

۸۰ قطعه یخی که در آب شناور است بر اثر نیروی
 $\vec{F} = (210\text{ N})\hat{i} - (150\text{ N})\hat{j}$ که از سوی جریان آب بر آن وارد
می شود، جابه جایی $\vec{d} = (15\text{ m})\hat{i} - (12\text{ m})\hat{j}$ را انجام می دهد. نیروی
جریان آب در حین این جابه جایی چقدر کار انجام داده است؟

q1

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$\vec{F} = 21.0 \hat{i} - 18.0 \hat{j} \text{ (N)}$$

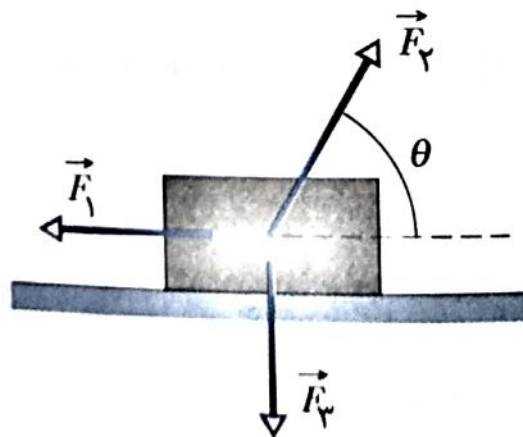
: 1 - 2

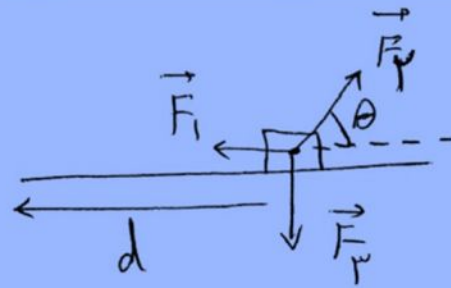
$$\vec{d} = 18 \hat{i} - 12 \hat{j} \text{ (m)}$$

$$W = F_x \Delta x + F_y \Delta y$$

$$= [21.0 \times 18 + (-18.0) \times (-12)] \text{ J}$$

۱۵۰۰ GO شکل ۷-۲۸ سه نیروی وارد بر چمدانی را نشان می‌دهد که بر کف بدون اصطکاکی به اندازه‌ی $۳٫۰۰\text{ m}$ رو به سمت چپ حرکت می‌کند. بزرگی نیروها عبارت‌اند از $F_۱ = ۵٫۰۰\text{ N}$ ، $F_۲ = ۹٫۰۰\text{ N}$ و $F_۳ = ۳٫۰۰\text{ N}$ و زاویه‌ی نشان داده شده در شکل $\theta = ۶۰٫۰^\circ$ است. در حین این جابه‌جایی (الف) کار خالص انجام شده روی چمدان توسط این سه نیرو چقدر است؟ و (ب) آیا انرژی جنبشی چمدان افزایش می‌یابد یا کاهش؟





: ۱۵ -

$$W_{F_1} = F_1 d \cos 0 = 2 \times 3 \times 1$$

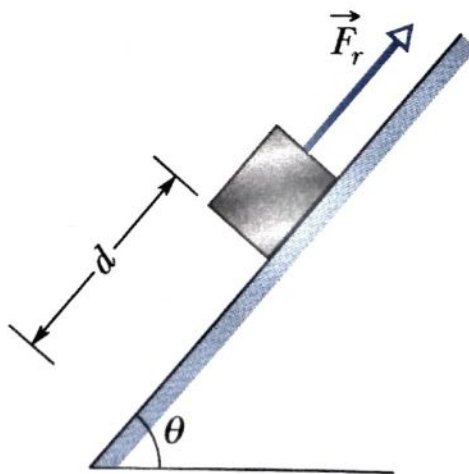
$$W_{F_2} = F_2 d \cos(\pi - \theta) = -F_2 d \cos \theta = -3 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$W_{F_3} = F_3 d \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\sum W = 18 - 4.5 = 13.5 \text{ J}$$

