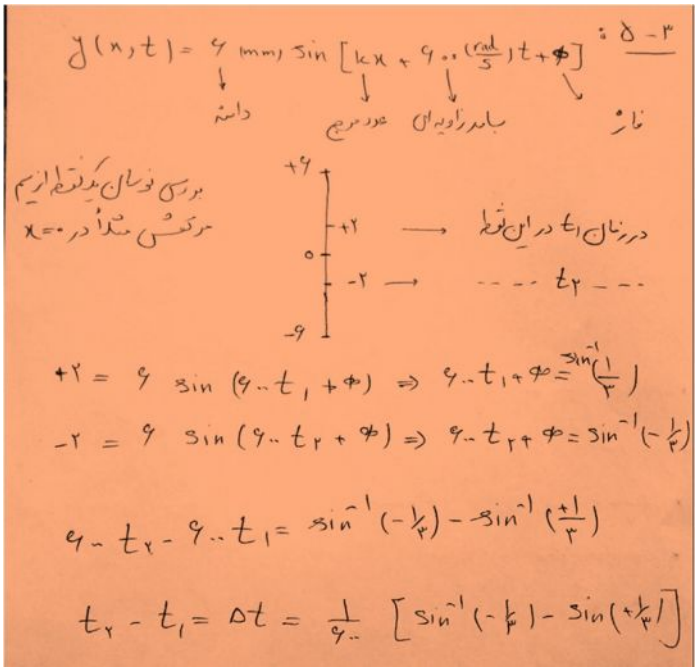
جلسه دوازدهم

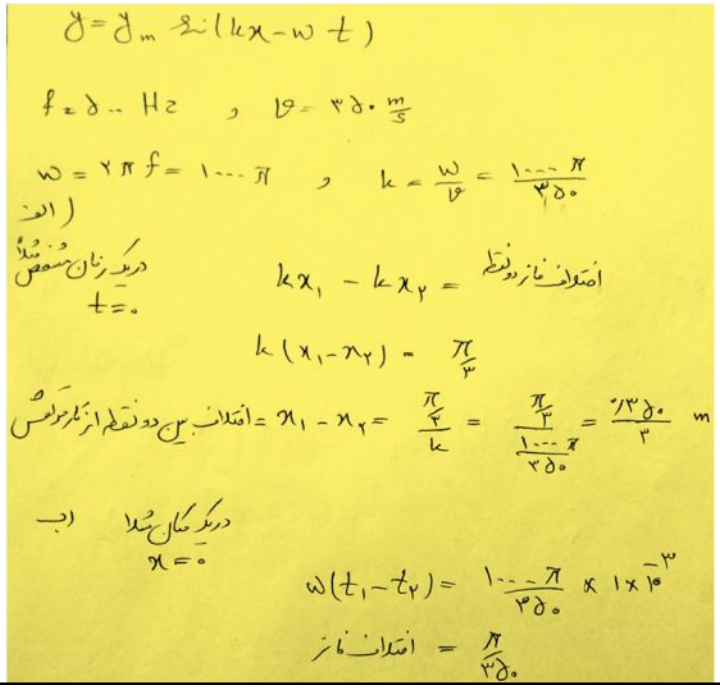
حل سوالات آخر فصل ۳

● ۵- اگر معادلهٔ $y(x,t) = (۶/۰\,\text{mm})\sin[kx + (۶۰۰\,\text{rad/s})t + \phi$ بیانگر یک موج پیشرونده در طول ریسمانی باشد، چه مدت طول می‌کشد تا نقطه‌ای روی ریسمان فاصلهٔ بین جابه‌جایی $y = +۲/۰\,\text{mm}$ و $y = -۲/۰\,\text{mm}$ را طی کند؟

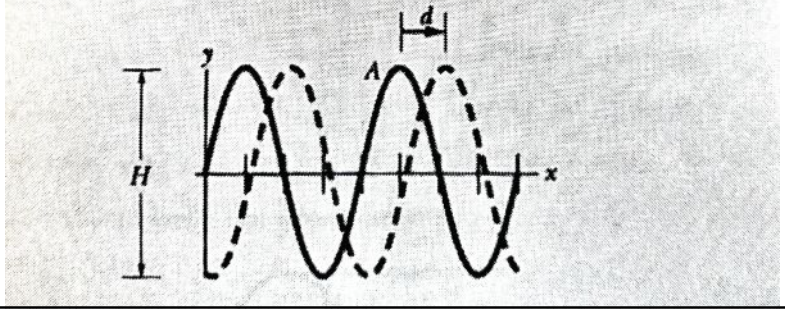


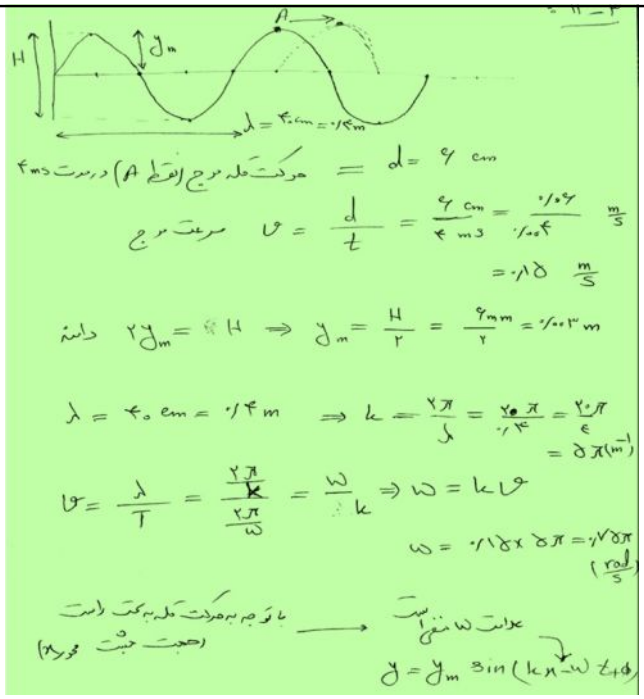
●●۷- تندی یک موج سینوسی با بسامد ۵۰۰Hz برابر ۳۵۰m/s است. (الف) اختلاف فاز دو نقطه در چه فاصله‌ای از یکدیگر برابر $\pi/3$ rad است؟ (ب) اختلاف فاز بین دو جابه‌جایی در نقطه‌ای معین در زمان $t = 1/00$ ms، چقدر است؟

