = ilB\sin\phi$

راستا: عمود بر صفحه شامل سیم و میدان

جهت: قاعده دست راست

ϕ زاویه بین امتداد B و امتداد سیم



(a) (b) (c)

۳- تحت شرایط زیر:

سیم غیرمستقیم

میدان مغناطیسی متغیر

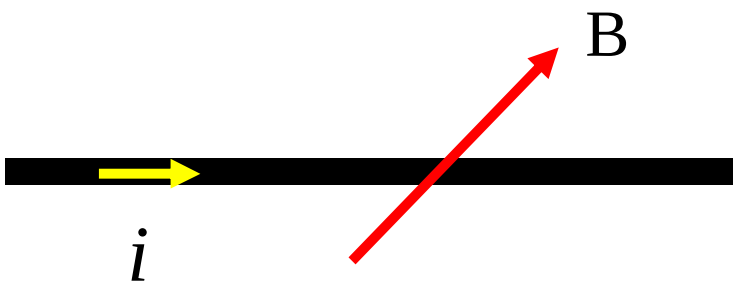
زاویه بین سیم و میدان متغیر باشد

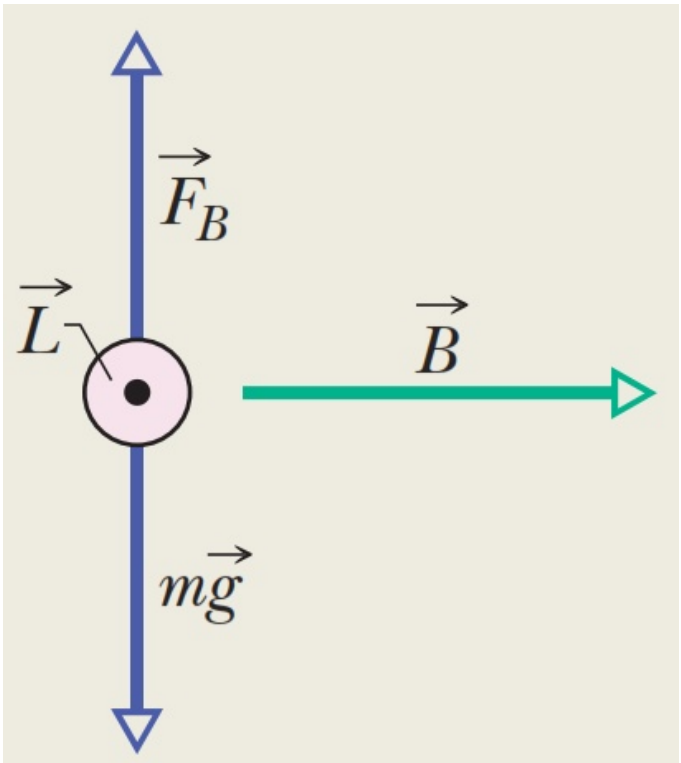
$$d\vec{F}_B = id\vec{L} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_B = \int id\vec{L} \times \vec{B}$$

روی سیم

مثال) یک سیم مستقیم و افقی از جنس مس حامل جریان $i = 28\ A$ است. میدان مغناطیسی با چه اندازه و جهتی باید در فضای سیم وجود داشته باشد تا سیم در هوا بدون هیچ نگهدارنده ای معلق گردد. جرم سیم $46.6\ g/m$ است.



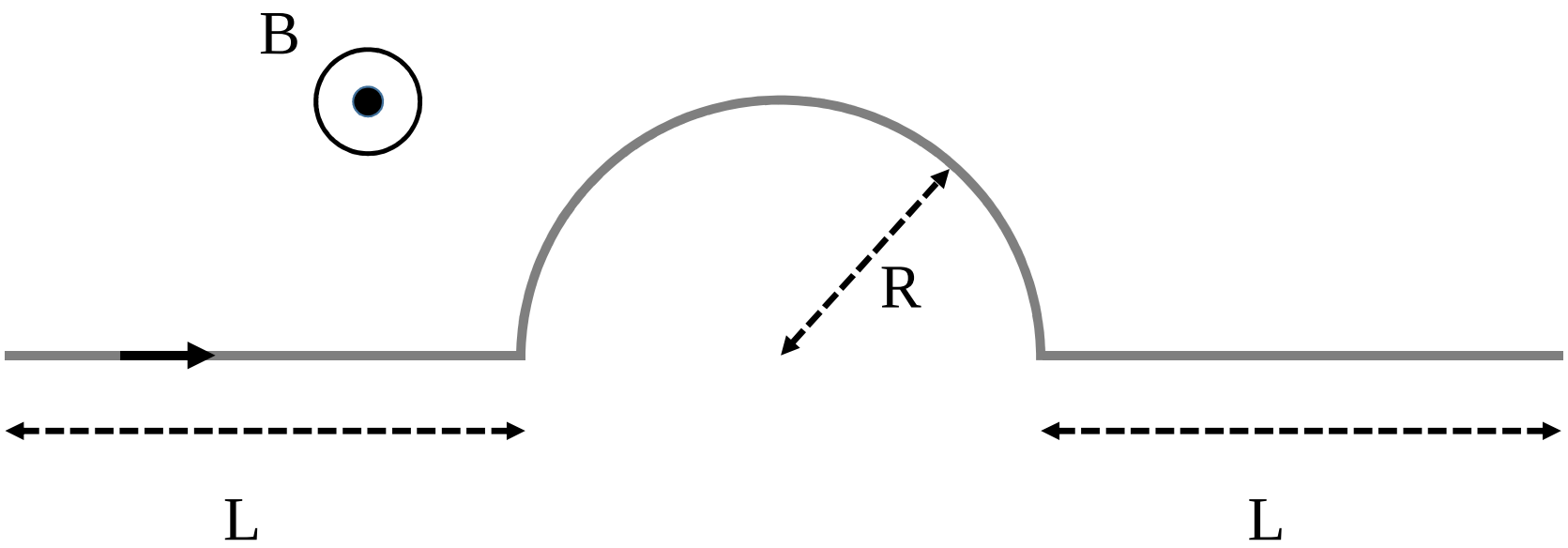


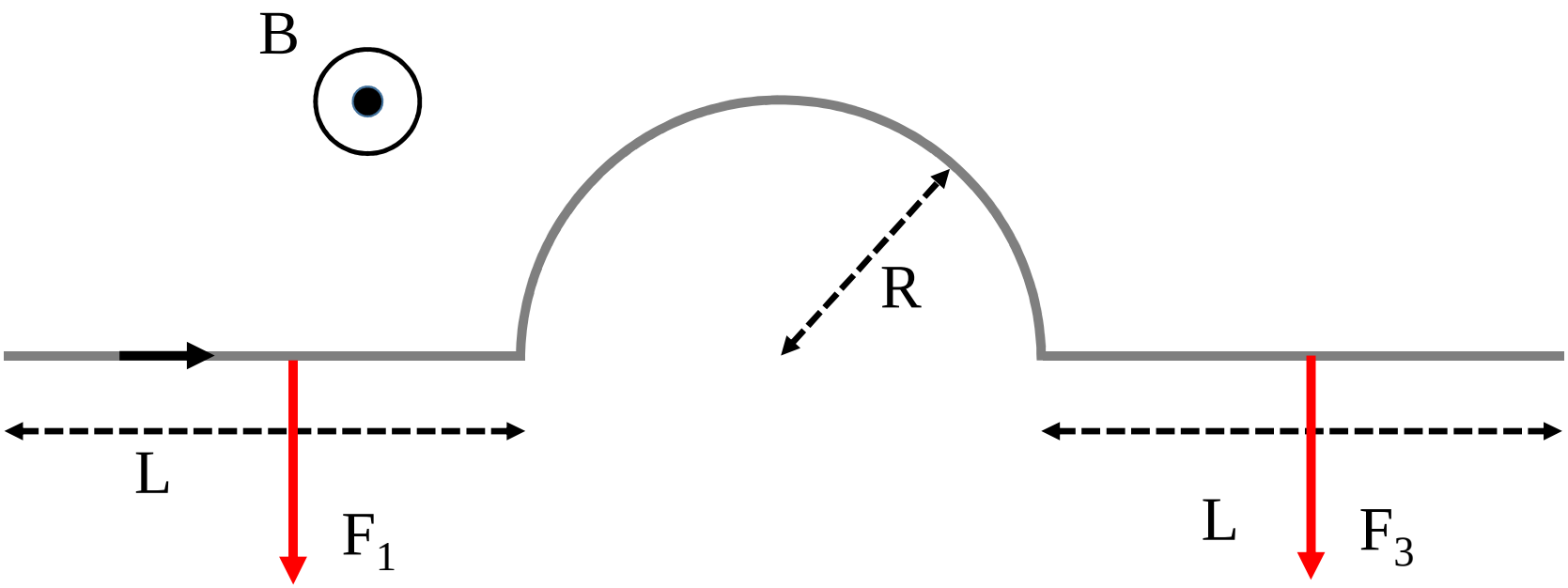
$$F_g = mg$$

$$F_B = iLB$$

$$F_g = F_B \quad \rightarrow \quad mg = iLB \quad \rightarrow \quad B = \frac{mg}{iL} = \frac{m}{L} \times \frac{g}{i}$$

مثال) سیمی به شکل زیر در میدان مغناطیسی ثابت و عمود بر صفحه (به سمت بیرون) قرار دارد نیروی کل وارد بر سیم را بدست آورید

