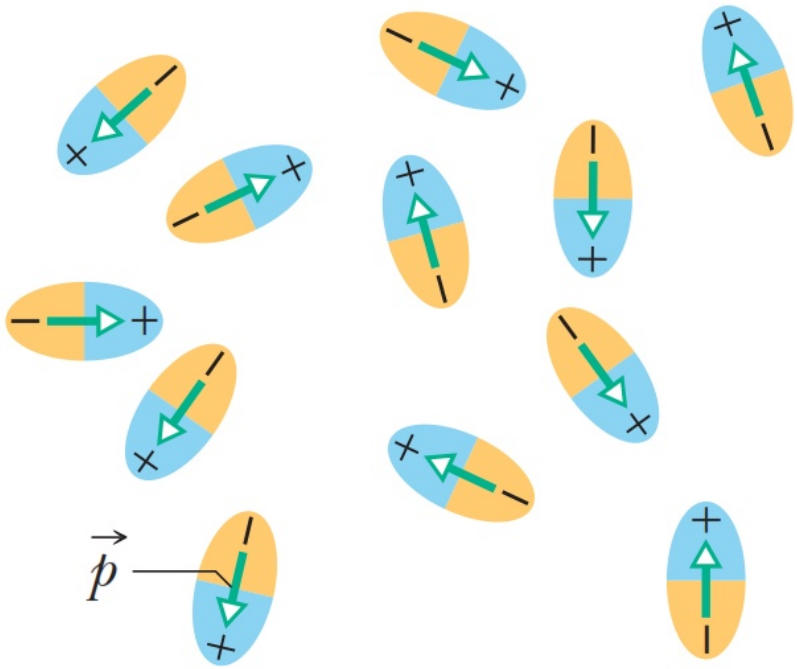
فصل پنجم

نظریه میکروسکوپی دی الکتریک ها

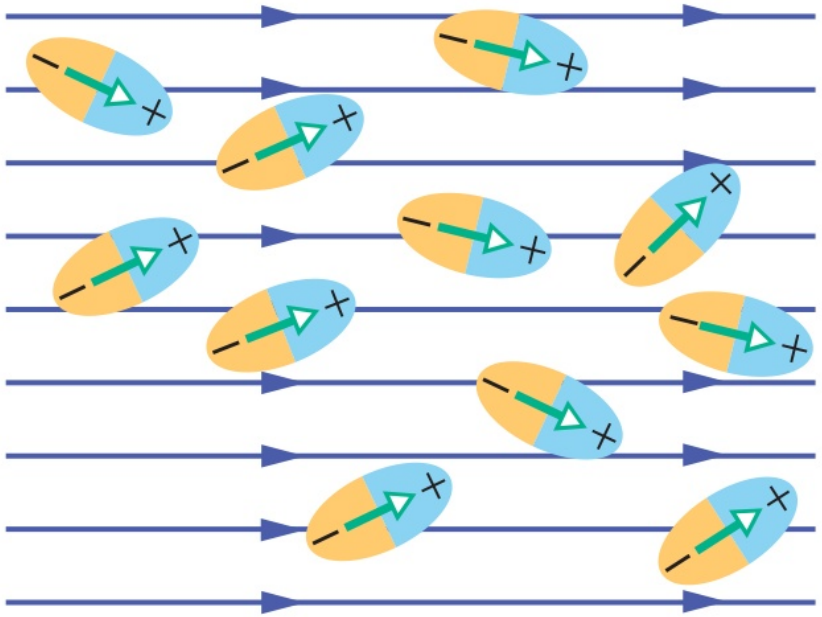
بخش دوم

۳.۵ مولکولهای قطبی. فرمول لانژون ـ دبی

همان‌طور که در بخش گذشته اشاره‌شد، هر مولکول قطبی گشتاور دوقطبی دائمی دارد، هر مولکول قطبی از حداقل دو نوع اتم مختلف تشکیل شده‌است؛ در اثنای تشکیل مولکول ممکن است برخی از الکترونهای یك اتم به‌طور کامل یا به‌طور جزئی به اتم دیگر منتقل شوند و پس از این انتقال آرایش الکترونی حاصل به‌نحوی باشد که مراکز بارهای مثبت و منفی در مولکول برهم منطبق نباشند. اگر میدان الکتریکی وجود نداشته‌باشد، یك قطعهٔ ماکروسکوپی از دی‌الکتریك قطبی قطبیده نخواهد بود



(a)



(b)

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta v} \sum \mathbf{p}_m$$

قطبش ماده
دی الکتریک

دوقطبی الکتریکی
هر مولکول

جمع‌بندی روی تمـام مولکولهای موجود درعنصر حجم Δv صورت می گیرد.

