تداخل امواج صوتی

$$S_1 = S_m \cos(kx - \omega t)$$
$$S_2 = S_m \cos(kx - \omega t + \phi)$$

$$S' = \underbrace{2S_m \cos(\frac{\phi}{2})}_{S'_m} \cos(kx - \omega t + \frac{\phi}{2})$$

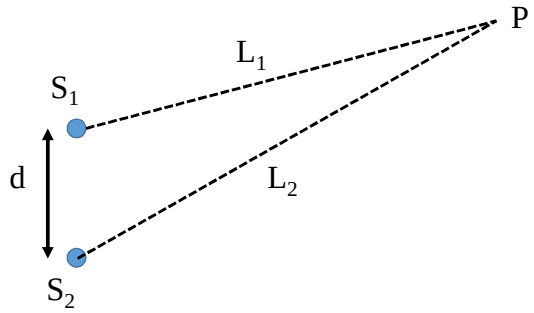
۱- دامنه موج حاصل از تداخل $S'_m = 2S_m \cos(\frac{\phi}{2})$

۲- کیفیت موج حاصل از تداخل به اختلاف فاز ϕ بین دو موج رسیده به نقطه مورد نظر وابسته است

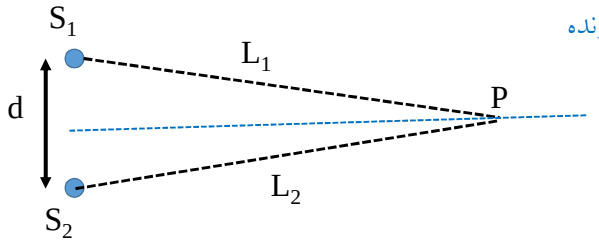
۳- ϕ را می توان توسط اختلاف راه بین موج های رسیده کنترل نمود

۱- صوت توسط دو چشمه نقطه ای S_1 و S_2 منتشر می شود. که چشمه ها؛ هم دامنه، هم فاط و هم طول موجند

۲- نقطه P در فاصله دور نسبت به دو چشمه قرار دارد بگونه ای که امواج رسیده به P را می توان تقریبا به صورت هم راستا در نظر گرفت



۳- اگر نقطه P روی عمود منصف خط واصل بین دو چشمه باشد فاصله طی شده توسط موج تا نقطه P ($L_1 = L_2$) بوده و بنابراین دو موج کاملا هم فازمی باشند. تداخل سازنده



$$S'_m = 2S_m \cos(\frac{\phi}{2}) \xrightarrow{\phi=0} S'_m = 2S_m$$

٤- اختلاف راه طی شده بین چشمه ها تا نقطه P منجر به اختلاف فاز شده است

$$S_1 = S_m \cos(kx_1 - \omega t)$$
$$S_2 = S_m \cos(kx_2 - \omega t)$$

$$\phi = kx_2 - kx_1 = k(L_2 - L_1) = k\Delta L$$

$$\phi = k(L_2 - L_1) = k\Delta L = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

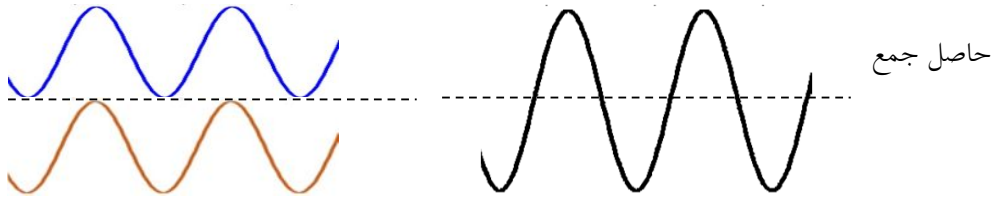
۵- تداخل سازنده:

اگر اختلاف فاز مضرب صحیحی از 2π باشد نوع تداخل سازنده خواهد بود و دامنه موج دو برابر دامنه هر کدام از موج ها خواهد بود

$$\phi = m\,(2\pi) \quad , m = 0\,,\,1\,,\,2\,,\,\ldots$$

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{\lambda} = m \quad \rightarrow \quad \Delta L = m\lambda$$