ILW



●●۱۱۰۰- یک موج سینوسی که در طول ریسمانی حرکت می‌کند دو بار در شکل ۳۲-۳۴ نشان داده شده است، به طوری که قلهٔ A در زمان $4/0\,ms$ مسافت $d = 6/0\,cm$ را در جهت مثبت محور x طی می‌کند. فاصلهٔ بین خطهای رسم شده در امتداد محور برابر $10\,cm$ و ارتفاع $H = 6/00\,mm$ است. اگر معادلهٔ موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m، (ب) k (پ) ω، (ت) علامت درست برای ω .





حرکت قله موج (نقطه A) در مدت $4\,ms$ $\Rightarrow d = 6\,cm$

سرعت موج $v = \frac{d}{t} = \frac{6\,cm}{4\,ms} = \frac{0/06}{0/004}\ \frac{m}{s}$

$= 0/15\ \frac{m}{s}$

دامنه $2y_m = H \Rightarrow y_m = \frac{H}{2} = \frac{6\,mm}{2} = 0/003\,m$

$\lambda = 40\,cm = 0/4\,m \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0/4} = \frac{20\pi}{4}$

$= 5\pi\ (m^{-1})$

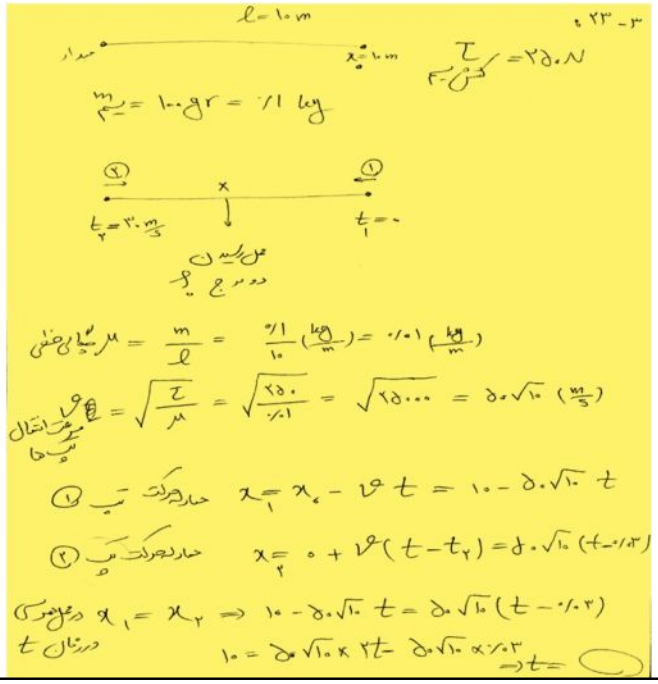
$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = kv$

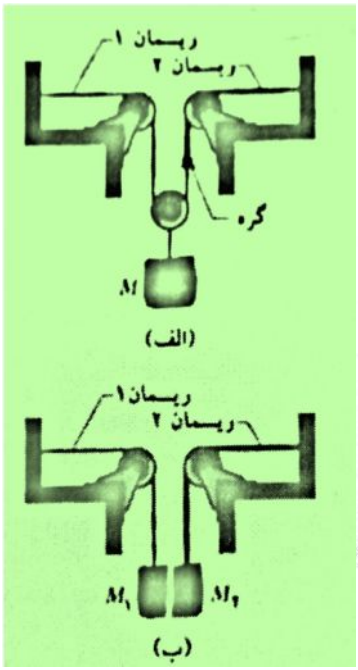
$\omega = 0/15 \times 5\pi = 0/75\pi\ \left(\frac{rad}{s}\right)$

با توجه به حرکت قله به راست (جهت مثبت محور x) $\longrightarrow$ علامت ω منفی است

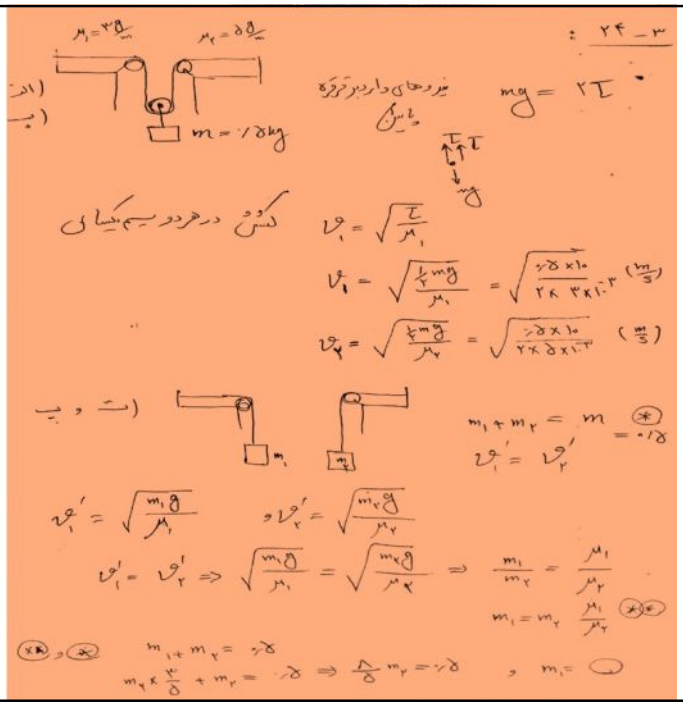
$y = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$

