دانشگاه کاشان

دانشکده فیزیک

اصول خطاگیری و رسم نمودار

ویژه آزمایشگاه های فیزیک

با ذکر چند مثال عملی

تهیه و تنظیم

دکتر سید محمد باقر قرشی

مقدمه

در تدوین این جزوه سعی شده است مطالبی ذکر شود که دانشجویان در انجام آزمایش و همچنین نوشتن گزارش کار با آن مواجه می‌شوند و همچنین کمک به دانشجویان در انجام دادن کارهای آزمایشگاهی می‌باشد. لذا مطالب گفته شده کاملاً کاربردی است. در ذکر مثالها سعی شده اعداد ارائه شده با نتایجی که از آزمایشها بدست می‌آید مشابه باشد و بتواند روش مناسب را به خوبی نشان بدهد. همچنین نکاتی در مورد نحوه تنظیم گزارش کار و عملکرد دانشجویان در محوطه آزمایشگاه آورده شده تا دانشجویان از درس آزمایشگاه حداکثر استفاده را ببرند .

۱-۱ راهنمای عملکرد دانشجو در آزمایشگاه :

۱- احاطه به موضوع کار

هر دانشجو موظف است قبل از اینکه به آزمایشگاه بیاید آزمایش مورد نظر را بدقت مطالعه کند. به خصوص اگر احتیاجی به تئوری آن پیدا کرد آن را مورد مطالعه قرار دهد تا در آزمایشگاه هنگام انجام آزمایش به موضوع کاملاً مسلط گردیده باشد.

همچنین در آغاز هر جلسه وسایل و ابزار مورد نیاز را از متصدی آزمایشگاه تحویل بگیرید و در پایان کار به متصدی باز گردانید. در صورتی که به هر یک از وسایل آزمایشگاهی آسیب و زیانی وارد آید، گروه مربوطه مسئول خواهند بود که زیان وارده را جبران نمایند. پس از انجام آزمایش میز باید به ترتیب اول چیده شود.

۲- تنظیم و تقسیم کار

چون وقت دانشجویان محدود است، بنابراین بایستی جریان کار را طوری ترتیب داد که بتوان از وقت خود حداکثر استفاده را نمود. از آنجا که در آزمایشگاه چند دانشجو با هم کار می‌کنند ، بهتر است قبل از شروع به کار، وظیفه هر دانشجو معلوم گردد تا پیشرفت کار سریعتر صورت گیرد.

۳- غیبت در آزمایشگاه

چون ارائه مجدد جلسات آزمایشگاه با مشکلات زیادی روبرو است چنانچه بدلیل موجه یا غیر موجه در جلسه‌ای نتوانستید حاضر شوید از انجام آزمایش مربوطه محروم خواهید شد و نمره گزارش کار آن جلسه محسوب نخواهد شد. اگر تعداد جلسات غیبت شما از دو جلسه بیشتر شود مجاز به شرکت در امتحان نخواهید بود.

۴- تنظیم گزارش کار

گزارش کار می بایست به ترتیب زیر تهیه شود. همچنین نمودارها باید در کاغذ میلیمتری رسم شوند.

الف) در صفحه اول گزارش کار باید موارد زیر تکمیل شود :

نام آزمایش:
تاریخ انجام آزمایش:
نام استاد:
نام دانشجوی نویسنده: شماره دانشجویی:
روز و ساعت کلاس: گروه آزمایشگاهی:
نام همکاران:

ب) هدف آزمایش
ج) وسایل مورد نیاز
د) مقدمه و تئوری آزمایش که شامل شرح قوانین و فرمول‌های بکار برده شده می‌باشد
ه) شرح کوتاهی از روش محاسبه
و) شرح محاسبات و درج اعداد بدست آمده در جدول
ز) رسم نمودارهای خواسته شده (الزاماً در کاغذ میلیمتری)
ح) محاسبه خطا و نتیجه گیری از آزمایش به کمک اعداد اندازه گیری شده
ط) مقایسه نتایج آزمایش با تئوری و توجیه اختلاف آنها
ی) پاسخ به سئوالات پایان آزمایش که در دستورکار آمده است

پاکیزگی و دقت شما در نوشتن گزارش کار، سهم مهمی در بالا بردن ارزش کار شما دارد. سعی کنید تمام قسمت های گزارش کار را از انشای خودتان تهیه نمائید زیرا کپی برداری از دستور کار به مقدار زیادی از ارزش کار شما خواهد کاست.

۵- تحویل گزارش کار

مهلت تحویل گزارش کار حداکثر یک هفته بعد از انجام آزمایش می‌باشد. ازگزارش کارهای که با تاخیرارائه شوند،امتیاز کسر خواهد شد.

موضوع فیزیک عملی

از آنجا که در ابتدای هر کار عملی باید هدف از کار مشخص شود،از این رو پس در دروس عملی آزمایشگاه فیزیک می‌توان چند هدف کلی را نام برد :

الف) نمایش عملی مفاهیم نظری در فیزیک

ب) آشنایی با دستگاهها

ج) آموزش چگونگی انجام آزمایشها

مشاهده نمایش عملی یک پدیده کمک بزرگی به درک آن می‌کند ولی روابط هندسی و ریاضی آن را به تفصیل بررسی نمی‌کند. بنابراین هدف اول یعنی نمایش مفاهیم نظری، فایده‌ای معین ولی محدود دارد. شاید هدف دوم اهمیت بیشتری داشته باشد. در هر آزمایشی تعدادی وسیله به کار می‌برید و تجربه ای که از کارکرد آنها به دست می‌آورید مسلماً مفید است، ولی اگر به نوعی کار پژوهشی مشغول باشید تعداد دستگاههایی که با آنها برخود می‌کنید بی شمار است که ممکن است هیچ درس عملی نتواند کاربرد همه آنها را به شما بیاموزد. آنچه در این درس فرا می‌گیرید آموزش کاربردی وسایل در حالت کلی است.

اهداف عمده آزمایشگاه این است که به شما بیاموزد:

الف) آزمایشی طرح کنید که دقت آن با هدف آزمایش متناسب باشد.

ب) از خطاهای منظم در روشها و وسایل از آزمایش آگاهی یابید و آنها را حذف کنید.

ج) نتایج آزمایش را تحلیل کنید و نتایج صحیح از میان آنها استخراج کنید.

د) دقت نتیجه نهایی را برآورد کنید.

ه) اندازه گیری‌ها و محاسبات را به طور دقیق، واضح و مختصر ثبت کنید.

همانطور که می‌دانیم فیزیک یکی از علوم طبیعی است که در شناخت طبیعت ما را یاری می‌کند. در فیزیک وقتی می خواهیم یکی از پدیده های طبیعت را تحلیل کنیم غالباً از جنبه های اساسی آن پدیده شروع می‌کنیم و پس از اینکه به نتیجه ای رسیدیم جنبه‌های دیگر را مورد بررسی قرار می‌دهیم تا نهایتاً به هدف ثابت و مشخص برسیم.

در فیزیک آنچه را به نظر ما خصوصیت اساسی یک وضع فیزیکی است انتخاب می‌کنیم و با تعمیم این خصوصیتا به نظریه می‌رسیم و از این نظریه نتایجی به دست می‌آوریم.

با انجام آزمایش، نتیجه را می‌آزماییم. اما این نتیجه از یک وضعیت آرمانی یا ساده نظری حاصل می‌شود. برای آزمودن آن مجبوریم این وضعیت ساده را در میان پدیده های درهم و پیچیده به وجود آوریم که غالباً کار مشکلی است.

