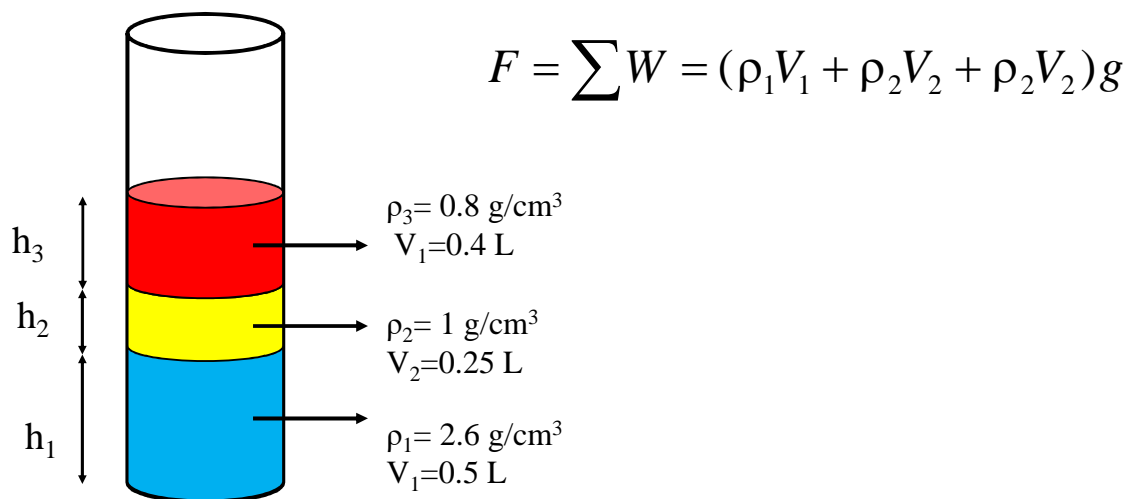




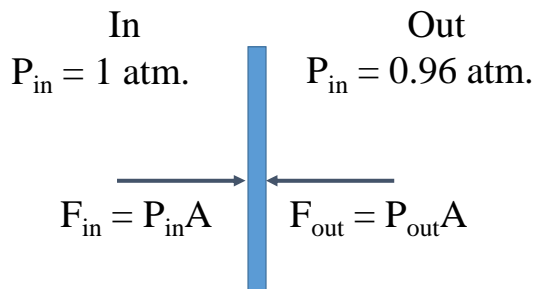
جلسه چهارم

تمرینهای فصل سیالات

• ۴ سه مایع مخلوط نشدنی، به داخل ظرفی استوانه‌ای ریخته می‌شوند. حجم و چگالی مایع‌ها عبارت‌اند از  $0.5\text{ L}$ ،  $2.6\text{ g/cm}^3$ ؛  $0.25\text{ L}$ ،  $1\text{ g/cm}^3$  و  $0.4\text{ L}$ ،  $0.8\text{ g/cm}^3$ . نیروی ناشی از این مایع‌ها وارد بر کف ظرف چقدر است؟  $1\text{ L} = 1000\text{ cm}^3$  = یک لیتر. (از نیروی ناشی از جو چشم‌پوشی کنید.)



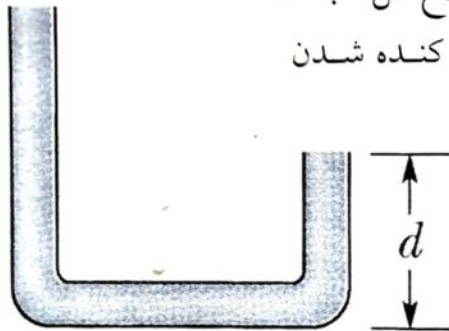
۵• ابعاد یک پنجره  $3,4\text{m}$  در  $2,1\text{m}$  است. در نتیجه‌ی گذار یک توفان، فشار هوای بیرون تا  $0,96\text{atm}$  کاهش می‌یابد، ولی فشار داخل در  $1,0\text{atm}$  حفظ می‌شود. نیروی خالصی که پنجره را به بیرون فشار می‌دهد، چقدر است؟