۲۳۰۰- یک انتهای سیمی به جرم ۱۰۰ گرم در $x=0$ و انتهای دیگرش در $x=10/0\,m$ است و تحت کشش ۲۵۰ N قرار دارد. در لحظهٔ $t=0$، تپ ۱ از انتهای واقع در $x=10/0\,m$ در طول سیم فرستاده می‌شود. در لحظهٔ $t=30/0\,ms$، تپ ۲ از انتهای دیگر، در $x=0$، در طول سیم فرستاده می‌شود. تپها در چه مکان x به هم می‌رسند؟ ILW

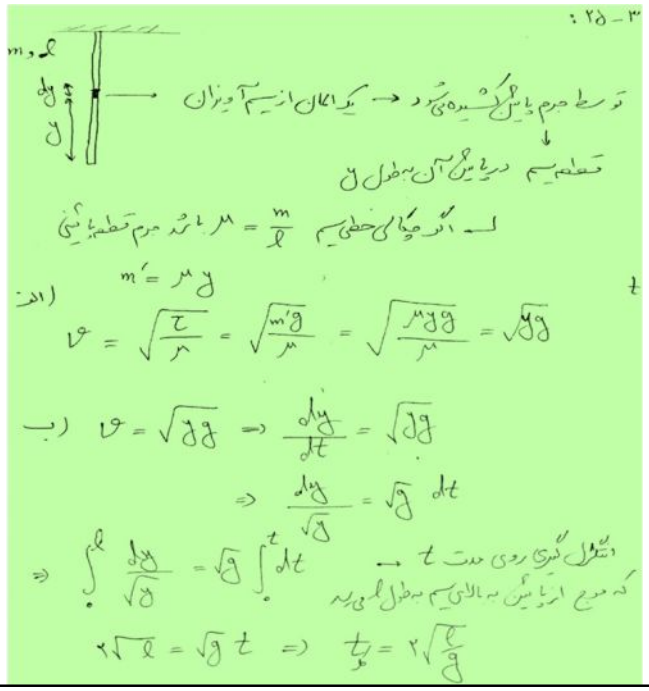




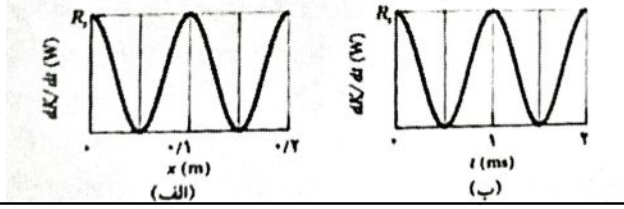
۲۴●●●- در شکل ۳۲-۳۸ الف، چگالی خطی ریسمان ۱ برابر با ۳/۰۰g/m و چگالی خطی ریسمان ۲ برابر با ۵/۰۰g/m است. این ریسمانها تحت کشش ناشی از قطعه‌ای آویزان به جرم $M = 500g$ قرار دارند. تندی موج را در (الف) ریسمان ۱ و (ب) ریسمان ۲ حساب کنید. (*راهنمایی*: وقتی ریسمان نیمی به دور قرقره پیچیده است قرقره را با نیروی خالصی که دو برابر کشش در ریسمان است می‌کشد.) سپس قطعه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم $(M_1 + M_2 = M)$ و دستگاه را مطابق شکل ۳۲-۳۸ ب درمی‌آوریم. (پ) M_1 و (ت) M_2 را به گونه‌ای تعیین کنید که تندی در هر دو ریسمان یکسان باشد.

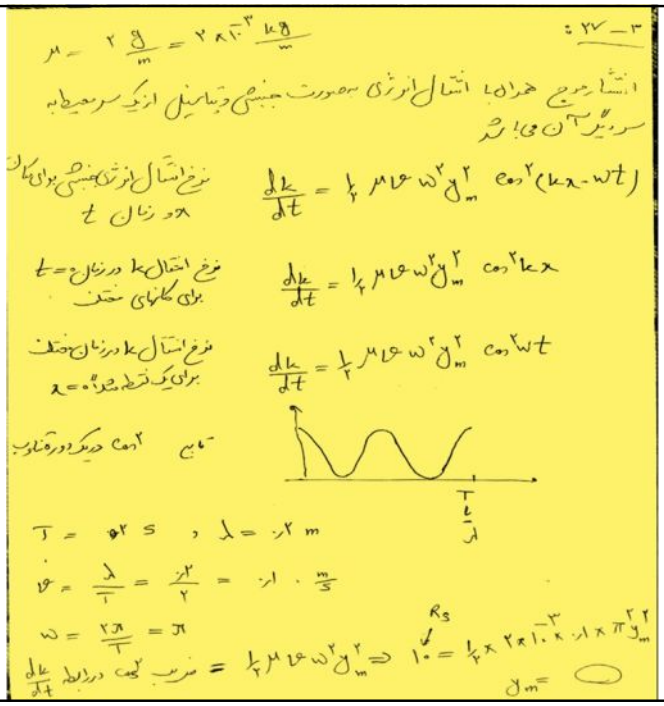


۲۵●●●- طناب یکنواختی به جرم m و طول L از سقف آویزان است. (الف) نشان دهید که تندی یک موج عرضی در طناب تابعی از y یعنی فاصله از انتهای پایینی است و با رابطهٔ $v = \sqrt{gy}$ داده می‌شود. (ب) نشان دهید که زمان لازم برای حرکت یک موج عرضی در طول طناب با رابطهٔ $t = 2\sqrt{L/g}$ داده می‌شود.



