بخش دوم:

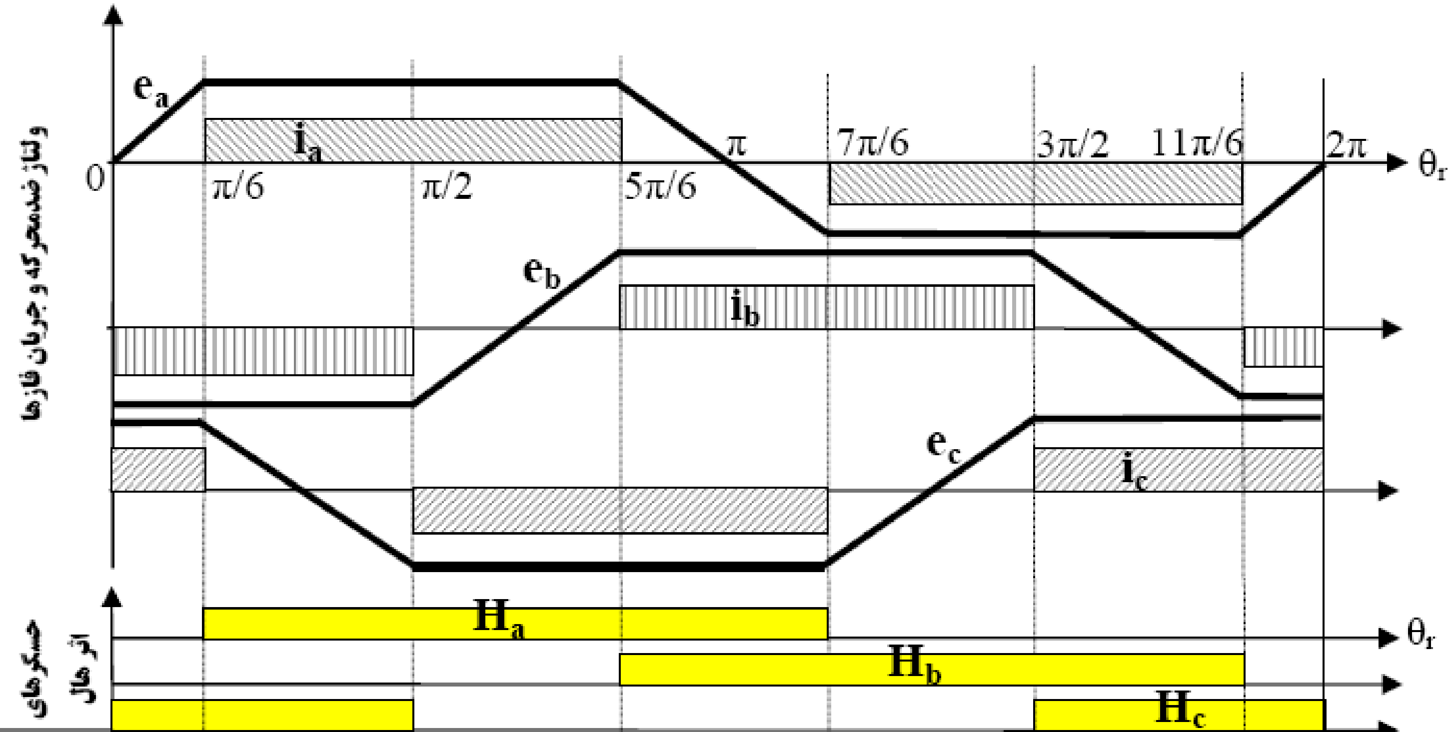
مدل سازی موتورهای براشلس

- ❑ مدل‌های حالت دائم و دینامیکی موتورهای BLDC
- ❑ تبدیلات و دستگاه‌های مرجع دو محوری dq
- ❑ مدل‌های حالت دائم و دینامیکی موتورهای PMSM
- ❑ مدل دینامیکی موتورهای براشلس غیرایده‌آل

مدل سازی موتور BLDC

➢ مدل حالت دائم

✓ با توجه به آنکه ولتاژ فاز، جریان فاز و ولتاژ ضدمحرکه یک موتور BLDC مطابق شکل زیر در بازه های هدایت هر فاز مقادیر ثابتی دارند، می توان مدل حالت دائم موتور BLDC را همانند مدل حالت دائم یک موتور DC با تحریک آهنربای دائم درنظر گرفت.



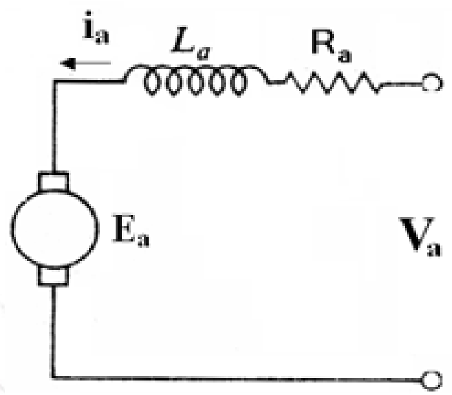
کد حسگر موقعیت	۱۰۰	۱۰۱	۰۰۱	۰۱۱	۰۱۰	۱۱۰	۱۰۰
ناحیه کاری	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱

شکل موجهای ولتاژ ضدمحرکه و جریان هر فاز در موتور BLDC

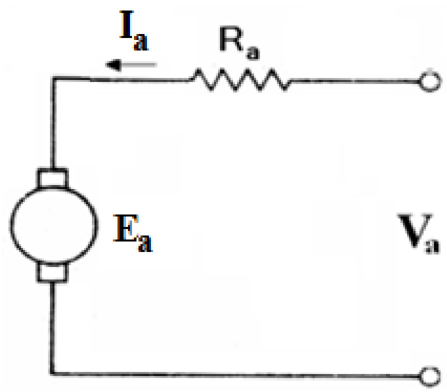
مدل سازی موتور BLDC

مدل حالت دائم

- مدل حالت دائم هر فاز از موتور BLDC همانند مدل حالت دائم آرمیچر یک موتور DC است.