بنابراین در درس آزمایشگاه شما با موانع موجود بر سر راه آزمون نظریه آشنا می‌شوید. یاد می‌گیرید که چگونه یک کمیت مشخص (نه کمیت دیگری) را اندازه بگیرید و چگونه بر موانع موجود غلبه کنید. اما مهمتر از همه بینش کلی از فیزیک و رابطه میان تجربه و نظریه، که جوهر اصلی موضوع است، به دست می‌آورید.

اهمیت خطاگیری

وقتی کمیت فیزیکی را اندازه می‌گیریم انتظار نداریم که مقدار به دست آمده دقیقاً با مقدار حقیقی برابر باشد. اما به دقت یا اعتبار این اندازه گیریها باید اشاره ای بکنیم برای این کار همراه با هر نتیجه خطای تخمینی آن را نیز می‌آوریم. مثلاً ممکن است طول یک میله را اندازه بگیریم و نتیجه نهایی را به صورت زیر بنویسیم.

$$L = (258 \pm 2)mm \qquad (۱)$$

این رابطه نشان می‌دهد که طول یک میله، مقداری بین ۲۵۶ و ۲۶۰ میلیمتر است.

معادله (۱) در واقع یک گزاره احتمال است. یعنی ما یقین نداریم که این مقدار بین حدود ذکر شده قرار داردولی اندازه‌گیری های ما نشان می‌دهد که احتمال معینی برای آن وجود دارد.

تخمین خطاها مهم است زیرا بدون آن نمی‌توانیم نتایج ارزشمندی از داده‌های آزمایش به دست آوریم.فرض کنید می‌خواهیم اثر دما روی مقاومت یک سیم را مشخص کنیم. مقادیر اندازه‌گیری شده برابر است با:

$$T_1 = 10^0 C \quad : \quad R_1 = 200.02 \quad \Omega$$
$$\mathrm{T}_2 = 20^0 C \quad : \quad R_2 = 200.03. \Omega$$

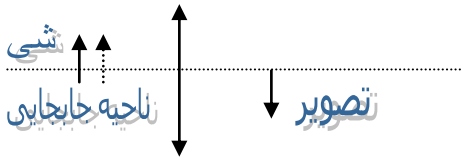
که بدون آگاهی از خطاها چیزی در مورد این دو مقدار نمی‌توانیم بگوئیم. مثلاً اگر این خطا در هر مقدار مقاومت 0.01Ω باشد این تفاوت مهم است ولی اگر این خطا برابر با $0.1\ \Omega$ باشد اهمیتی ندارد. (چرا؟)

از طرف دیگر وقتی آزمایشها به نتیجه رسید. در اختیار همگان قرار می‌گیرد و ازآن پس دیگر متعلق به شخص خاصی نیست. هر کسی به طریقی از آن نتایج استفاده می‌کند. بعضاً ممکن است آن را در محاسبات خود بعنوان یک نتیجه عملی و برخی دیگر آن را برای مقایسه با یک پیش بینی نظری به کار ببرند. در استفاده از نتایج تجربی به هر منظوری که باشد شخص می‌خواهد بداند که آیا این نتیجه دقت کافی برای مقصودش را دارد یا نه. می‌خواهد بداند استفاده از آنها تا چه اندازه اطمینان بخش است . برای پاسخ به این سؤالات باید خطای نتیجه را تخمین زد و این از وظایف آزمایشگر است.

خطاهای(ابیراهی‌های) اندازه گیری

برای اندازه گیری هر کمیتی باید آن را با مقداری از همان کمیت که به عنوان واحد انتخاب شده بسنجیم. نسبت مقدار کمیت به واحد آن را اندازه یا مقدار عددی آن کمیت می‌نامند. با توجه به اینکه همواره در اندازه گیری کمیت ها به دلایل گوناگون (که شرح آن بعداً خواهد آمد) دچار خطا می‌شویم، بین مقدار حقیقی آن کمیت X و مقداری که از اندازه گیری حاصل شده X' اختلاف $\delta X = X' - X$ موجود است که آنرا خطا می‌نامند. مثلاً در اندازه گیری طول یک میز به کمک خط کش باید درجه صفر خط کش را بر یک لبه منطبق کنیم و درجه مقابل لبه دیگر را بخوانیم. اغلب لبه دیگر میز درست در مقابل یکی از درجات خط کش قرار نمی‌گیرد و چنانچه خط کش بر حسب سانتیمتر درجه بندی شده باشد نمی‌توان دقت طول میز را تا کسری از سانتیمتر بدست آورد. یعنی کسری از سانتیمتر را تنها می‌توان با حدس برآورد کرد. در این صورت طول میز با خطای کمتر از یک سانتیمتر اندازه گیری شده است. لیکن اگر خط کش بر حسب میلیمتر مدرج شده باشد طول میز را می‌توان تا میلیمتر اندازه گرفت و کمتر از میلیمتر را با حدس تعیین نمود. در این صورت خطای اندازه گیری کمتر از یک میلیمتر است پس دقت اندازه گیری به وسایلی که برای این منظور به کار می‌روند ارتباط دارد. علاوه بر خطایی که ذکر شد خطای دیگری در عمل وارد می‌شود که بزرگی آن به آزمودگی و مهارت شخص آزمایش کننده بستگی دارد مانند: تشخیص انطباق درجه خط کش با لبه میز در مثالی که از نظرتان گذشت.

گاهی حین آزمایش به نوعی خطا برخورد می‌کنیم که نه بستگی به دقت دستگاه اندازه گیری دارد و نه ارتباطی به دقت شخص آزمایش کننده، بلکه این خطا ناشی از عدم حساسیت دستگاه است و به همین دلیل نام آن را خطای عدم حساسیت می‌گذاریم. مثلاً چنانچه توسط یک جسم نورانی با یک عدسی محدب تصویری حقیقی روی یک صفحه تشکیل دهیم خواهیم دید که با جابجا کردن صفحه، وضوح تصویر در یک ناحیه محدود، به هم نخواهد خورد. این خطا در آزمایش خاص بستگی به ابیراهی در ساختمان عدسی دارد و هر قدر میزان این ابیراهی کاسته گردد،دستگاه حساس تر شده و بعد ناحیه جابجایی کوچکتر می‌گردد.



تعاریف خطاهای مطلق و نسبی و درصد خطا

الف)خطای مطلق

قبلاً گفته شد که هرگز نمی توان به مقدار واقعی کمیت دست یافت چونکه محدودیت هائی در دقت وسایل و نیز آزمودگی شخص آزمایش کننده وجود دارد. چنانکه X مقدار واقعی و X' مقدار اندازه گیری شده کمیت باشند در این صورت اختلاف بین این دو را خطای مطلق می‌گوئیم یعنی : $\delta X = |X' - X|$

هرگز نمی‌توان مقدار خطای δX و نیز علامت آن را مشخص نمود (در غیر اینصورت خطا مفهومی نخواهد داشت) لذا همواره قدر مطلق حداکثر خطائی را که ممکن است در سنجش یک کمیت رخ دهد به حساب می‌آورند و آن را با ΔX نمایش می‌دهند. بنابراین غالباً خطایی که در اندازه گیری X مرتکب می‌شویم از ΔX کوچکتر است یعنی اینکه :

$$X' - \Delta X < X < X' + \Delta X$$

توجه داشته باشید که اندازه گیری کمیت در صورتی دارای معنی فیزیکی خواهد بود که خطای مطلق آن کوچکتر از مقدار خود کمیت باشد یعنی : $X' > \delta X$