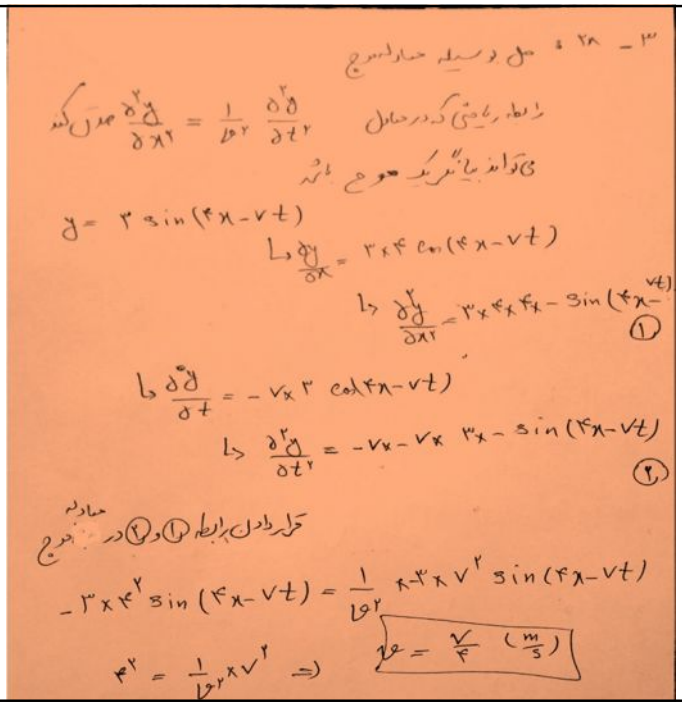
●●۲۷- یک موج سینوسی در طول ریسمانی با چگالی خطی ۲/۰ g/m فرستاده می‌شود. وقتی موج حرکت می‌کند، انرژیهای جنبشی عنصرهای جرم در طول ریسمان تغییر می‌کنند. شکل ۳۲-۳۹ الف که برحسب تابعی از مسافت x در طول ریسمان رسم شده، آهنگ dK/dt را که با آن انرژی جنبشی در لحظهٔ معینی از عنصر ریسمان می‌گذرد نشان می‌دهد. شکل ۳۲-۳۹ ب مشابه آن است به جز اینکه این شکل برحسب تابعی از زمان t رسم شده و آهنگی را که با آن انرژی جنبشی از یک عنصر جرم معین (در مکان مشخص) عبور می‌کند به دست می‌دهد. در هر دو شکل، مقیاس روی محور عمودی (آهنگ) با $R_s = 10$ W مشخص شده است. دامنهٔ موج چقدر است؟





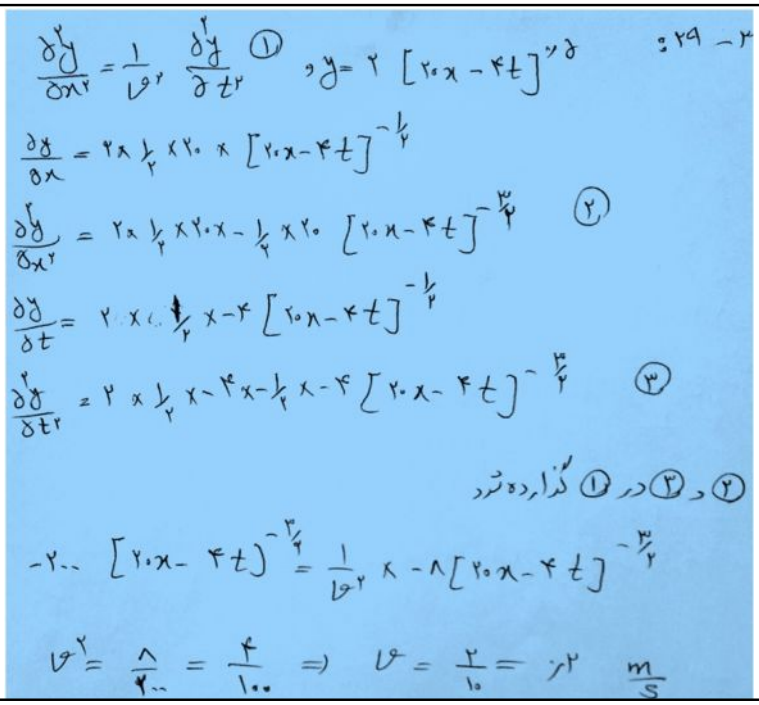
۲۸● - با استفاده از معادلهٔ موج ~~تنشی~~ موج زیر را به دست آورید.

$$y(x,t) = (3/00\,\text{mm})\sin\left[(4/00\,\text{m}^{-1})x - (7/00\,\text{s}^{-1})t\right]$$

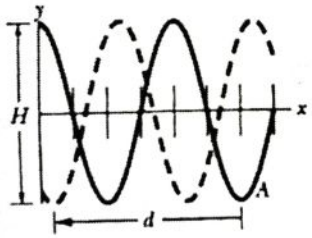


●●۲۹۰۰- با استفاده از معادلهٔ موج تندی موج زیر را به دست آورید.

