

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جلسه دوازدهم

حل سوالات آخر فصل ۳

۵- اگر معادله $y(x,t) = (6/0 \text{ mm}) \sin[kx + (600 \text{ rad/s})t + \phi]$ بیانگر یک موج پیشرونده در طول ریسمانی باشد، چه مدت طول می کشد تا نقطه ای روی ریسمان فاصله بین جابه جایی $y = +2/0 \text{ mm}$ و $y = -2/0 \text{ mm}$ را طی کند؟

$$y(x,t) = 6 \text{ mm} \sin [kx + 600 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)t + \phi] \quad \text{۵-۳}$$

↓ دامنه
↓ عدد موج
↓ باند زاویه ای
↓ فاز

بررسی زمان حرکت از $x=0$ مرکز مبدأ در t_1 در زمان t_1 در این نقطه $y = +2$

$+6$
 $+2 \rightarrow t_1$
 0
 $-2 \rightarrow t_2$
 -6

$$+2 = 6 \sin(600 t_1 + \phi) \Rightarrow 600 t_1 + \phi = \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$-2 = 6 \sin(600 t_2 + \phi) \Rightarrow 600 t_2 + \phi = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$600 t_2 - 600 t_1 = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{1}{600} \left[\sin^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) - \sin\left(\frac{1}{3}\right) \right]$$

۷۰۰- تندی یک موج سینوسی با بسامد 500Hz برابر 350m/s است. (الف) اختلاف فاز دو نقطه در چه فاصله‌ای از یکدیگر برابر $\pi/3\text{rad}$ است؟ (ب) اختلاف فاز بین دو جابه‌جایی در نقطه‌ای معین در زمان $t = 1/500\text{ms}$ ، چقدر است؟
ILW

$$y = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$f = 500\text{ Hz} \quad \text{و} \quad v = 350\text{ m/s}$$

$$\omega = 2\pi f = 1000\pi \quad \text{و} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{1000\pi}{350}$$

(الف)

اختلاف فاز دو نقطه در زمان مشخص $t = 0$

$$kx_1 - kx_2 = \frac{\pi}{3}$$

$$k(x_1 - x_2) = \frac{\pi}{3}$$

اختلاف بین دو نقطه از نظر مکانی

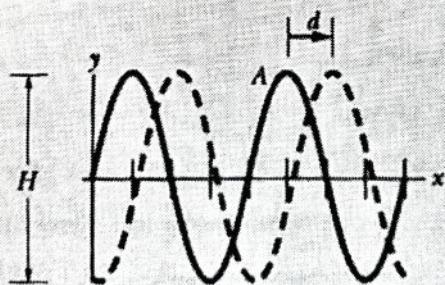
$$x_1 - x_2 = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{\frac{1000\pi}{350}} = \frac{350}{1000} = 0.35\text{ m}$$

ب) در یک مکان $x = 0$

$$\omega(t_1 - t_2) = \frac{1000\pi}{350} \times 1 \times 10^{-3}$$

اختلاف فاز = $\frac{\pi}{350}$

۱۱۰۰- یک موج سینوسی که در طول ریسمانی حرکت می‌کند دو بار در شکل ۳۲-۳۴ نشان داده شده است، به طوری که قله A در زمان $4/0 \text{ ms}$ مسافت $d = 6/0 \text{ cm}$ را در جهت مثبت محور x طی می‌کند. فاصله بین خطهای رسم شده در امتداد محور برابر 10 cm و ارتفاع $H = 6/00 \text{ mm}$ است. اگر معادله موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k ، (پ) ω ، (ت) علامت درست برای ω .