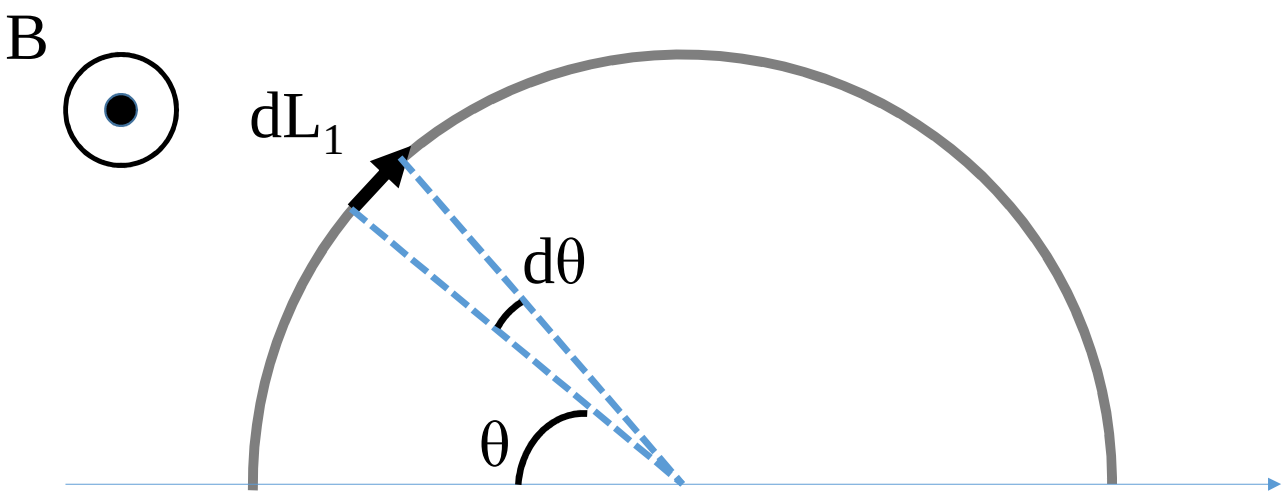




$\vec{F}_1 = iLB(-\hat{j})$

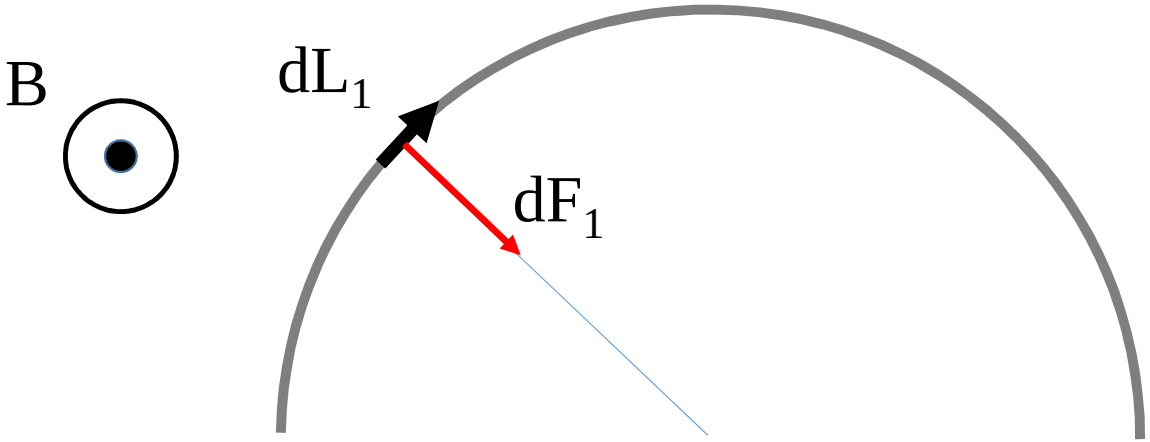
$F_2 = ?$

$\vec{F}_3 = iLB(-\hat{j})$



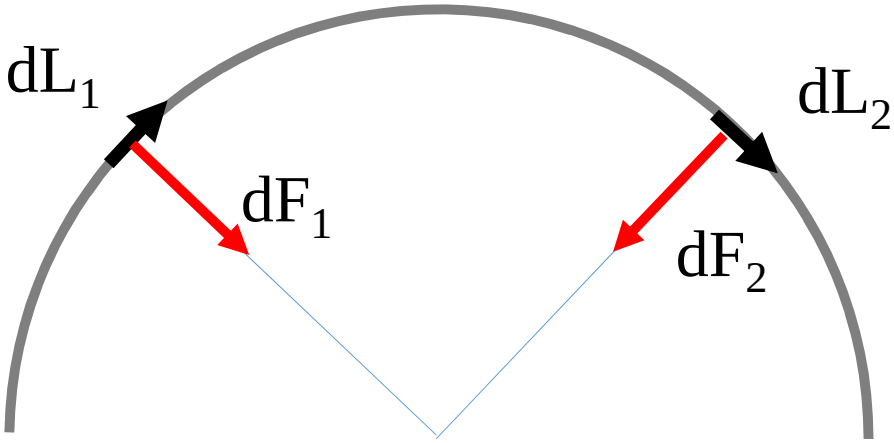
$F_2 = ?$

$dL_1 = Rd\theta$



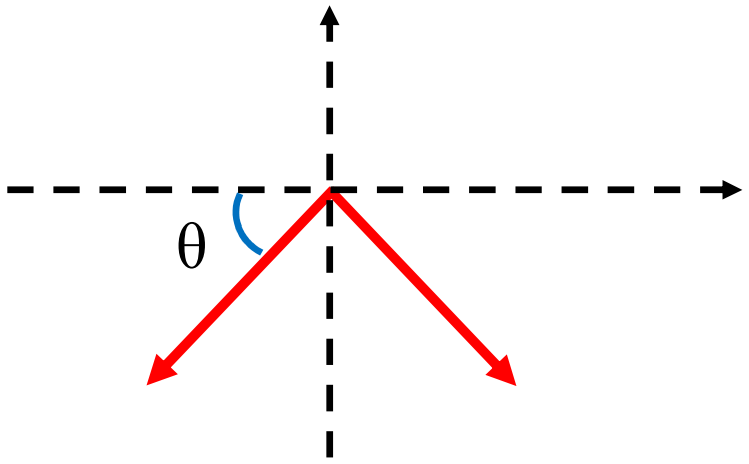
$dF_1 = idL_1B$

B



$dF_1 = idL_1B$

$dF_2 = idL_2B$



$dF_1 \sin\theta + dF_2 \sin\theta = 2dF \sin\theta$

$dF = idLB$

$$F_2 = \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} 2dF \sin\theta = \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} 2iRd\theta B \sin\theta = 2iRB \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \ \sin\theta$$

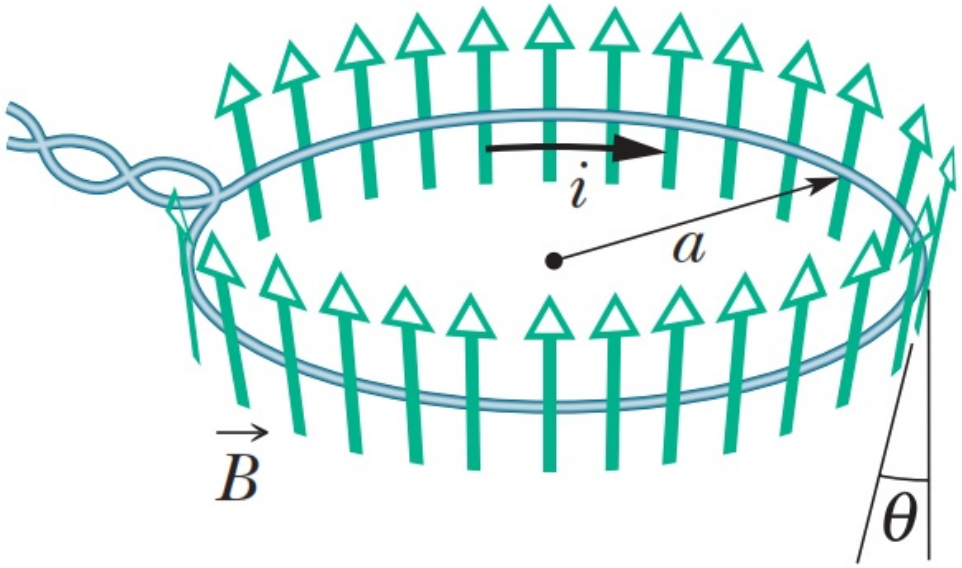
$$F_2 = 2iRB(-\cos\theta)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -2iRB(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 2iRB$$