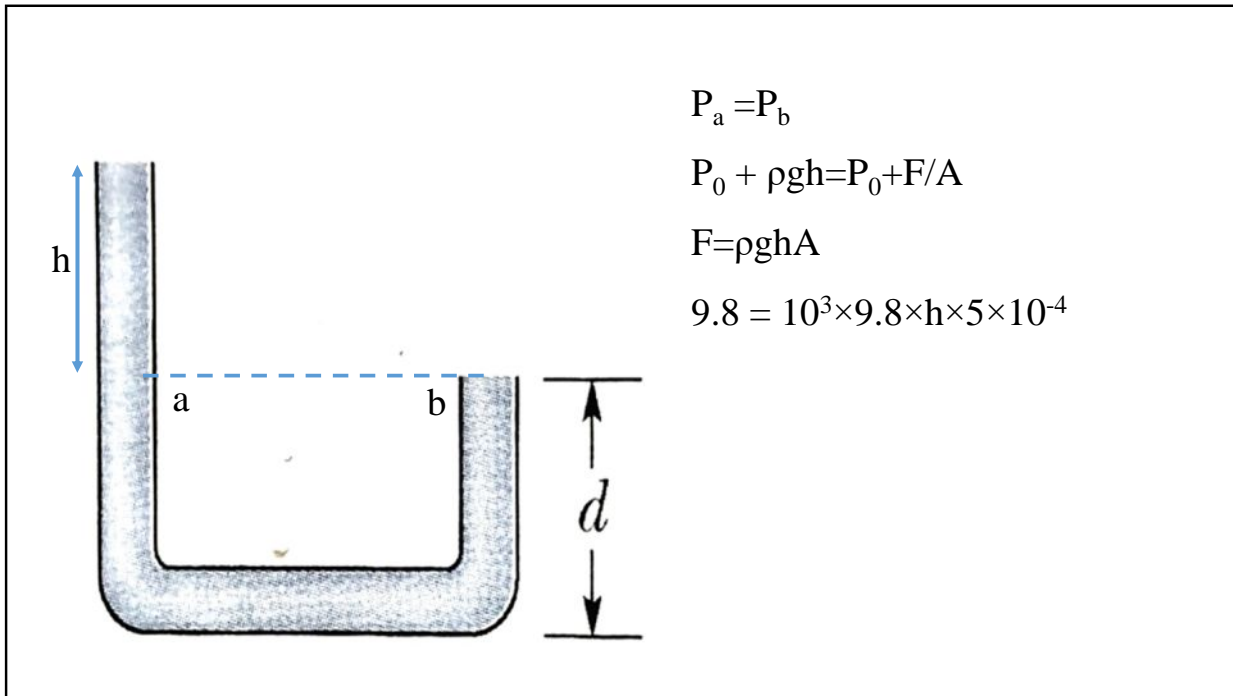


$$F_{net} = F_{in} - F_{out}$$

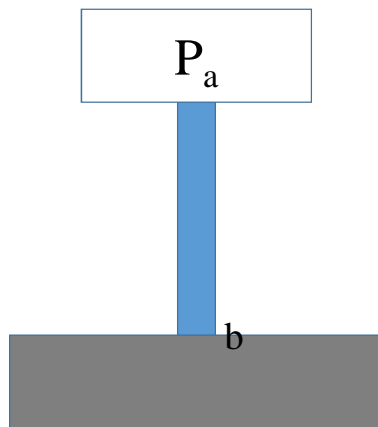
$$= (P_{in} - P_{out})A$$

۱۰• لوله‌ی پلاستیکی شکل  $14-30$  دارای مقطعی به مساحت  $5,0\text{cm}^2$  است. آنقدر در لوله آب ریخته می‌شود تا شاخه‌ی کوتاه (به طول  $d = 0,800\text{m}$ ) پر شود. سپس شاخه‌ی کوتاه با درپوشی بسته می‌شود و به تدریج آب بیشتری در شاخه‌ی بلند ریخته می‌شود. اگر درپوش با نیرویی بیش از  $9,80\text{N}$  کنده شود، ارتفاع کل آب در شاخه‌ی بلند باید چقدر باشد تا درپوش در شرف کنده شدن قرار گیرد؟





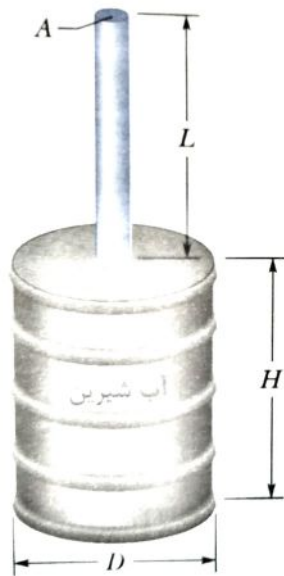
۱۵• یک ماشین لجن کش باید چه فشار پیمانه‌ای را اعمال کند تا لجنی با چگالی  $1800 \text{ kg/m}^3$  را در لوله‌ای تا ارتفاع  $1.5 \text{ m}$  بالا بکشد؟



$$P_b = P_a + \rho gh$$

$$P_a = P_b - \rho gh \quad (\text{absolute})$$

$$P_a = -\rho gh \quad (\text{gauge})$$



شکل ۱۴-۳۲ مسئله ۱۸

۱۸• در شکل ۱۴-۳۲ یک لوله‌ی سرباز به طول  $L = ۱٫۸\text{ m}$  و سطح مقطعی به مساحت  $A = ۴٫۶\text{ cm}^2$  در بالای بشکه‌ای استوانه‌ای به قطر  $D = ۱٫۲\text{ m}$  و ارتفاع  $H = ۱٫۸\text{ m}$  محکم شده است. بشکه و لوله با آب پر شده‌اند (تا بالای لوله). نسبت نیروی هیدروستاتیکی وارد بر ته بشکه را به نیروی گرانشی وارد بر آب داخل بشکه، محاسبه کنید. چرا این نسبت برابر با  $۱/۰$  نیست. (لازم نیست که فشار جو را در نظر بگیرید.)

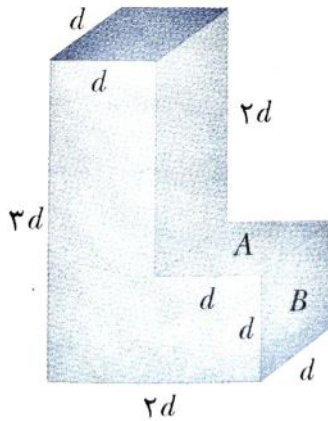
وزن کل آب = وزن آب داخل بشکه + وزن آب داخل لوله  $\approx$  وزن آب داخل بشکه

$$W = \rho \frac{\pi}{4} \times D^2 H g$$

$$F = \rho g (L+H) A = \rho g \frac{\pi}{4} \times D^2 \times 2 \times 1.8 =$$

$$\frac{F}{W} = \frac{\rho \frac{\pi}{4} D^2 H g}{\rho \frac{\pi}{4} g D^2 \times 2 \times 1.8} = 2$$

۲۰۰۰ مخزن L شکل نشان داده شده در شکل ۱۴-۳۳ با آب پر شده است و بالای آن باز است. اگر  $d = 5,0 \text{ m}$  باشد، نیروی وارد از آب (الف) بر وجه  $A$  و (ب) بر وجه  $B$  چقدر است؟



(الف)

$$P_A = \rho gh \quad , \quad h=2d$$

$$F_A = \rho gh A_A \quad , \quad A_A = d^2$$

$$F_A = 10^3 \times 10 \times 5^2 \text{ N}$$

(ب)

$$dF = P dA$$

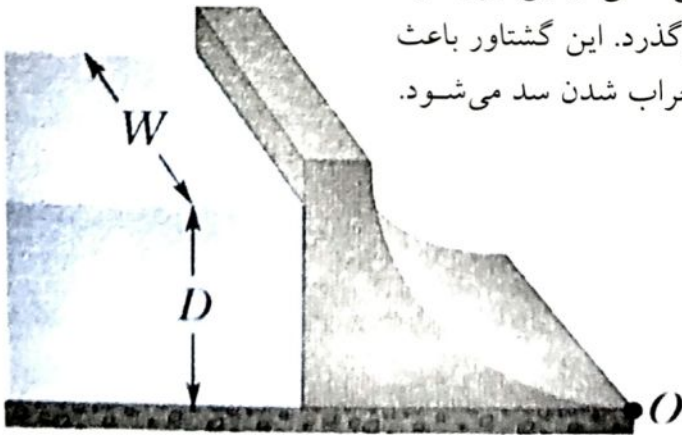
$$P = \rho gy \quad dA = d(dy)$$

$$dF = \rho gyd dy$$

$$F_B = \int_{y=2d}^{y=3d} \rho gyd dy =$$

$$F_B = \frac{1}{2} \rho gd [(3d)^2 - (2d)^2]$$

۲۴۰۰۰ GO در شکل ۱۴-۳۵، آب در عمق  $D = ۳۵,۰\text{m}$  پشت سطح قائم سدّی به پهنای  $W = ۳۱۴\text{m}$  جمع شده است. مطلوب است (الف) نیروی افقی خالصی که از فشار پیمانه‌ای آب بر سد وارد می‌شود، و (ب) گشتاور نیروی خالصی ناشی از این نیرو حول خط افقی که از  $O$  به موازات پهنای سد می‌گذرد. این گشتاور باعث چرخش سد به دور خط افقی و در نتیجه خراب شدن سد می‌شود. (پ) بازوی این گشتاور را پیدا کنید.