اگر اختلاف راه طی شده توسط دو صوت مضرب صحیحی از λ باشد نوع تداخل سازنده خواهد بود



حاصل جمع

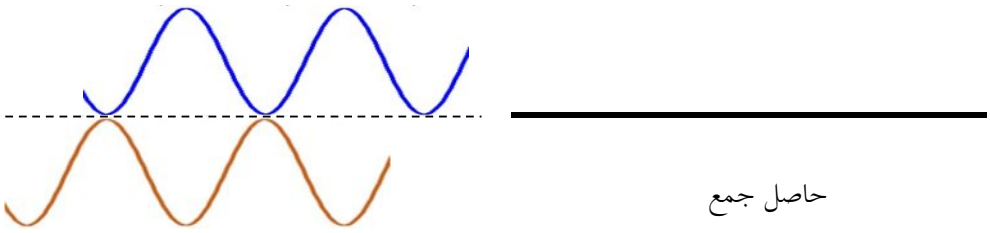
٦- تداخل ویرانگر:

اگر اختلاف فاز مضرب فردی از π باشد تداخل دو موج ویرانگر خواهد بود و همدیگر را حذف می کنند

$$\phi = (2m+1)\,\pi \quad , m = 0\,,\,1\,,\,2\,,\,\ldots$$

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{2m+1}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta L = (m+\frac{1}{2})\lambda$$

اگر اختلاف راه طی شده توسط دو صوت مضربی از $0.5\,\lambda$ یا $1.5\,\lambda$ یا $2.5\,\lambda$ و ... باشد نوع تداخل ویرانگر خواهد بود



حاصل جمع

Interference in Sound Waves

Sound from S can reach R by two different paths.

The distance along any path from speaker to receiver is called the **path length**, *r*.

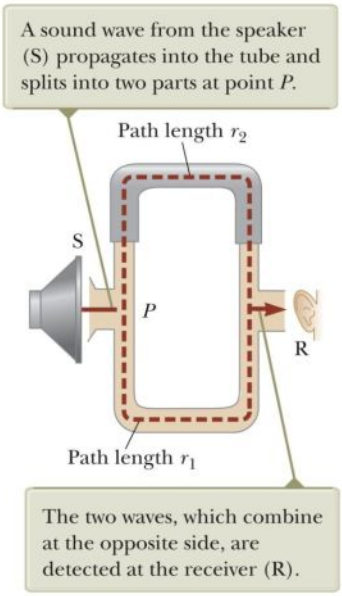
The lower path length, r_1, is fixed.

The upper path length, r_2, can be varied.

Whenever $\Delta r = |r_2 - r_1| = n\,\lambda$, constructive interference occurs.

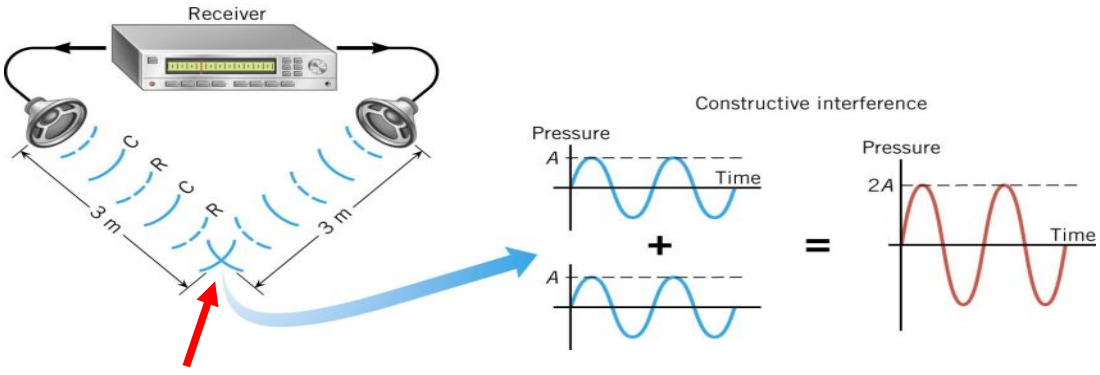
- $n = 0, 1, \ldots$

A maximum in sound intensity is detected at the receiver.