ب) خطای نسبی

مقدار خطای مطلق، میزان دقت آزمایش را نشان نمی‌دهد. لذا برای تامین این منظور خطای نسبی را تعریف می‌کنیم. چنانکه در اندازه گیری طولی برابر با ۵ متر از، ۱ سانتیمتر اشتباه کرده باشیم، مانند این است که در هر متر ۲ میلی متر اشتباه شده باشد. ولی اگر ایم خطا را در اندازه گیری طولی مساوی ۵۰ سانتیمتر رخ دهد مثل این است که در هر متر ۲ سانتیمتر خطا مرتکب شده‌ایم. بنابراین دقت اندازه گیری در آزمایش اول، ۱۰ برابر دقت اندازه گیری آزمایش دوم است. پس آنچه را که عملاً باید به کار ببریم نسبت خطای مطلق ΔX به مقدار اندزه گرفته شده X' می‌باشد که آن را خطای نسبی می‌نامند. $(\frac{\Delta X}{X'})$

بر اساس آنچه در بالا متذکر شده‌ایم، خطای نسبی، دقت اندازه گیری را تعیین می‌کند.

اندازه گیری یک کمیت در صورتی قابل قبول است که خطای نسبی، مقدار کوچکی باشد یعنی دقت آزمایش زیاد باشد.

ج) درصد خطا

طبق تعریف، درصد خطا به صورت روبرو است :

درصد خطا = خطای نسبی ×۱۰۰

۱-۲ انواع خطاها

الف)خطای دستگاه اندازه گیری :

کوچکترین درجه دستگاه اندازه گیری،دقت آن نامیده می‌شود. مقدار خطای دستگاه از لحاظ عددی برابر دقت دستگاه است.

ب) خطای آزمایش کننده:

برای بدست آوردن این خطا لازم است کمیت مورد نیاز را n بار اندازه گیری کرده و از نتایج حاصله میانگین بگیریم. فرض کنیم مقادیر حاصله از اندازه گیری $X_1, X_2, ...X_n$ باشند. بنابراین $X_m = \frac{X_1 + X_2 + ...X_n}{n}$ که با تفاضل هر یک از مقادیر $X_1, X_2, ...X_n$ از X_m داریم :

$$\delta X_1 = |X_1 - X_m| \qquad \delta X_2 = |X_2 - X_m| ..... \delta X_n = |X_n - X_m|$$

خطای آزمایش کننده برابر با بزرگترین نفاضل بدست آمده است.

خطای آزمایش کننده = $\max\{\delta X_1, \delta X_2, ..., \delta X_n\}$

پس هر چه تعداد اندازه گیری زیاد شود خطای شخص کمتر خواهد شد (چرا؟)

ج) خطای عدم حساسیت

برای تعیین خطا لازم است کمیت مورد آزمایش را آنقدر تغییر دهیم تا وضعیت مطلوب به هم بخورد. دامنه جابجایی کمیت مذکور خطای عدم حساسیت است. مثلاً در آزمایش عدسی و جسم نورانی بایستی صفحه تصوبر را آنقدر به عدسی نزدیک کرد تا تصویر واضح محو گردد. سپس صفحه تصویر را به تدریج از عدسی دور نموده تا آنجا که دوباره تصویر محو گردد. نصف فاصله بین این دو وضعیت را خطای عدم حساسیت می‌نامند.

د) خطای تئوری آزمایش

در برخی آزمایشها هر چه خطای شخص و وسیله را کاهش دهید ولی خطای آزمایش زیاد خواهد بود که مربوط به خطا در بدست آوردن رابطه تئوری آزمایش می‌باشدکه باید در صورت امکان تئوری را اصلاح کرد.

مثلاً در آزمایش ماشین آتوود که متشکل از یک قرقره به جرم m و شعاع R و دو وزنه به جرمهای m_1و m_2و ریسمانی که این دو جرم را به هم متصل می‌کند. اگر شتاب ماشین آتوود را با استفاده از قوانین حرکت بصورت $a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$ در نظر بگیریم و بار دیگر با اندازه گیری زمان حرکت و مسافت پیموده شده از رابطه و $g = \frac{1}{2} a t^2$ شتاب را محاسبه کنیم با هم تفاوت خواهند داشت . چونکه در رابطه اول لختی دورانی قرقره را در نظر نگرفته ایم که با در نظر گرفتن آن شتاب از رابطه $a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g$ محاسبه خواهد شد (رابطه را بدست آورید.) که هر دو جواب نزدیک هم خواهد بود.

روشهای اندازه گیری کمیت مجهول

الف) روش مستقیم

اگر بتوان X را مستقیماً اندازه گرفت. این اندازه گیری را nبار (مثلاً ۱۰ بار) انجام می‌دهیم. اگر نتیجه i امین اندازه گیری را با X_i نمایش دهیم و تمام اندازه گیریها در شرایط نسبتاً یکسان انجام شده باشد

$$< X >= \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n} X_1 \qquad VAR\ \ X = \sigma^2 =< X^2 > - < X >^2 \qquad (۲)$$

که به ترتیب میانگین و پراکندگی X خوانده می‌شود، به ترتیب مقادیری برای محتمل ترین مقدار X و گسترهٔ پراکندگی Xi ها حول آن بدست می‌دهند. (از علامت ، .<...>. برای میانگین گیری استفاده شده است) σ انحراف معیار خوانده می‌شود. برای nهای به قدر کافی بزرگ حدود ۷۰ درصد اندازه گیری ها در بازه $\pm\delta$ حول $\overline{X}$ قرار خواهند داشت و می‌توان توشت (۳) $X = \overline{X} + \Delta X$ که در آن $\Delta X = \delta$

اگر بخواهیم که بیش از ۹۵ درصد اندازه گیری‌ها در گستره دقت اندازه گیری قرار گیرند کافی است قرار دهیم $\Delta X = 2\delta$ این روش بنام روش آماری خوانده می‌شود .

بدیهی است با بزرگ شدن nدقت اندازه گیری نیز بهبود می‌یابد. برای nهای کوچک، بنا بر ملاحظات آماری بهتر است واریانس چنین محاسبه شود:

$$Var\ \ X \approx \frac{1}{n-1}\left\{\sum_{I=1}^{x} X_1 - nx^{-2}\right\} = \frac{n}{n+I}\left[< x^2 > - < x >^2\right] \qquad (۴)$$

که برای nهای بزرگ $N-1 \cong N$ این رابطه به (۲)تبدیل خواهد شد.

در ماشینهای حساب علمی حالتی به نام SD وجود دارد که به کمک آن می‌توان میانگین و واریانس را محاسبه کرد. معمولاً انحراف استاندارد طبق رابطه (۲) به δn و طبق رابطه (۴) به $\delta n-1$ نمایش داده می‌شود .

ب) با استفاده از روابط ریاضی :

به ندرت اتفاق می‌افند که یک کمیت فیزیکی X را مستقیماً اندازه بگیرند بلکه اغلب مقدار آن از رابطه نظیر رابطه $X = f(a,b,c,....)$ بدست می‌آید که بین کمیت X و کمیتهای...,c,b,aکه مستقیماً اندازه گیری می‌شود رابطه برقرار است . منظور از محاسبه خطا این است که با استفاده از خطاهایی که روی اندازه گیری کمیتهای بالا مرتکب می‌شود یعنی $\Delta c, \Delta b, \Delta a$..... خطاهای Δx را که نتیجه نهایی x حاصل می‌شود محاسبه می‌نماییم. قبل از این که به دستور کلی محاسبه بپردازیم چند نمونه از محاسبات خطا در حالت ساده را شرح می‌دهیم.