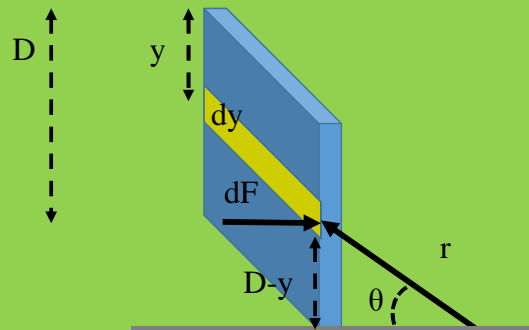
$$dF = PdA \rightarrow dF = \rho g y w dy \rightarrow F = \int_{y_1=0}^{y_2=35} \rho g y w dy \rightarrow F = \rho g w \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2) \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow F = \rho g w \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2) = 0.998 \cdot 10 \cdot \frac{314}{2} \cdot (35^2 - 0^2) = 1.919 \times 10^6 \text{ (N)}$$

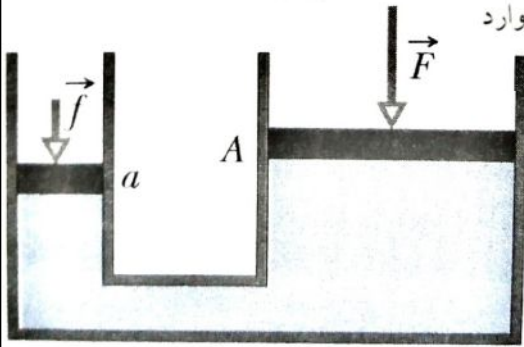
(ب)

$$d\tau = r \times dF \rightarrow \tau = \int_{y=0}^{y=D} (r \sin \theta) \rho g y w dy$$

$$\tau = D \rho g w \int_{y=0}^{y=D} y dy - \rho g w \int_{y=0}^{y=D} y^2 dy$$



۲۸• پیستونی به مساحت مقطع  $a$  در یک منگنه‌ی هیدرولیکی استفاده می‌شود تا نیروی کوچکی به بزرگی  $f$  را بر مایع محبوس در آن وارد کند. لوله‌ی رابط تا یک پیستون بزرگتر به مساحت مقطع  $A$  کشیده شده است (شکل ۱۴-۳۶). (الف) بزرگی نیروی  $F$  ای که پیستون بزرگتر تحمل می‌کند بی‌آنکه حرکت کند، چقدر است؟ (ب) اگر قطر پیستون‌ها  $۳٫۸\text{cm}$  و  $۵۳٫۰\text{cm}$  باشد، بزرگی نیروی وارد بر پیستون کوچک باید چقدر باشد تا با نیروی  $۲۰٫۰\text{kN}$  وارد بر پیستون بزرگ در تعادل بماند؟



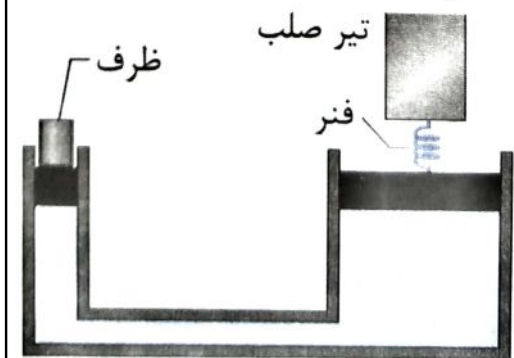
$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad F = \frac{A}{a} f$$

$$F = \frac{\pi D^2}{\pi d^2} f \quad \rightarrow \quad F = \left(\frac{D}{d}\right)^2 f$$

$$20 = \left(\frac{53}{3.8}\right)^2 f \quad \rightarrow \quad f =$$



۲۹۰۰ در شکل ۱۴-۳۷ فنری با ثابت فنر  $3.7 \times 10^4 \text{ N/m}$  بین یک تیر صلب و پیستون خروجی یک اهرم هیدرولیکی قرار دارد. یک ظرف خالی با جرم ناچیز روی پیستون ورودی گذاشته شده است. مساحت مقطع پیستون ورودی  $A_i$  و مساحت مقطع پیستونی خروجی  $A_o$  است. فنر در ابتدا در طول سکون خود است. چند کیلوگرم شن باید (به آهستگی) به داخل ظرف ریخته شود تا فنر به اندازه  $5.7 \text{ cm}$  فشرده گردد؟



$$F = \frac{A}{a} f \quad \rightarrow \quad kx = \frac{A}{a} mg \quad \rightarrow$$

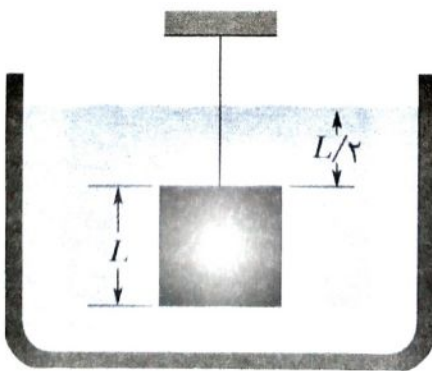
۳۱۰ قالبی چوبی در آب شیرین شناور است، به گونه‌ای که دو-سوم حجم  $V$  در آب فرو رفته است. اگر این قالب در نفت فرو رود  $90\%$  حجم آن فرو می‌رود. چگالی (الف) چوب و (ب) نفت را پیدا کنید.

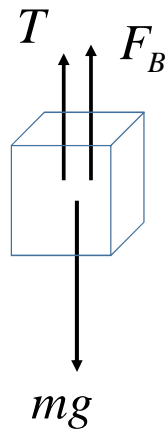
$$F_B = mg \rightarrow \rho_{fluid} g V_{in} = \rho_{Object} g V_{total} \rightarrow \frac{V_{in}}{V_{total}} = \frac{\rho_{Object}}{\rho_{fluid}}$$

$$\frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}} = \frac{V_{in}}{V_{total}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\rho_{wood}}{1000 \text{ kg/m}^3} \Rightarrow \rho_{wood} = 6.7 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

$$\frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}} = \frac{V_{in}}{V_{total}} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{670}{\rho_{oil}} \Rightarrow \rho_{oil} = \frac{7}{4} \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

• ۳۲ در شکل ۱۴-۳۸ قطعه‌ای مکعبی به طول ضلع  $L = 0.600 \text{ m}$  و جرم  $450 \text{ kg}$  با طناب در مخزن روبازی از مایعی با چگالی  $1030 \text{ kg/m}^3$  آویزان است. (الف) بزرگی نیروی کل رو به پایینی که بر بالای مکعب از سوی مایع و جو وارد می‌شود، با فرض آنکه فشار جو  $100 \text{ atm}$  باشد، چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی کل رو به بالایی که بر پایین مکعب وارد می‌شود و (پ) کشش طناب را پیدا کنید. (ت) بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم را با استفاده از اصل ارشمیدس محاسبه کنید. چه رابطه‌ای بین تمام این کمیت‌ها وجود دارد؟





$$F_B + T = mg$$

$$\rho_w Vg + T = mg$$

$$\rho_w L^3 g + T = mg$$

• ۳۵ سه بیچه هریک به وزن  $۳۵۶\text{ N}$ ، با به هم بستن گنده‌های درخت هریک به قطر  $۰٫۳۰\text{ m}$  و طول  $۱٫۸۰\text{ m}$  قایق الواری سطحی می‌سازند. چند گنده لازم است تا این قایق در آب تازه شناور بماند؟ فرض کنید چگالی گنده‌ها  $۸۰۰\text{ kg/m}^۳$  است.