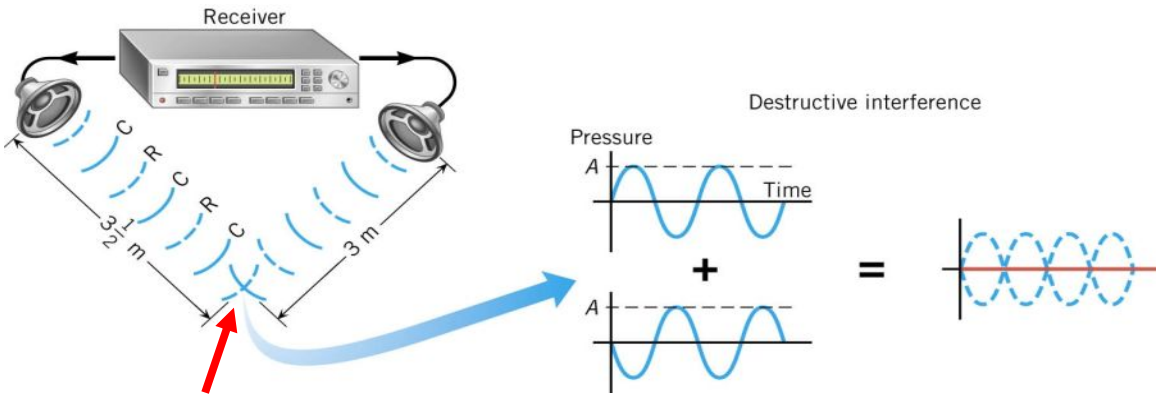
صوت منتشر شده توسط دو بلندگو دارای طول موجی برابر با 1 m می باشد.