۱-۳ روش های خطاگیری

I- روش مستقیم

۱- خطاهای حاصل جمع

چنانچه $x = a + b$ باشد و حداکثر خطاهایی که در اندازه گیری مقادیر a , b رخ می‌دهند به ترتیب برابر $\Delta b, \Delta a$ باشند، در نتیجه مقداری که برای **x** بدست می‌آید به اندازه Δx از مقدار واقعی آن اختلاف خواهد داشت و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$x + \Delta x = (a + \Delta a) + (b + \Delta b) \rightarrow \Delta x = \Delta a + \Delta b$$

چنانچه ملاحظه می‌کنید، برای محاسبه خطای مطلق جمع می‌توان از آن دیفرانسیل گرفت و علامات دیفرانسیل را به Δ تبدیل کرد .

یعنی حداکثر خطای مطلق حاصل جمع چند مقدار برابر چند مقدار از حاصل جمع خطاهای مطلق آن مقدار است و از آنجا خطاهای نسبی $\frac{\Delta x}{x}$ برابر است با: $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$

۲- خطاهای تفاضل

اگر $x = a - b$ باشد در این صورت می‌توان نوشت:

$$x + \Delta x = (a + \Delta a) - (b + \Delta b) \rightarrow \Delta x = \Delta a + \Delta b$$

از آنجا که وجود این خطا معمولاً باعث کاهش خطای دیگر نمی‌شود بنابراین خطاها را با هم جمع می‌کنیم و علامت منها را به مثبت تبدیل می‌کنیم یعنی $\Delta x = \Delta a + \Delta b$

و خطای نسبی برابر است با $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$

۳- خطای حاصلضرب

چنانچه $x = ab$ باشد می‌توان نوشت:

$$x + \Delta x = (a + \Delta a)(b + \Delta b) \rightarrow \Delta x = a.Ab + b.\Delta b + \Delta a.\Delta b$$

با صرفنظر کردن از آخرین جمله سمت راست رابطه بالا در مقایسه با جملات دیگر خواهیم داشت

$$\Delta x = a.\Delta b + b.\Delta a$$

به طور مشابه با روش دیفرانسیل گیری از تابع $x = ab$ داریم:

$$dx = a.db + b.da \rightarrow \Delta x = a.\Delta b + b.\Delta a$$

که دقیقاً همان نتیجه‌ای است که از محاسبه بالا بدست آمد. خطای نسبی برابر خواهد بود با:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{a\Delta b + b\Delta a}{ab} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta a}{a}$$

به همین طریق اگر $X = a.b.c.....$

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta C}{C} + ...$$

پس خطای نسبی حاصلضرب چند مقدار برابر با مجموع خطاهای نسبی آن مقادیر است.

۴- خطای خارج قسمت

اگر $x = \frac{a}{b}$ باشد همانند روش حاصل ضرب داریم:

$$x + \Delta x = \frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} \rightarrow \Delta x = \frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b}$$

که با صرفنظر کردن از Δbدر مقایسه با b داریم:

$$\Delta x = \frac{b\Delta a - a\Delta b}{b^2}$$

از راه دیفرانسیل گیری از تابع $x = \frac{a}{b}$ درست همین نتیجه حاصل می‌شود:

$$dx = d(\frac{a}{b}) = \frac{(b.da) - (a.db)}{b^2} \rightarrow \Delta x = \frac{b\Delta a - a\Delta b}{b^2}$$

که خطای نسبی چنین خواهد بود: $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} - \frac{\Delta b}{b} \rightarrow \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ چون حداکثر خطا را می‌خواهیم علامت منها را به مثبت تبدیل می‌کنیم.

II- روش دیفرانسیلی

هرگاه مجهولمان تابعی از پارامترهای $a, b, c, ...$ باشد یعنی $X = f(a,b,....)$ برای محاسبه حداکثر خطای مطلق ΔX بر حسب خطای $\Delta a, \Delta b, \Delta c...$ باید از طرفین رابطه بالا دیفرانسیل گرفت و به جای دیفرانسیل های $\Delta a, \Delta b, \Delta c.....$ خطاهای ماکزیمم $\Delta a, \Delta b, \Delta c, ...$ را قرارداد یعنی:

$$\Delta X = f_a \Delta a + f_b .\Delta b + f_c .\Delta c + ...$$

که در آن مثلاً f_a مشتق جزئی تابع $f(a.b.c)$ نسبت به a می‌باشد.

II- روش دیفرانسیل لگاریتمی

در ریاضیات می‌بینید که اگر $X = Lna$ باشد $dX = Lna = \frac{da}{a}$ که طرف راست رابطه بالا خود نظیر خطای نسبی کمیت a می‌باشد. پس با این آگاهی در می‌یابیم که چنانچه خطای نسبی کمیتی را بخواهیم محاسبه کنیم، بهتر است آن کمیت را به صورت لگاریتمی بیان کرده سپس دیفرانسیل گیری نماییم. مثلاً اگر داشته باشیم تابع $X = \frac{a}{b}$ ابتدا از طرفین آن لگاریتم گرفته و سپس دیفرانسیل می‌گیریم.

$$LnX = \ln(\frac{a}{b}) = Lna - Lnb \Rightarrow d(LnX) = d[Lna - Lnb] \rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{da}{a} - \frac{db}{b} \Rightarrow \frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

۴-۱ چند مثال عددی از خطاها

مثال ۱: در آزمایش اندازه گیری شعاع خمیدگی آینه، نتایج زیر بدست آمده است مطلوبست:

$$a = (3.4 \pm o.1)cm$$
$$h = (3.59 \pm O.O1)mm$$

الف) شعاع انحنای آینه را محاسبه کنید؟

ب) درصدخطای آنرا محاسبه کنید؟

حل: ابتدا توسط رابطه زیر مقدار شعاع را محاسبه می کنیم

$$r = \frac{a^2 + h^2}{2h}$$
$$r = \frac{(3.4\times10)^2 + (3.59)^2}{2(3.59)} = 162.80mm$$

حال برای محاسبه درصد خطا از روش دیفرانسیل لگاریتمی استفاده می‌کنیم که داریم:

$$Lnr = Ln(\frac{a^2 + h^2}{2h}) \rightarrow Lnr = Ln(a^2 + h^2) - Ln\ 2\hbar$$

که پس از دیفرانسیل گیری داریم:

$$\frac{dr}{r} = \frac{d(a^2 + h^2)}{a^2 + h^2} - \frac{2dh}{2h} = \frac{2ada + 2hdh}{a^2 + h^2} - \frac{dh}{h}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta r}{r} = \frac{2a\Delta a + 2h\Delta h}{a^2 + h^2} + \frac{\Delta h}{h}$$

با توجه به اعداد aو hداده شده در صورت مسئله می‌توان خطای مطلق a و h را بصورت زیر نوشت :

$$\Delta a = 0.1cm = 1mm, \Delta h = O.O1mm$$

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{2\times34\times1 + 2\times3.59\times0.01}{(34)^2 + (3.59)^2} + \frac{o.o1}{3.59} = o.o62$$