$$H = 6.00 \text{ mm} = 0.6 \text{ cm}$$

$$\lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$t = 4 \text{ ms}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{6 \text{ cm}}{4 \text{ ms}} = \frac{1.5 \text{ cm}}{1 \text{ ms}} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$2y_m = H \Rightarrow y_m = \frac{H}{2} = \frac{6 \text{ mm}}{2} = 3 \text{ mm}$$

$$\lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = \frac{5\pi}{1} = 5\pi \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{k} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = kv$$

$$\omega = 5\pi \times 1.5 = 7.5\pi \text{ (rad/s)}$$

علامت ω منفی است
 علامت ω مثبت است
 علامت ω مثبت است
 علامت ω منفی است

$$y = y_m \sin(kx - \omega t)$$

۲۳۰۰- یک انتهای سیمی به جرم ۱۰۰ گرم در $x=0$ و
 انتهای دیگرش در $x=10/0\text{m}$ است و تحت کشش 250N
 قرار دارد. در لحظه $t=0$ ، تپ ۱ از انتهای واقع در
 $x=10/0\text{m}$ در طول سیم فرستاده می‌شود. در لحظه
 $t=30/0\text{ms}$ ، تپ ۲ از انتهای دیگر، در $x=0$ ، در طول سیم
 فرستاده می‌شود. تپها در چه مکان x به هم می‌رسند؟ ILW

۲۳-۳

$l=10\text{m}$ $x_1=10\text{m}$ $T=250\text{N}$

$m_{\text{سیم}} = 100\text{g} = 0.1\text{kg}$

① x ②
 $t_1=0$ $t_2=30/0\text{ms}$
 در جهت \rightarrow

$\mu = \frac{m}{l} = \frac{0.1}{10} = 0.01 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)$

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{0.01}} = \sqrt{25000} = 50\sqrt{10} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

① حرکت تپ $x_1 = x_0 - vt = 10 - 50\sqrt{10} \cdot t$
 ② حرکت تپ $x_2 = 0 + v(t - t_2) = 50\sqrt{10}(t - 0.03)$

$x_1 = x_2 \Rightarrow 10 - 50\sqrt{10} \cdot t = 50\sqrt{10}(t - 0.03)$
 $10 = 50\sqrt{10} \cdot 2t - 50\sqrt{10} \cdot 0.03 \Rightarrow t = \text{○}$

●●●●۲۴- در شکل ۲۲-۲۸ الف، چگالی خطی ریسمان ۱ برابر با $3/00\text{g/m}$ و چگالی خطی ریسمان ۲ برابر با $5/00\text{g/m}$ است. این ریسمانها تحت کشش ناشی از قطعه‌ای آویزان به جرم $M = 500\text{g}$ قرار دارند. تندی موج را در (الف) ریسمان ۱ و (ب) ریسمان ۲ حساب کنید. (راهنمایین: وقتی ریسمان نیمی به دور قرقره پیچیده است قرقره را با نیروی خالصی که دو برابر کشش در ریسمان است می‌کشد.) سپس قطعه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم $(M_1 + M_2 = M)$ و دستگاه را مطابق شکل ۲۲-۲۸ ب درمی‌آوریم. (پ) M_1 و (ت) M_2 را به گونه‌ای تعیین کنید که تندی در هر دو ریسمان یکسان باشد.

: ۲۴-۳

نیروی دایره‌ای در هر قرقره
این

$mg = 2T$

کش در هر دو ریسمان یکسان

$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}}$

$v_1 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mg}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{25 \times 10}{2 \times 3 \times 10^{-2}}} \text{ (م/ث)}$

$v_2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mg}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{25 \times 10}{2 \times 5 \times 10^{-2}}} \text{ (م/ث)}$

$m_1 + m_2 = m$ (*)
 $v_1' = v_2'$

$v_1' = \sqrt{\frac{m_1 g}{\mu_1}} \quad v_2' = \sqrt{\frac{m_2 g}{\mu_2}}$

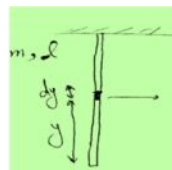
$v_1' = v_2' \Rightarrow \sqrt{\frac{m_1 g}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{m_2 g}{\mu_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

$m_1 = m_2 \frac{\mu_1}{\mu_2}$ (**)

(*) & (**) $m_1 + m_2 = 18$
 $m_2 \times \frac{3}{5} + m_2 = 18 \Rightarrow \frac{1}{5} m_2 = 18 \Rightarrow m_2 = 90$

●●●●۲۵- طناب یکنواختی به جرم m و طول L از سقف آویزان است. (الف) نشان دهید که تندی یک موج عرضی در طناب تابعی از y یعنی فاصله از انتهای پایینی است و با رابطه $v = \sqrt{gy}$ داده می‌شود. (ب) نشان دهید که زمان لازم برای حرکت یک موج عرضی در طول طناب با رابطه $t = 2\sqrt{L/g}$ داده می‌شود.