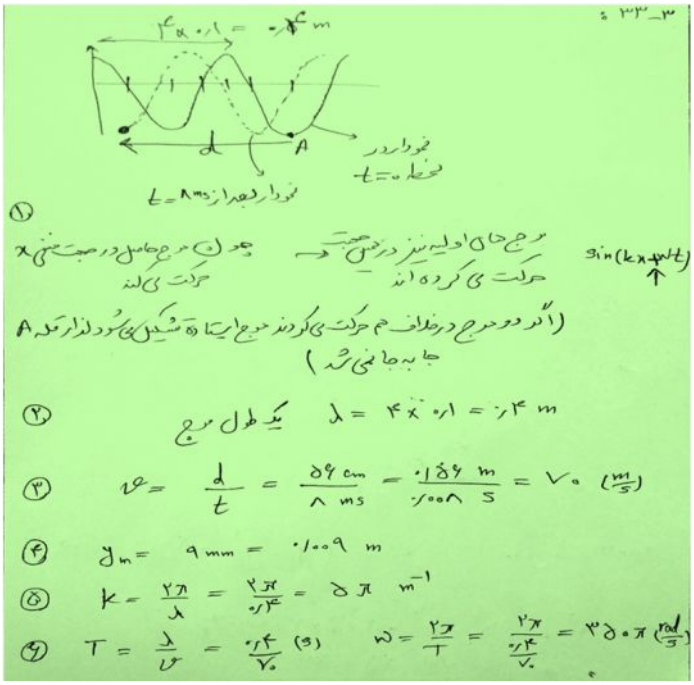
$$y(x,t) = (۲/۰۰\text{mm})[(۲۰\,\text{m}^{-1})x - (۴/۰\,\text{s}^{-1})t]^{۰/۵}$$



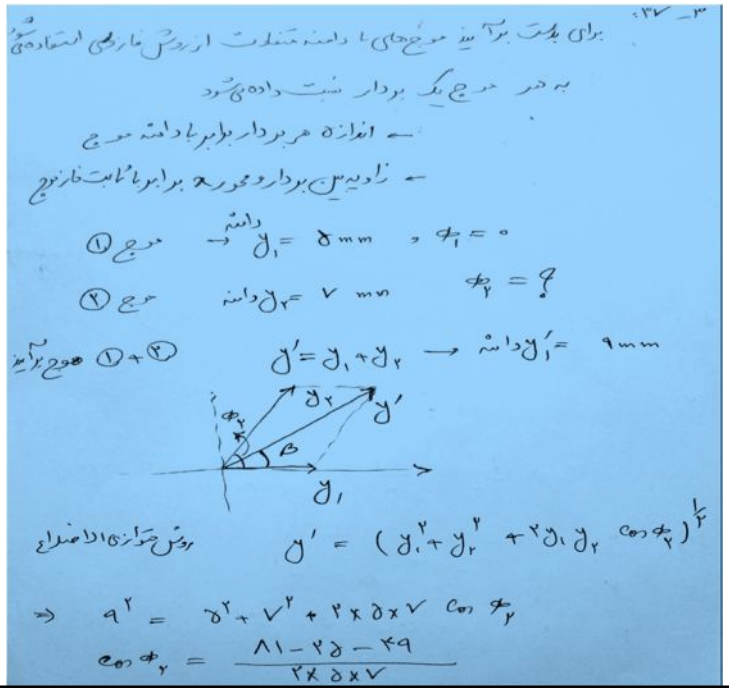
●●۳۳- دو موج سینوسی با دامنهٔ یکسان ۹/۰۰mm و طول موج یکسان با هم در طول ریسمانی که در امتداد محور x کشیده شده است، حرکت می‌کنند. موج برآیند آنها در شکل ۳۲-۴۰ در دو حالت، وقتی ذرهٔ A در جهت منفی محور x در ۸/۰ms مسافت $d = 56/0\text{cm}$ را طی می‌کند نشان داده شده است. فاصلهٔ بین خط‌ها در امتداد محور x بیانگر ۱۰cm است. فرض کنید معادله برای یک موج به صورت $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi_1)$ باشد که در آن $\phi_1 = 0$ است و علامت درست برای ω را نیز باید شما تعیین کنید. برای معادلهٔ موج دیگر مطلوب است (الف) y_m، (ب) k (پ) ω، (ت) ϕ_1، و (ث) علامت ω.



شکل ۳۲-۴۰ مسئلهٔ ۳۳



●●۳۷- دو موج سینوسی با دورهٔ تناوب یکسان با دامنه‌های ۵/۰ و ۷/۰ mm در یک جهت در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کنند؛ آنها موج برایندی با دامنهٔ ۹/۰ mm ایجاد می‌کنند. ثابت فاز موج ۵/۰ mm برابر صفر است. ثابت فاز موج ۷/۰ mm چقدر است؟



●●۳۸- چهار موج در طول یک ریسمان و در یک جهت فرستاده می‌شوند:

$$y_1(x,t) = (۴/۰\,\text{mm})\sin(۲\pi x - ۴۰۰\pi t)$$

$$y_2(x,t) = (۴/۰\,\text{mm})\sin(۲\pi x - ۴۰۰\pi t + ۰/۷\pi)$$

$$y_3(x,t) = (۴/۰\,\text{mm})\sin(۲\pi x - ۴۰۰\pi t + \pi)$$

$$y_4(x,t) = (۴/۰\,\text{mm})\sin(۲\pi x - ۴۰۰\pi t + ۱/۷\pi)$$

دامنهٔ موج برایند چقدر است؟

۳۸ ـ۳ :

