

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

فصل دوم - بخش اول

مکانیک نیوتنی
(حرکت راست خط ذره)

سه قانون بنیادی حرکت

آیساک نیوتون در کتاب اصول ریاضیات (پرینکیپای) خود در سال ۱۶۸۷

- I. هر جسمی به حالت سکون، یا حرکت یکنواختش بر خطی مستقیم ادامه خواهد داد، مگر اینکه نیرویی وارد بر آن، به تغییر حالت وادارش کند.
- II. تغییر حرکت با نیروی محرک متناسب است و در جهت خط اثر نیرو روی می دهد.
- III. به ازای هر کنش، واکنشی مساوی و مختلف‌الجهت با آن وجود دارد؛ یا کنشهای متقابل دو جسم همواره مساوی و در خلاف جهت یکدیگرند.

تاریخچه

قانون اول، به نام قانون لختی، قبلاً پیش از زمان نیوتون بیان شده بوده است بر طبق نظر دکارت، «لختی» باعث پافشاری اجسام در حرکت همیشگی می شود البته نه در حرکت دایره‌ای ارسطویی کامل، بلکه در خط مستقیم

به این ترتیب، سرانجام نیوتون بود که تمامی دانش پراکنده‌ای را که درباره حرکت اشیاء مقید به زمین فراهم آمده، گرد آورد و به هم پیوند داد و به صورت ترکیب ماهرانه سه قانون خود درآورد و سپس نشان داد که حرکت اشیاء آسمانی هم از این قوانین به خوبی پیروی می کنند.

قوانین حرکت نیوتون را می‌توان دستورالعملی برای محاسبه یا پیشگویی حرکت آتی ذره (یا دستگاه ذرات) دانست؛ هرگاه مکان و سرعت آن در لحظه‌ای از زمان معلوم باشد.

یک واقعیت اساسی قانون فیزیکی کماکان پابرجاست: قوانین حرکت توصیف‌هایی ریاضی به‌شمار می‌آیند که این امکان را به ما می‌بخشند تا حرکت آتی سیستم‌های فیزیکی را به‌دقت پیشگویی می‌کنیم، به شرط اینکه اطلاعاتی دربارهٔ حالت کنونی آنها در دسترس باشد. این قوانین چگونگی کارکرد همه چیز را تشریح می‌کنند. اما این قوانین علت را برای ما بازگو نمی‌کنند.

قانون اول نیوتون: چارچوب‌های مرجع لخت

قانون اول خاصیت مشترک مواد را توصیف می‌کند.

عبارت است از مقاومت تمامی ماده در مقابل تغییر حرکت

اگر ذره‌ای ساکن باشد، در برابر حرکت مقاومت می‌کند یعنی، نیرویی برای حرکت دادنش لازم است

اگر ذره در حال حرکت باشد، در برابر گرایش به سکون مقاومت می‌کند برای ساکن کردن ذره باید نیرویی وارد آید