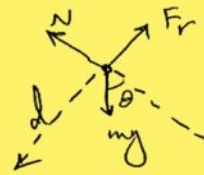
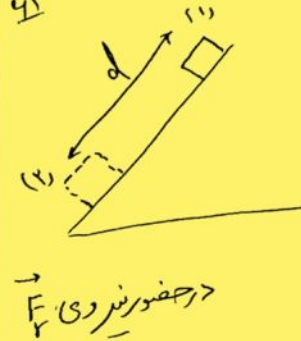
کار مثبت منجر به افزایش انرژی جنبشی می شود

۱۹۰۰ GO در شکل ۷-۳۰، قالب یخی بر روی شیب بدون اصطکاکی با زاویه $\theta = 50^\circ$ رو به پایین می‌لغزد، در حالی که کارگری آن قالب یخ را توسط طنابی با نیروی $\vec{F}_r$ به بزرگی 50 N ، رو به بالای شیب می‌کشد. وقتی قالب یخ به اندازه‌ی مسافت $d = 0.50\text{ m}$ روی شیب بلغزد، انرژی جنبشی آن به اندازه‌ی 80 J افزایش می‌یابد. اگر طناب به قالب یخ متصل نشده بود، انرژی جنبشی آن چقدر بزرگ‌تر می‌شد؟



48

19 - v



$$\Sigma w = \Delta k$$

$$w_N + w_{F_r} + w_{mg} = \Delta k \Rightarrow 0 + F_r d \cos \pi + mg d \cos(\pi_r - \theta) = \Delta k$$

$$\Rightarrow -80 \times 1.8 + w_{mg} = 10 \quad (1)$$

در فضا $\vec{F}_r$



$$\Sigma w = \Delta k'$$

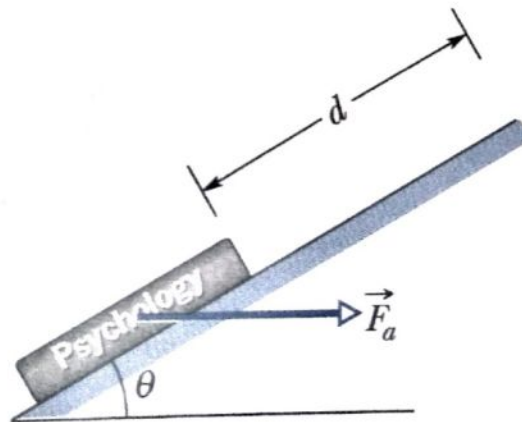
$$mg d \cos(\pi_r - \theta) = \Delta k'$$

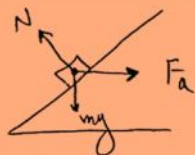
$$w_{mg} = \Delta k' \quad (2)$$

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow w_{mg} = \Delta k' = 10 + \underline{80 \times 1.8} = 108 \text{ J}$$

میزان انرژی جنبشی افزایش یافته

●● ۲۴ GO در شکل ۷-۳۳، نیروی افقی $\vec{F}_a$ به بزرگی 2070 N بر یک کتاب فیزیولوژی به جرم 3700 kg وارد شده است، طوری که کتاب مسافت $d = 0.500\text{ m}$ را روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویه‌ی شیب $\theta = 30.0^\circ$ رو به بالا طی می‌کند. (الف) در حین این جابه‌جایی، کار خالص انجام شده روی کتاب توسط نیروی $\vec{F}_a$ ، نیروی گرانشی وارد بر کتاب و نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب چقدر است؟ (ب) اگر انرژی جنبشی کتاب در آغاز این جابه‌جایی برابر با صفر باشد، تندی آن در پایان جابه‌جایی چقدر است؟