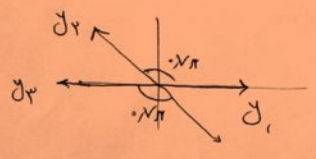
به هر موج یک بردار نسبت داده می‌شود با اندازه‌ای به بزرگی دامنه موج و فازی برابر با فاز موج

$\vec{y}_1$ → طول بردار ۴ $\varphi_1 = ۰$

$\vec{y}_2$ " ۴ $\varphi_2 = ۰/۷\pi$

$\vec{y}_3$ " ۴ $\varphi_3 = \pi$

$\vec{y}_4$ " ۴ $\varphi_4 = ۱/۷\pi$



جمع ۴ بردار = ۰

●۴۱- (الف) کوچکترین بسامد، (ب) دومین کوچکترین بسامد و (پ) سومین کوچکترین بسامد برای موجهای ایستاده روی سیمی که طول آن ۱۰/۰m، جرم آن ۱۰۰g و تحت کشش ۲۵۰N قرار دارد، چقدر است؟ WWW SSM

۴۱-۴

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{0.1\ kg}{10\ m} = 0.01\ \frac{kg}{m}$$

$$T = 250\ N$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{0.01}} = 50\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$$

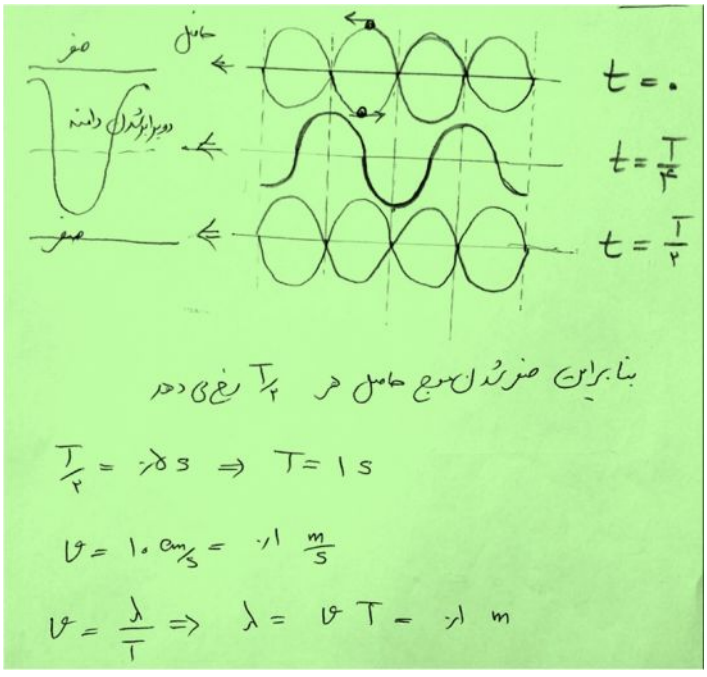
$$f = \frac{nv}{2\ell} = \frac{n \times 50\sqrt{10}}{2 \times 10} = 2.5\sqrt{10}\ n$$

$n=1$ $f_1 = 2.5\sqrt{10}$ Hz

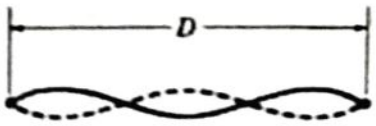
$n=2$ $f_2 = 5\sqrt{10}$ Hz

$n=3$ $f_3 = 7.5\sqrt{10}$ Hz

۴۴- دو موج سینوسی با طول موجها و دامنه‌های یکسان در جهتهای مخالف در طول ریسمانی با تندی ۱۰cm/s حرکت می‌کنند. اگر بازهٔ زمانی بین دو لحظه که ریسمان مستقیم است برابر با ۰/۵۰s باشد، طول موج این موجها چقدر است؟



۴۵۰- چگالی خطی یک تار نایلونی گیتار $7/2\,g/m$ است و تحت کشش $150\,N$ قرار دارد. فاصلهٔ دو تکیه‌گاه $D = 90\,cm$ است. تار با نقش موج ایستادهٔ نشان داده در شکل ۳۲-۴۱ نوسان می‌کند. (الف) تندی، (ب) طول موج و (پ) بسامد موجهای پیشرونده‌ای را که از برهم‌نهی آنها این موج ایستاده حاصل می‌شود، محاسبه کنید. **ILW**



شکل ۳۲-۴۱ مسئلهٔ ۴۵

۴۵ - ۳ :

$\mu = 7/2 \frac{g}{m}$

$T = 180\,N \qquad l = 0/9\,m$

در سیم سه حلقه تشکیل شده است $\rightarrow n = 3$

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{180}{7/2 \times 10^{-3}}} \quad (\frac{m}{s})$

$\frac{3\lambda}{2} = l \Rightarrow \frac{3}{2}\lambda = 0/9 \Rightarrow \lambda = 0/6\,m$

$f_n = \frac{nv}{2l} \rightarrow f = \frac{3 \times \sqrt{\frac{180}{7/2} \times 10^2}}{2 \times 0/9}\ Hz$

۴۷۰- ریسمانی که بین دو تکیه‌گاه ثابت به فاصلهٔ ۷۵/۰cm کشیده شده است دارای بسامدهای تشدیدی ۴۲۰ و ۳۱۵Hz است و هیچ بسامد تشدیدی میان اینها وجود ندارد. مطلوب است (الف) پایین‌ترین بسامد تشدیدی و (ب) تندی موج. SSM