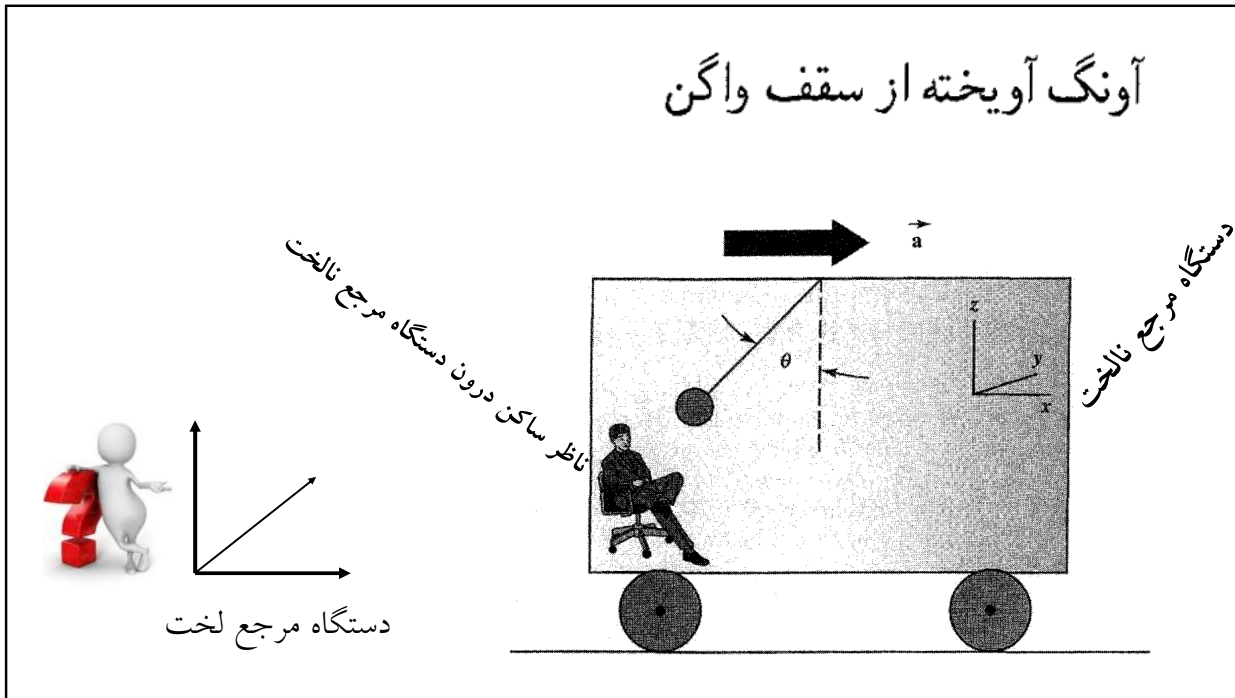
انزجاری ذاتی برای شتاب گرفتن

برای شتاب گرفتن آن وارد آمدن نیرویی لازم است

دستگاه مرجع لخت

توصیف ریاضی حرکت ذره نیازمند اختیار چارچوب مرجع، یا مجموعه مختصات در فضای پیکربندی است تا با بهره‌گیری از آن مکان، سرعت، و شتاب ذره در هر لحظه از زمان مشخص شود. هر دستگاه مرجع که در آن قانون اول حرکت نیوتون صادق باشد، دستگاه مرجع لخت نامیده می‌شود. بنابراین قانون، دستگاه‌های مرجع شتابدار لخت نیستند، زیرا هر شیئی "واقعاً" در حال سکون یا متحرک با سرعت ثابت، که از دستگاه مرجع شتابدار مشاهده شود، شتابدار به نظر می‌رسد. به علاوه، هر شیئی که در چنین دستگاه مرجعی نسبت به چارچوب لخت شتابدار مشاهده شود، ساکن دیده می‌شود. از این رو در باور ما مفهوم لختی و اعتبار قوانین حرکت نیوتون چندان مستحکم است که وادار می‌شدیم نیروهای "پنداری" ابداع کنیم تا فقدان ظاهری شتاب شیئی ساکن را در دستگاه مرجع شتابدار منظور کرده باشیم.

If Newton's laws are valid in one reference frame, then they are also valid in any reference frame in uniform motion (i.e., not accelerated) with respect to the first system.* This is a result of the fact that the equation $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}}$ involves the second time derivative of \mathbf{r} : A change of coordinates involving a constant velocity does not influence the equation. This result is called **Galilean invariance** or the **principle of Newtonian relativity**.



ناظر ساکن درون واگن می داند:

در غیاب هر نیروی دیگر غیر از نیروی گرانشی و نیروی کشش در راستای آونگ، چنین آونگی باید خودش در راستای قائم قرار گیرد

ناظر ساکن درون واگن می بیند:

در حال سکون و چنان آویزان است که نسبت به راستای قائم زاویه θ می سازد

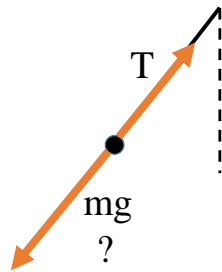
ناظر ساکن درون واگن نتیجه می گیرد:

نیروی ناشناخته‌ای باید آونگ را هل بدهد

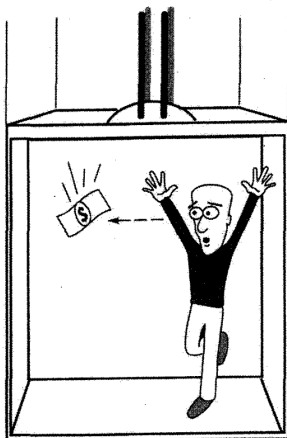
او نیز چنین نیرویی را حس می کند

اگر می توانستیم دستگاه متصل به واگن را یک دستگاه لخت در نظر بگیریم:

واگن آب بندی شده و رابطه اش با جهان خارج قطع باشد، چگونه ناظر باید بداند که نیروی ظاهری که باعث می شود آونگ قائم نایستد، مربوط به این حقیقت نیست که کل واگن با جهت گرانشی "همخط نباشد"، یعنی نیروی مربوط به گرانی در واقع نسبت به قائم زاویه θ تشکیل می دهد؟



رها شدن جسم در آسانسور در حال سقوط آزاد



اسکناس به صورت
معلق در برابر صورت
ساکن باقی می ماند

نتیجه می گیرید که هیچ نیرویی بر اسکناس وارد نمی آید

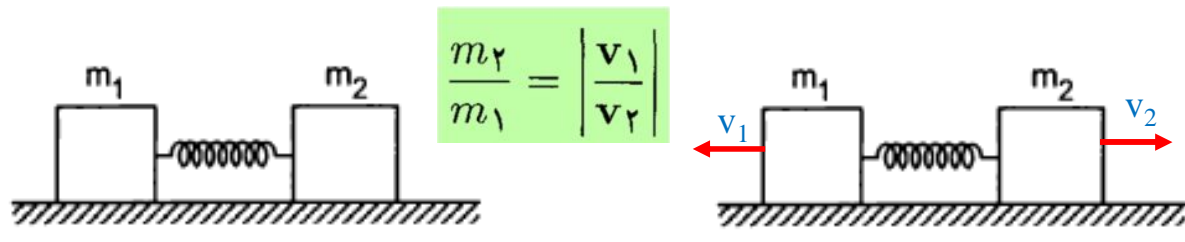
آیا قانون اول
برقرار است؟

جرم و نیرو: قوانین دوم و سوم نیوتون

معیار کمی لختی را جرم می‌گویند.

هرچه جسمی سنگینتر باشد، مقاومتش در برابر شتاب گرفتن بیشتر است

دو جرم، m_1 و m_2 ، که فنری آنها را به هم بسته در ابتدا در حال سکون بر سطحی بدون اصطکاک فنر را فشرده، و بعد ناگهان آنها را رها کند به سرعت‌های v_1 و v_2 برسند



سرعت اولیه هر جرم صفر است و سرعت‌های نهایی v_1 و v_2 در جهت‌های عکس یکدیگرند

$$\Delta(m_1 v_1) = -\Delta(m_2 v_2)$$

طرفین این عبارت را بر Δt تقسیم کنیم و به‌ازای $\Delta t \rightarrow 0$ حد بگیریم

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1) = -\frac{d}{dt}(m_2 v_2)$$

تغییر تکانه خطی

قانون دوم را از این قرار می‌توان بازنویسی کرد:

آهنگ زمانی تغییر تکانه خطی هر جسم با نیروی وارد بر آن جسم، F ، متناسب است

$$F = k \frac{d(mv)}{dt}$$

$$\mathbf{F} = k \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \xrightarrow{\text{ثابت} = m} \mathbf{F} = km \frac{d\mathbf{v}}{dt} = kma$$

طبق تعریف یکای نیرو در دستگاه SI، که نیرویی است که باعث می‌شود جرم یک کیلوگرمی شتاب 1 m/s^2 پیدا کند، می‌توان گرفت: $k = 1$. این یکای نیرو را یک نیوتون می‌گویند.

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\mathbf{a}$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2\mathbf{v}_2) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

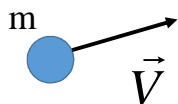
قانون سوم نیوتن
نیروهای عمل و عکس العمل:
✓ هم اندازه
✓ هم راستا
✓ مختلف الجهت

دامنه اعتبار قانون سوم نیوتن

We must hasten to add, however, that the Third Law is not a *general* law of nature. The law does apply when the force exerted by one (point) object on another (point) object is directed along the line connecting the objects. Such forces are called **central forces**; the Third Law applies whether a central force is attractive or repulsive. Gravitational and electrostatic forces are central forces, so Newton's laws can be used in problems involving these types of forces. Sometimes, elastic forces (which are actually macroscopic manifestations of microscopic electrostatic forces) are central. For example, two point objects connected by a straight spring or elastic string are subject to forces that obey the Third Law. Any force that depends on the velocities of the interacting bodies is noncentral, and the Third Law may not apply. Velocity-dependent forces are characteristic of interactions that propagate with finite velocity. Thus the force between *moving* electric charges does not obey the Third Law, because the force propagates with the velocity of light. Even the gravitational force between *mov-*