$$W_{\text{بچه ها}} = F_B$$

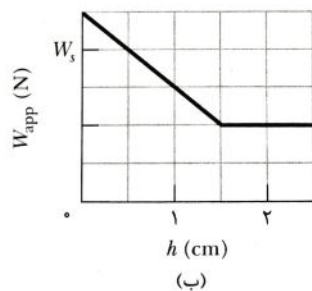
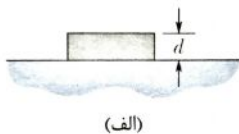
$$w_{\text{بچه ها}} = \rho v g = \rho n v_0 g$$

$$w_{\text{بچه ها}} = \rho n \pi r^2 h g$$

$$n = \frac{3(356)}{800 \times 3.14 \times \left(\frac{0.30}{2}\right)^2 \times 1.8 \times 10}$$

$$n = \frac{1068}{1017.36} = 1.049$$

●● ۳۶ GO در شکل ۱۴-۳۹ الف، یک قالب مستطیلی به تدریج از وجه پایین آن به داخل مایعی فشرده می‌شود. بلندی قالب  $d$  است؛ مساحت وجه‌های پایین و بالا برابر  $A = ۵,۶۷ \text{ cm}^2$  است. شکل ۱۴-۳۹ ب وزن ظاهری  $W_{\text{app}}$  قالب بر حسب تابعی از عمق  $h$  وجه پایین قالب نشان می‌دهد. محور قائم با  $W_s = ۰,۲۰ \text{ N}$  مقیاس‌بندی شده است. چگالی مایع چقدر است؟



شکل ۱۴-۳۹ مسئله ۳۶

«وزن ظاهری = وزن واقعی - نیروی شناوری»

در خارج از آب وزن واقعی و ظاهری یکسان است ( $h=0$ ). بنابراین طبق مقیاس، وزن واقعی برابر با  $0.25N$ .

همچنین میدانیم که با فرو رفتن جسم در آب وزن ظاهری آن کاهش می یابد.

قسمت شکستگی در نمودار مربوط به حالتی است که کل جسم درون آب قرار گرفته است. در این حالت بدلیل

افزایش نیروی شناوری (بیشینه مقدار) وزن ظاهری به کمترین مقدار ممکن می رسد.  $0.1N$ .

$$F_B = (0.25N - 0.1N) = 0.15N \quad \text{داریم:}$$

$$V = Ah \rightarrow V = (1.5cm \times 5.67 cm^2) = 8.5 \times 10^{-6} m^3$$

$$F_B = \rho g V \rightarrow \rho = \frac{F_B}{gV} \quad \text{و طبق فرمول:}$$

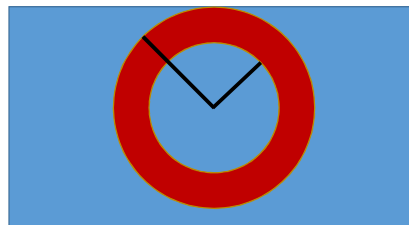
●● ۳۷ ILW یک پوسته‌ی آهنی کروی توخالی تقریباً به طور کامل در آب فرورفته است. قطر خارجی آن  $6.0\text{cm}$ ، و چگالی آهن  $7.87\text{g/cm}^3$  است. قطر داخلی پوسته را به دست آورید.

$$F_B = mg \rightarrow \rho_w g v' = \rho_{Fe} g v_{Fe}$$

$$F_B = 1000 \times \left(\frac{4\pi}{3}\right) (0.6)^3 \times 9.8$$

$$mg = 7.87 \times 1000 \times \frac{4\pi}{3} ((0.6)^3 - (r_{in})^3) \times 9.8$$

$$\rightarrow r_{in} =$$



۳۹۰۰ WWW یک کره توخالی به شعاع داخلی  $۸,۰\text{cm}$  و شعاع خارجی  $۹,۰\text{cm}$  تا نیمه در مایعی به چگالی  $۸۰۰\text{kg/m}^3$  غوطه‌ور شده است. (الف) جرم کره چقدر است؟ (ب) چگالی ماده‌ای که کره از آن ساخته شده است را محاسبه کنید.

$$F_B = mg = \rho_{oil} g v$$

$$F_B = 800 \times \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi}{3} (0.09)^3 \right) \times 9.8 = 12 \text{ N}$$

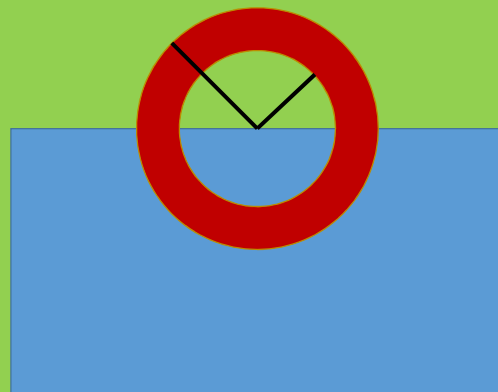
$$F_B = mg = 12 \text{ N} \quad \longrightarrow \quad \frac{F_B}{g} = m = 1.2 \text{ kg}$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.09)^3 = 3.05 \times 10^{-3}$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \times 3.14 (0.08)^3 = 2.14 \times 10^{-3}$$

$$V_1 - V_2 = (3.05 \times 10^{-3}) - (2.14 \times 10^{-3}) = 9.1 \times 10^{-4}$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1.2}{9.1 \times 10^{-4}} = 1318.68 \text{ Kg/m}^3$$

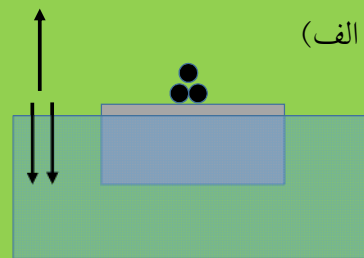


۴۴۰۰ قالبی چوبی دارای جرم  $۳,۶۷\text{ kg}$  و چگالی  $۶۰۰\text{ kg/m}^۳$  است. قرار است به آن سرب (با چگالی  $۱,۱۴ \times ۱۰^۴\text{ kg/m}^۳$ ) اضافه شود تا  $۰,۹۰۰$  حجم آن در آب فرو رود. جرم سرب موردنیاز چقدر است اگر سرب (الف) به بالای چوب و (ب) به پایین آن افزوده شود؟

$$m_{\text{wood}} g + m_{\text{pb}} g = 0.9 \rho_{\text{water}} g V_{\text{wood}}$$

$$m_{\text{wood}} = \rho_{\text{wood}} V_{\text{wood}} \rightarrow V_{\text{wood}} = m_{\text{wood}} / \rho_{\text{wood}}$$

$$\rightarrow m_{\text{pb}} = 0.9 \rho_{\text{water}} \frac{m_{\text{wood}}}{\rho_{\text{wood}}} - m_{\text{wood}}$$