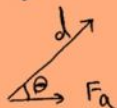




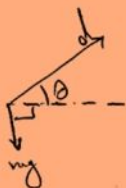
: ۲۸ - v



$$W_N = N d \cos \frac{\pi}{2} = 0$$



$$W_{Fa} = F_a d \cos \theta = 10 \times 10 \times \cos 30 = 149 \text{ J}$$



$$\begin{aligned} W_{mg} &= mg d \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = -mg \sin \theta d \\ &= -10 \times 9.8 \times \frac{1}{2} \times 10 \\ &= -149 \text{ J} \end{aligned}$$

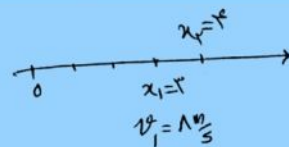
اولی حالت $\rightarrow v_i = 0$

دوم حالت $\rightarrow v_f = ?$ $d = 10 \text{ m}$ بعد از طی

$$\begin{aligned} \Sigma W = \Delta K &\Rightarrow 149 - 149 = \frac{1}{2} m v_f^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times v_f^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_f = 1.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۱۰۰ **WWW** تنها نیروی وارد بر جسمی به جرم 2.0 kg ، وقتی در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند دارای مؤلفه‌ی x به صورت $F_x = -6x \text{ N}$ است که در آن x بر حسب متر است. سرعت جسم در $x = 3.0 \text{ m}$ برابر با 8.0 m/s است. (الف) سرعت جسم در $x = 4.0 \text{ m}$ چقدر است؟ (ب) در چه مقدار مثبتی از x ، جسم دارای سرعت 5.0 m/s است؟



31-V

21)

$$W = \Delta K$$

$$W = \int_3^{19} F_x dx = \int_3^{19} -9x dx = -9x \cdot \frac{1}{2} x^2 \Big|_3^{19}$$

$$= -9 \times (19 - 9) = -18 J$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - 10^2) = v_2^2 - 99$$

$$W = \Delta K \Rightarrow -18 = v_2^2 - 99 \Rightarrow v_2^2 = 99 - 18 = 81$$

$$\underline{v_2 = \sqrt{81} \frac{m}{s}}$$

$$\therefore \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (81 - 10^2) = 81 - 99 = -18 J$$

$$W = \int_3^x F_x dx = -9x^2 \Big|_3^x = -9x(x - 9)$$

$$\Delta K = W \Rightarrow -18 = -9x^2 + 81 \Rightarrow 9x^2 = 81 + 18 = 99$$

$$x^2 = 11 \Rightarrow \underline{x = \sqrt{11} m}$$

●● ۳۹ GO نیروی $\vec{F} = (cx - 3.00x^2)\hat{i}$ ، که در آن $\vec{F}$ بر حسب نیوتون، x بر حسب متر و c ثابت است، بر ذره‌ای که در راستای محور x حرکت می‌کند، وارد می‌شود. انرژی جنبشی ذره در $x = 0$ برابر با 20.0 J و در $x = 3.00\text{ m}$ برابر با 11.0 J است. c را به دست آورید.

40

$$W = \Delta k \Rightarrow \int F dx = k_2 - k_1$$

39-V

$$\Rightarrow \int_0^3 (cx - 3x^2) dx = 11 - 20 = -9$$

$$\Rightarrow \left[\frac{c}{2} x^2 - x^3 \right]_0^3 = \frac{c}{2} (9) - 27 - 0 = -9$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}c - 27 = -9 \Rightarrow \frac{9}{2}c = 18$$

$$c = 4$$

مسئله ۴۱۰۰

۴۱۰۰ تک نیرویی بر جسم ذره‌مانندی به جرم $3/0 \text{ kg}$ چنان اثر می‌کند که مکان جسم بر حسب تابعی از زمان با $x = 3/0t - 4/0t^2 + 1/0t^3$ داده می‌شود، که در آن x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. کار انجام شده توسط نیروی وارد بر جسم را از $t = 0$ تا $t = 4/0 \text{ s}$ به دست آورید.