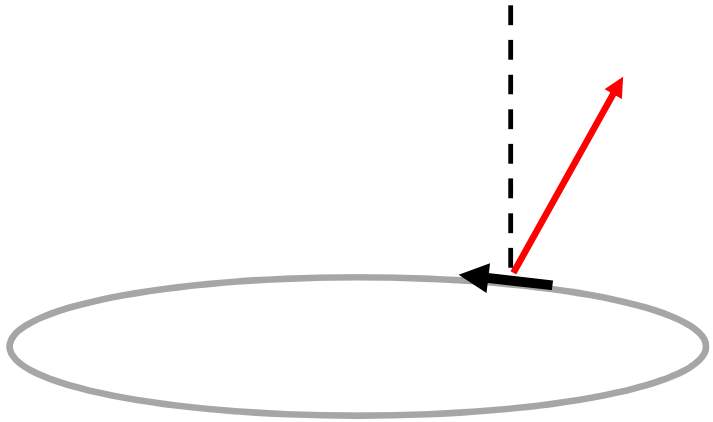
$$\vec{F}_2 = 2iRB(-\hat{j})$$

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = iLB(-\hat{j}) + 2iRB(-\hat{j}) + iLB(-\hat{j})$$

$$\vec{F}_t = i(2L + 2R)B(-\hat{j})$$

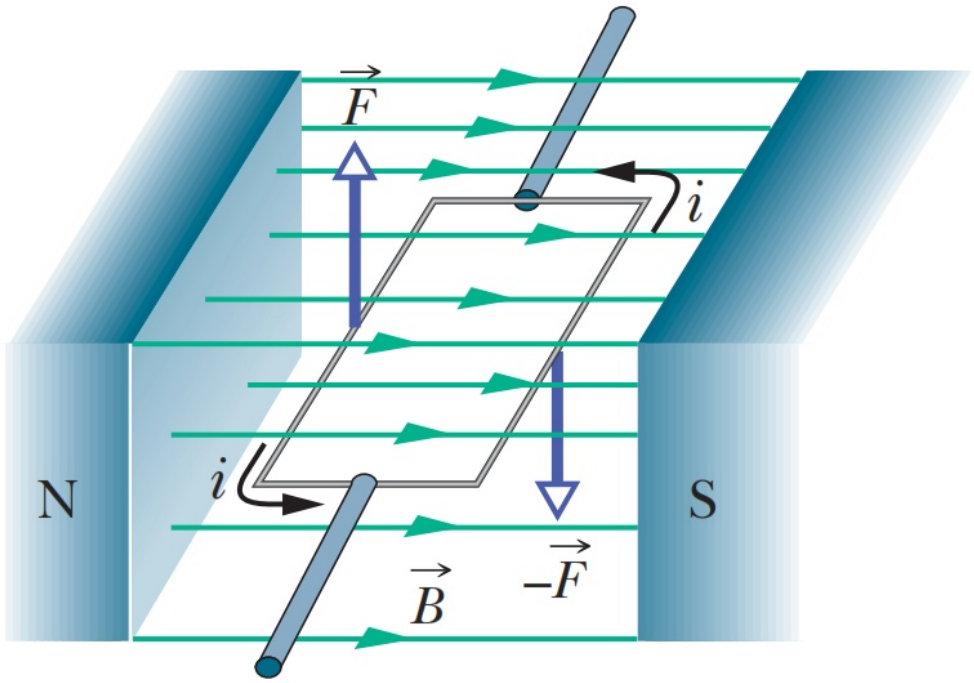
مثال) حلقه ای به شعاع a و حامل جریان i داریم. میدان الکتریکی در هر نقطه یکسان و صفحه حلقه زاویه θ می سازد. نیروی وارد برحلقه را بدست آورید

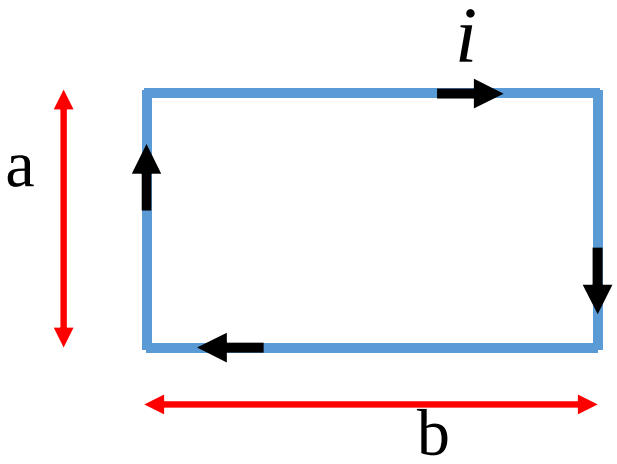


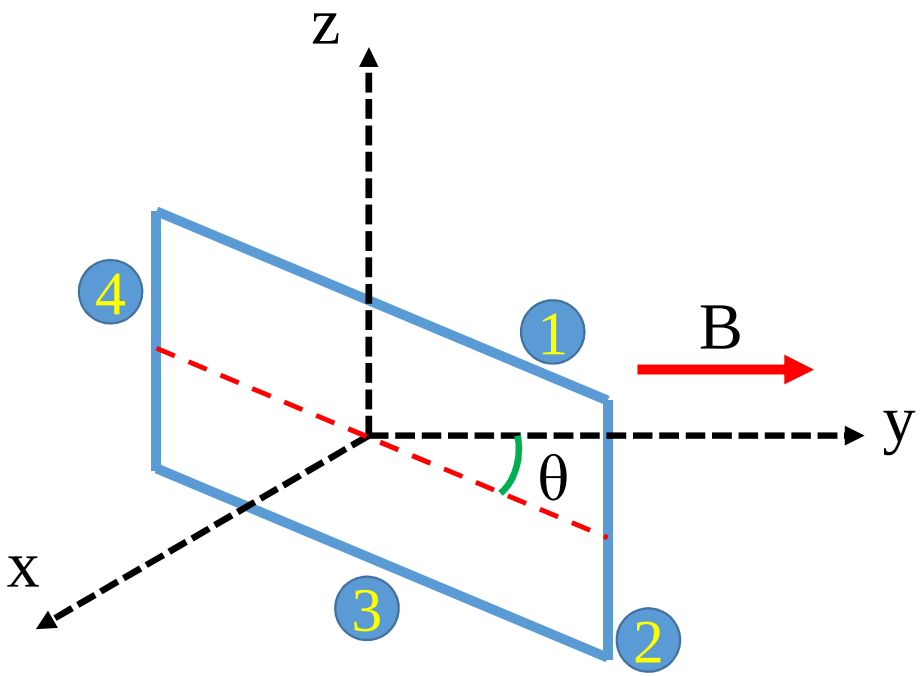


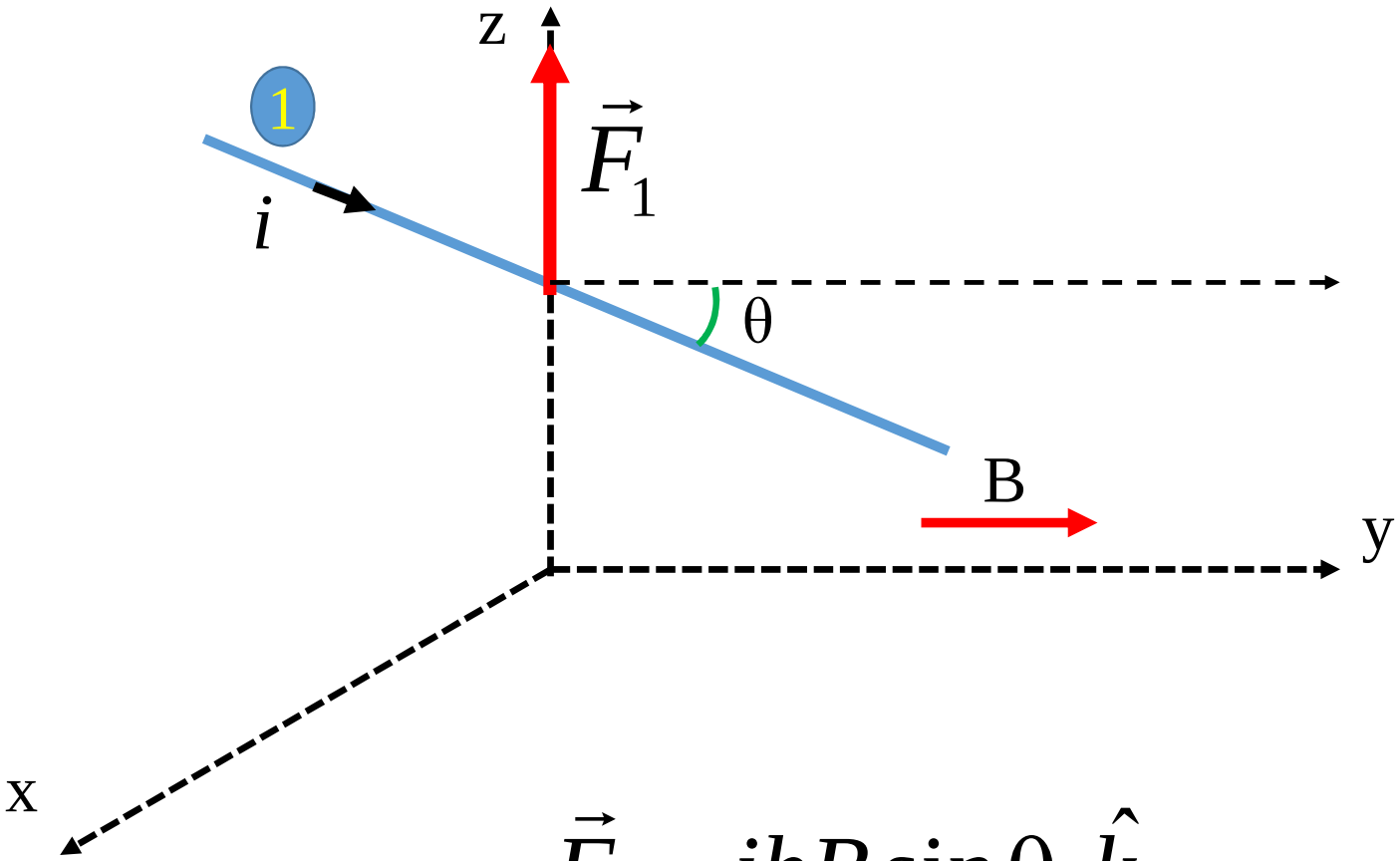
گشتاور وارد بر یک حلقه جریان

حلقه ای به شکل مستطیل به ابعاد $a \times b$ حال جریان i است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار می گیرد.