۳-۲۵



تندی جرم Δm در y به سمت بالا \rightarrow یک مکان از Δm آویزان
 سطح Δy در y به طول Δy

۱- اگر Δm خطی $m = \frac{m}{L}$ $\Delta m = \frac{m}{L} \Delta y$ $m' = \frac{m}{L}$

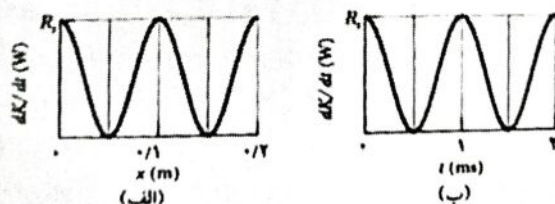
ا) $v = \sqrt{\frac{T}{m'}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{TL}{m}} = \sqrt{gy}$

ب) $v = \sqrt{gy} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \sqrt{gy}$
 $\Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = \sqrt{g} dt$

انتگرال گیری روی سمت t که موج از $y=0$ به $y=L$ می‌رود
 $\Rightarrow \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{y}} = \sqrt{g} \int_0^t dt$

$2\sqrt{L} = \sqrt{g} t \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$

●● ۲۷- یک موج سینوسی در طول ریسمانی با چگالی خطی $2/5 \text{ g/m}$ فرستاده می‌شود. وقتی موج حرکت می‌کند، انرژیهای جنبشی عنصرهای جرم در طول ریسمان تغییر می‌کنند. شکل ۳۲-۳۹ الف که برحسب تابعی از مسافت x در طول ریسمان رسم شده، آهنگ dK/dt را که با آن انرژی جنبشی در لحظه معینی از عنصر ریسمان می‌گذرد نشان می‌دهد. شکل ۳۲-۳۹ ب مشابه آن است به جز اینکه این شکل برحسب تابعی از زمان t رسم شده و آهنگی را که با آن انرژی جنبشی از یک عنصر جرم معین (در مکان مشخص) عبور می‌کند به دست می‌دهد. در هر دو شکل، مقیاس روی محور عمودی (آهنگ) با $R_p = 10 \text{ W}$ مشخص شده است. دامنه موج چقدر است؟



۳-۲۷ =

انتشار موج در حلال استقال انرژی به صورت جنبشی و پتانسیل از یک سر به سطح سر دیگر \rightarrow می‌رود

نرخ انتقال انرژی جنبشی برای مکان x در زمان t $\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t)$

نرخ انتقال k در زمان $t =$ برای مکانی مشخص $\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 \cos^2 kx$

نرخ انتقال k در زمان مختلف برای $x = 0$ $\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 \cos^2 \omega t$

آهنگ \rightarrow حرکت در زمان t

$T = 0.2 \text{ s}$, $\lambda = 0.2 \text{ m}$

$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.2}{0.2} = 1 \text{ m/s}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$

$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_m^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi^2 \times 1 \times \pi^2 y_m^2$

$y_m = \dots$

۲۸- با استفاده از معادله موج لستلی موج زیر را به دست آورید.

$$y(x,t) = (3/00\text{mm}) \sin[(4/00\text{m}^{-1})x - (7/00\text{s}^{-1})t]$$

۳۸ - موج در سیم حاد است

رابطه ریاضی در مختصات
 می توانیم بنویسیم موج را

$$y = 3 \sin(4x - vt)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = 3 \cdot 4 \cos(4x - vt)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 3 \cdot 4 \cdot (-4) \sin(4x - vt) \quad (1)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 \cdot 3 \cos(4x - vt)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 \cdot 4 \cdot 3 \sin(4x - vt) \quad (2)$$

ماده
 کنترل رابطه (1) و (2) در خروجی

$$-3 \cdot 4^2 \sin(4x - vt) = \frac{1}{v^2} \cdot 4^2 \cdot v^2 \sin(4x - vt)$$

$$4^2 = \frac{1}{v^2} \cdot 4^2 \cdot v^2 \Rightarrow \boxed{v = \frac{v}{4} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}$$

●●۲۹- با استفاده از معادله موج تندی موج زیر را به دست آورید.