اگرمیدان‌الکتریکی وجود نداشته‌باشد،

سمتگیری تك‌تك دوقطبیها کتره‌ای است.

وقتی $\mathbf{p}_m$ها دارای سمتگیری کتره‌ای باشند، حاصل جمع صفر می‌شود.

دی‌الکتریك قطبی تحت تأثیر میدانی الکتریکی

اگر دی‌الکتریك قطبی تحت تأثیر میدانی الکتریکی قرار گیرد، برهریك ازدوقطبیهای آن گشتاور نیرویی وارد می‌شود، و گرایش این گشتاورها چنان است که می‌خواهند دوقطبیها را بامیدان همسو کنند. اگرمیدان به‌اندازهٔ کافی قوی باشد ممکن است دوقطبیها کاملا همسو شوند که در آن‌صورت قطبش به‌مقداراشباعی زیرخواهد رسید

$$\mathbf{P}_s = N\mathbf{p}_m$$

قطبش اشباع

تعداد ملکولها
در واحد حجم

قطبش وابسته است به

- ❖ شدت میدان اعمالی
- ❖ دمای جسم

درشدت میدانهایی که به‌طورمعمول با آنها برمی‌خوریم، قطبش هر دی الکتریك قطبی معمولا ازمقدار اشباعی آن بسیار کمتراست، و اگردمای جسم افزایش داده شود قطبش آن حتی کمترهم می‌شود. فقدان همسویی کامل دوقطبیها ناشی از انرژی گرمایی مولکولهاست که در جهت ایجاد سمتگیریهای کتره‌ای برای دوقطبیها عمل می کند.

محاسبهٔ میانگین گشتاور دو قطبی مؤثرمولکولی

به کمك یکی از اصول مکانیك آماری

در دمای T احتمال اینکه مولکولی باانرژی مولکولی به‌خصوص E یافت شود، متناسب است با

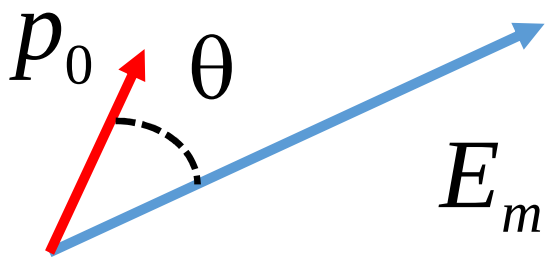
$$e^{-E/kT}$$

k ثابت بولتزمن و T دمای مطلق

$$E = E_k + U \quad \Rightarrow \quad e^{-E_k/kT} e^{-U/kT}$$

انرژی پتانسیل یك دوقطبی دائمی $\mathbf{p}_0$ درمیدان الکتریکی $\mathbf{E}_m$

$$U = -\mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{E}_m = -p_0 E_m \cos\theta$$



گشتاور دوقطبی مؤثریك دو قطبی مولکولی عبارت است ازمؤلفهٔ آن درامتداد میدان،

$$p_0 \cos\theta$$

مقدارمیانگین گشتاور دوقطبی مؤثریك دو قطبی مولکولی

$$\langle p_{\circ} \cos\theta \rangle = \frac{\int p_{\circ} \cos\theta e^{+p_{\circ}E_m \cos\theta / kT}\, d\Omega}{\int e^{+p_{\circ}E_m \cos\theta / kT}\, d\Omega}$$