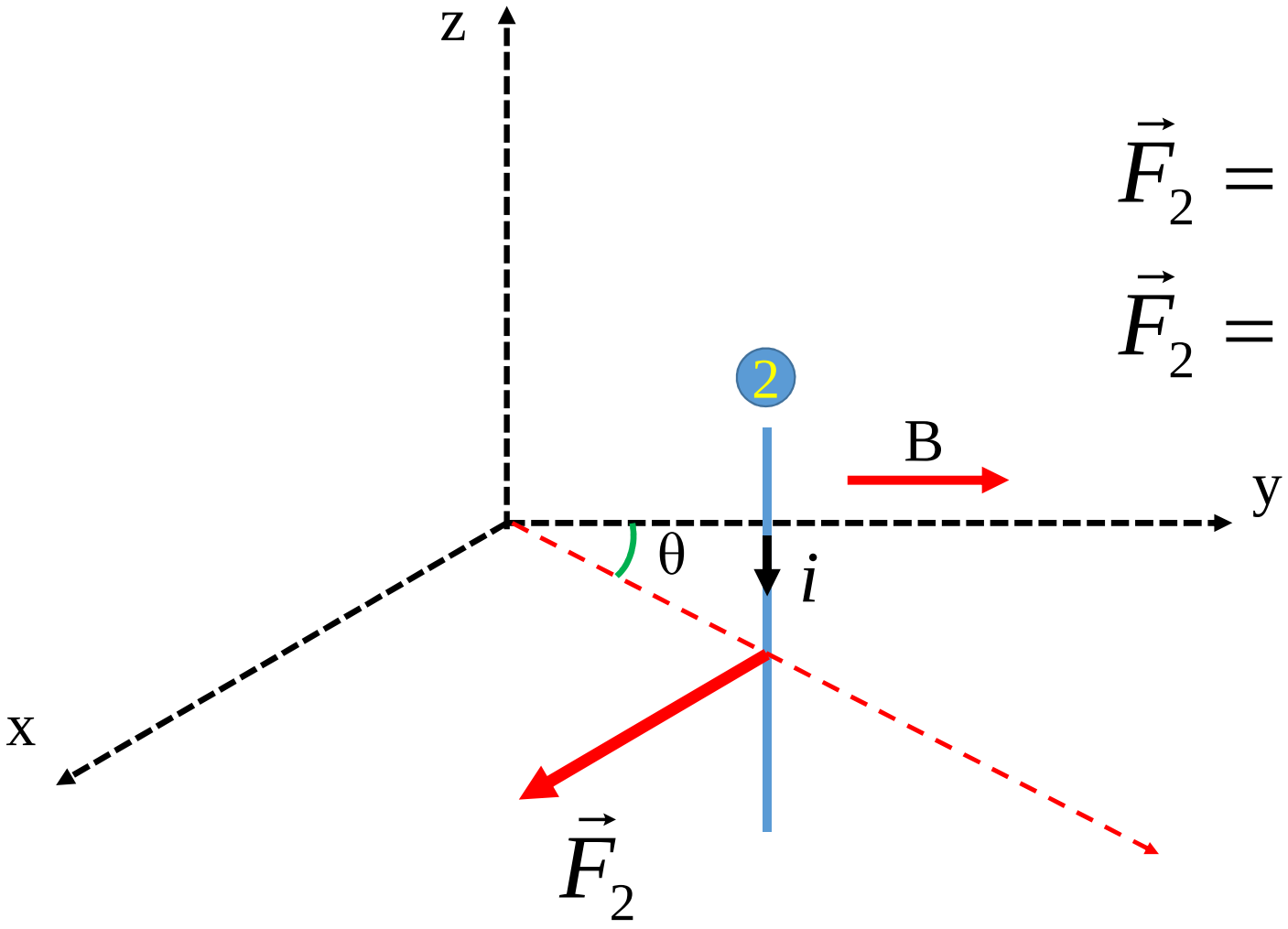



i
a
b


z
y
x
B
θ
1
2
3
4



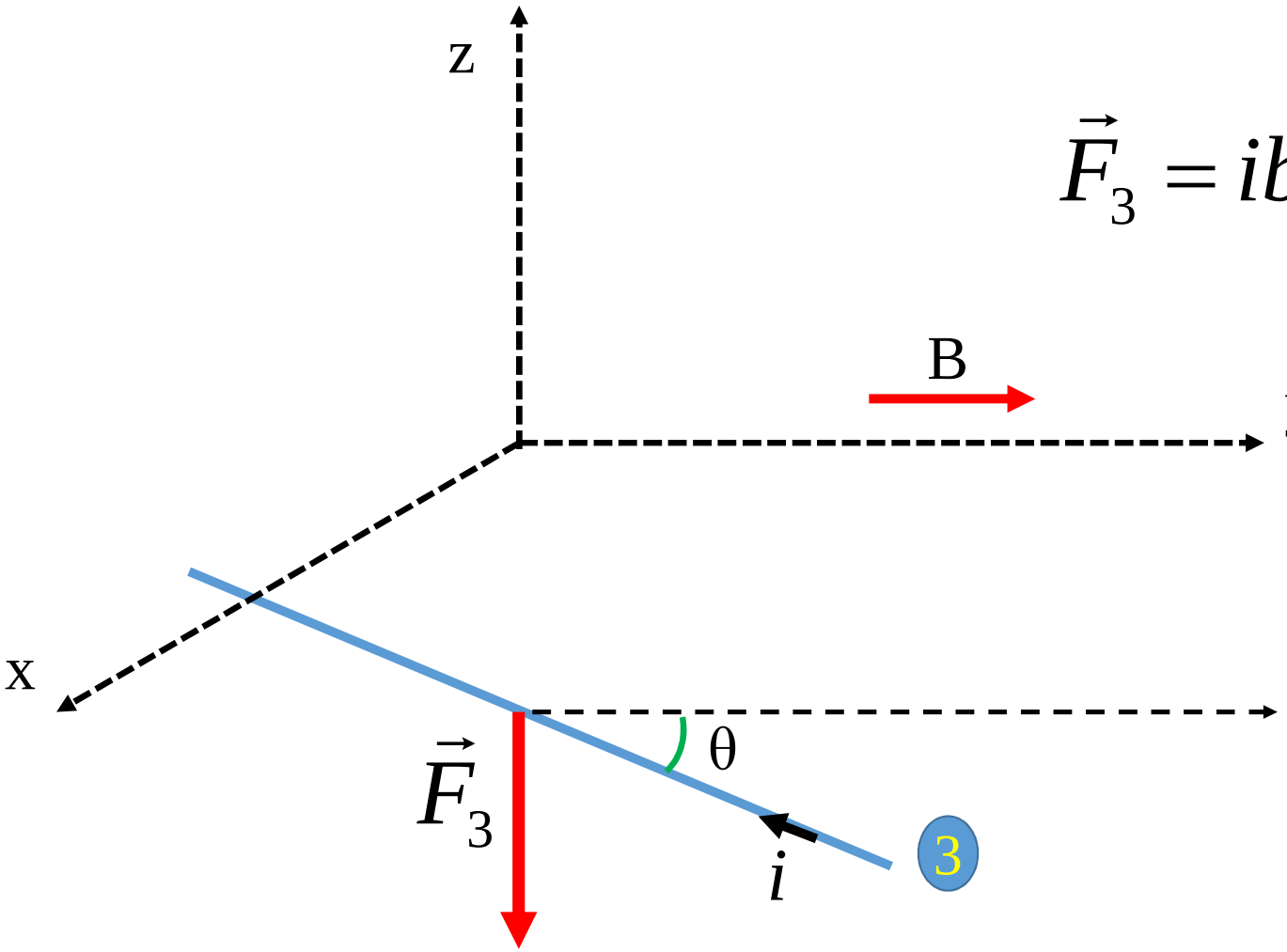
$$\vec{F}_1 = ibB\sin\theta\ \hat{k}$$

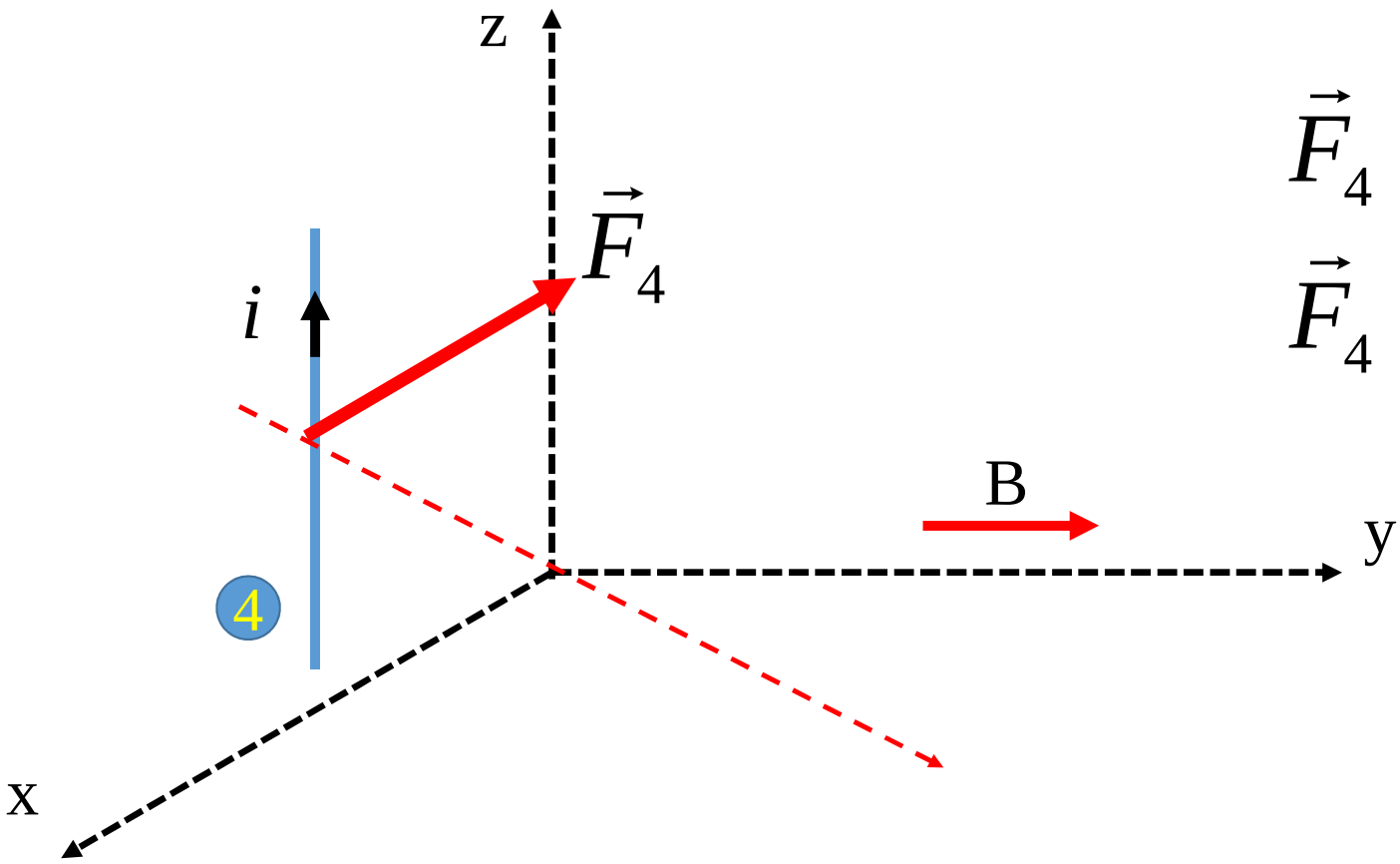


$$\vec{F}_2 = iaB\,(-\hat{k}) \times \hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = iaB\,\hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = ibB\sin\theta\ (-\hat{k})$$