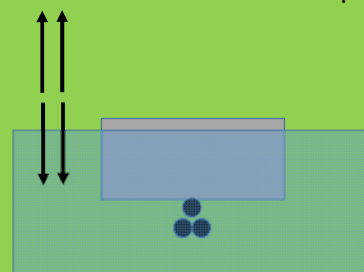


$$m_{\text{wood}} g + m_{\text{pb}} g = 0.9 \rho_{\text{water}} g V_{\text{wood}} + \rho_{\text{water}} g V_{\text{pb}}$$

$$m_{\text{wood}} = \rho_{\text{wood}} V_{\text{wood}} \rightarrow V_{\text{wood}} = m_{\text{wood}} / \rho_{\text{wood}}$$

$$m_{\text{pb}} = \rho_{\text{pb}} V_{\text{pb}} \rightarrow V_{\text{pb}} = m_{\text{pb}} / \rho_{\text{pb}}$$

$$\rightarrow m_{\text{pb}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{water}}}{\rho_{\text{pb}}}\right) = 0.9 \rho_{\text{water}} \frac{m_{\text{wood}}}{\rho_{\text{wood}}} - m_{\text{wood}}$$



●●● ۴۵ GO وزن یک آهن ریخته‌گری که دارای تعدادی حفره است، در هوا ۶۰۰۰N و در آب ۴۰۰۰N است. حجم کل همه‌ی حفره‌های این آهن چقدر است؟ چگالی آهن (یعنی، نمونه‌ای بدون حفره)  $7,87 \text{ g/cm}^3$  است.

Real weight - Appearance weight = Buoyancy Force

$$W_r - W_a = F_B$$

$$W_r = mg = \rho_{Fe} V_{Fe} g$$

$$W_r - W_a = \rho_w V_{total} g$$

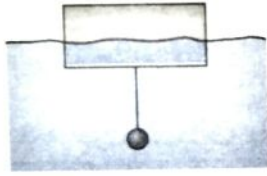
$$V_{Fe} = \frac{W_r}{\rho_{Fe} g}$$

$$V_{total} = \frac{W_r - W_a}{\rho_w g}$$



$$V_{air} = V_{total} - V_{Fe} = \frac{W_r - W_a}{\rho_w g} - \frac{W_r}{\rho_{Fe} g}$$





شکل ۱۴-۴۴ مسئله ۴۸

۴۸•••• GO شکل ۱۴-۴۴ یک گوی

آهنی را نشان می دهد که توسط نخ با جرم ناچیز از استوانه ای قائم آویزان است که بخشی از آن در آب فرورفته است. استوانه

دارای ارتفاع  $6,00 \text{ cm}$ ، مساحت قاعده ی بالا و پایین  $12,0 \text{ cm}^2$  و چگالی  $0,30 \text{ g/cm}^3$  است، و  $2,00 \text{ cm}$  از ارتفاع آن در بالای سطح آب قرار دارد. شعاع گوی آهنی چقدر است؟

$$V_{total-cylinder} = 6 \times 12 = 72$$

$$V_{in-cylinder} = 4 \times 12 = 48$$

$$\rho_{Fe} = 7900 \text{ kg}$$

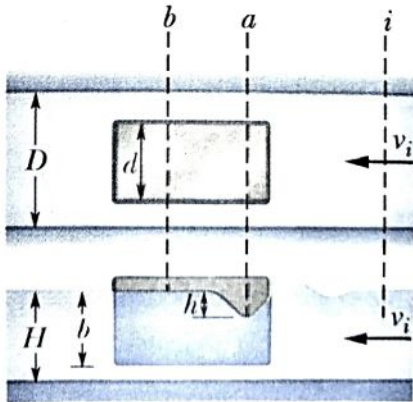
$$\rho_w = 1024 \times 10^3$$

$$\rho_{cylinder} g V_{total-cylinder} + \rho_{Fe} g V_{Fe} = \rho_w g V_{Fe} + \rho_w g V_{in-cylinder}$$

$$\rightarrow V_b = 3.8 \text{ cm}^3$$

$$3.8 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow r = 9.7$$

۴۹ • اثر تنگه. شکل ۱۴-۴۵ کشتی لنگرانداخته‌ای به پهنای  $d = 30\text{m}$  را نشان می‌دهد که به اندازه‌ی  $b = 12\text{m}$  در آب تنگه‌ای فرو رفته است. پهنای تنگه  $D = 55\text{m}$ ، عمق آب  $H = 14\text{m}$  و تندی جریان یکنواخت آب  $v_i = 1.5\text{m/s}$  است. فرض کنید که جریان در اطراف کشتی یکنواخت است. وقتی آب از جلوی کشتی می‌گذرد، در سطح آب فرورفتگی جالبی رخ می‌دهد که به اثر تنگه موسوم است. اگر عمق این فرورفتگی  $h = 0.80\text{m}$  باشد، تندی آب عبوری از اطراف کشتی در مقطع‌های عمودی (الف) نقطه‌ی  $a$  و (ب) نقطه‌ی  $b$  چقدر است؟ فرسایش ناشی از این افزایش تندی، نگرانی همیشگی مهندسان هیدرولیک است.



۵۱ • یک شیلنگ باغبانی با قطر داخلی  $1.9\text{cm}$  به یک آب‌پاش (ساکن) که شامل تنها ۲۴ سوراخ، هر یک به قطر  $0.13\text{cm}$  است، متصل شده است. اگر تندی آب در شیلنگ  $0.91\text{m/s}$  باشد، آب با چه تندی‌ای از سوراخ‌های آب‌پاش خارج می‌شود؟

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

شیلنگ
آب پاش

$$\frac{\pi}{4} D^2 V_1 = n \frac{\pi}{4} d^2 V_2$$

$$\frac{3/14}{4} \times (1.9)^2 \times 10^{-4} \times 0.91 = 24 \times \frac{3/14}{4} \times (0.13)^2 \times 10^{-6} \times V_2$$

$$V_2 = \dots\dots \text{ (m/s)}$$

•••۵۳ آب به طور یکنواخت و با تندی  $5.0 \text{ m/s}$  توسط شیلنگی به شعاع  $1.0 \text{ cm}$  از زیرزمین فرورفته در آبی به بالا پمپ می شود. شیلنگ از پنجره ای که  $3.0 \text{ m}$  بالاتر از تراز آب قرار دارد، می گذرد. توان پمپ چقدر است؟

