مکانیک سیالات (۲)

قانون پاسکال (Pascal's Law)

فشار در یک نقطه از سیال متناسب:

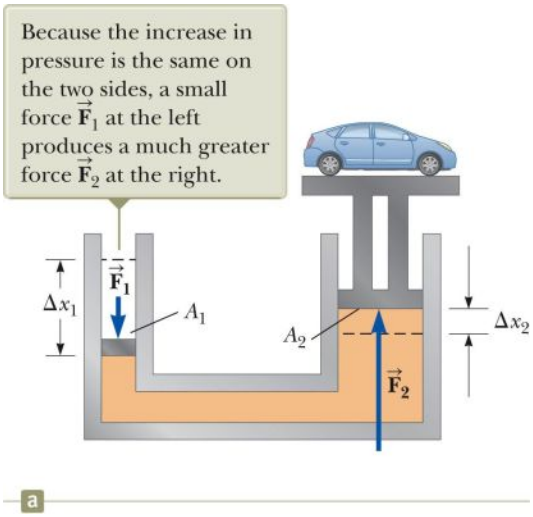
- با ارتفاع یا عمق سیال
- فشار P_0 در مبداء فشار

قانون پاسکال:

در یک سیستم سیال بسته، اگر فشار در یک نقطه از آن تغییر نماید فشار در همه نقاط آن و نیز دیواره ظرف به همان اندازه تغییر خواهد نمود.

پرس یا بالابرهای هیدرولیک:

براساس قانون پاسکال می توان یک نیروی خروجی بزرگ را از یک نیروی ورودی کوچک بدست آورد.



با اعمال یک نیروی کوچک در سمت چپ می توان وزنه سنگینی را در سمت راست بلند نمود.

الف) یکسان بودن حجم روغن جابه جا شده در دو طرف سیستم بالابر

$$A_1.\Delta x_1 = A_2.\Delta x_2$$

ب) استفاده از قانون پاسکال:
هر تغییر فشار در سمت چپ به همان میزان در سمت راست ظاهر می شود

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \quad \rightarrow \quad F_2 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} F_1$$

نیروی خروجی (ظاهر شده در سمت راست) به میزان $\frac{A_2}{A_1}$ از نیروی ورودی (اعمال شده در سمت چپ) بیشتر است.

ج) محاسبه کار ورودی و خروجی

$$W_1 = F_1.\Delta x_1$$

$$W_2 = F_2.\Delta x_2 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} F_1.\Delta x_2 = F_1.\Delta x_1$$

$$W_1 = W_2$$

کار ورودی به سیستم سیالاتی و کار خروجی از آن با همدیگر یکسان می باشند.

کاربردهای قانون پاسکال

- ترمز هیدرولیک
- بالابر ماشین
- جکهای هیدرولیک
- جرثقیل هیدرولیکی

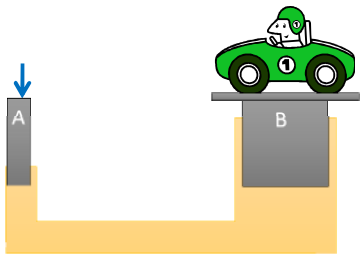
مثال:

چه میزانی نیرو باید به وزنه A اعمال شود تا ماشین 850 kg در سمت B بالا رود؟

قطر پیستون A برابر با 17 mm و قطر پیستون B برابر با 300 mm است

$$\Delta P_A = \Delta P_B \rightarrow \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} \rightarrow \frac{F_A}{\frac{\pi}{4} d_A^2} = \frac{W_B}{\frac{\pi}{4} d_B^2}$$