$d\Omega$ عنصرزاویهٔ فضایی $\qquad d\Omega = ۲\pi \sin\theta\, d\theta$

حدود θ میان صفرو π

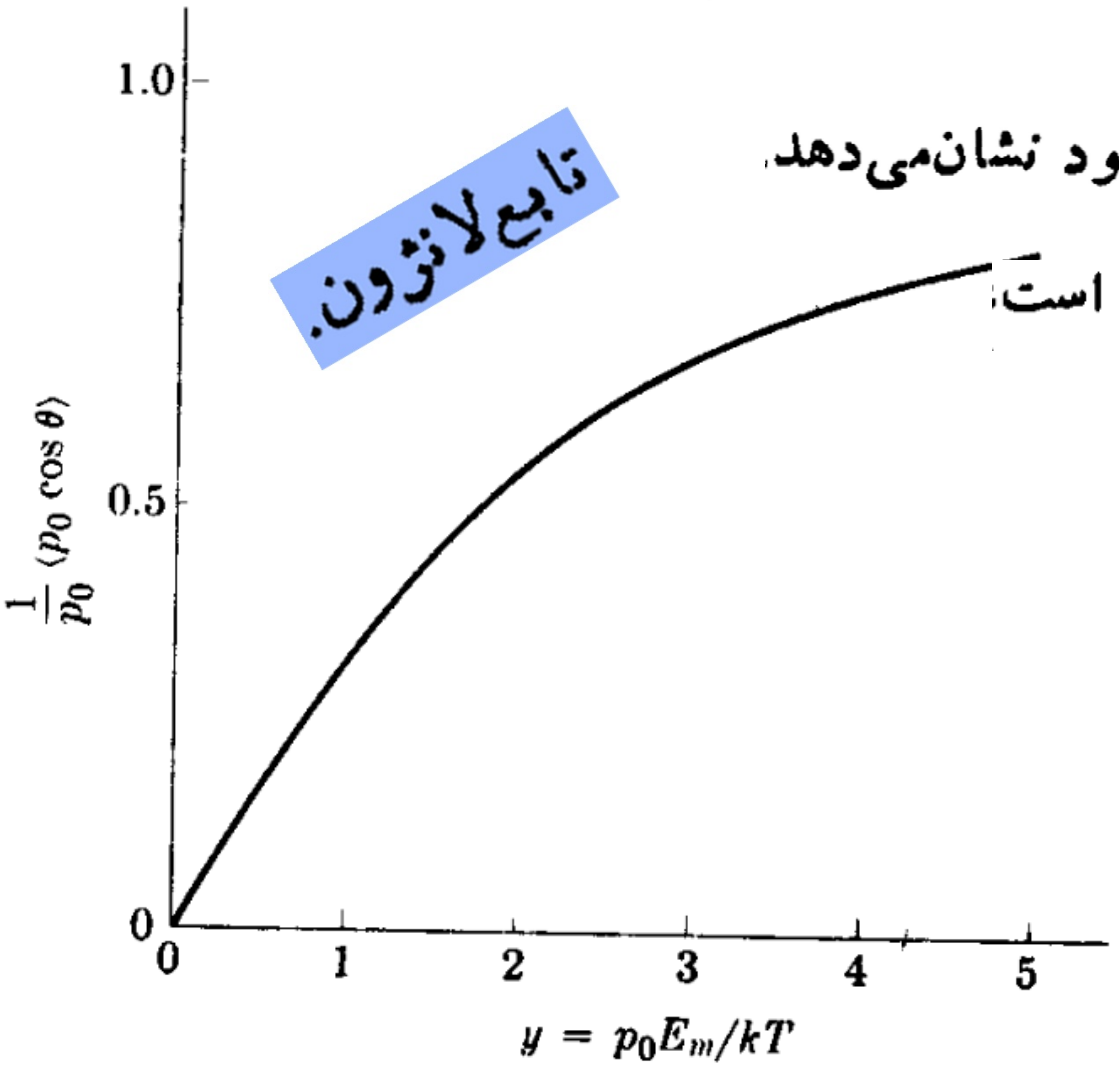
$p_{\circ}$، E_m و kT ثابت‌اند.