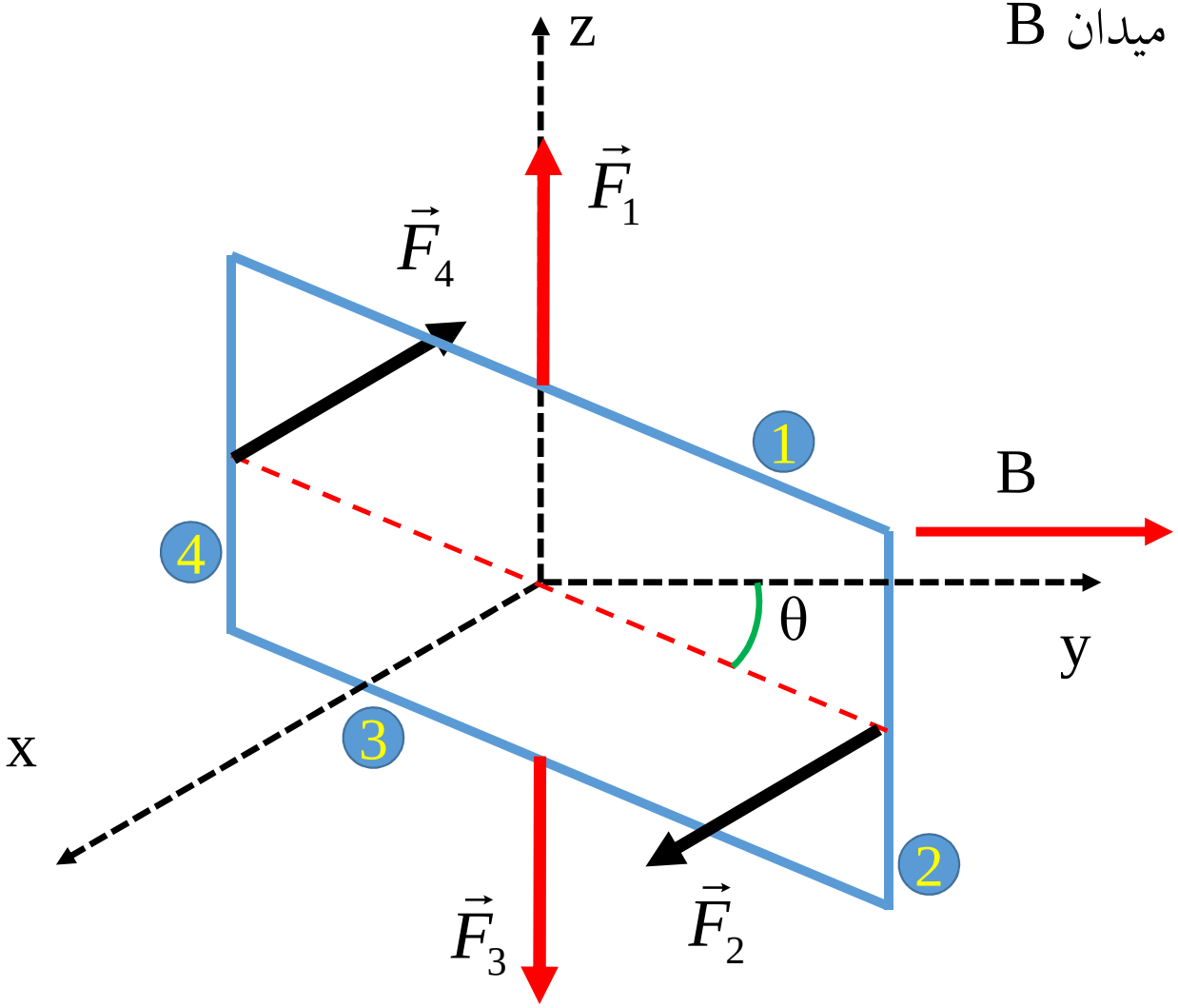




$$\vec{F}_4 = iaB\,\hat{k}\times\hat{j}$$

$$\vec{F}_4 = iaB\,(-\hat{i})$$

برآیند نیروهای وارد بر حلقه جریان در میدان B



$$\vec{F}_1 = ibB\sin\theta\ \hat{k}$$

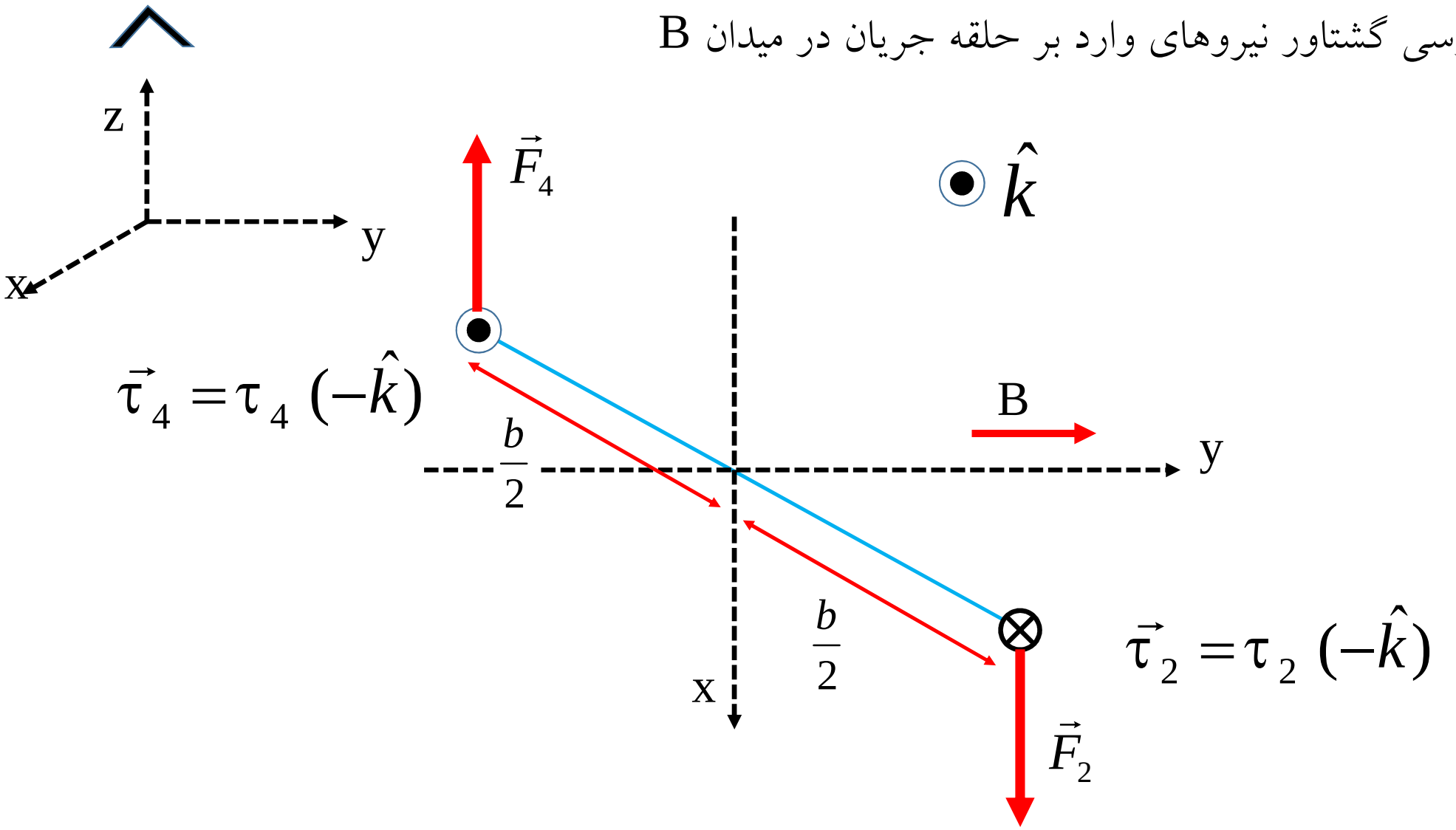
$$\vec{F}_2 = iaB\ \hat{i}$$

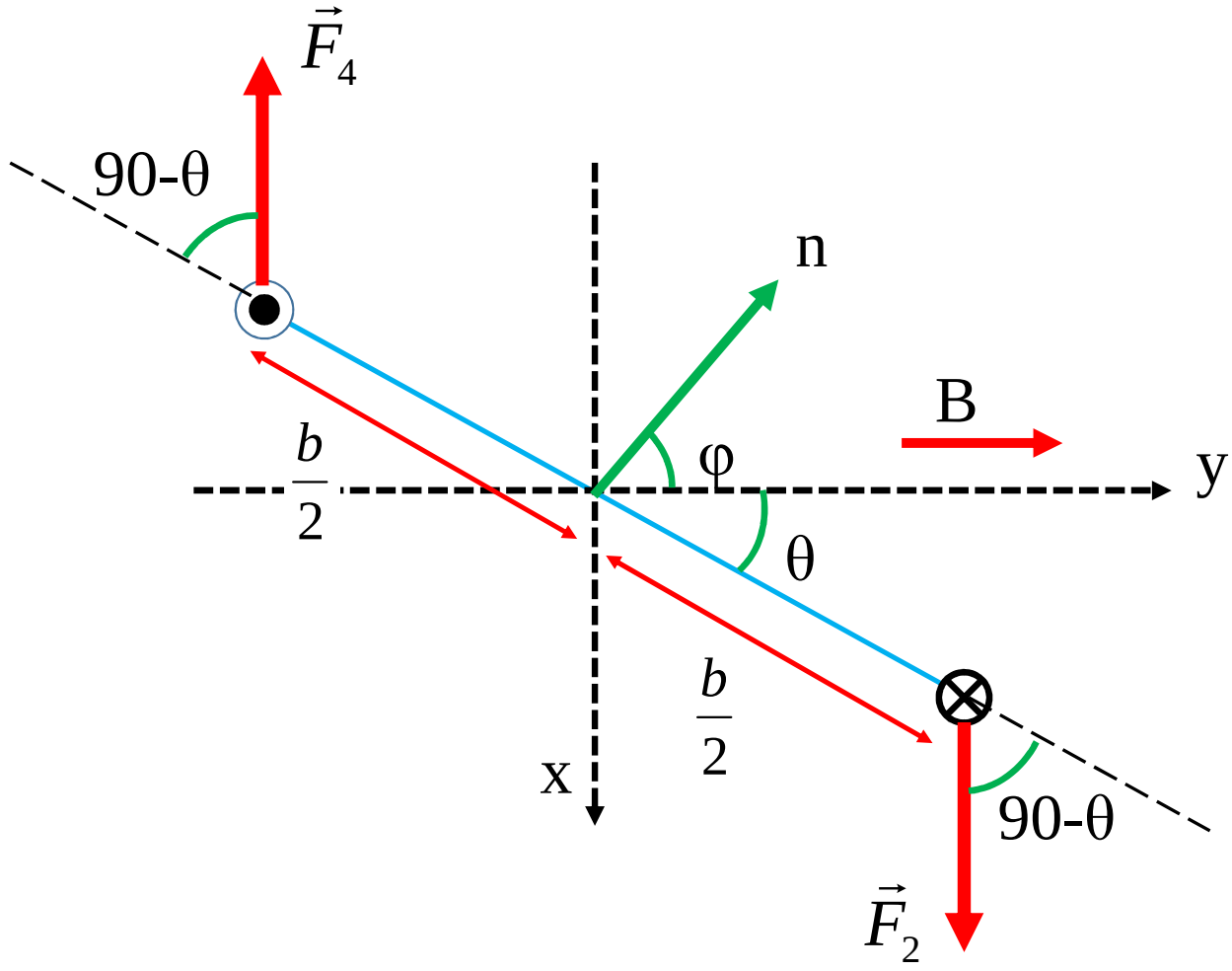
$$\vec{F}_3 = ibB\sin\theta\ (-\hat{k})$$

$$\vec{F}_4 = iaB\ (-\hat{i})$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

بررسی گشتاور نیروهای وارد بر حلقه جریان در میدان B




$\vec{F}_4$
90-θ
n
B
$\frac{b}{2}$
φ
y
θ
$\frac{b}{2}$
x
90-θ
$\vec{F}_2$