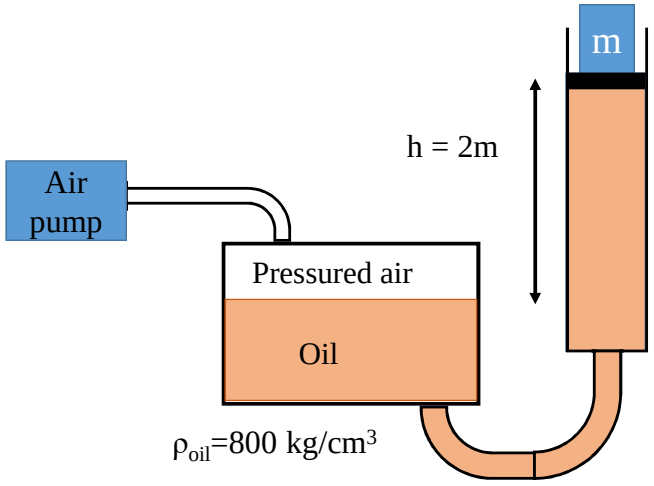
$$\rightarrow F_A = \frac{d_A^2}{d_B^2} W_B = (\frac{17}{300})^2 \times 850 \times 10 = 27.3N$$



تکلیف:

یک جک مکانیکی برای بلند کردن ماشینی به جرم m =1000 kg تا ارتفاع h = 2 m چه فشاری از هوا نیاز دارد.

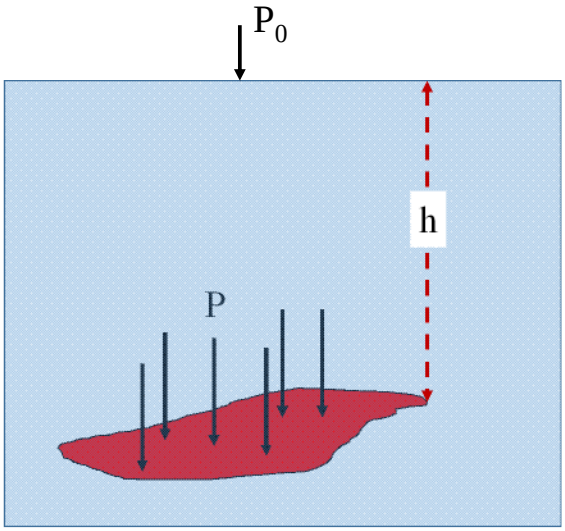
چگالی روغن ۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و قطر پیستونی که جسم روی آن قرار دارد ۳۰ سانتی متر است



نیروی وارد بر سطوح غوطه ور در آب

- سطوح
  - تخت
    - افقی
    - عمودی
    - مایل
  - خمیده

نیروی وارد بر سطح تخت افقی



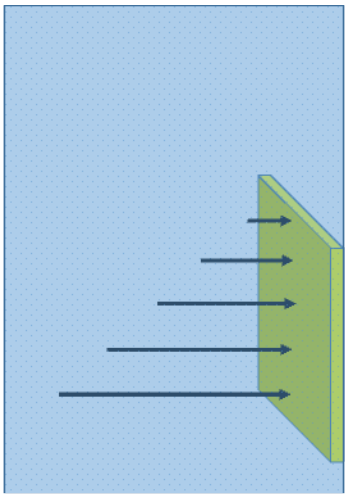
سطح هم فشار

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow F = PA$$

$$P = P_0 + \rho gh$$

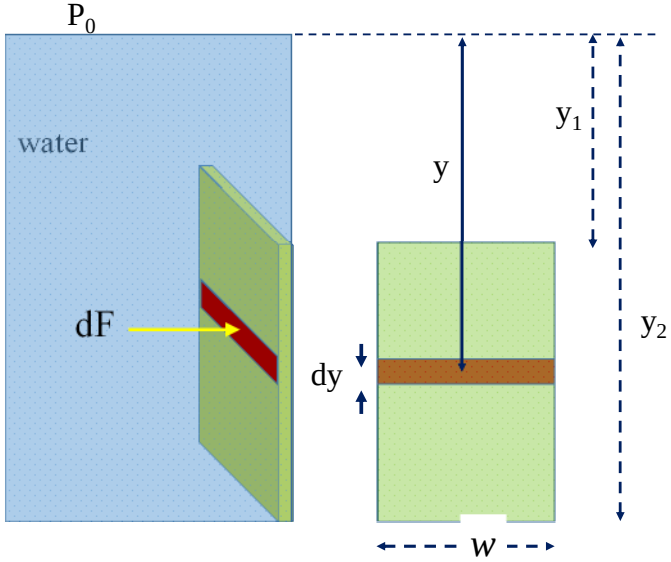
$$F = (P_0 + \rho gh)A$$

نیروی وارد بر سطوح تخت قائم



«فشار در امتداد سطح متغیر است لذا نیروی وارد بر

هر بخش صفحه با افزایش عمق افزایش می یابد»