در محل مشخص شده با توجه به آنکه اختلاف راه صفر است تداخل سازنده داریم

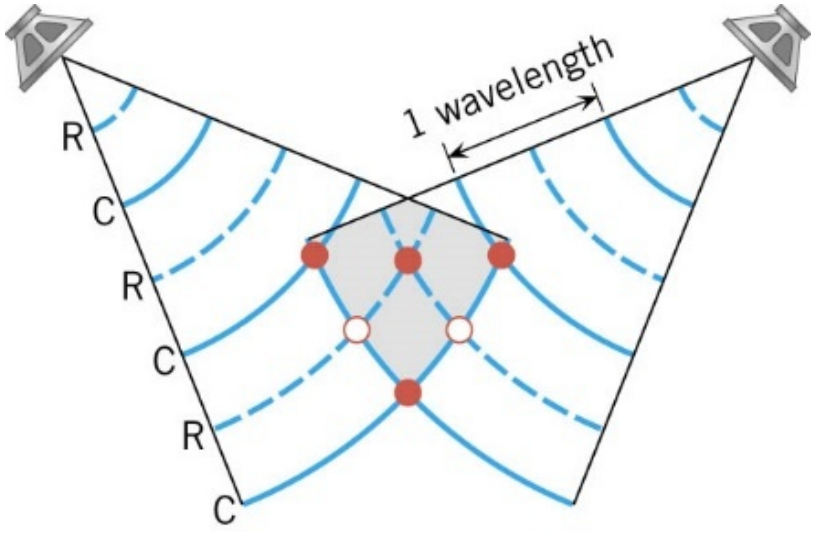


تداخل دو بعدی- ویرانگر

در محل مشخص شده با توجه به آنکه اختلاف راه نصف طول موج است تداخل ویرانگر داریم

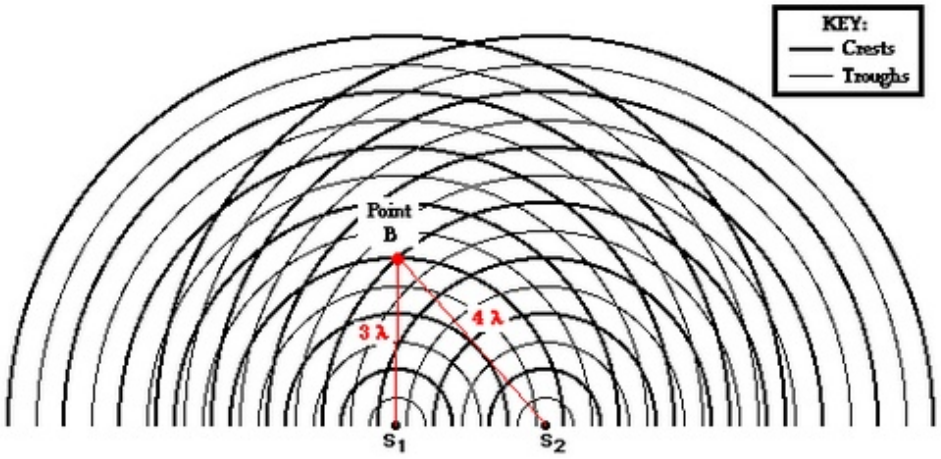


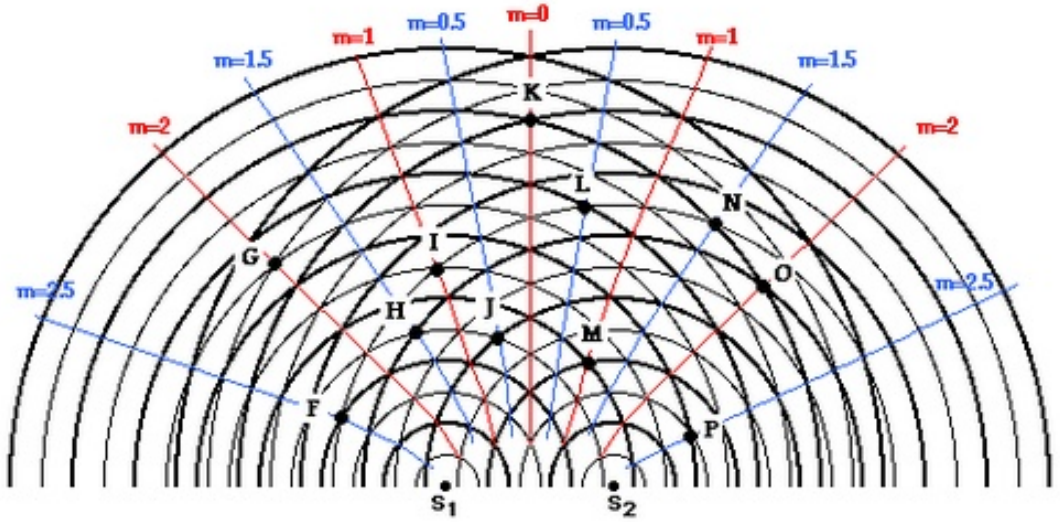
تداخل دو بعدی

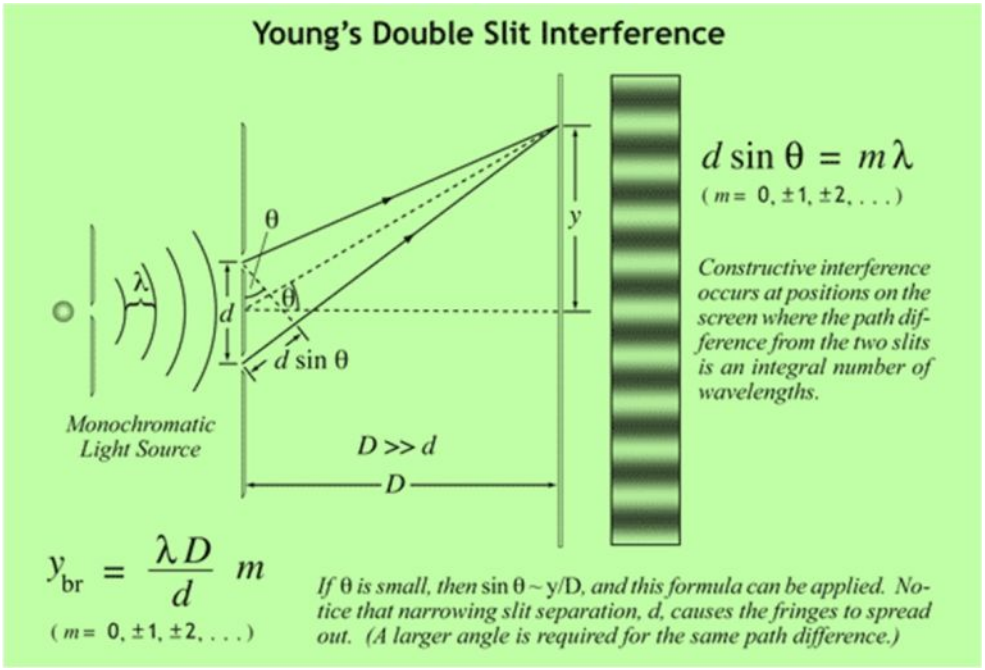


$PD = |S_1B - S_2B| = |3\lambda - 4\lambda| = 1\lambda$

PD = Path Difference
(in terms of λ's)







ضربان (Beat)

اگر دو موج صوتی با فرکانس های به هم نزدیک (f_1 و f_2) منتشر شوند:

تشخیص آنها از هم دشوار خواهد بود

به نحوی که یک تک صوت با فرکانسی برابر با متوسط دو فرکانس شنیده می شود

همچنین اعوجاج های منظمی در شدت صوت مشاهده می شود جایی که شدت به ارامی کم و زیاد می شود

ضربان های نوسان کننده در فرکانسی برابر با اختلاف فرکانس موج ها (f_2-f_1) تکرار می شوند

بررسی تغییرات وابسته به زمان جابه جایی یک المان از محیط

دامنه یکسان

فرکانسها متفاوت ($\omega_2 > \omega_1$)

x = 0 ⟶

$$s_1 = s_m \cos\omega_1 t$$
$$s_2 = s_m \cos\omega_2 t$$

$$s = s_1 + s_2 = s_m\left[\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t\right]$$

استفاده از معادله مثلثاتی زیر:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos[\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)]\cos[\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)]$$

$$s = s_1 + s_2 = s_m\left[\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t\right]$$

$$s = 2s_m \cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t]\cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t]$$

$$\begin{cases} s = 2s_m \cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t]\cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t] \\ \omega' = \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \\ \omega = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \end{cases}$$