پس شعاع انحنارا به صورت زیر گزارش می‌کنیم.:

$$\Delta r = 10/15mm \rightarrow r = (162.80 \pm 10.15)mm$$
$$152.65mm < r < 172.95mm$$

مثال ۲: در آزمایش تعیین ضریب اصطکاک استاتیک روی سطح شیبدار پس از سه بار انجام آزمایش اعداد زیر بدست آمده است. مطلوب است تعیین خطای نسبی μs:

$\mu s = \tan\theta$	۰/۵۳	۰/۴۵	۰/۵۵
θ	28^0	27^0	29^0

رابطه حل بین ضریب اصطکاک و زاویه سطح شیبدار به صورت زیر است.

$$\mu_s = \tan\theta \xrightarrow[defransial]{} d\mu_s = (1+\tan^2\theta)d\theta \Rightarrow \Delta\mu_s = (1+\tan^2\theta).\Delta\theta \qquad (۵)$$

از مقادیر جدول فوق مقدار θ_m میانگین برابر است با $\theta_m = \frac{28+27+29}{3} = 28^0$

بنابراین: $\delta\theta_1 = |\theta_m - \theta_1| = 0 \qquad \delta\theta_2 = |\theta_m - \theta_2| = 1^0 \qquad \delta\theta_3 = |\theta_m - \theta_3| = 1^0$

و از آنجا: $\delta\theta_{\max} = 1^0$ = خطای آزمایشگر

خطای وسیله برابر است با حداقل زاویه‌ای که دستگاه می‌تواند اندازه بگیرد از آنجا که حداقل درجه بندی دستگاه یک درجه می‌باشد پس خطای وسیله برابر یک درجه می‌باشد.

و خطای عدم حساسیت مشهود نیست پس خطای زاویه برابر است با

$$\Delta\theta = 1^0 + 1^0 = 2^0 \rightarrow \Delta\theta = 2\times\frac{\pi}{18^0} = 0.035Rd$$

با توجه به رابطه (۵) داریم:

$$\mu_s = \tan\theta_m = \tan 28 = O.5B$$

$$\frac{\Delta\mu_s}{\mu_s} = \frac{1+\tan^2\theta_m}{\tan\theta_m}\Delta\theta = \frac{1+\tan^2 28}{\tan 28}\times 0.035 = O.O54$$

درصد خطا $= 504\%$

$$\Delta\mu_s = (1+\tan^2 28)\times 0.035 = 0.03$$

پس باید ضریب اصطکاک را این طور گزارش کنیم:

$$\mu_s = 0.53 \pm 0.03 \rightarrow 0.50 < \mu_s < 0.56$$

مثال ۳: در آزمایش تعیین ارزش آبی کالریمتر gr ۲۴۹/۷ آب را داخل کالریمتر ریخته و دمای آن را ۲۲C اندازه گیری شده است سپس gr۲۵۰ آب ۹۵^0C را در داخل کالریمتر ریخته و دمای تعادل ۵۵^0C بدست آمده است مطلوب است:

الف) ارزش آبی کالریمتر ب) خطای نسبی ارزش آبی کالریمتر

۱^0C= دقت دماسنج ۰/۱gr = دقت ترازو

پاسخ :

ارزش آبی کالریمتر (A) از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$(m_1c + A)(t_F - t_1) = m_2c(t_2 - t_F)$$

$m_1 = 249/7gr$ $t_1 = 22^0c$ $t_F = 55^0c$ $t_2 = 95^0c$

$m_2 = 250/0gr$ $c = 1^{cal}/_{c^0}$

که با جایگذاری خواهیم داشت: $A = 53.3^{cal}/_{c^0}$

برای محاسبه $\frac{\Delta A}{A}$ ابتدا A را از رابطه بدست می‌آوریم :

$$A=\frac{m_2c(t_2-t_F)-m_1c(t_F-t_1)}{t_F-t_1}$$

که با لگاریتم و دیفرانسیل گیری خواهیم داشت:.

$$Ln(A)=Ln\left[\frac{m_2c(t_2-t_F)-m_1c(t_F-t_1)}{t_F-t_1}\right]$$

پس از ساده کردن داریم:

$$LnA=Ln[m_2c(t_2-t_F)-m_1c(t_F-t_1)]-Ln(t_F-t_1)$$

که با دیفرانسیل گیری داریم : $t_2-t_F=\theta 1 \quad t_F-t_1=\theta 2$

$$\frac{\Delta A}{A}=\frac{\Delta m_2c\theta 1+m_2c\Delta\theta 1+\Delta m_1c\theta 2+m_1c\Delta\theta 2}{m_2c\theta 1-m_1c\theta 2}+\frac{\Delta\theta 2}{\theta 2}$$

که $\Delta\theta 1,\Delta\theta 2$ دقت دماسنج می‌باشد که برابر $\Delta\theta 1=\Delta\theta 2=1^0c$

$$\Delta m1=\Delta m2=0.1gr \qquad \theta 1=40^0c \qquad \theta 2=23^0c$$

چون آزمایش را یکبار انجام داده‌ایم خطای شخص صفر است و همچنین خطای عدم حساسیت هم مشهود نیست که با جایگذاری خواهیم داشت.

$$\frac{\Delta A}{A}=0.162\rightarrow \text{درصد خطا} = 16.2\%$$

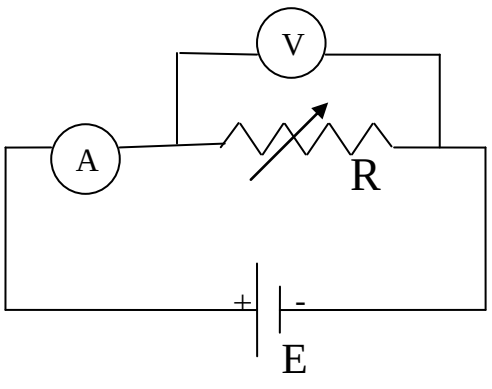
بنابراین $\Delta A=8.6\rightarrow A=(53.3\pm 8.6)\,{}^{cal}\!/_{C^0}$

مثال (۴): در آزمایش تعیین مقاومت داخلی باطری، برای یک R مشخص شده، آزمایش را چهار مرتبه تکرار کرده‌ایم و اعداد زیر بدست آمده است، مطلوبست:

الف) مقاومت داخلی باتری را محاسبه کنید؟

ب)خطای نسبی آنرا برآورد کنید؟

$E\pm 0.01V$	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰
$V\pm 0.01V$	۱/۳۵	۱/۳۳	۱/۳۶	۱/۳۴
$1\pm 0.1mA$	۲۹/۱	۳۱/۳	۲۹/۰	۳۱/۲



پاسخ:

برای محاسبه مقاومت داخلی باتری از رابطه $V = E - Ir$ استفاده می‌کنیم و برای اینکه ولتاژها و جریانها به علت خطائی که داشته‌ایم متفاوت بدست آمده است از ولتاژ و جریان میانگین می‌گیریم و مقدار مقاومت داخلی را محاسبه می‌کنیم:

$$V_m = \frac{1.35+1.33+1.36+1.34}{4} = 1.35V$$

$$I_m = \frac{29+32+29+31}{4} = 30.4mA$$

$$r = \frac{E-V_m}{I_m} = \frac{1.50-1.35}{30.4\times10^{-3}} = 4.9\Omega$$

برای محاسبه خطا، از رابطه $V = E - Ir$ ، لگاریتم و دیفرانسیل می‌گیریم که داریم:

$$r = \frac{E-V_m}{I} \Rightarrow Lnr = Ln(E-V) - LnI$$

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta E + \Delta V}{E-V_m} + \frac{\Delta I}{I_m}$$