$$dF = P\,dA = (P_0 + \rho g y)\,w dy$$

$$F = \int_{y=y_1}^{y=y_2} (P_0 + \rho g y)\,w dy$$

$$F = P_0 w(y_2 - y_1) + \rho g w \int_{y=y_1}^{y=y_2} y dy$$

$$F = P_0 w(y_2 - y_1) + \rho g w \times \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2)$$

ناشی از فشار جو — ناشی از فشار آب

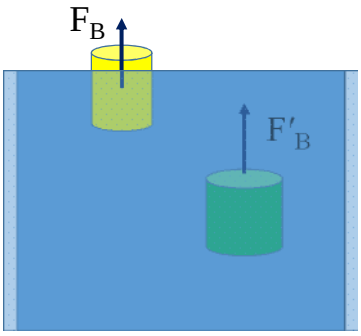
$$F_{water} = \rho g w \times \frac{1}{2}(y_2^2 - y_1^2)$$

اصل ارشمیدوس (Archimedes' Principle)

وقتی جسمی به طور کامل یا جزیی در سیالی غوطه ور می شود یک نیروی شناوری (buoyant force = F_B) از شاره به طرف بالا بر آن وارد می گردد.

نیروی شناوری

- اندازه: برابر با وزن شاره ای که توسط جسم جابه جا یا اشغال شده است
- راستا: عمود بر سطح سیال
- جهت: روبه بالا



اثبات:

«اندازه نیروی شناوری برابر با وزن شاره ای که توسط جسم جابه جا شده است»

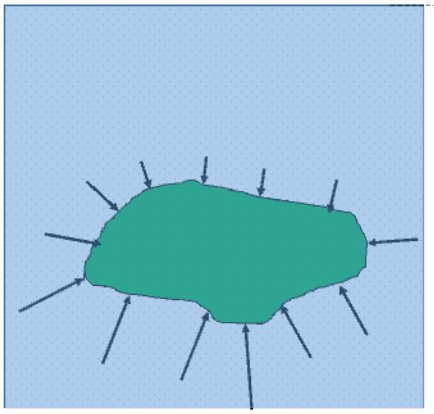
جسم در حالت سکون (تعادل)

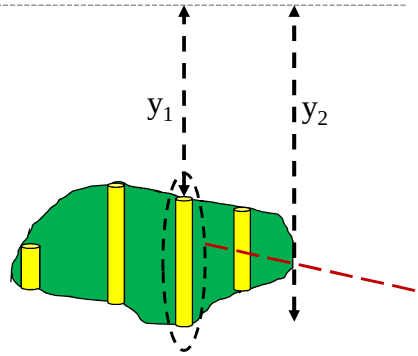
برآیند نیروهای وارد بر جسم توسط سیال در ارتباط با آن و نیز نیروی وزن صفر است

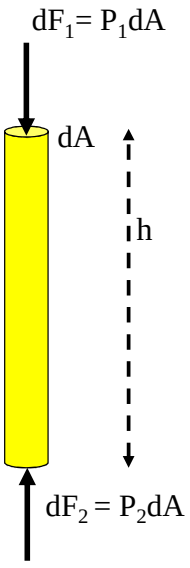
$$\sum \vec{F} = 0$$

برآیند نیروها در صفحه افقی (x-z) صفر است (نیروی سطحی سیال)