$$y(x,t) = (2/00\text{mm})[(20\text{m}^{-1})x - (4/0\text{s}^{-1})t]^{0/5}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{①} \quad y = 2 [20x - 4t]^{0/5} \quad : 29 - 2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 2 \times \frac{1}{5} \times 20 \times [20x - 4t]^{-4/5}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 2 \times \frac{1}{5} \times 20 \times -\frac{4}{5} \times 20 \times [20x - 4t]^{-9/5} \quad \text{②}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 2 \times 20 \times \frac{1}{5} \times -4 \times [20x - 4t]^{-4/5}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 2 \times \frac{1}{5} \times -4 \times -\frac{4}{5} \times -4 \times [20x - 4t]^{-9/5} \quad \text{③}$$

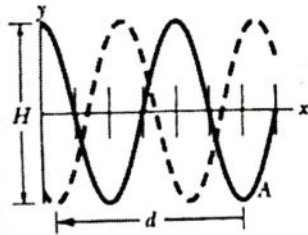
②، ③ در ① قرار دهیم

$$-2 \dots [20x - 4t]^{-9/5} = \frac{1}{v^2} \times -8 [20x - 4t]^{-9/5}$$

$$v^2 = \frac{8}{-2} = \frac{4}{-1} \Rightarrow v = \frac{2}{1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

●●●۳۳- دو موج سینوسی با دامنه یکسان $9/00\text{mm}$ و طول موج یکسان با هم در طول ریسمانی که در امتداد محور x کشیده شده است، حرکت می‌کنند. موج برآیند آنها در شکل ۳۲-۴۰ در دو حالت، وقتی ذره A در جهت منفی محور x در $8/0\text{ms}$ مسافت $d = 56/0\text{cm}$ را طی می‌کند نشان داده شده است. فاصله بین خطها در امتداد محور x بیانگر 10cm است. فرض کنید معادله برای یک موج به صورت $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi)$ باشد که در آن $\phi = 0$ است و علامت درست برای ω را نیز باید

شما تعیین کنید. برای معادله موج دیگر مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k (پ) ω ، (ت) ϕ و (ث) علامت ω .



شکل ۳۲-۴۰ مسئله ۳۳

۳۳-۳۳

① $\lambda = 4 \times 0.1 = 0.4\text{ m}$

② $v = \frac{d}{t} = \frac{56\text{ cm}}{8\text{ ms}} = \frac{0.56\text{ m}}{0.008\text{ s}} = 70\text{ (m/s)}$

③ $y_m = 9\text{ mm} = 0.009\text{ m}$

④ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi\text{ m}^{-1}$

⑤ $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{70}\text{ (s)}$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4/70} = 350\pi\text{ (rad/s)}$

⑥ $\sin(kx + \omega t)$ (موج ۱) \rightarrow حرکت در جهت مثبت x
 حرکت در جهت مثبت x \rightarrow حرکت در جهت مثبت x
 حرکت در جهت مثبت x \rightarrow حرکت در جهت مثبت x

⑦ (اگر دو موج در خلاف جهت حرکت کنند موج ایستاده تشکیل می‌دهد و در آنجا A جابجایی نمی‌شود)

●●۳۷- دو موج سینوسی با دوره تناوب یکسان با دامنه‌های $5/0$ و $7/0$ mm در یک جهت در طول یک ریزمان کشیده شده حرکت می‌کنند؛ آنها موج برابندی با دامنه $9/0$ mm ایجاد می‌کنند. ثابت فاز موج $5/0$ mm برابر صفر است. ثابت فاز موج $7/0$ mm چقدر است؟

۳-۳۷ برای حرکت برآیند موج‌های با دامنه‌های مختلف از روش تارموج استفاده می‌کنیم

بر هر موج یک بردار نسبت داده شود

→ اندازه هر بردار برابر دامنه موج

→ زاویه بین بردار و محور x برابر ثابت فاز موج

① موج \rightarrow دامنه $y_1 = 5 \text{ mm} \rightarrow \phi_1 = 0$

② موج \rightarrow دامنه $y_2 = 7 \text{ mm} \rightarrow \phi_2 = ?$

① + ② \rightarrow دامنه $y' = 9 \text{ mm}$

روش همگامی اضلاع $y' = (\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_1\delta_2 \cos \phi_2)^{1/2}$