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$v_1 = v_2$$

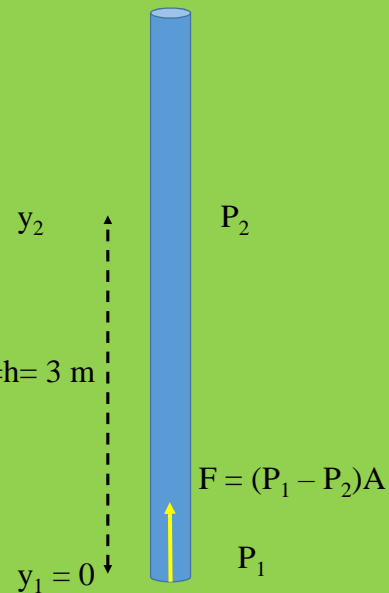
$$\longrightarrow P_1 - P_2 = \rho g (y_2 - y_1)$$

$$y_2 - y_1 = h$$

$$P_w = Fv = (P_1 - P_2) Av = \rho g (y_2 - y_1) Av$$

$$P_w = 10^3 \times 10 \times 3 \times \pi \times 10^{-4} \times 5 = 47.1 \text{ w}$$

$$y_2 - y_1 = h = 3 \text{ m}$$



••• ۵۴ GO آبی که در یک لوله‌ی ۱٫۹ cm (قطر داخلی) جریان دارد از طریق سه لوله‌ی ۱٫۳ cm به بیرون جریان می‌یابد. (الف) اگر آهنگ جریان آب در لوله‌ی کوچکتر برحسب ۱۹، ۲۶، L/min، و ۱۱ باشد، آهنگ جریان آب در لوله‌ی ۱٫۹ cm چقدر است؟ (ب) نسبت تندی آب در لوله‌ی ۱٫۹ cm به تندی آن در لوله‌ای که در آن آهنگ جریان آب ۲۶ L/min است، چقدر است؟

$$A_1 = 3.14/4 \times 1.9^2 = 3.61 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 3.14/4 \times 1.3^2 = 1.69 \text{ cm}^2$$

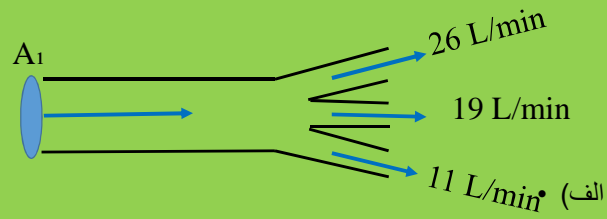
$$R_{V2} = 11 + 19 + 26 = 56 \text{ L/min}$$

$$R_{V1} = R_{V2} = 56 \text{ L/min}$$

$$R_{V26} = A_2 V_{26} \rightarrow V_{26} = (26 \times 10^{-3} / 60) / (1.69 \times 10^{-4}) = \dots\dots \text{ m/s}$$

$$R_{V1} = A_1 V_1 \rightarrow V_1 = (56 \times 10^{-3} / 60) / (3.61 \times 10^{-4}) = \dots\dots \text{ m/s}$$

$$\frac{\text{تندی آب در لوله اصلی}}{\text{تندی آب در اولین لوله فرعی}} = \dots\dots$$



۵۷• یک مخزن استوانه‌ای با قطر بزرگ تا عمق  $D = ۰٫۳۰ \text{ m}$  با آب پر شده است. سوراخی با مساحت مقطع  $A = ۶٫۵ \text{ cm}^2$  در ته مخزن باعث می‌شود که آب از آن خارج شود. (الف) آب با چه آهنگی بر حسب مترمکعب بر ثانیه از مخزن خارج می‌شود؟ (ب) در چه فاصله‌ای از ته مخزن، مساحت مقطع جریان آب برابر با نصف مساحت سوراخ می‌شود؟

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2$$

فشارها در هر دو مقطع برابرند و  $y_2$  مبدا میباشد و طبق معادله ی پیوستگی داریم:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \implies A_1 \gg A_2 \implies V_1 \ll V_2$$

پس می توانیم از  $V_1$  صرف نظر کنیم.

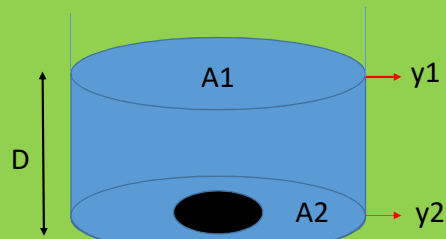
$$\rho g y_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 \implies V_2 = \sqrt{2gy_1}$$

$$V_2 = \sqrt{2gD} = \sqrt{2(9/8)(0/30)} = 2/42 \frac{m}{s}$$

سرعت پایین رفتن آب از سوراخ

$$A_1 V_1 = (6/5 \times 10^{-4})(2/42) = 1/6 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

آهنگ خروج آب از مخزن بر حسب مترمکعب بر ثانیه



طبق معادله پیوستگی داریم:

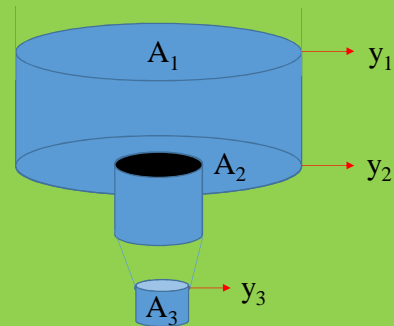
$$V_3 A_3 = V_2 A_2 \implies V_3 \frac{1}{2} A_2 = V_2 A_2$$

$$V_3 = 2V_2 \implies V_3 = 2 \times 2/42 = 4/84 \frac{m}{s}$$

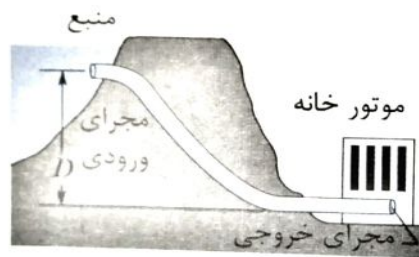
طبق معادله برنولی در نقاط  $y_2$  و  $y_3$  داریم:

$$\frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 = \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \rho g y_3$$

$$y_2 - y_3 = \frac{V_3^2 - V_2^2}{2g} = \frac{(4/84)^2 - (2/42)^2}{2(9/8)} = 0/90m$$



۵۸• مجرای ورودی در شکل ۱۴-۴۷ دارای مساحت مقطع  $۰,۷۴\text{m}^2$  و تندی شارش آب در آن  $۰,۴۰\text{m/s}$  است. در مجرای خروجی، به فاصله  $D=۱۸۰\text{m}$  زیر مجرای ورودی، مساحت مقطع کوچکتر است و آب با تندی  $۹,۵\text{m/s}$  خارج می‌شود. اختلاف فشار بین مجراهای ورودی و خروجی چقدر است؟



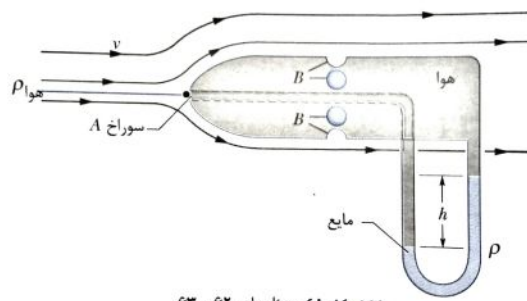
شکل ۱۴-۴۷ مسئله ۵۸

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \rightarrow$$

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho (v_1^2 - v_2^2) + \rho g (y_1 - y_2) \rightarrow$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times \rho ((0.4)^2 - (9.5)^2) + \rho \times 9.8 (180 - 0) = 1718.955 \rho$$