برآیند نیروها در راستای قائم (y) صفر است (نیروی سطحی سیال + نیروی وزن)







$$dF_t = dF_2 - dF_1 = (P_2 - P_1)dA = \left[(P_0 + \rho g y_2) - (P_0 + \rho g y_1)\right]dA$$

$$dF_t = \rho g(y_2 - y_1)dA = \rho g(hdA) = \rho g dV$$

حجم المان استوانه ای

انتگرال گیری روی کل جسم

$$F_B = \int \rho g dV = \rho_{fluid} g V$$

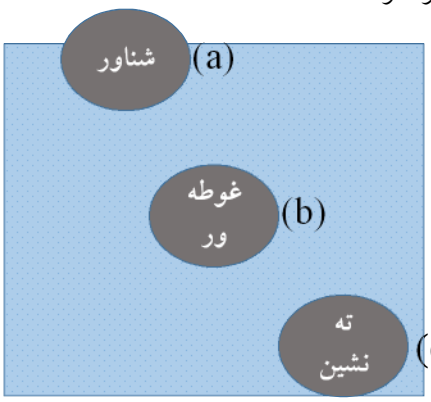
حجم کل جسم

پیرامون نیروی شناوری

$$F_B = \rho g V'$$

۱- حجم ظاهر شده در رابطه برابر با حجم سیال جابه جا شده توسط جسم بعد از ورود جسم درون سیال است.

۲- اگر V حجم کل جسم بوده و V′ حجمی از جسم که درون آب قرار دارد:



a) $F_B = mg \rightarrow \rho_w g\, V' = \rho_O g\, V$

$V' < V \rightarrow \rho_w > \rho_O$

b) $F_B = mg \rightarrow \rho_w g\, V' = \rho_O g\, V$

$V' = V \rightarrow \rho_w = \rho_O$

c) $F_B < mg \rightarrow \rho_w g\, V' < \rho_O g\, V$

$V' = V \rightarrow \rho_w < \rho_O$

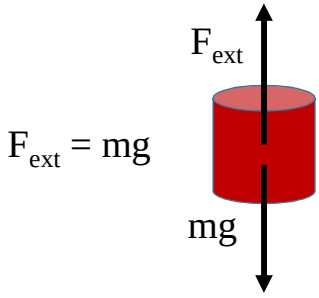
۳- شرط شناوری:

وقتی یک جسم بر روی سیالی شناور است که بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم از طرف سیال برابر با بزرگی نیروی وزن وارد بر جسم از طرف زمین باشد.