با توجه به اعداد داده شده خطای آمپرمتر برابر ۰/۱mA و خطای ولتمتر ۱۷٪ می‌باشد و برای محاسبه خطای شخص داریم:

$$\delta V_0 = |1.35-1.35| = 0 \quad \delta V2 = |1.33-1.35| = 0.02 \quad \delta V3 = 0.01 \quad SV4 = 0.01$$

خطای شخص در اندازه‌گیری ولتاژ $= 0.02 \rightarrow \Delta V = 0.02 + 0.01 = 0.03$

$$\Delta E = 0 + 0.01 = 0.01$$

$$\delta I_1 = |29.1 - 30/4| = 1.3mA \quad \delta I2 = 1.9mA \quad \delta I3 = 1.4mA \quad \delta I4 = 0.8mA$$

خطای شخص در اندازه گیری جریان $= 1.9mA \rightarrow \Delta I = 1.9 + 0.1 = 2mA$

که با جایگذاری داریم: $\frac{\Delta r}{r} = o.33$

۱-۵ رسم منحنی و کاربردهای آن

در برخی از آزمایشها لازم است که منحنی تغییرات یک کمیت را بر حسب دیگری رسم نموده که در بسیاری از موارد با کمک این منحنی ها مقادیر مجهول دیگری تعیین می‌شوند، مثلاً در آزمایش تعیین ضریب اصطکاک اگر نمودار F_s بر حسب N رسم شود شیب نمودار برابر با μ_s خواهد بود. یا در آزمایش آونگ ساده، شیب نمودار T^2 بر حسب L برابر $\frac{4\pi^2}{g}$ خواهد بود. $(T^2 = \frac{4\Pi^2}{g}L)$ پس می‌توان اهمیت رسم نمودار را این چنین بیان کرد:

۱- تعیین مقدار کمیت مجهول : که معمولاً شیب خط یا فاصله عرض از مبدا و طول از مبدا به روش کمترین مربعات یا از روی نمودار محاسبه می‌شود (روشهای محاسبه آن گفته خواهد شد).

۲- مقایسه نتایج تجربی با منحنی نظری

۳- بدست آوردن رابطه کیفی بین دو کمیت: اگر در آزمایش $R = p\frac{L}{S}$ نمودار R بر حسب S رسم شود متوجه می‌شویم که R و S رابطه معکوس دارند و همچنین در آونگ ساده اگر نمودار T^2 بر حسب L خطی شد نشان می‌دهد که رابطه مستقیم دارند.

۴- تعیین خطای کمیت مجهول

در خطاگیری های قسمت قبل برای موقعی به کار برده می‌شد که برای پارامترهای ثابت، N بار آزمایش انجام دهیم یعنی مجهول X که توسط رابطه $X = f(a,b,....)$ مشخص می‌شود پارامترهای b و a و ۰۰۰۰۰۰۰ ثابت باشند ولی هر کدام را N بار اندازه‌گیری کنیم حال اگر پارامترهای a و b. و ۰۰۰۰۰ متغیر باشند از روشهای قبلی نمی‌توان استفاده کرد مگر اینکه برای حالت i ام خطاگیری کنیم.

برای این کار نموداری را که از شیب آن می‌توان کمیت مجهول را بدست آورد را در نظر می‌گیریم و روی کاغذ میلیمتری رسم می‌کنیم که برای رسم باید به نکات زیر توجه کرد:

۱- انتخاب واحد باید طوری باشد که تمام اعداد بدست آمده از آزمایش بر روی محورها بگنجد .

۲- واحد را روی محورها به گونه‌ای باید اتخاذ نمود که حتی الامکان از تمام صفحه کاغذ میلیمتری استفاده شود.

۳- بهتر است واحدها شامل تعداد صحیحی از خانه های کاغذ میلیمتری باشد.

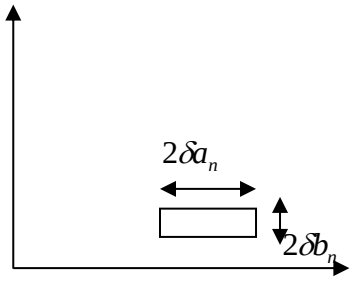
۴- سعی کنید انتخاب واحدها به گونه ای باشد که کوچکتربن خطای مطلق یک کمیت با طولی بیشتر از یک میلیمتر نمایش داده شود.

از آنجا که دراندازه گیری هر یک از کمیت‌هایی که می‌خواهیم منحنی‌اش را بر حسب دیگری رسم کنیم، خطایی رخ داده است پس در مورد هر اندازه گیری فقط یک نقطه نیست که می‌تواند متعلق به منحنی باشد بلکه مکان هندسی نقاطی که در روابط زیر صدق کنند می‌توانند یکی از نقاط منحنی باشند.

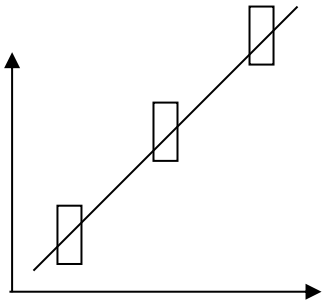
$$a = a_n \pm \sigma a_n \qquad b = b_n \pm \sigma b_n$$

زیر نویس n نشان دهنده مرتبه آزمایش است مثلاً a_3, b_3 دو مقدار نظیر مربوط به اندازه‌گیری سومین آزمایش است. چنانچه ملاحظه می شود. δ_a, δ_b نیز غالباً تابع مرتبه آزمایش هستند و به همین دلیل برای آن نیز اندیس n منظور شده است.

مکان هندسی نقاط، مستطیلی است به طول $2\delta a_n$ و به عرض $2\delta b_n$ در شکل (۲) هر یک از این نقاط درون مستطیل می‌تواند یکی از نقاط منحنی باشد. پس چنانچه ملاحظه می‌شود بجای تعدادی نقطه یک سری مستطیل بدست می‌آید که به منظور رسم دقیق خط یا منحنی باید آنرا چنان ترسیم نمود که اولاً تمام مستطیل ها توسط‌آن قطع شوندو ثانیاً منحنی مذکور حتی الامکان به مراکز مستطیل‌ها نزدیک باشد. (شکل ۳)



شکل (۲)



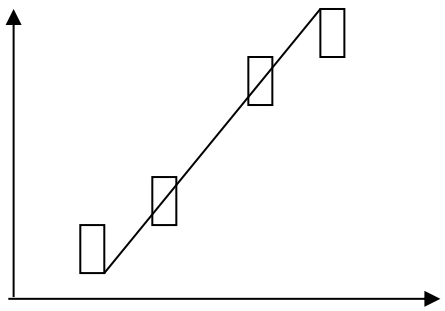
شکل(۳)

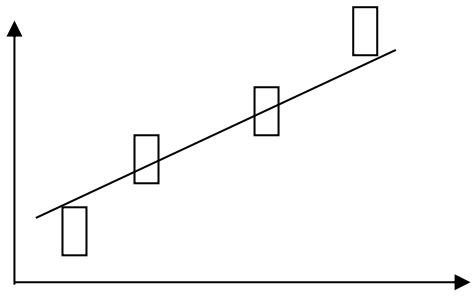
روش رسم خط کمترین شیب

چنانچه خط واصل بین راس پایین سمت راست بالاترین مستطیل و راس فوقانی سمت چپ پایین ترین مستطیل، تمام مستطیل های دیگر را قطع کند می‌توان به عنوان خط کوچکترین شیب منظور شود. در غیر این صورت در حالیکه خط کش را روی یکی از دو راس قرار داده‌ایم، یک سر دیگر را آنقدر جابجا می‌کنیم که شرط قطع کردن تمام مستطیل‌ها محقق گردد. شکل (۴)

روش رسم خط بزرگترین شیب

یک سر خط کش را روی راس فوقانی سمت چپ بالاترین مستطیل و سر دیگر آن را روی راس تحتانی سمت راست پایین ترین مستطیل قرار دهید. اگر شرط قطع کردن تمام مستطیل ها تحقق پذیرفت که این خط، خط بزرگترین شیب خواهد بود و در غیر اینصورت نیز با جابجا کردن یک سر خط کش ، تا تحقق شرط فوق می‌توان این خط را پیدا نمود، شکل (۵) .