۴۱:

$\ell = ۰/۷۵\ m$

$f = \frac{nv}{2\ell}$ با افزایش n فرکانس تشدید افزایش می‌یابد

$f_n = ۳۱۵ = \frac{nv}{2\ell}$

$f_{n+1} = ۴۲۰ = \frac{(n+1)v}{2\ell}$

$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{۴۲۰}{۳۱۵} = \frac{n+1}{n} \Rightarrow ۴۲۰n = ۳۱۵n + ۳۱۵$

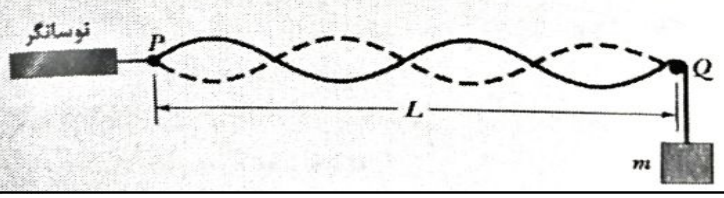
$۱۰۵n = ۳۱۵ \rightarrow n = ۳$

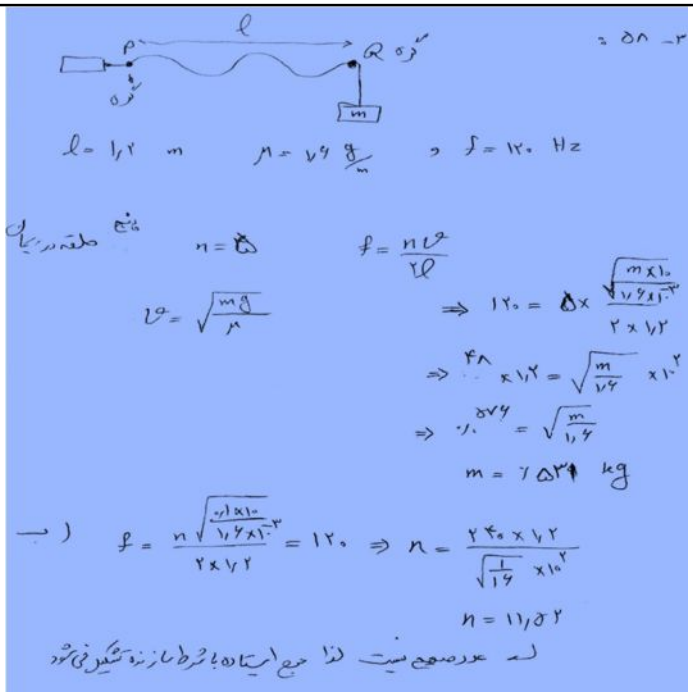
$f_۳ = ۳۱۵ = \frac{۳(v)}{(2\ell)} \Rightarrow \frac{v}{2\ell} = ۱۰۵$

$n=۱$

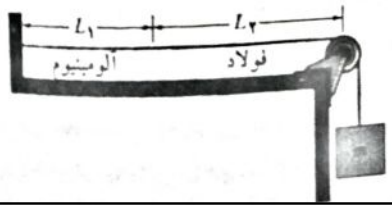
$f_۱ = ۱\times(\frac{v}{2\ell}) = ۱۰۵\ Hz$

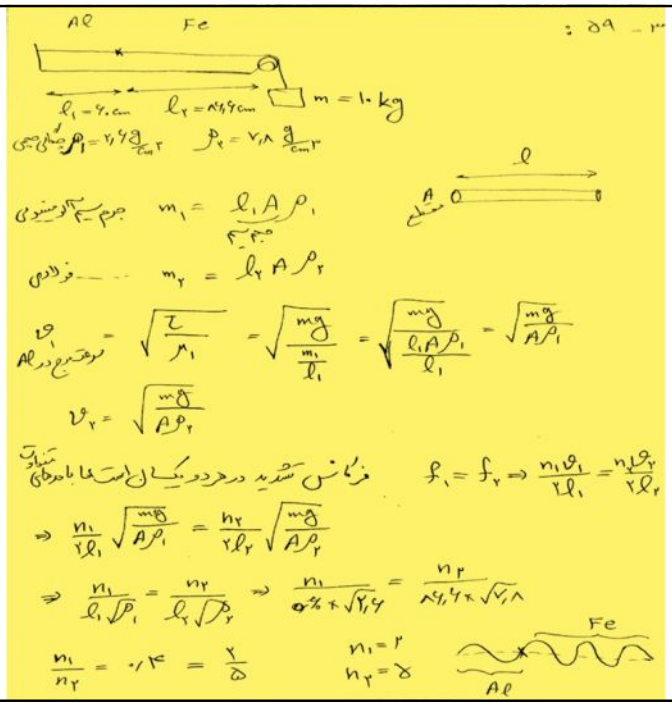
●●۵۸- در شکل ۳۲-۴۴، ریسمانی به یک نوسانگر سینوسی در نقطهٔ P بسته شده و از روی تکیه‌گاهی در نقطهٔ Q عبور داده می‌شود و توسط قطعه‌ای به جرم m در حالت کشش قرار دارد. فاصلهٔ $L=1/20\,m$، چگالی خطی $\mu=1/6\,g/m$ و بسامد نوسانگر $f=120\,Hz$ است. دامنهٔ حرکت در نقطهٔ P به اندازه‌ای کوچک است که آن نقطه را می‌توان یک گره درنظر گرفت. گرهٔ دیگری در نقطهٔ Q وجود دارد. (الف) جرم m چقدر باید باشد تا نوسانگر پنجمین هماهنگ را در ریسمان تشکیل دهد؟ (ب) اگر $m=100\,kg$ باشد، در صورت وجود مد موج ایستاده چیست؟