$$s(t) = [2s_m \cos\omega' t]\cos\omega t$$

اگر فرکانس های زاویه ای خیلی به هم نزدیک باشند $\omega \gg \omega'$

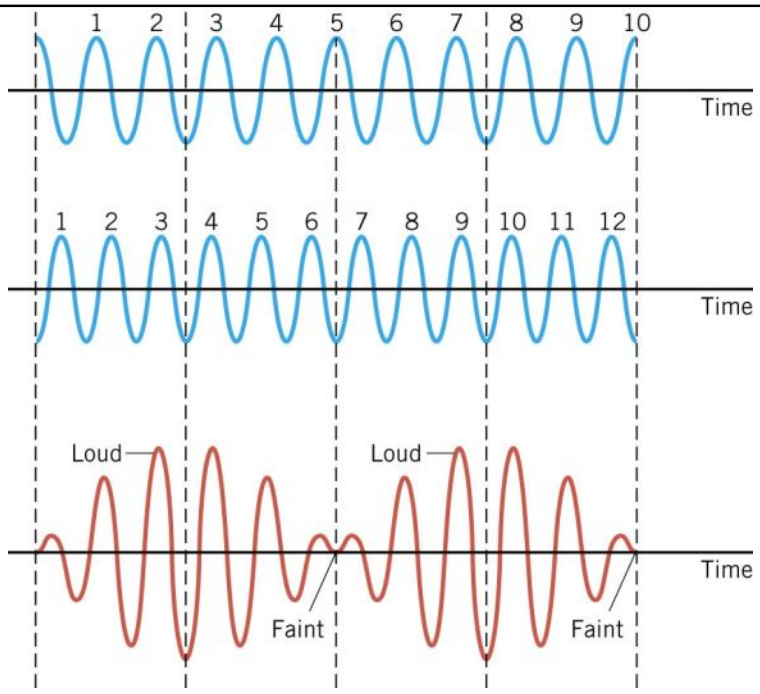
دامنه متغیر $2s_m \cos\omega' t$

$-1 \le \cos\omega' t \le +1$ پس دامنه در هر تکرار تابع کسینوسی دوبار بیشینه می شود

فرکانس زاویه ای ضربان $\omega_{beat} = 2\omega'$

$$\omega_{beat} = 2\omega' = (2)(\tfrac{1}{2})(\omega_1 - \omega_2) = \omega_1 - \omega_2$$

$f_{beat} = f_1 - f_2$ (beat frequency)



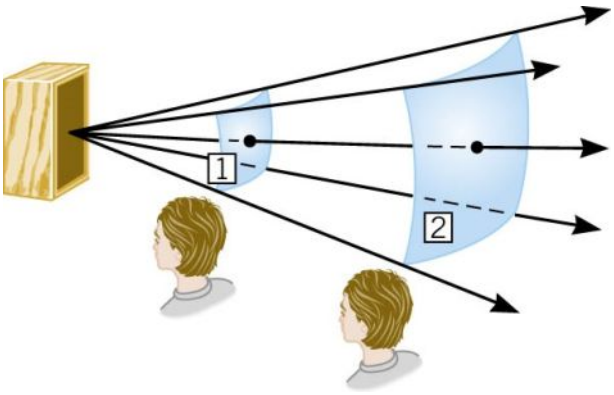
استفاده از ضربان در موسیقی

- A simple way to tune musical instruments is with beats
- If the notes are out of tune, you hear beats
- Adjust the tuning and try again
- If the frequency of the beats is higher, adjust the other way
- Keep adjusting until there are no more beats

Film 1

شدت صوت (sound intensity)

نرخ متوسط انرژی منتقل شده از واحد سطح توسط موج



$$I = \frac{P}{A}$$

توان چشمه

شدت صوت عبوری از سطح A

Wm^{-2}

تغییر شدت صوت با فاصله

فرض می شود:

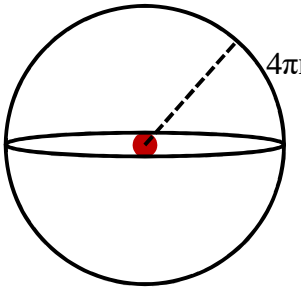
۱- امواج ساطع شده از چشمه در همه جهات با شدت یکسان منتشر می شود

در چشمه نقطه ای با جبهه موج کروی

در چشمه خطی با جبهه موج استوانه ای

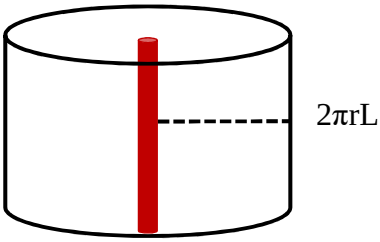
۲- موج غیرمیرا: انرژی مکانیکی پایسته است

۳- در فاصله r از چشمه کروی، انرژی منتشر شده توسط چشمه از سطح کره ای با شعاع r عبور می نماید