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

: f1-v

$$\hookrightarrow v = 3 - 8t + 3t^2$$

$$dx = 3dt - 8t dt + 3t^2 dt$$

$$\hookrightarrow a = -8 + 6t$$

$$\hookrightarrow F = ma = m(-8 + 6t)$$

$$F = -24 + 18t$$

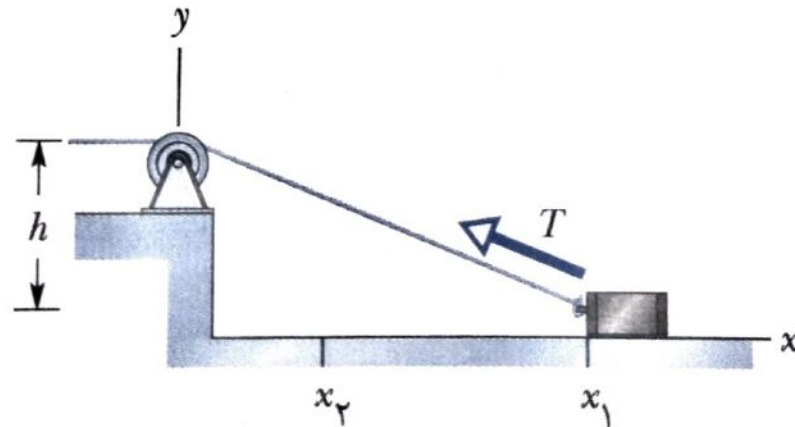
$$x(t=0) = 0$$

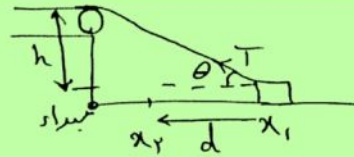
$$x(t=4) = 3 \times 4 - 4 \times 4^2 + 4^3 = 12$$

$$W = \int_{t=0}^{t=4} F \cdot dx = \int_{t=0}^{t=4} (-24 + 18t) dx$$

$$dx = 3dt - 8t dt + 3t^2 dt$$

۴۲۰۰۰ GO شکل ۷-۴۱ ریسمان متصل به ارابه‌ای را نشان می‌دهد که می‌تواند بر روی ریل افقی بدون اصطکاک‌ای در راستای محور x حرکت کند. انتهای چپ ریسمان از روی قرقره‌ای با جرم و اصطکاک ناچیز در ارتفاع $h = ۱٫۲۰\text{ m}$ ریسمان گذشته است، به‌طوری که ارابه می‌تواند از $x_1 = ۳٫۰۰\text{ m}$ تا $x_2 = ۱٫۰۰\text{ m}$ بلغزد. در حین این حرکت، کشش ریسمان دارای مقدار ثابت ۲۵۰ N است. تغییر انرژی جنبشی ارابه در حین این حرکت چقدر است؟

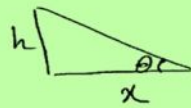




$$dW = \underbrace{T}_{\text{ثابت}} \underbrace{dx}_{\text{ثابت}} \underbrace{\cos \theta}_{\text{متغیر}}$$

هرچه هم به بعد از نزدیک شود θ بزرگتری باشد

$$W = \int T dx \cos \theta$$



$$\tan \theta = \frac{h}{x} \Rightarrow$$

$$\cos \theta = \frac{x}{(x^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}$$