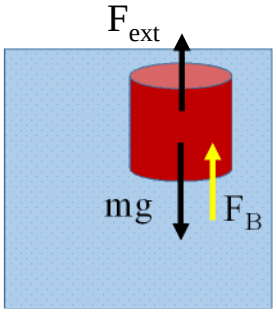
$$F_B = mg$$

٤- V′ حجم خارجی جسم در مجاورت سیال است و کاری به توپر یا خالی بودن جسم ندارد

۵- وزن ظاهری یک جسم در شاره



$F_{ext} = mg$



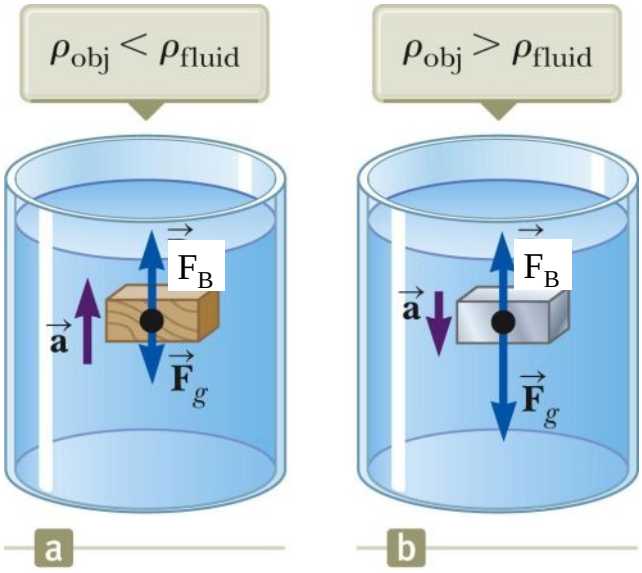
$F_{ext} + F_B = mg$

$F_{ext} = mg - F_B$

وزن ظاهری وزن واقعی

وزن ظاهری = وزن واقعی – نیروی شناوری

۶- جهت حرکت جسم در سیال



مثال

یک مرد یک خوشه از بادکنک های حاوی گاز هلیوم را به صندلی خود متصل نموده است تا به ارتفاع های بالاتر منتقل شود. اگر هر بادکنک یک کره با شعاع 20 cm باشد. نیروی خالص وارد بر هر بادکنک چقدر است. چه تعداد بادکنک برای بلند کردن مرد و صندلیش با جرم کلی 80 kg لازم است

$$\sum F = F_B - W_{He}$$

$$V_{balloon} = \frac{4}{3}\pi(0.2\ m)^3 = 0.03351\ m^3$$

$$F_B = \rho_{air} V_{balloon} g = \left(1.29\frac{kg}{m^3}\right)(0.03351\ m^3)\left(9.8\frac{m}{s^2}\right) = 0.4236\ N$$

$$W_{He} = \rho_{He} V_{balloon} g = \left(0.179\frac{kg}{m^3}\right)(0.03351\ m^3)\left(9.8\frac{m}{s^2}\right) = 0.05878\ N$$

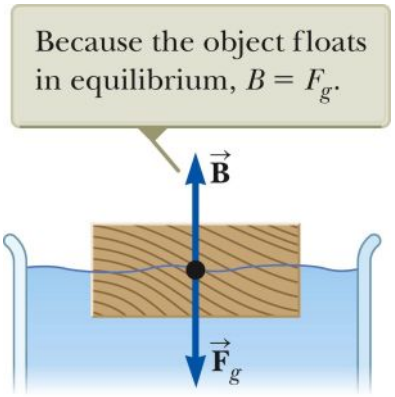
$$\sum F = 0.4236\ N - 0.05878\ N = 0.3648\ N$$

$$\sum F = F_B x - W_{He} x - W_{man} = 0 \quad \rightarrow (0.3648\ N)x - (80\ kg)\left(9.8\frac{m}{s^2}\right) = 0$$

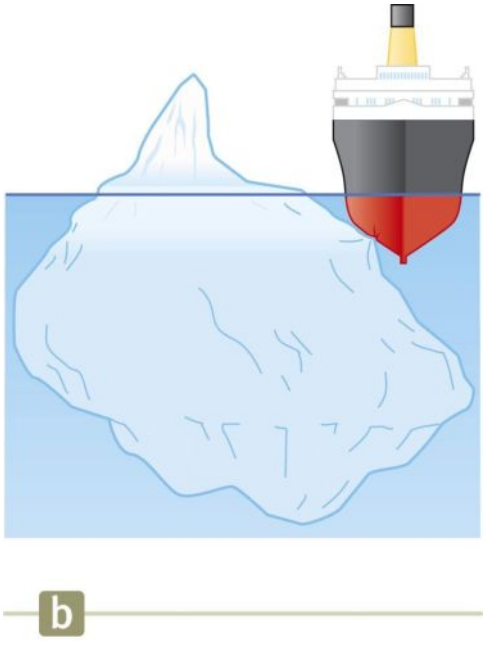
$$\rightarrow (0.3648\ N)x = 784\ N \rightarrow\ x = 2150\ balloons$$

تکلیف:

برای یک جسم شناور: کسری از حجم جسم که در زیر سطح آب قرار دارد معادل با نسبت چگالی جسم به چگالی سیال است



$$\frac{V_{\text{disp}}}{V_{\text{obj}}} = \frac{\rho_{\text{obj}}}{\rho_{\text{fluid}}}$$



مثال:

چه کسری از یک کوه یخ شناور داخل آب فرو می رود؟

$$\frac{V_{disp}}{V_{ice}} = \frac{\rho_{ice}}{\rho_{seawater}}$$

حدود 89 % یخ زیر آب قرار می گیرد