$$\sum \tau = \tau_2 + \tau_4 = F_2 \frac{b}{2} \sin(90 - \theta) + F_4 \frac{b}{2} \sin(90 - \theta)$$

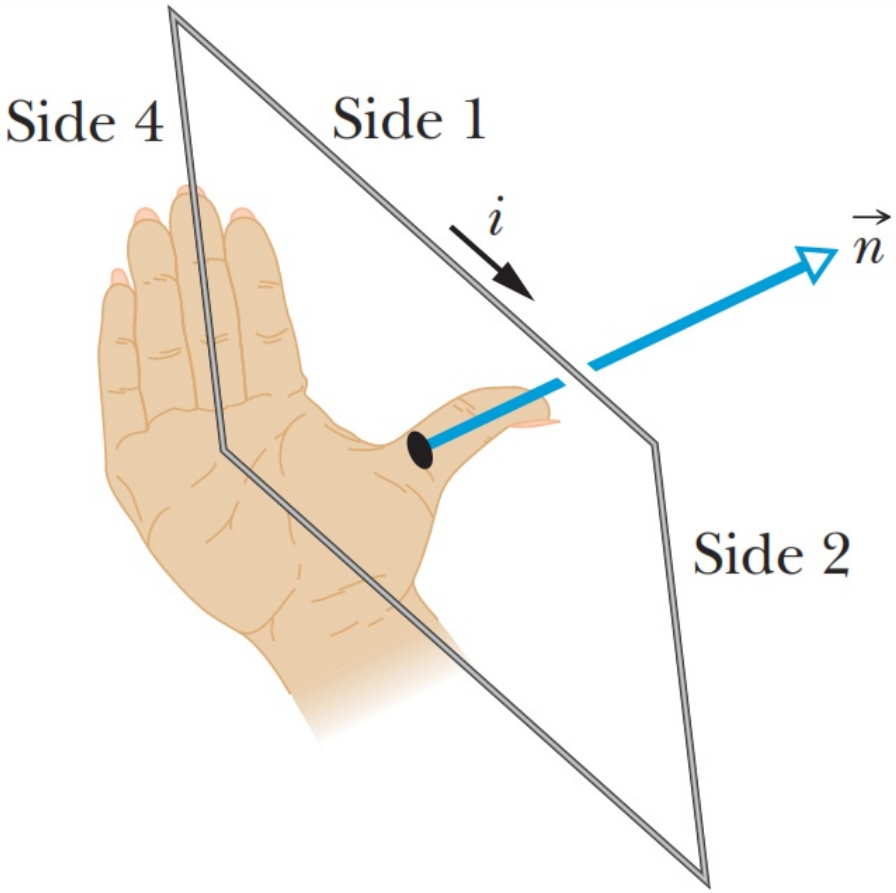
$$90 - \theta = \varphi$$

$$\sum \tau = 2F_2 \frac{b}{2} \sin\varphi$$

$$\sum \tau = 2(iaB) \frac{b}{2} \sin\varphi = iabB \sin\varphi$$

$$\boxed{\sum \tau = iAB \sin\varphi}$$

$$\vec{\tau} = i\vec{A} \times \vec{B}$$



نکات

۱- بردار عمود بر سطح A (بردار مشخصه سطح)

اندازه: $\tau = iAB\sin\varphi$

راستا: عمود بر صفحه حلقه

جهت: قاعده دست راست

نکات

۲- این رابطه گشتاور کل مغناطیسی وارد بر حلقه جریان را نشان می دهد.

۳- این رابطه برای هر حلقه جریان تختی با مساحت A برقرار است.