●●●۵۹- در شکل ۳۲-۴۵، یک سیم آلومینیومی به طول $L_1 = ۶۰/۰\text{cm}$، مساحت مقطع $۱/۰۰\times۱۰^{-۲}\text{cm}^{۲}$ و چگالی $۲/۶۰\text{g/cm}^{۳}$ به یک سیم فولادی با چگالی $۷/۸۰\text{g/cm}^{۳}$ و همان سطح مقطع متصل است. قطعه‌ای به جرم $m=۱۰/۰\text{kg}$ به این سیم مرکب به صورتی بسته شده است که فاصلهٔ L_1 نقطهٔ اتصال تا قرقره نگهدارنده $۸۶/۶\text{m}$ است. با استفاده از یک منبع خارجی موجهای عرضی با بسامد متغیر در سیم ایجاد می‌شود؛ گره‌ای در قرقره وجود دارد. (الف) پایینترین بسامدی را تعیین کنید که موج ایستاده‌ای را ایجاد کند که یکی از گره‌ها در نقطهٔ اتصال باشد. (ب) چند گره در این بسامد مشاهده می‌شود؟





۶۳- دو موج سینوسی که غیر از فاز از هر جهت مشابه‌اند در طول ریسمانی در یک جهت حرکت می‌کنند و موج برایند $y'(x,t) = (۳/۰\,\text{mm})\sin(۲۰x - ۴/۰t + ۰/۸۲۰\,\text{rad})$ را ایجاد می‌کنند که x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) طول موج λ دو موج، (ب) اختلاف فاز بین آنها و (پ) دامنهٔ y_m آنها چقدر است؟

$y_1 = y_m \sin(kx - \omega t)$

$y_2 = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$

$y' = 2y_m \cos\frac{\phi}{2} \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi)$

$y' = ۳\,\text{mm} \sin(۲۰x - ۴t + ۰/۸۲)$

$2y_m \cos\frac{\phi}{2} = ۳\times۱۰^{-۳}$

$k = ۲۰\ (\text{m}^{-1})$

$\omega = ۴\ (\frac{\text{rad}}{\text{s}})$

$\frac{1}{2}\phi = ۰/۸۲ \Rightarrow \phi = ۲\times۰/۸۲\ \text{rad} = ۱/۶۴\ \text{rad}$

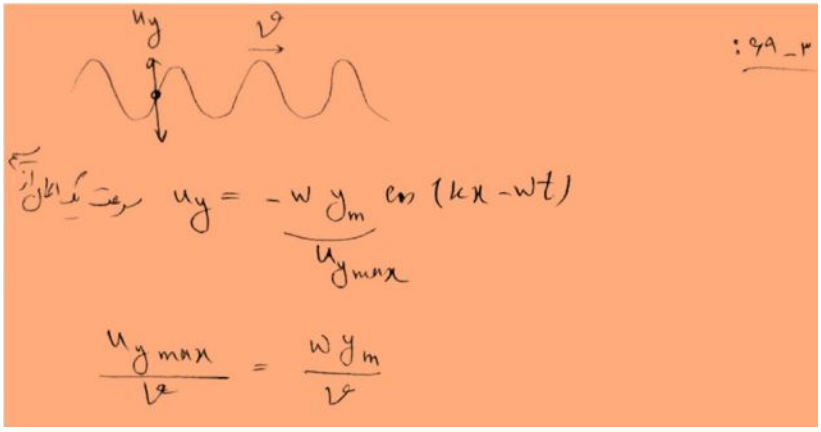
الف) $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{۲۰} = ۰/۱\pi\ \text{m}$

ب) $\phi = ۱/۶۴\ \text{rad}$

پ) $2y_m \cos\frac{\phi}{2} = ۳\times۱۰^{-۳} \Rightarrow y_m = \frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۲\times\cos(۰/۸۲)}$

$y_m = \frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۲\times۰/۶۸۲}\ (\text{m})$

۶۹- یک موج عرضی سینوسی با دامنهٔ y_m و طول موج λ در طناب کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. (الف) نسبت بیشینهٔ تندی ذره (تندیی که یک ذره در طناب به طور عرضی نسبت به موج حرکت می‌کند) به تندی موج چقدر است؟ (ب) آیا این نسبت به جنس طناب بستگی دارد؟ SSM



۷۴- هنگام نواختن سیم ویولن در حالت معینی، پایینترین بسامد تشدیدی سیم ۴۴۰Hz است. بسامد (الف) دومین و (ب) سومین هماهنگ سیم چقدر است؟

۷۴ـ۳ :

$$f = \frac{nv}{2\ell} \rightarrow n=1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2\ell} = 440\,Hz$$

$$n=2 \quad f_2 = \frac{2v}{2\ell} = 2f_1 = 880\,Hz$$

$$n=3 \quad f_2 = \frac{3v}{2\ell} = 3f_1 = 1320\,Hz$$

۸۰- نوسان یک دیاپازون ۶۰۰Hz موجهای ایستاده‌ای را در ریسمانی که به دو مانع بسته شده است ایجاد می‌کند. تندی موج در ریسمان ۴۰۰m/s است. موج ایستاده دارای چهار حلقه با دامنهٔ ۲/۰mm است. (الف) طول ریسمان چقدر است؟ (ب) معادله‌ای برای جابه‌جایی ریسمان برحسب تابعی از مکان و زمان بنویسید.