$\rightarrow 9^2 = 5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos \phi_2$

$\cos \phi_2 = \frac{81 - 25 - 49}{2 \times 5 \times 7}$

۳۸۰۰ - چهار موج در طول یک ریسمان و در یک جهت فرستاده می‌شوند:

$$y_1(x,t) = (4/00\text{mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t)$$

$$y_2(x,t) = (4/00\text{mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + 0/7\pi)$$

$$y_3(x,t) = (4/00\text{mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + \pi)$$

$$y_4(x,t) = (4/00\text{mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + 1/7\pi)$$

دامنه موج برآیند چقدر است؟

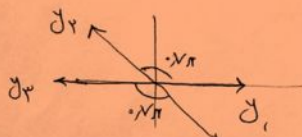
به هر موج یک بردار نسبت داده می‌شود؛ اندازه‌های بزرگی دامنه موج و فاز می‌برابر با ماز موج

$$\vec{d}_1 \rightarrow \text{طول بردار } 4 \quad \varphi_1 = 0$$

$$\vec{d}_2 \quad \quad 4 \quad \varphi_2 = 7/7\pi$$

$$\vec{d}_3 \quad \quad 4 \quad \varphi_3 = \pi$$

$$\vec{d}_4 \quad \quad 4 \quad \varphi_4 = 1/7\pi$$



$$\text{مجموع } 4 \text{ بردار} = \bullet$$

۴۱۰- (الف) کوچکترین بسامد، (ب) دومین کوچکترین بسامد و (پ) سومین کوچکترین بسامد برای موجهای ایستاده روی سیمی که طول آن $۱۰/۰\text{m}$ ، جرم آن ۱۰۰g و تحت کشش ۲۵۰N قرار دارد، چقدر است؟ WWW SSM

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{۰/۱\text{ kg}}{۱۰\text{ m}} = ۰/۰۱ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

۴۱-۳

$$T = ۲۵۰\text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{۲۵۰}{۰/۰۱}} = ۵۰\sqrt{۱۰} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

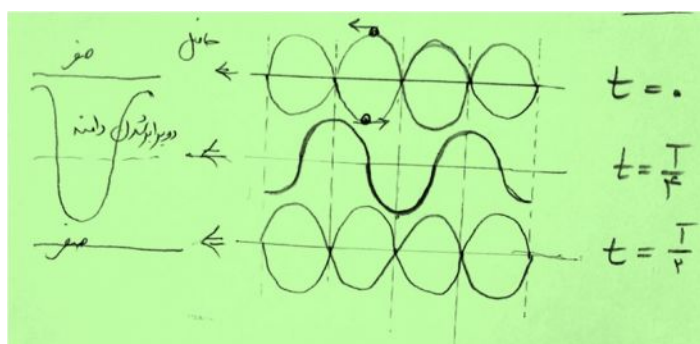
$$f = \frac{nv}{2l} = \frac{n \times ۵۰\sqrt{۱۰}}{2 \times ۱۰} = ۲۵\sqrt{۱۰} n$$

$$n=۱ \quad f_1 = ۲۵\sqrt{۱۰} \text{ Hz}$$

$$n=۲ \quad f_2 = ۵۰\sqrt{۱۰} \text{ Hz}$$

$$n=۳ \quad f_3 = ۷۵\sqrt{۱۰} \text{ Hz}$$

۴۴۰- دو موج سینوسی با طول موجها و دامنه‌های یکسان در جهت‌های مخالف در طول ریسمانی با تندی 10 cm/s حرکت می‌کنند. اگر بازه زمانی بین دو لحظه که ریسمان مستقیم است برابر با 0.5 s باشد، طول موج این موجها چقدر است؟



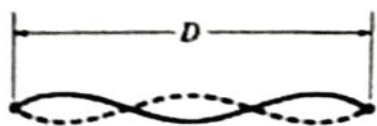
بنابراین ضربدر پنج حاصل در $T/4$ یعنی در

$$\frac{T}{4} = 0.5 \text{ s} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

$$v = 10 \text{ cm/s} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v T = 0.2 \text{ m}$$