جواب انتگرال

$$\langle p_{\circ} \cos\theta \rangle = p_{\circ}\left[\coth y - \frac{1}{y}\right]$$

$$y = \frac{P_{\circ} E_{m}}{kT}$$

فرمول لانژون



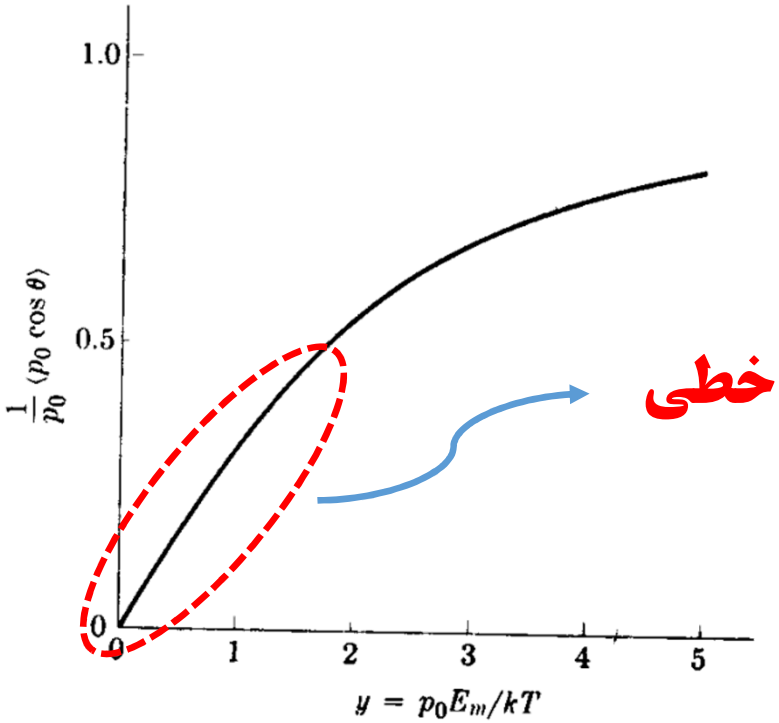
تابع لانژون.

درمیدانهای‌خیلی قوی‌اثراشباعی ازخود نشان‌می‌دهد.

به‌ازای مقادیر کوچك y منحنی خطی است.

معمولی حائز اهمیت است. گشتاور دوقطبی مولکولی p_0 برای اکثر اجسام قطبی طوری است که به‌ازای همهٔ مقـادیر شدت میدان، حتی به‌ازای شدتهـایی که نزدیك به‌استقامت دی‌الکتریك ماده‌اند، تازمانی که دما بالاتراز ۲۵۰K باشد داریم $y \ll 1$. ازاین رو، هر جسم دی‌الکتریکی که شامل مولکولهای قطبی باشد عموماً خطی است.

$$y = \frac{p_0 E_m}{kT}$$



ناحیه خطی

در ناحیه خطی به ازاء $y << 1$ تابع $\coth y$ را به صورت یک رشته توانی بسط می دهیم

$$\langle p_0 \cos\theta \rangle \approx \frac{1}{3} p_0 y = \frac{p_0^2 E_m}{3kT}$$

$\langle p_0 \cos\theta \rangle$ میانگین گشتاور دوقطبی مؤثر هرمولکول است

$P = N\langle p_0 \cos\theta \rangle$، قطبش در جهت E_m

$$\frac{1}{N} P = \langle p_0 \cos\theta \rangle \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{N} P = \frac{p_0^2}{3kT} E_m$$

$$\begin{cases} \frac{1}{N}\mathbf{P} = \frac{p_0^2}{3kT}\mathbf{E}_m \\ \mathbf{p}_m = \alpha \mathbf{E}_m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{p_0^2}{3kT}$$

گشتاورهای دوقطبی

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{p_0^2}{3kT}$$

- ❖ ذاتی — قطبش‌پذیری سمتگیری
- ❖ القایی — قطبش پذیری تغییر شکل

معادلهٔ لانژون ـ دبی

۴.۵ قطبش دائمی. فروالکتریسیته

دراکثرموارد قطبش با $\mathbf{E}$ متناسب است، لذا وقتی‌که $\mathbf{E}$ به‌سمت صفرمیل کند $\mathbf{E}_m$ هم صفر می‌شود.