۶۲۰۰ لوله‌ی پیتو<sup>۱</sup> (شکل ۱۴-۴۸) برای تعیین تندی هوا در هواپیما استفاده می‌شود. این وسیله دارای یک لوله‌ی خارجی با تعدادی سوراخ کوچک  $B$  است (در شکل چهارتایی آن‌ها نشان داده شده است) که باعث ورود هوا به لوله می‌شود؛ این لوله به یک بازوی  $L$  شکل متصل شده است. بازوی دیگر این لوله‌ی  $L$  شکل به سوراخ  $A$  در انتهای جلویی وسیله وصل شده است، که در جهت حرکت هواپیما قرار دارد. در  $A$  هوا راکد است، به طوری که  $v_A = 0$  است. ولی در  $B$ ، تندی هوا احتمالاً برابر با تندی هوایی  $v$  هواپیماست. (الف) با استفاده از معادله‌ی برنولی نشان دهید



شکل ۱۴-۴۸ مسئله‌های ۶۲ و ۶۳

$$v = \sqrt{\frac{2\rho gh}{\rho_{\text{هو}}}}$$

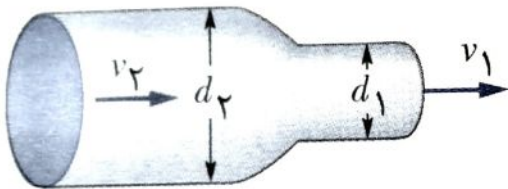
$$P_A + \frac{1}{2} \rho V_A^2 + \rho g y_A = P_B + \frac{1}{2} \rho V_B^2 + \rho g y_B$$

$$y_A = y_B, \quad V_A = 0, \quad P_A = P_B + \rho_{\text{fluid}} g h$$

$$P_B + \rho_{\text{fluid}} g h = P_B + \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} V_B^2$$

$$V_B = \sqrt{\frac{2\rho_{\text{fluid}} g h}{\rho_{\text{air}}}}$$





شکل ۱۴-۴۹ مسئله‌ی ۶۳

●● ۶۴ GO در شکل ۱۴-۴۹  
 آب در یک لوله‌ی افقی جریان  
 دارد و سپس با تندی  $v_1 = 15 \text{ m/s}$

به بیرون می‌ریزد. قطر بخش‌های سمت چپ و راست لوله به ترتیب  $5.7 \text{ cm}$  و  $3.7 \text{ cm}$  است. (الف) چه حجمی از آب در مدت  $10 \text{ min}$  به بیرون می‌ریزد؟ (ب) در بخش چپ لوله، (ب) تندی  $v_2$  و (پ) فشار پیمانه‌ای چقدر است

قسمت الف)

$$\Delta V = A_1 v_1 \Delta t = \frac{\pi}{4} (0.03)^2 \cdot 15 \cdot 600 = 12/717$$

قسمت ب)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \rightarrow v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} v_1 \rightarrow v_2 = \frac{0.0009}{0.0025} 15 = 5.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

قسمت پ)

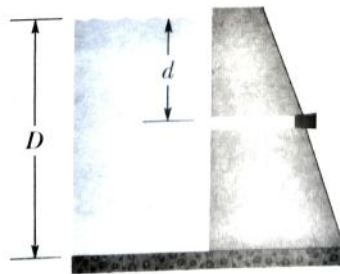
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g d_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g d_2$$

$$\rightarrow \Delta P = (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (d_2 - d_1)$$

$$\rightarrow \Delta P = \frac{1}{2} 0.998 (15^2 - 5.4^2) + 0.998 \times 10 \times (0.05 - 0.03)$$

$$\rightarrow \Delta P = 97.91 \text{ pa}$$

●● ۶۷ ILW در شکل ۱۴-۵۱، عمق آب شیرین پشت مخزن یک سد  $D=15\text{ m}$  است. یک لوله افقی به قطر  $4\text{ cm}$  در عمق  $d=6\text{ m}$  از سد می‌گذرد. درپوشی، دهانه‌ی لوله را بسته است. (الف) بزرگی نیروی اصطکاک بین درپوش و دیواره‌ی لوله را بیابید. (ب) با برداشتن درپوش، در مدت  $3\text{ h}$  چه حجم آبی از لوله خارج می‌شود؟



شکل ۱۴-۵۱ مسئله‌ی ۶۷

(الف)

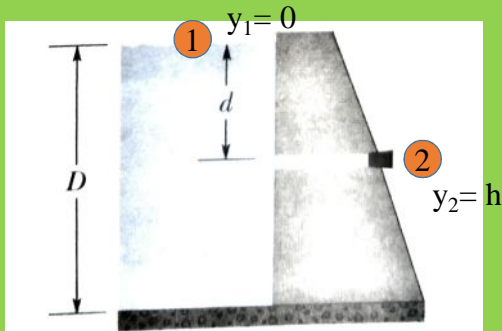
$$F=PA$$

$$A=\frac{\pi}{4}(d^2)=\frac{\pi}{4}(0.04^2)=1.25\times 10^{-3}\text{ m}^2$$

$$F=\rho gh\times(1.25\times 10^{-3})\rightarrow F=75\text{ N}$$

$$F_{\text{net}}=ma=0\rightarrow -f_s+75=0$$

$$f_s=75\text{ N}$$



(ب)

$$P_0+\frac{1}{2}\rho V_1^2+\rho gy_1=P_0+\frac{1}{2}\rho V_2^2+\rho gy_2$$

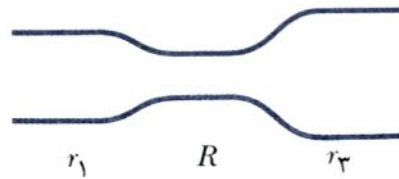
$$\rho gh=\frac{1}{2}\rho V_2^2$$

$$V_2=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times 10\times 6}=2\sqrt{30}\text{ (m/s)}$$

$$R_V=A V_2=(1.25\times 10^{-3})(2\sqrt{30})=0.0136\text{ m}^3/\text{s}$$

$$0.0136\times 3600=49.30\text{ m}^3$$

۷۰۰۰ GO در شکل ۱۴-۵۳ آب به طور یکنواخت از بخش چپ لوله (با شعاع  $r_1 = 2.00R$ ) به بخش میانی لوله (به شعاع  $R$ )، و به بخش راست لوله (با شعاع  $r_3 = 3.00R$ ) جریان دارد. تندی آب در بخش میانی  $0.500 \text{ m/s}$  است. کار خالص انجام شده روی  $0.400 \text{ m}^3$  آب، وقتی از بخش چپ به سمت بخش راست لوله حرکت می‌کند، چقدر است؟



شکل ۱۴-۵۳ مسئله‌ی ۷۰

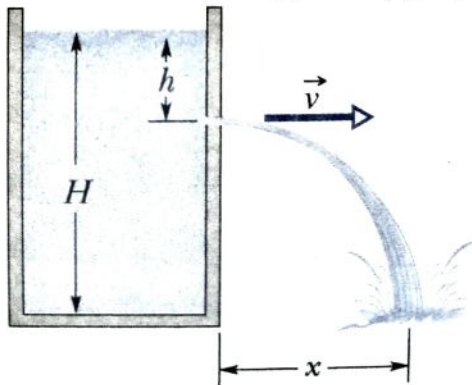
$$A_2 v_2 = A_3 v_3 \rightarrow v_3 = \frac{A_2}{A_3} v_2 \rightarrow v_3 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_3^2} v_2 = \frac{1}{9} v_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \rightarrow v_1 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} v_2 = \frac{1}{4} v_2$$