۴۵۰- چگالی خطی یک تار نایلونی گیتار $7/2 \text{ g/m}$ است و تحت کشش 150 N قرار دارد. فاصله دو تکیه‌گاه $D = 90 \text{ cm}$ است. تار با نقش موج ایستاده نشان داده در شکل ۳۲-۴۱ نوسان می‌کند. (الف) تندی، (ب) طول موج و (پ) بسامد موجهای پیشرونده‌ای را که از برهم‌نهی آنها این موج ایستاده حاصل می‌شود، محاسبه کنید. ILW



شکل ۳۲-۴۱. مسئله ۴۵

$$\mu = 7,2 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

$$T = 150 \text{ N} \quad l = 0,9 \text{ m}$$

$$n = 3 \rightarrow \text{دریم - حلقه سینه شده است}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{150}{7,2 \times 10^{-3}}} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$\frac{3\lambda}{4} = l \Rightarrow \frac{3}{4}\lambda = 0,9 \Rightarrow \lambda = 1,2 \text{ m}$$

$$f = \frac{nv}{2l} \rightarrow f = \frac{3 \times \sqrt{\frac{150}{7,2 \times 10^{-3}}}}{2 \times 0,9} \text{ Hz}$$

: ۴۵-۳

۲۷۰- ریسمانی که بین دو تکیه‌گاه ثابت به فاصله $۷۵/۰\text{ cm}$ کشیده شده است دارای بسامدهای تشدید ۴۲۰ و ۳۱۵ Hz است و هیچ بسامد تشدید میان اینها وجود ندارد. مطلوب است (الف) پایترین بسامد تشدید و (ب) تندی موج. SSM

$$l = ۷۵\text{ m}$$

$$f = \frac{n v}{2l} \quad \text{با افزایش } n \text{ فرکانس تشدید افزایش می‌دهد}$$

$$f_n = ۳۱۵ = \frac{n v}{2l}$$

$$f_{n+1} = ۴۲۰ = \frac{(n+1)v}{2l}$$

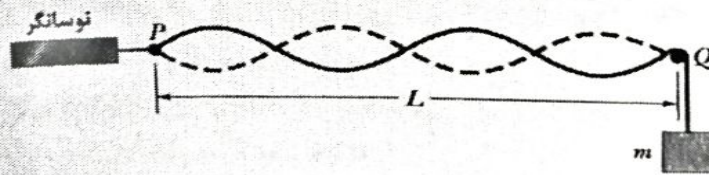
$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{۴۲۰}{۳۱۵} = \frac{n+1}{n} \Rightarrow ۴۲۰n = ۳۱۵n + ۳۱۵$$

$$۱۰۵n = ۳۱۵ \rightarrow n = ۳$$

$$f_3 = ۳۱۵ = \frac{۳ \times v}{2l} \Rightarrow \frac{v}{2l} = ۱۰۵$$

$$n=1 \quad f_1 = 1 \times \left(\frac{v}{2l} \right) = ۱۰۵ \text{ Hz}$$

۵۸۰۰- در شکل ۳۲-۴۴، ریسمانی به یک نوسانگر سینوسی در نقطه P بسته شده و از روی تکیه گاهی در نقطه Q عبور داده می شود و توسط قطعه ای به جرم m در حالت کشش قرار دارد. فاصله $L=1/20\text{m}$ ، چگالی خطی $\mu=1/6\text{g/m}$ و بسامد نوسانگر $f=120\text{Hz}$ است. دامنه حرکت در نقطه P به اندازه ای کوچک است که آن نقطه را می توان یک گره در نظر گرفت. گره دیگری در نقطه Q وجود دارد. (الف) جرم m چقدر باید باشد تا نوسانگر پنجمین هماهنگ را در ریسمان تشکیل دهد؟ (ب) اگر $m=100\text{kg}$ باشد، در صورت وجود مد موج ایستاده چیست؟



۵۸-۳

$l = 1/20\text{ m}$ $\mu = 1/6\text{ g/m}$ $f = 120\text{ Hz}$

$f = \frac{n v^2}{2l}$

$v = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$

$120 = \frac{n}{2 \times 1/20} \times \sqrt{\frac{m \times 10}{1/6 \times 10^{-3}}}$