٤- در این رابطه φ زاویه میان بردار عمود بر سطح و جهت میدان مغناطیسی است

۵- اگر حلقه شامل چندین دور سیم (N) باشد

$$\vec{\tau} = Ni\vec{A} \times \vec{B}$$

$$\tau = ViAB\sin\varphi$$

نکات

٦- تعریف گشتاور دوقطبی مغناطیسی

$$\vec{\mu} = NI\vec{A}$$

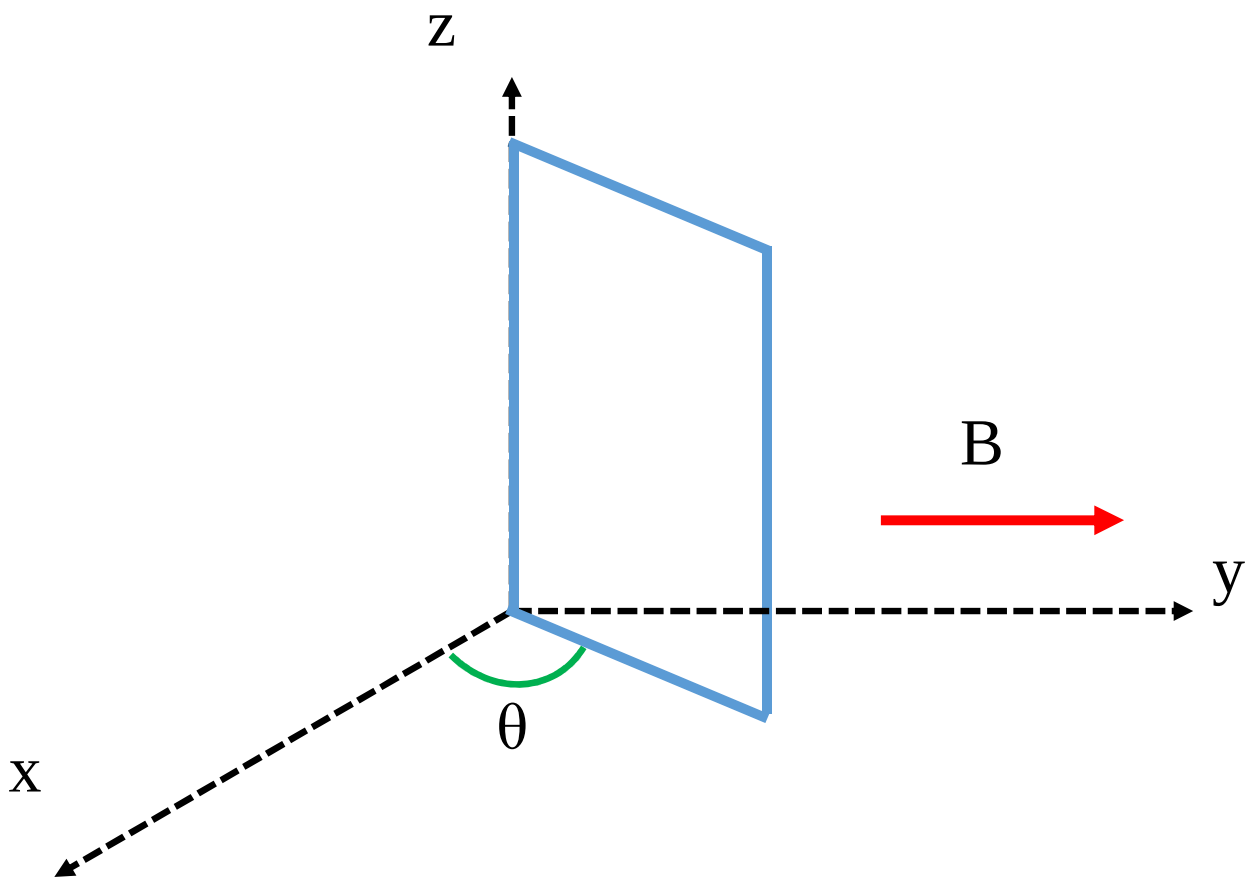
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

برهمکنش گشتاور دوقطبی مغناطیسی با میدان B

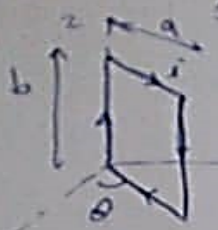
۷- مقایسه گشتاور دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی

مغناطیسی	الکتریکی
μ : ناشی از یک حلقه بسته حامل جریان	P : ناشی از جدایش بارهای + و −
در میدان مغناطیسی این گشتاور دوقطبی می چرخد تا با میدان همسوگردد	در میدان الکتریکی این گشتاور دوقطبی می چرخد تا با میدان هم جهت گردد
$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$	$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$
در اثر برهمکنش با میدان مغناطیسی، یک انرژی پتانسیلی در سیستم ذخیره می گردد	در اثر برهمکنش با میدان الکتریکی، یک انرژی پتانسیلی در سیستم ذخیره می گردد
$U = -\vec{\mu} \,.\, \vec{B}$	$U = -\vec{P} \,.\, \vec{E}$

مثال) گشتاور وارد بر حلقه جریان زیر را بدست آورید



مثال) گشتاور وارد بر حلقه جریان زیر را بدست آورید



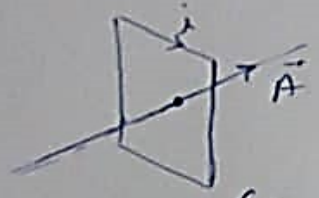
$\vec{B} = a\,\hat{j}$

$\vec{A}$ تعریف بردار عمود بر سطح

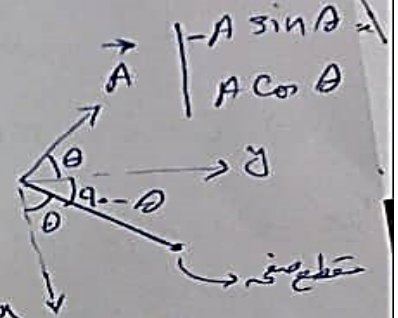
$\vec{A}$ اندازه $= ab =$ مساحت سطح

عمود بر صفحه مستطیل = راستا

قاعده دست راست = جهت



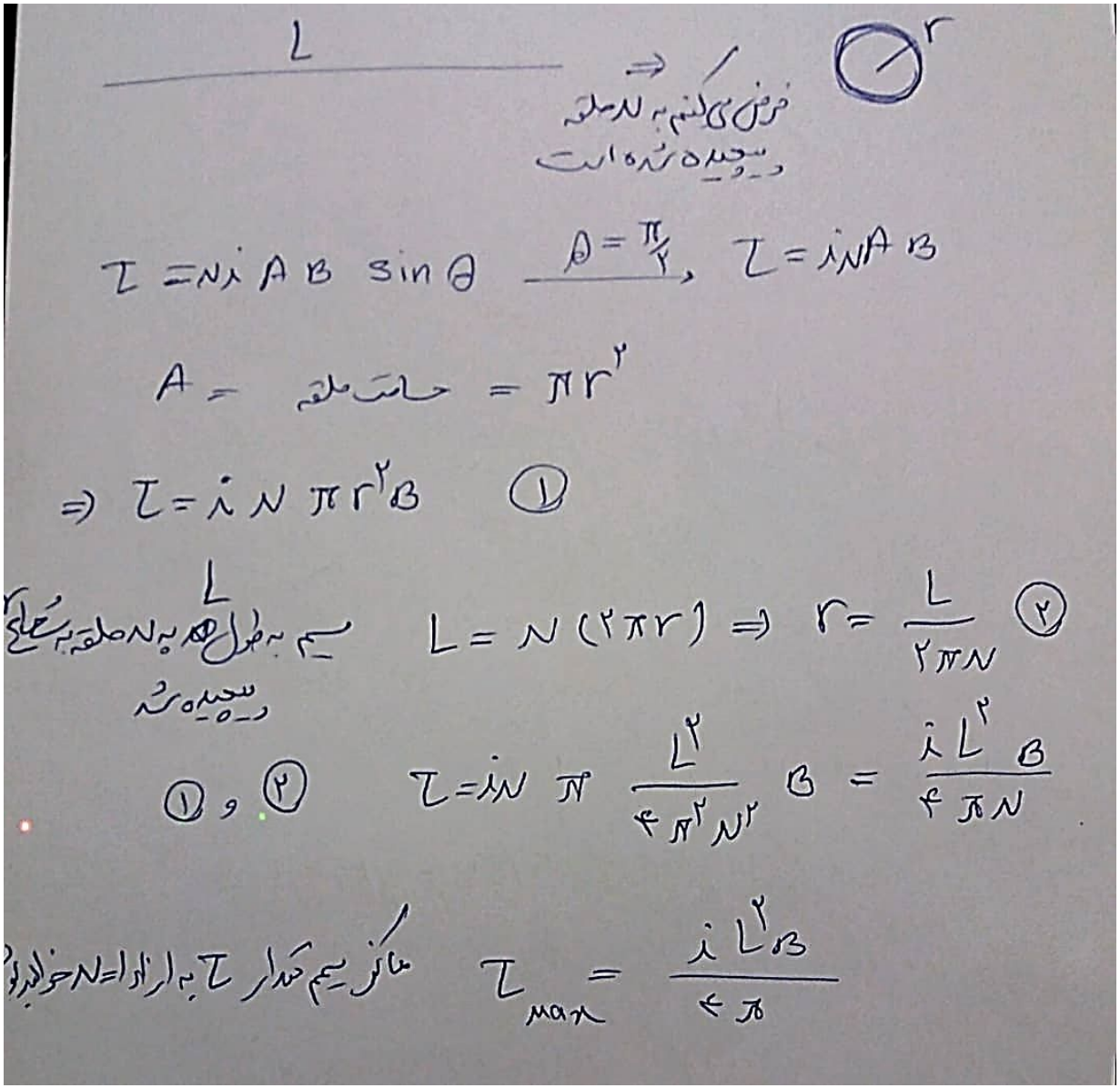
اگر از بالا (راستای محور z) ساعتگرد به صفحه و بر امتداد سطح



$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = i\vec{A} \times \vec{B} = i \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -A\sin\theta & A\cos\theta & 0 \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k}(-iAB\sin\theta)$$

مثال) سیمی به طول L حامل جریان i می باشد. نشان دهید که اگر این سیم را به صورت یک پیچه حلقوی درآوریم بیشترین گشتاور نیرو در یک میدان مغناطیسی معلوم، وقتی بر آن اعمال می شود که پیچه تنها شامل یک حلقه باشد.