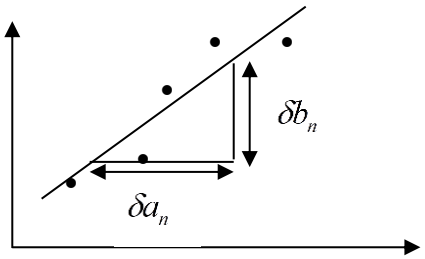


شکل (۴):خط کمترین شیب **شکل(۵):خط بیشترین شیب**

طریقه بدست آوردن شیب یک خط

الف) با استفاده از نمودار: برای پیدا کردن شیب یک خط کافی است که از دو نقطه دلخواه A و B روی خط، دو خط به موازات محورهای افقی و عمودی رسم نمود تا به کمک آنها یک مثلث قائم الزاویه ساخته شود. نسبت طول ضلع عمودی به ضلع افقی ضریب زاویه یا شیب خط است.

تذکر: برای دقت بیشتر در محاسبه شیب بهتر است که اضلاع مثلث حتی الامکان بزرگتر انتخاب شوند.



$$m = \tan\alpha = \frac{\delta b}{\delta a}$$

ب) با استفاده از ماشین حساب علمی

اگر مجموعه‌ای از n روج نقطه (Xi,Yi) معادله خطی $Y = a + bX$ را به گونه‌ای بیابیم که مجموع مربع فاصله نقاط تا خط، یعنی $\varepsilon = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - y_i)^2$ کمینه شود. بهترین خط را در تقریب حداقل مربعات بدست آورده‌ایم. $Y = a + bX$ عرض خط در طول $X = X_i$ است. کمینه بودن ε نسبت به a,b یعنی $\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta b} = 0.\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta a} = 0$ به دستگاه معادلات زیر منجر می شود.

$$\left.\begin{aligned} a + b < X > &= < Y > \\ a < X > + b < X^2 > &= < XY > \end{aligned}\right\} \qquad (۷)$$

که می‌توان آنرا بسادگی حل کرد :

$$b = \frac{< XY > - < X >}{< X^2 > - < X >^2} \qquad ,a = < Y > - b < X >$$

که از علامت $<.....>$ برای میانگین گیری استفاده شده است .

ماشین حساب‌های علمی پیشرفته دارای حالتی هستند که قادر است a,b را بر طبق رابطه (۷) برای n زوج نقطه (X_1,Y_1) محاسبه کند. این حالت معمولاً با علامت LR مشخص شده است. در ماشین حسابهای

$casio(fx-3600)$ مختصات X_1 به دکمه (X_0,Y_0) و مختصات Y_1 متناظر به دکمه DATA داده میشود. در ماشین حساب $casio(fx-4500P)$ مختصات X_1,Y_1 با یک کاما به صورت X_1,Y_1 به DT داده می‌شوند و ضرایب B (شیب خط)، A (عرض از مبدا خط) . و r (ضریب همبستگی خط) توسط ماشین حساب محاسبه می‌شوند. دانشجویان مجازند ضرایب a,bرا به کمک رابطه بالا یا به وسیله ماشین حساب بدست آورند.

ولی در هر حال رسم بهترین خط بر روی کاغذ میلیمتری ضروری است.

طریقه محاسبه خطای شیب

گفته شد برای پارامترهای متغییر برای بدست آوردن خطای کمیت مجهول، اول باید خطای شیب را محاسبه کنیم برای این کار مانند آنچه گفته شد بر روی کاغذ میلیمتری نقاط را مشخص کنید و با توجه به خطای مطلق هر محور، مستطیل ها را رسم کنید و بهترین شیب و همچنین کمترین شیب را رسم ومقدار آن را محاسبه نمایید.سپس خطای شیب را ازرابطه زیر بدست آورید :

شیب خط کمترین شیب m_1

شیب خط بهترین شیب m_0

شیب خط بیشترین شیب m_2

خطای شیب $\Delta m = \max\{\lvert m_1 - m_0\rvert, \lvert m_2 - m_0\rvert\}$

مثال (۵): در آزمایش آونگ ساده اعداد زیر بدست آمده است. $(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$

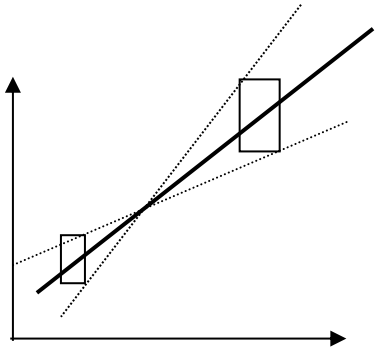
$L \pm 1cm$	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
$T \pm 0.2S$	۱/۲	۱/۶	۱/۸	۲/۲
T^2	۱/۴	۲/۶	۳/۲	۴

الف) نمودار $T^2 - L$ را رسم کنید

ب) با توجه به شیب خط شتاب ثقل زمین را محاسبه کنید؟

ج) خطای نسبی شتاب ثقل زمین چقدر است؟

پاسخ:



برای محاسبه شیب می‌توان از نمودار یا ماشین حساب استفاده کرد.

برای رسم نمودار هر واحد محور افقی را برابر ۱cm و هر واحد محور قائم را ۰/۱S انتخاب می‌کنیم.

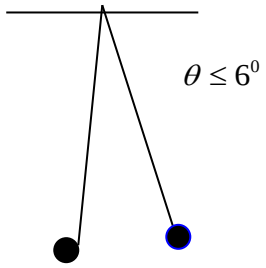
و با رسم خط بهترین شیب، شیب آن را بدست می‌آوریم.