$120 = \frac{n}{0.01} \times \sqrt{\frac{m}{1/6 \times 10^{-3}}}$

$120 = \frac{n}{0.01} \times \sqrt{\frac{m}{1/6 \times 10^{-3}}}$

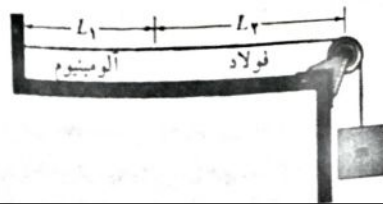
$m = 7529\text{ kg}$

$f = \frac{n \sqrt{\frac{mg}{\mu}}}{2l} = 120 \Rightarrow n = \frac{240 \times 1/20}{\sqrt{\frac{1}{6} \times 10^{-3}}}$

$n = 11,52$

لمد عرضی نیست لذا جمع اینها با شرط بازتاب می شود

●●●●۵۹- در شکل ۳۲-۴۵، یک سیم آلومینیومی به طول $L_1 = ۶۰/۵ \text{ cm}$ ، مساحت مقطع $۱/۵۰ \times ۱۰^{-۲} \text{ cm}^2$ و چگالی $۲/۸۰ \text{ g/cm}^3$ و به یک سیم فولادی با چگالی $۷/۸۰ \text{ g/cm}^3$ همان سطح مقطع متصل است. قطعه‌ای به جرم $m = ۱۰/۵ \text{ kg}$ به این سیم مرکب به صورتی بسته شده است که فاصله آن از نقطه اتصال تا فرقه نگهدارنده $۸۶/۶ \text{ m}$ است. با استفاده از یک منبع خارجی موجهای عرضی با بسامد متغیر در سیم ایجاد می‌شود؛ گره‌ای در فرقه وجود دارد. (الف) پایتترین بسامدی را تعیین کنید که موج ایستاده‌ای را ایجاد کند که یکی از گره‌ها در نقطه اتصال باشد. (ب) چند گره در این بسامد مشاهده می‌شود؟



: ۵۹ - ۳۲

$l_1 = ۶.۰ \text{ cm}$ $l_2 = ۸۶.۶ \text{ cm}$ $m = ۱۰.۵ \text{ kg}$
 $\rho_1 = ۲.۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\rho_2 = ۷.۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

جرم آلومینیوم: $m_1 = \frac{l_1 A \rho_1}{l_2}$
 فولاد: $m_2 = \frac{l_2 A \rho_2}{l_1}$

$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{m_1}{l_1}}} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{l_1 A \rho_1}{l_1}}} = \sqrt{\frac{mg}{A \rho_1}}$
 $v_2 = \sqrt{\frac{mg}{A \rho_2}}$

فرکانس سیم در هر دو یکسان است (مابداً ثابت) $f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{n_1 v_1}{2l_1} = \frac{n_2 v_2}{2l_2}$

$\Rightarrow \frac{n_1}{2l_1} \sqrt{\frac{mg}{A \rho_1}} = \frac{n_2}{2l_2} \sqrt{\frac{mg}{A \rho_2}}$

$\Rightarrow \frac{n_1}{l_1 \sqrt{\rho_1}} = \frac{n_2}{l_2 \sqrt{\rho_2}} \Rightarrow \frac{n_1}{\sqrt{۲.۸}} = \frac{n_2}{\sqrt{۷.۸}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{۲.۸}}{\sqrt{۷.۸}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{5}$

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{5}$ $n_1 = 1$ $n_2 = 5$

۶۳- دو موج سینوسی که غیر از فاز از هر جهت مشابهاند در طول ریزمانی در یک جهت حرکت می‌کنند و موج برابند $y'(x,t) = (3.0 \text{ mm}) \sin(20x - 4.0t + 0.1820 \text{ rad})$ را ایجاد می‌کنند که x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. (الف) طول موج λ دو موج، (ب) اختلاف فاز بین آنها و (پ) دامنه y_m آنها چقدر است؟

$$y_1 = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y' = y_m \cos \frac{\phi}{r} \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2} \phi)$$