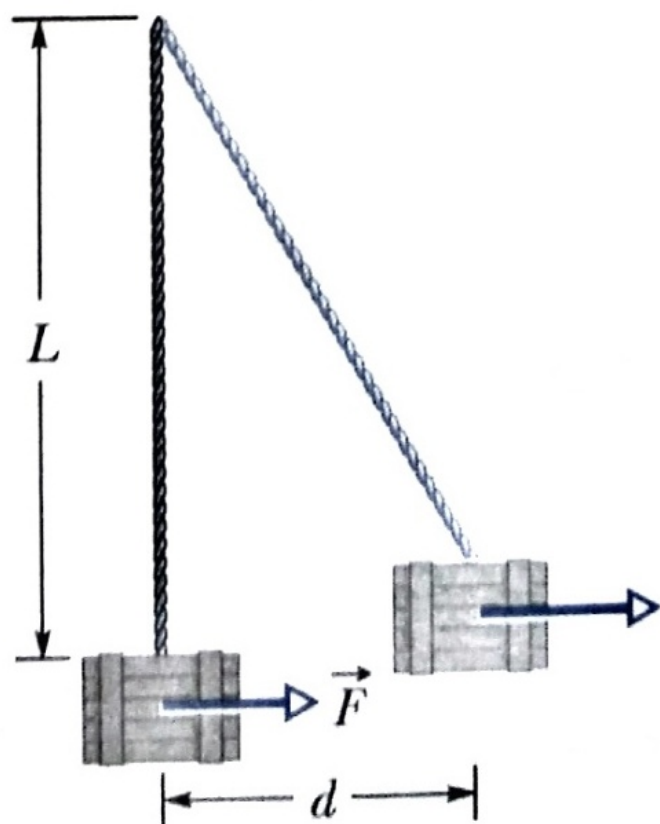
$$W = \int_{x_1}^{x_2} T dx \times \frac{x}{(x^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= T \int_r^1 \frac{x dx}{(x^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}} = T \int_r^1 \frac{1}{2} (2x) (x^2 + h^2)^{-\frac{1}{2}}$$

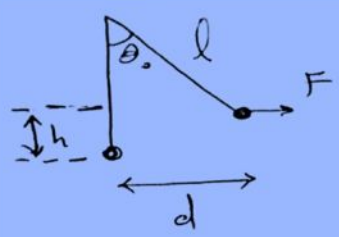
$$* \int u' u^n dx = \frac{1}{n+1} u^{n+1}$$

$$= T \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} (x^2 + h^2)^{-\frac{1}{2} + 1} \Big|_r^1$$

$$W = \left\{ \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \left[(1 + h^2)^{\frac{1}{2}} - (r^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$



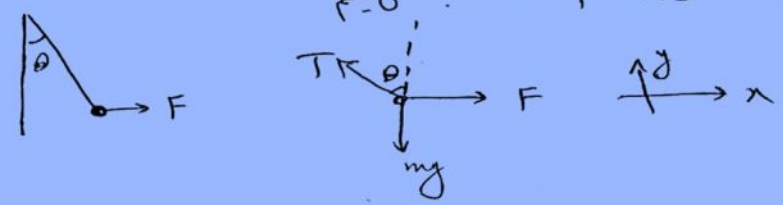
۵۷ جعبه‌ای به جرم 230 kg از انتهای ریسمانی به طول $L = 12.0\text{ m}$ آویزان است. با نیروی متغیر $\vec{F}$ جعبه را به طور افقی هل می‌دهید تا به اندازه‌ی $d = 4.00\text{ m}$ به یک طرف حرکت کند (شکل ۷-۴۴). (الف) وقتی جعبه در این مکان نهایی است، بزرگی $\vec{F}$ چقدر است؟ در حین جابه‌جایی جعبه (ب) کار کل انجام شده روی آن، (پ) کار انجام شده توسط نیروی گرانشی روی جعبه و (ت) کار انجام شده توسط کششی که از ریسمان بر جعبه وارد می‌آید، چقدر است؟ (ث) با توجه به اینکه جعبه پیش و پس از جابه‌جایی خود بدون حرکت است، با استفاده از پاسخ‌های (ب)، (پ) و (ت) کاری را که نیروی شما روی جعبه انجام می‌دهد، به دست آورید. (ج) چرا کار نیروی شما برابر با حاصلضرب جابه‌جایی افقی در پاسخ (الف) نیست؟