طبق قضیه کار - انرژی

$$\left. \begin{array}{l} \sum W = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_3^2 - v_1^2) \\ m = \rho \Delta V \end{array} \right\} \sum W = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_3^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho \Delta V \left[ \left(\frac{1}{9}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right] v_2^2$$

۷۱•• شکل ۱۴-۵۴ جریان آبی را نشان می دهد که از سوراخی در عمق  $h=10\text{cm}$  مخزنی که در آن آب تا ارتفاع  $H=40\text{cm}$  پر شده است، جریان دارد. (الف) در چه فاصله ی  $x$  ای جریان به سطح زمین برخورد می کند؟ (ب) در چه عمقی باید سوراخ دومی را تعبیه کرد که همین مقدار  $x$  را به دست دهد؟ (پ) در چه عمقی باید سوراخی را تعبیه کرد که  $x$  بیشینه شود؟



$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\begin{cases} x = vt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \rightarrow y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v}\right)^2 \rightarrow y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\sqrt{2gh}}\right)^2$$

$$H - h = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\sqrt{2gh}}\right)^2 \rightarrow x = 2\sqrt{(H-h)h}$$

$$x = x' \rightarrow 2\sqrt{(H-h)h} = 2\sqrt{(H-h')h'}$$

$$x = 2\sqrt{(H-h)h}$$

$$\frac{dx}{dh} = 0 \rightarrow \frac{2[(-1)h + (H-h)]}{2\sqrt{(H-h)h}} = 0 \rightarrow h = \frac{1}{2}H$$

۷۵ ✈️ اگر حباب در آب در حال غلیانی با آهنگ  $0.225 \text{ m/s}^2$  به سمت شتاب گیرد و شعاعی برابر  $0.500 \text{ mm}$  داشته باشد، جرم آن چقدر است؟ فرض کنید نیروی پس کشی [مقاوم] وارد بر حباب ناچیز باشد.

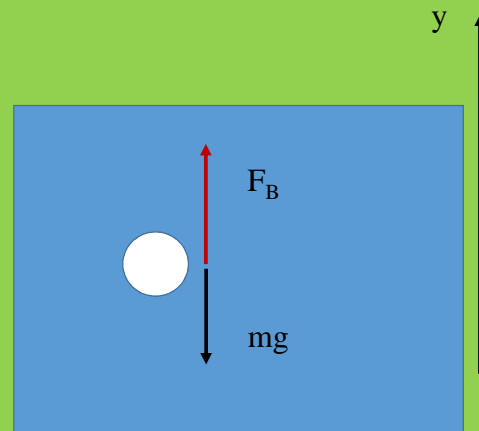
$$F_B - mg = ma \rightarrow F_B = m(a + g)$$

$$\Pi = 3 \quad r = 0.5 \times 10^{-3}$$

$$g = 10 \quad v = \frac{4}{3} \pi r^3 = 0.5 \times 10^{-9}$$

$$\rho g v = 1000 \times 10 \times 0.5 \times 10^{-9}$$

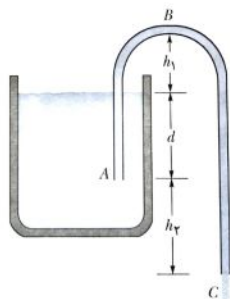
$$\rho g v = 10.225 \text{ m} \rightarrow m = 0.48 \times 10^{-5}$$



۷۹ جسمی از یک ترازوی فنری آویزان است. این ترازو وزن یک جسم را در هوا  $30\text{ N}$ ، به هنگام غوطه وری در آب  $20\text{ N}$ ، و به هنگام غوطه وری شدن در مایعی دیگر با چگالی نامعلوم  $24\text{ N}$  ثبت می کند. چگالی مایع دیگر چقدر است؟

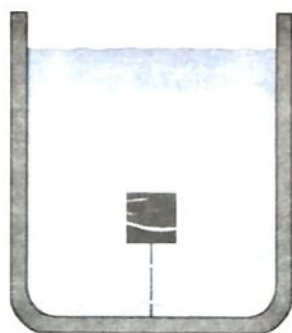
۸۰ در آزمایشی، یک قالب مستطیلی به ارتفاع  $h$  را در چهار مایع جدا از هم، شناور می‌کنیم. در نخستین مایع، که آب است، جسم کاملاً غوطه‌ور می‌شود. در مایع‌های  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  قطعه به ترتیب  $h/2$ ،  $2h/3$ ، و  $h/4$  بالای سطح مایع شناور می‌ماند. چگالی نسبی (چگالی نسبت به آب) (الف) مایع  $A$ ، (ب) مایع  $B$ ، و (پ) مایع  $C$  چقدر است؟

۸۳ شکل ۱۴-۵۶ یک سیفون را نشان می‌دهد که وسیله‌ای برای خارج کردن مایع از ظرف است. لوله‌ی  $ABC$  باید در ابتدا پر شده باشد. وقتی چنین شود، مایع آنقدر از لوله بیرون می‌ریزد تا اینکه سطح مایع در ظرف همتراز با سطح باز لوله در  $A$  شود. چگالی مایع  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چسبناکی آن ناچیز است. فاصله‌های نشان داده شده  $h_1 = 25 \text{ cm}$ ،  $d = 12 \text{ cm}$ ، و  $h_2 = 40 \text{ cm}$  است. (الف) مایع با چه تندی‌ای از لوله در نقطه‌ی  $C$  خارج می‌شود؟ (ب) اگر فشار جو  $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$  باشد، فشار مایع در بالاترین نقطه‌ی  $B$  چقدر است؟ (پ) از لحاظ نظری، بیشترین ارتفاع  $h_1$  ممکن که سیفون می‌تواند آب را بالا ببرد چقدر است؟



شکل ۱۴-۵۶ مسئله‌ی ۸۳

۸۶ کشش نخ‌کی که قطعه‌ای جامد را زیر سطح آب (با چگالی بیشتر از قطعه) نگه داشته است در هنگامی که ظرف ساکن است برابر  $T_0$  است (شکل ۱۴-۵۷). وقتی ظرف شتاب رو به بالایی برابر با  $0,25g$  می‌گیرد، کشش نخ به چه مضربی از  $T_0$  می‌رسد؟



۸۷ کمترین مساحت (برحسب مترمربع) سطح بالایی یک تیغه‌ی یخی به ضخامت  $0,441m$  که روی آب شیرینی شناور است چقدر باشد تا بتواند اتومبیلی به جرم  $938kg$  را نگه دارد؟ چگالی‌های یخ و آب شیرین را به ترتیب برابر  $917kg/m^3$  و  $998kg/m^3$  در نظر بگیرید.