L
r
فرض می‌کنیم N حلقه
پیچیده شده است
$\tau = NiAB\sin\theta$
$\theta = \frac{\pi}{2}$, $\tau = iNAB$
$A =$ مساحت حلقه $= \pi r^2$
$\Rightarrow \tau = iN\pi r^2 B$ (1)
سیم به طول L به N حلقه به شعاع r
پیچیده شده
$L = N(2\pi r) \Rightarrow r = \frac{L}{2\pi N}$ (2)
(1) و (2) $\tau = iN\pi \frac{L^2}{4\pi^2 N^2} B = \frac{iL^2 B}{4\pi N}$
ماکزیمم مقدار τ به ازای N خواهد بود
$\tau_{max} = \frac{iL^2 B}{4\pi}$

••51 Figure 28-46 shows a wood cylinder of mass $m = 0.250$ kg and length $L = 0.100$ m, with $N = 10.0$ turns of wire wrapped around it longitudinally, so that the plane of the wire coil contains the long central axis of the cylinder. The cylinder is released on a plane inclined at an angle θ to the horizontal, with the plane of the coil parallel to the incline plane. If there is a vertical uniform magnetic field of magnitude 0.500 T, what is the least current i through the coil that keeps the cylinder from rolling down the plane?

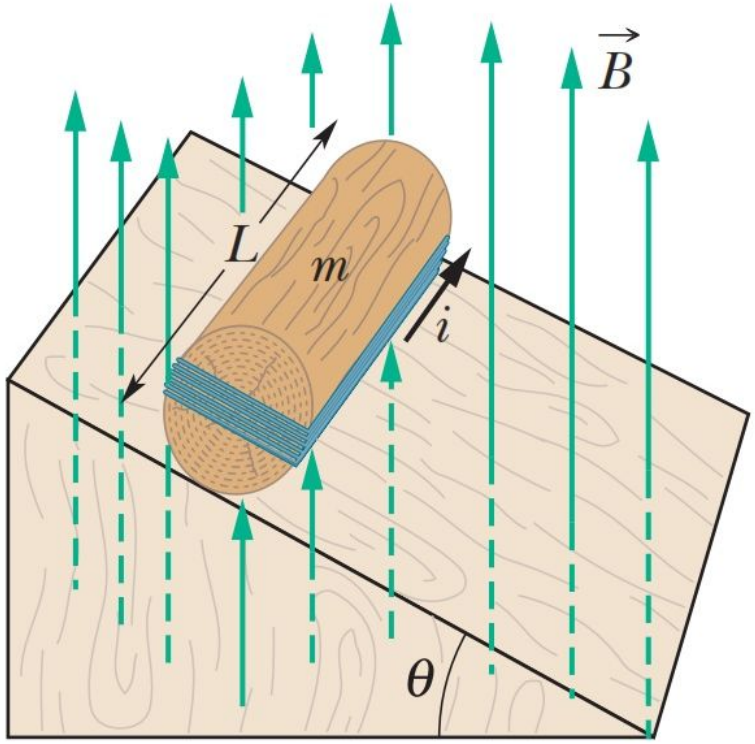


Figure 28-46 Problem 51.

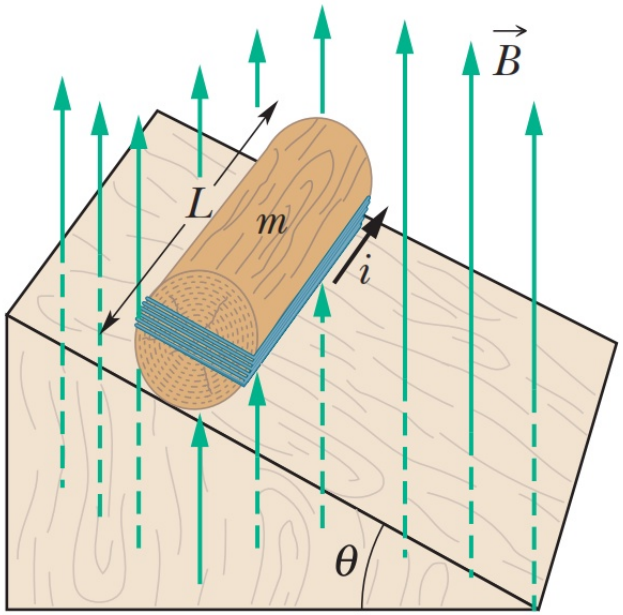
۸- ۵۱ :

هیئت تعلیقدان استوانه باید کشتاور کل وارد بر آن صفر باشد

۱- کشتاور ناشی از نیروی وزن حول نقطه اتصال (محور اتصال) استوانه باشد

۲- ؟

له این کشتاور باید ناشی از همه کشتاور میدان حفاظی بر حلقه حامل باشد
و در ضمن آن باید برخلاف کشتاور وزن باشد تا اثر آن را خنثی کند



گشتاور وزن

محل اتصال استوانه و سطح شیبدار

$\tau_{mg} = r\,mg\sin(\theta)$

جهت گشتاور وزن به سمت داخل

گشتاور مغناطیسی

$\vec{B}$ $\vec{A}$ θ

طول سیم

$\tau_B = N i A B \sin\theta$

$\tau_B = N i (2rl) B \sin\theta$

$\tau_{mg} - \tau_B \Rightarrow N i 2rlB\sin\theta = rmg\sin\theta$

$i = \frac{rmg\sin\theta}{N \times 2rlB\sin\theta}$

••52 In Fig. 28-47, a rectangular loop carrying current lies in the plane of a uniform magnetic field of magnitude 0.040 T. The loop consists of a single turn of flexible conducting wire that is wrapped around a flexible mount such that the dimensions of the rectangle can be changed. (The total length of the wire is not changed.) As edge length x is varied from approximately zero to its maximum value of approximately 4.0 cm, the magnitude τ of the torque on the loop changes. The maximum value of τ is 4.80×10^{-8} N · m. What is the current in the loop?

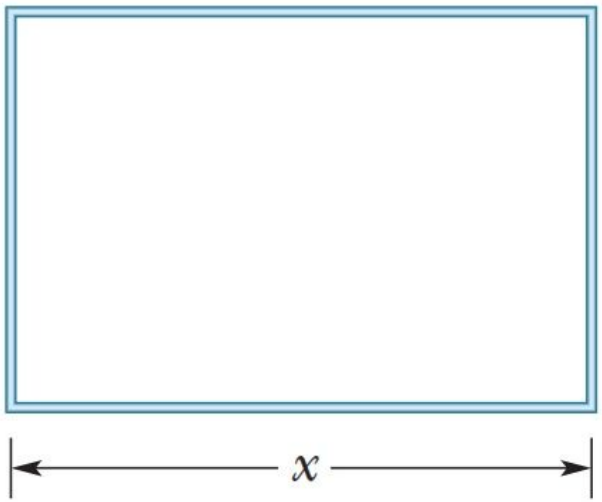
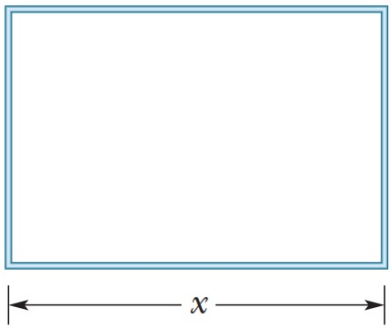
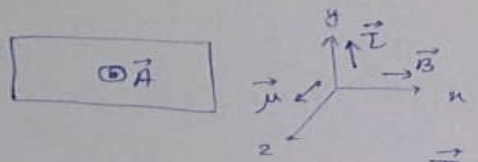


Figure 28-47
Problem 52.



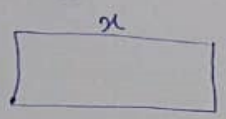
۷ - مسئله:



$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = I A \hat{k} \times B \hat{i}$

$= I A B \hat{j}$

$0 < x < 4 \Rightarrow$ محیط $= 2 \times 0.04 = 0.08$



$\frac{1}{2}(8 - 2x) = 4 - x$ cm

$\frac{1}{2}(8 - 2x) = 4 - x$ cm

$A = x(0.04 - x)$

$\tau = I A B = I (0.04 - x) x B$

$\frac{d\tau}{dx} = I B \frac{dA}{dx} = 0.04 I [-x + 0.04 - x] = 0$

$-2x = -0.04 \Rightarrow x = \frac{0.04}{2} = 0.02$

لذا مرکز جرم گشتاور نیروی وارد شده به حلقه در مرکز مربع به ابعاد 0.02×0.02 قرار دارد.

$\tau_{max} = I (0.02)^2 \times 0.04 \Rightarrow 4.8 \times 10^{-8} = I \times 16 \times 10^{-6}$

$I = 3 \times 10^{-3}$ A