$$y' = 3 \text{ mm} \sin(20x - 4t + 0.182)$$

$$y_m \cos \frac{\phi}{r} = 3 \times 10^{-3}$$

$$k = 20 \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

$$\omega = 4 \text{ (rad/s)}$$

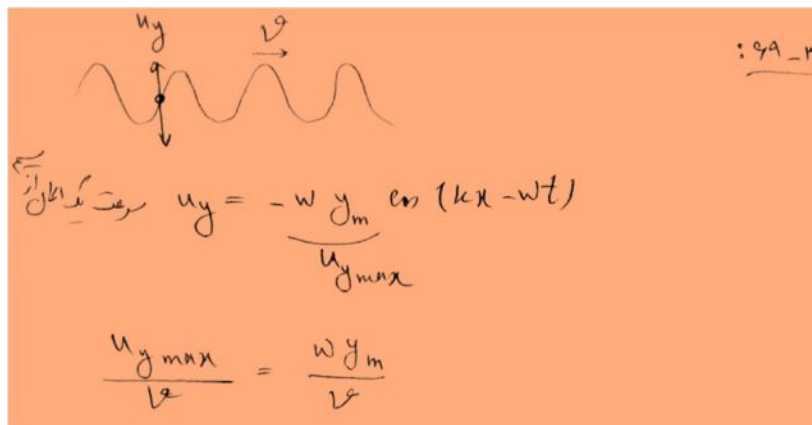
$$\frac{1}{2} \phi = 0.182 \Rightarrow \phi = 2 \times 0.182 \text{ (rad)} = 0.364 \text{ (rad)}$$

ا) $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{20} = 0.1\pi \text{ m}$

ب) $\phi = 0.364 \text{ rad}$

پ) $y_m \cos \frac{\phi}{r} = 3 \times 10^{-3} \Rightarrow y_m = \frac{3 \times 10^{-3}}{\cos(0.182)}$
 $y_m = \frac{3 \times 10^{-3}}{\cos(0.182)} \text{ (m)}$

۶۹- یک موج عرضی سینوسی با دامنه y_m و طول موج λ در طناب کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. (الف) نسبت پیشینه تندی ذره (تندی که یک ذره در طناب به طور عرضی نسبت به موج حرکت می‌کند) به تندی موج چقدر است؟ (ب) آیا این نسبت به جنس طناب بستگی دارد؟ SSM



۶۹-۲

$$u_y = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$

$u_{y \max}$

$$\frac{u_{y \max}}{v} = \frac{\omega y_m}{v}$$

۷۴- هنگام نواختن سیم ویولن در حالت معینی، پایتترین بسامد تشدید سیم 440 Hz است. بسامد (الف) دومین و (ب) سومین هماهنگ سیم چقدر است؟

$$f = \frac{nv^g}{2l} \rightarrow n=1 \rightarrow f_1 = \frac{v^g}{2l} = 440 \text{ Hz} \quad : \quad \underline{74-3}$$

$$n=2 \quad f_2 = \frac{2v^g}{2l} = 2f_1 = 880 \text{ Hz}$$

$$n=3 \quad f_3 = \frac{3v^g}{2l} = 3f_1 = 1320 \text{ Hz}$$

۸۰- نوسان یک دیپازون 600Hz موجهای ایستاده‌ای را در ریسمانی که به دو مانع بسته شده است ایجاد می‌کند. تندی موج در ریسمان 400m/s است. موج ایستاده دارای چهار حلقه با دامنه 2.0mm است. (الف) طول ریسمان چقدر است؟ (ب) معادله‌ای برای جابه‌جایی ریسمان بر حسب تابعی از مکان و زمان بنویسید.

l

$n=4$, $f=400\text{ Hz}$, $v=400\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$f = \frac{nv}{2l} \Rightarrow 400 = \frac{4 \times 400}{2l} \Rightarrow l = \frac{16}{16} = \frac{4}{4} = 1.0\text{ m}$

حاصل نرم نمی‌تواند
 در شکل موج ایستاده

$y' = 2y_m \sin kx \cos \omega t$
 دامنه هر حلقه

$\omega = 2\pi f = 1200\pi$

در حلقه هر حلقه $\sin kx = 1 \rightarrow 2y_m = 2 \times 1.0^{-3}\text{ m}$

$y' = 2 \times 1.0^{-3} (m) \cos 1200\pi t$