چشمه نقطه ای

$$I = \frac{P_s}{A} = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$



چشمه استوانه ای
(صرف نظر از سطح بالایی)

$$I = \frac{P_s}{A} = \frac{P_s}{2\pi rL}$$

کیفیت شنیدن صوت

- صوت منتشر شده در هوا با نوسان لایه های هوا در آنها، فشار را در آنها تغییر می دهد
- تغییرات فشار لایه های هوا سبب نوسان پرده (پرده گوش یا میکروفن) می شود که می تواند برای شناسایی صوت بکار رود
- دامنه نوسان پرده گوش به شدت صوت بستگی دارد

شدت صوت	دامنه نوسان پرده گوش
آستانه شنوایی	5×10^{-8} mm
صحبت کردن عادی	1.5×10^{-4} mm = 150 nm
آستانه درد	0.05 mm

کیفیت شنیدن صوت

- بازه شنوایی گوش منوط به دامنه نوسان پرده گوش دارد
- بازه دامنه نوسان پرده گوش 10^{-11} m – 10^{-5} m است
- گوش صوت هایی با فرکانس کمتر از 20 Hz را متوجه نمی شود. هرچند دامنه موج قوی باشد اما بدلیل کند بودن آن نمی تواند پرده گوش را به نوسان در آورد
- پرده گوش نمی تواند در فرکانسهای بالای 20 kHz نوسان نماید. موج صوتی با چنین فرکانسهایی آنقدر سریع است که پرده گوش فرصت پاسخ به آن و لذا به حرکت آندن را ندارد.
- البته حساسیت گوش در شناسایی فرکانسهای 2000 – 5000 Hz بیشتر است.

Film 2

تراز صوت (sound Level)

- خواهیم دید که شدت متناسب با مجذور دامنه نوسان های پرده می باشد.
- پس شدت قویترین صوت قابل شنیدن (در آستانه دردناکی) به شدت ضعیف ترین (آستانه شنوایی) در حدود 10^{12} است.

$$\frac{\text{شدت صوت در آستانه دردناکی}}{\text{شدت صوت در آستانه شنوایی}} = \left(\frac{10^{-5}}{10^{-11}}\right)^2 = 10^{12}$$

- مقایسه مقدار شدت نسبت به مقدار آستانه آن عدد بزرگی است. بنابراین کمیتی به صورت لگاریتم شتاب نسبی تعریف می شود که به آن تراز صوت گفته می شود.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

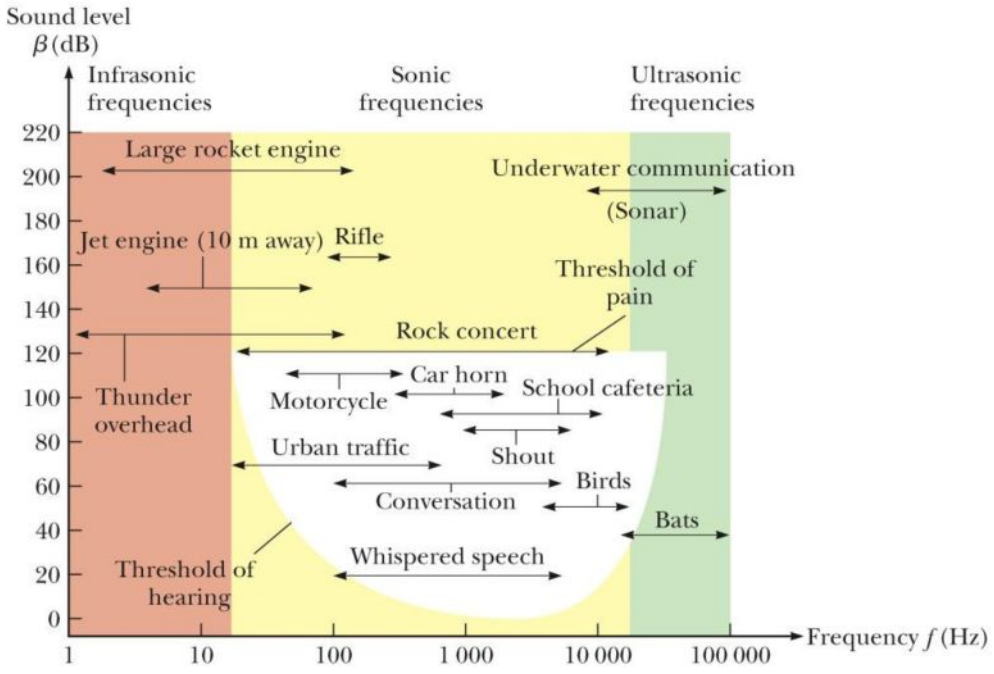
$$\beta = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$$