$\theta =$ زاویه نهایی اعراض

می توان ثابت کرد هر چه زاویه اعراض افزایش یابد F بزرگتر می شود

پس در زاویه θ نیروی کشش F را حساب می کنیم



$$\begin{cases} x & F - T \sin \theta = 0 \\ y & T \cos \theta - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} F &= T \sin \theta \\ mg &= T \cos \theta \end{aligned}$$

$$\boxed{F = mg \tan \theta}$$

$$\theta \uparrow \Rightarrow F \uparrow$$

کار نهایی $w_g = -mgh$

در هر لحظه T عمود بر جابجایی در امتداد کمان دایره است
 کار نهایی $w_T = 0$



$$\vec{F} \perp d\vec{r}$$

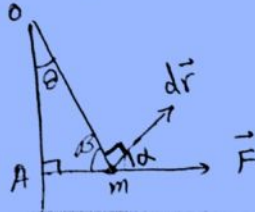
$\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
 ← جانبہ کا ریزہ F (محکمہ مستقیم)
 ← جانبہ کا ریزہ $\sum w = \Delta k$ (محکمہ متحرک، کار، انرژی)

محکمہ مستقیم F



$d\vec{r} =$ جانبہ کا ریزہ

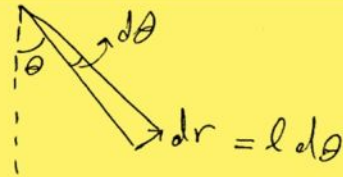
$\Rightarrow dw = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F dr \cos \alpha$
 ← جانبہ کا ریزہ $\vec{F}$ دراصل جانبہ کا ریزہ $d\vec{r}$



دراصل $\angle m$: $\beta + \theta + \frac{\pi}{2} = 180^\circ$
 دراصل $\angle m$: $\beta + \frac{\pi}{2} + \alpha = 180^\circ$

 $\alpha = \theta$

$dr =$ جابه جایی در امتداد کمان
 دایره قوسی به زاویه $d\theta$



$$dW = F dr \cos \alpha = mg \tan \theta \times l d\theta \times \cos \theta$$

$$= mgl \sin \theta d\theta$$

$$W = \int_{\theta=0}^{\theta} dW = mgl \int_0^{\theta} \sin \theta d\theta = mgl [-\cos \theta]_0^{\theta}$$

$$= mgl [1 - \cos \theta] = mg [l - l \cos \theta] = mgh$$

$l - l \cos \theta = h$ ارتفاع ثابت کرد

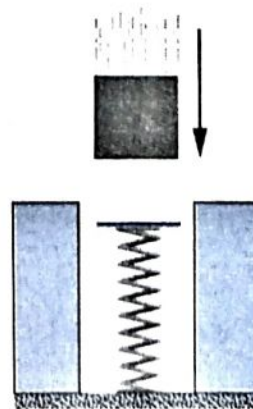


روش دوم $\Delta K = \sum W \Rightarrow 0 = W_{mg} + W_T + W_F$

$$0 = -mgh + 0 + W_F$$

$$\underline{W_F = mgh}$$

۶۲ قطعه‌ای به جرم 250 g بر روی فنر واهلیده‌ی قائمی با ثابت فنر $k = 2,5\text{ N/cm}$ فرومی‌افتد (شکل ۷-۴۶). قطعه به فنر می‌چسبد و فنر را تا پیش از توقف لحظه‌ای 12 cm فشرده می‌کند. وقتی فنر فشرده می‌شود، چقدر کار توسط (الف) نیروی گرانشی وارد بر آن و (ب) نیروی فنری انجام شده است؟ (پ) تندی قطعه درست پیش از برخورد با فنر چقدر است؟ (فرض کنید اصطکاک ناچیز است.) (ت) اگر تندی برخورد دو برابر شود، فشردگی بیشینه‌ی فنر چقدر می‌شود؟





92-V



$$\Delta k = \Sigma \omega$$

$$\Delta k = \frac{1}{2} m (0^2 - v_0^2) = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Sigma \omega = \omega_{mg} + \omega_{spring}$$

$$\omega_{mg} = +mgx$$

$$\omega_{spring} = -\frac{1}{2} k x^2$$

$$\Sigma \omega = \Delta k \Rightarrow mgx - \frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$1.28 \times 9.8 \times 1.12 - \frac{1}{2} \times 170 \times 10^3 \times (1.12)^2 = -\frac{1}{2} \times 1.28 \times v_0^2$$