که بهترین شیب $m_0 = 4.2$ می‌باشد ودر نتیجه خواهیم داشت :

شکل (۷)

$$g = \frac{4\pi^2}{m} = 9.4 \, m/S^2$$

برای محاسبه کمترین و بیشترین شیب ابتدا باید مستطیل ها را رسم کنیم برای این کار طول و عرض مستطیل را باید بدست آوریم. که



دو واحد $\rightarrow 2\Delta L = 2cm$ = طول مستطیل

$= 2\Delta T^2 = 2(2T\Delta T) = 4T\Delta T = 4 \times 0.2 \times T = 0.8T$ عرض مستطیل

که نشان می‌دهد عرض مستقیم اول و چهارم یکی نخواهد بود(چرا؟)

۰/۹۶= عرض مستطیل اول

۱/۷۶= عرض مستطیل چهارم

برای محاسبه بیشترین و کمترین شیب ابتدا مختصاتهای D,C,B,A را بدست می‌آوریم.

$$A = (L_1 - \Delta L, T_1^2 + 2T_1\Delta T) = (0.39, 1.88)$$
$$B = (L_1 + \Delta L, T_1^2 - 2T_1\Delta T) = (0.41, 0.2)$$
$$D = (0.99, 4.88)$$
$$C = (1.01, 3.12)$$

کمترین شیب $m_1 = \frac{3.12 - 1.88}{1.01 - 0.39} = 2$

بیشترین شیب $m_2 = \frac{4.88 - 0.92}{0.99 - 0.41} = 5.9$

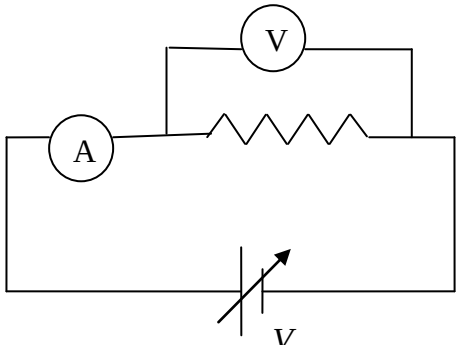
$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\max\{|mI - mo|, |m_2 - m_0|\}}{m} = 0.53$$

و از آنجا که $g = \frac{4\pi^2}{m}$ **داریم:**

$$\frac{\Delta g}{g} = 0 + \frac{\Delta m}{m} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = o.53$$

مثال (۶): در آزمایش قانون اهم اعداد زیر بدست آمده است.مطلوبست:

$V \pm 0.1v$	۱/۰	۲/۲	۲/۸	۴/۱



$I \pm 0.01A$	۰/۱۱	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۰۴

R

الف) مقدار مقاومت را از روی شیب نمودار محاسبه نمائید؟

ب) خطای نسبی مقاومت از روش روابط ریاضی بدست آورید؟

ج) خطای نسبی مقامت را از روی خطای شیب بدست آورید؟

پاسخ:

برای رسم نمودار بهتر است هر واحد محور افقی را برابر A ۰/۰۰ ۵ (دقت شدت جریان A ۰/۱۰می‌باشد) و هر واحد محور قائم را V ۰/۱ بگیریم که شیب برابر است با $m_0 = 10.46$ و $R = 10.46\Omega$ می‌باشد.

برای محاسبه خطای نسبی(با روابط ریاضی) از رابطه $R = \frac{V}{1}$ لگاریتم و دیفرانسیل می‌گیریم که در نتیجه داریم:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

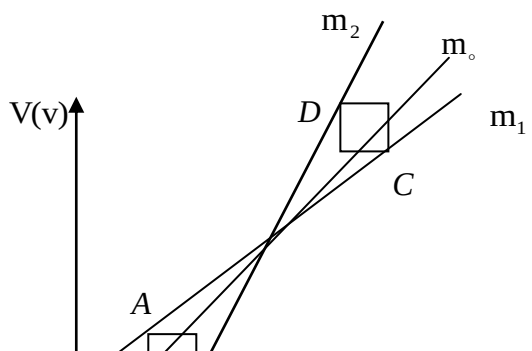
که برای یک ولتاژ و جریان خطا را محاسبه می‌کنیم و $\Delta V = 0.1V, \Delta I = 0.01A$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{0.1}{4.1} + \frac{0.01}{0.4} = 0.05$$ ٪۵= درصد خطا

برای محاسبه خطای شیب ابتدا مستطیلهایی به عرض $2\Delta V = 0.2$ و طول $2\Delta I = 0.02A$ برای نقاط اول و چهارم به مرکز نقاط رسم می‌کنیم. سپس مختصاتهای A,B,C,D را بدست می‌آوریم.

$$A = (I_1 - \Delta I, V_1 - \Delta V) = (0.1,1.1)$$
$$B = (0.12,0.9)$$
$$C = (0.41,4)$$
$$D = (0.39,4.2)$$

$m_2 = \frac{4.2 - 0.9}{0.39 - 0.12} = 12.2$ بیشترین شیب $m_1 = \frac{4 - 1.1}{0.41 - 0.01} = 9.35$ کمترین شیب



$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\max\{|m_1 - m_0|, |m_2 - m_0|\}}{m} = \frac{1.74}{10.46} = 0.156$$

درصد خطا $= 15.6\%$

۱-۶ تمرین

۱- در آزمایش اندازه‌گیری چگالی یک جسم جامد،جرم آن ۱۰۰/۳gr اندازه گیری شد. و برای اندازه گیری حجم این جسم استوانه‌ای، شعاع آن را ۲/۳۰ cm و ارتفاع آن ۴۰/۲ mm اندازه گیری شده است. مطلوبست:

الف)چگالی جسم را بر حسب kg/m^3 محاسبه کنید؟

ب) خطای نسبی در اندازه گیری چگالی را محاسبه کنید؟

۲- برای تعیین ضریب اصطکاک روی سطوح غیر تخت برای یک وزنه آزمایش را سه بار تکرار کرده و نتایج زیر حاصل شده است (برای زاویه ثابت $\theta = \frac{\pi}{2}$) مطلوبست: $(T_2 = T_1 e^{\mu\theta})$

الف) ضریب اصطکاک سطح استوانه‌ای را محاسبه کنید؟

ب) خطای نسبی ضریب اصطکاک را محاسبه کنید؟

ج) چگونه می‌توان دقت آزمایش را بالا برد؟

$T_1 \pm 1gr$	۷	۷	۷
$T_2 \pm 1gr$	۱۲	۱۱	۱۳

۳- در آزمایش تعیین ثابت فنر، برای سه وزنه مختلف پریود نوسانات فنر برای ۵۰ نوسان اندازه گیری شده است مطلوبست: (جرم فنر: ms) $(T = 2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{m}{3}}{K}})$

$m \pm 1gr$	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰
N	۵۰	۵۰	۵۰
$t \pm 0.1S$	۲۲ /۷	۲۳/۲	۲۶/۷
$T = \frac{t}{N}$			

الف) با رسم نمودار $m - T^2$ ،ثابت فنر را محاسبه نمائید؟

ب) از روی نموداروبا توجه به بهترین خط جرم فنر را محاسبه کنید؟

ج) خطای نسبی در اندازه گیری ثابت فنررا محاسبه کنید؟

د)چگونه می توان خطای آزمایش را به حداقل مقداررساند؟توضیح دهید؟

۴- دانشجویی در آزمایش تعیین معادل مکانیکی گرما gr ، ۱۱۰ آب ۲۳^0C را داخل کالریمتر ریخنه و پس از بستن مدار، و روشن کردن منبع تغذیه، شدت جریان ۴/۰A و ولتاژ ۲/۰V اندازه گیری کرده است. با توجه به اینکه ارزش آبی کالریمتر $5^{cal}/_{C^0}$ و دقت آن ۵ درصد باشد مطلوبست :

دقت آمپرمتر $= 0.1A$

دقت ولت متر $= 0.1V$ دقت ترازو $= 1gr$

$\theta \pm 1^oC$	23	26	30	33
$t \pm 1S$	0	200	400	600

الف)مقدار معادل مکانیکی گرما را محاسبه کنید؟

ب) درصد خطای نسبی J را محاسبه کنید؟

ج)نتیجه را بصورت $J = (..... \pm .....)^{cal}/_{J}$ محاسبه کنید؟