$$\mathbf{P} = (K - ۱)\varepsilon_۰ \mathbf{E}$$

$$\mathbf{p}_m = \alpha \mathbf{E}_m$$

تحت بعضی شرایط معادلهٔ (۷.۵) بایك قطبش دائمی (یاخود به‌خودی) نیزساز گاراست.

$$\mathbf{E}_m = \mathbf{E} + \frac{۱}{۳\varepsilon_۰}\mathbf{P} \xrightarrow{E = 0} \mathbf{E}_m = \frac{۱}{۳\varepsilon_۰}\mathbf{P}_۰$$

یعنی، به‌عبـارت دیگر، اگر قطبش $\mathbf{P}_0$ وجود داشته بـاشد، این قطبش سبب ایجاد میدان الکتریکی درمحل مولکول می‌شود و این میدان بـه‌نوبهٔ خود سبب قطبیده شدن مولکول خواهدشد. به‌طورقطع یك‌میدان قطبنده وجود دارد، اما چنانچه این میدان باعث به‌وجود آمدن قطبشی غیراز $\mathbf{P}_0$ شود، درآن‌صورت جواب خود سازگارنخواهد بود. لذا اگر N تعداد مولکولها درواحد حجم باشد، خواهیم داشت

$$\mathbf{P}_0 = N\alpha\mathbf{E}_m = \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}\mathbf{P}_0$$

شرط قطبش دائمی

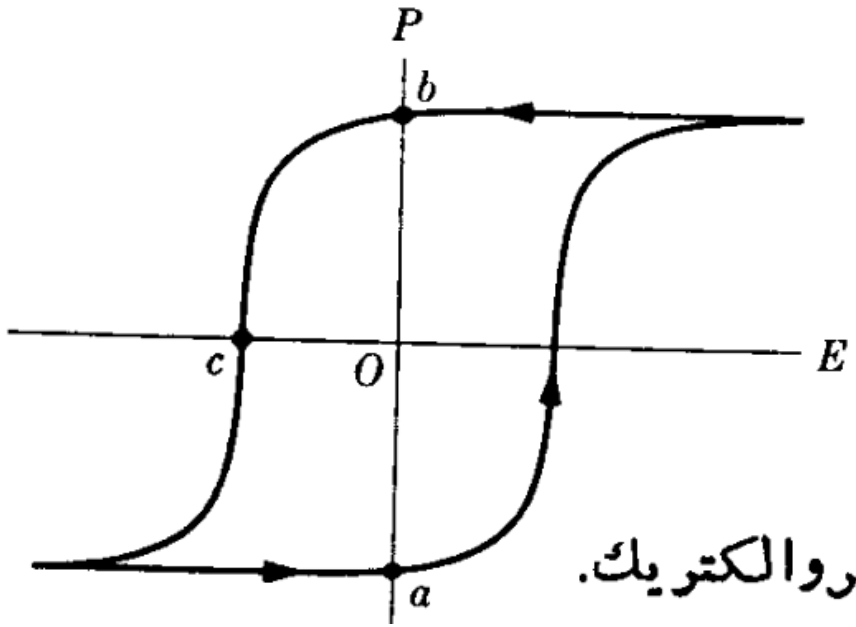
$$\frac{N\alpha}{3\varepsilon_0} = 1$$

یا

$$\mathbf{P}_0 = 0$$

شرط برقراری

در اکثر مواد $N\alpha/3\varepsilon_0$ کوچکتر از واحد است، و در نتیجه رفتار دی‌الکتریک معمولی حاصل می‌شود. باوجود این، در معدودی جامد بلورین شرط (۲۷.۵) صادق است. این قبیل اجسام را فروالکتریک می‌نامند، زیرا خواص الکتریکی آنها شبیه خواص مغناطیسی اجسام فرومغناطیس است. تیتانیت باریوم، $BaTiO_3$، بهترین نمونهٔ شناخته شدهٔ اجسام فروالکتریکی است که در دمای زیر $120^\circ C$ گشتاور دوقطبی خود به‌خودی دارد. این دما به‌نقطهٔ کوری[۲] جسم معروف است.



منحنی پس‌ماند برای یک نمونهٔ فروالکتریک.