- I شدت صوت مورد نظر
- I_0 شدت صوت در آستانه شنوایی و برابر با 10^{-12} W/m^2 است.
- واحد تراز صوت دسی بل dB است
- $\beta = 0$ یعنی $I = I_0$ (log 1 =0)
- معمولا برای افراد سالم اختلاف تراز صوت حدود 3 dB قابل تشخیص است

TABLE 17.2

Sound Levels

Source of Sound	β (dB)
Nearby jet airplane	150
Jackhammer; machine gun	130
Siren; rock concert	120
Subway; power lawn mower	100
Busy traffic	80
Vacuum cleaner	70
Normal conversation	60
Mosquito buzzing	40
Whisper	30
Rustling leaves	10
Threshold of hearing	0



اثبات رابطه شدت صوت ۱

۱- در اثر عبور صوت المان های محیط به نوسان در می آیند

۲- المانی که در مکان x قرار دارد و دارای جرم dm و طول dx است $dm = \rho dV = \rho A dx$

۳- المان در حال نوسان دارای انرژی جنبشی و پتانسل است $dE = dK + dU$

٤- انرژی جنبشی ناشی از حرکت نوسانی المان محیط $dK = \frac{1}{2} dm v_s^2$

۵- رابطه جابه جایی المان در حرکت نوسانی

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

$$v_s = \frac{\partial s}{\partial t} = \omega s_m \sin(kx - \omega t)$$

اثبات رابطه شدت صوت ۲

۶- انرژی جنبشی المان در مکان x و لحظه t

$$dK = \frac{1}{2} dm v_s^2 = \frac{1}{2} \rho A dx [\omega s_m \sin(kx - \omega t)]^2$$

$$dK = \frac{1}{2} \rho A dx \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

۷- نرخ انتقال انرژی جنبشی از روی المان با عبور موج از آن

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \rho A \frac{dx}{dt} \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

اثبات رابطه شدت صوت ۳

۸- محاسبه متوسط نرخ انتقال انرژی جنبشی

$$\left.\frac{dK}{dt}\right|_{average} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_m^2 \{\frac{1}{T} \int_{t=0}^{t=T} \sin^2(kx - \omega t) dt\}$$

$$\left.\frac{dK}{dt}\right|_{average} = \frac{1}{4} \rho A v \omega^2 s_m^2$$

۹- متوسط نرخ انتقال انرژی کل

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{average} = \left.\frac{dK}{dt}\right|_{average} + \left.\frac{dU}{dt}\right|_{average} \quad , \quad \left.\frac{dK}{dt}\right|_{average} = \left.\frac{dU}{dt}\right|_{average}$$

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{average} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_m^2$$

اثبات رابطه شدت صوت ۴

۱۰- محاسبه شدت موج:

شدت موج یعنی در واحد زمان چه انرژی از واحد سطح می گذرد

$$I = \frac{\left.\frac{dE}{dt}\right|_{average}}{A} = \frac{\frac{1}{2}\rho A v \omega^2 s_m^2}{A} \quad \rightarrow \quad \boxed{I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2}$$

- چگالی و سرعت صوت وابسته به ویژگی های محیط دارد
- بسامد زاویه ای و دامنه نوسان تابعی از عامل ایجاد صوت دارد