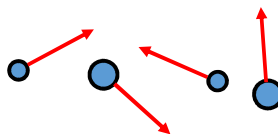
تکانه خطی

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \longrightarrow \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \text{تکانه خطی یک ذره}$$



$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + \dots = \sum P_i \quad \text{تکانه خطی سیستم ذرات}$$

$$F^{\text{ext}} = \frac{d}{dt} P_t$$



قانون بقای (پایستگی) تکانه خطی (Conservation of linear momentum)

$$\frac{d}{dt}(m_1 \mathbf{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2 \mathbf{v}_2)$$

سیستم دو ذره ای

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$$

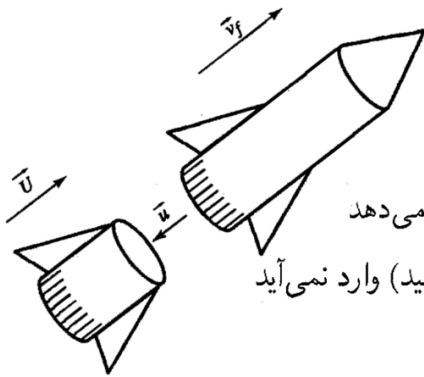
$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{constant}$$

تکانه خطی کل هر دستگاه منزوی (دستگاهی که هیچ نیروی خارجی خالص بر آن وارد نیاید) ثابت باقی می ماند.

$$\frac{d}{dt} P_t = 0 \rightarrow P_t = \text{constant} \rightarrow P_1 + P_2 + P_3 + \dots = \text{constant}$$

مثال ۲.۱.۲

یک سفینه فضایی به جرم M با سرعت $v_i = 20 \text{ km/s}$ نسبت به خورشید، به عمق فضا می‌رود. این سفینه قسمت عقبی خود به جرم $0.2M$ را با سرعت نسبی $u = 5 \text{ km/s}$ (شکل ۴.۱.۲) به بیرون پرتاب می‌کند. از آن پس، سرعت این سفینه فضایی چقدر خواهد بود؟



سیستم سفینه فضایی با قسمت عقبی آن سیستم بسته‌ای را تشکیل می‌دهد بر آن هیچ نیروی خارجی‌ای (با چشم‌پوشی از نیروی گرانشی خورشید) وارد نمی‌آید

تکانه خطی کل پایستار می‌ماند $\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_i$ اندیسهای i و f ، به ترتیب، مقادیر اولیه و نهایی اند

قبل از بیرون انداخته شدن قسمت عقبی $P_i = Mv_i$

اگر U سرعت قسمت عقبی پرتاب شده و v_f سرعت سفینه بعد از پرتاب آن قسمت

$$P_f = 0.20MU + 0.80Mv_f$$

سرعت، u ، قسمت پرتاب شده نسبت به سفینه فضایی

$$u = v_f - U \longrightarrow U = v_f - u$$

$$\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_i \longrightarrow 0.20M(v_f - u) + 0.80Mv_f = Mv_i$$

$$v_f = v_i + 0.20u = 20 \text{ km/s} + 0.20(5 \text{ km/s}) = 21 \text{ km/s}$$

حرکت ذره

معادلهٔ بنیادی حرکت مربوط به ذره‌ای تحت تأثیر نیروی خالص F_{net}

F_{net} جمع برداری تمامی نیروهای وارد بر ذره

$$F_{net} = \sum F_i = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m\mathbf{a}$$

با معلوم بودن:

- شتاب ذره
- مکان اولیه
- سرعت اولیه

حل معادله دیفرانسیل
درجه دوم حرکت

مشخص نمودن:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$$



دستور العمل حل مسائل مکانیک در دیدگاه دینامیکی

- ۱- انتخاب جسم یا اجسام یا نقاط مناسب
- ۲- رسم نمودار آزاد (نیروهای وارد بر جسم)
- ۳- انتخاب دستگاه مختصات مناسب
- ۴- نوشتن قانون دوم نیوتن به صورت برداری یا مولفه ای
- ۵- در صورتی که در یک راستا جسم حرکتی نداشته باشد برآیند نیروها در آن راستا صفر خواهد بود