مدل مداری کامل (دینامیکی) موتور DC با آهنربای دائم

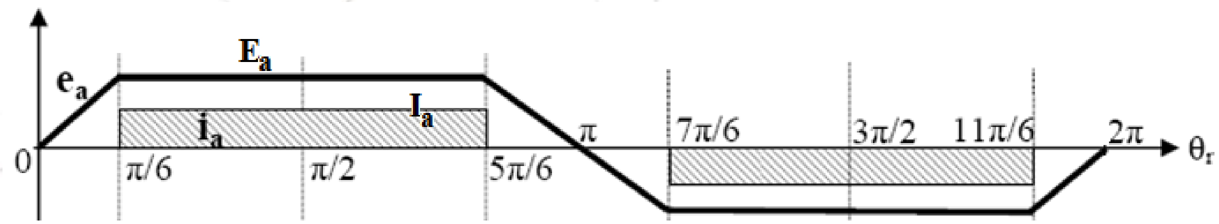


مدل مداری یک فاز از موتور BLDC در حالت دائم

$$V_a = E_a + R_a I_a \qquad (۱)$$

$$E_a = K_e \omega_m \qquad (۲)$$

$$T_e = K_t I_a \qquad (۳)$$



شکل موج ولتاژ و جریان یک فاز از موتور BLDC

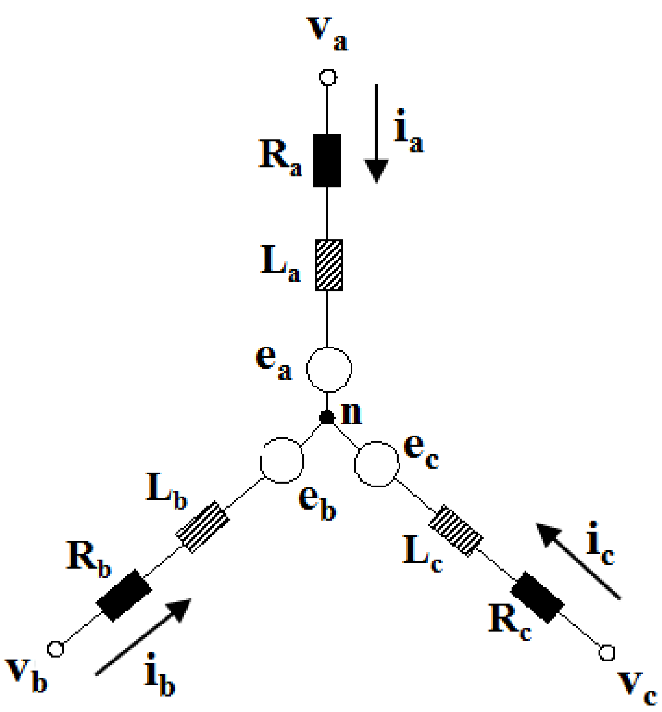
❑ مدل سازی موتور BLDC

➢ مدل دینامیکی

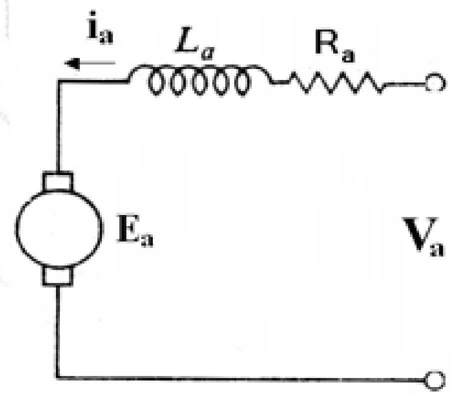
✓ چون ولتاژ و جریان در موتور BLDC سینوسی نیست، استفاده از تئوری دو محوری dq بسیار پیچیده می شود.

✓ برای مدلسازی دینامیکی موتور BLDC، همانند مدل حالت دائم می توان از مدل دینامیکی موتور DC آهنربای دائم استفاده نمود.

✓ تنها تفاوت در این است که مدل موتور BLDC شامل سه سیم پیچ متناظر با سه فاز است اما موتور DC تنها یک سیم پیچ دارد.



مدل دینامیکی موتور BLDC سه فاز



مدل مداری کامل (دینامیکی) موتور DC آهنربای دائم

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \qquad (٤)$$

✓ برای مدلسازی دینامیکی موتور BLDC، همانند مدل حالت دائم می توان از مدل دینامیکی موتور DC آهنربای دائم استفاده نمود.

❖ معادلات ولتاژ – جریان موتور BLDC:

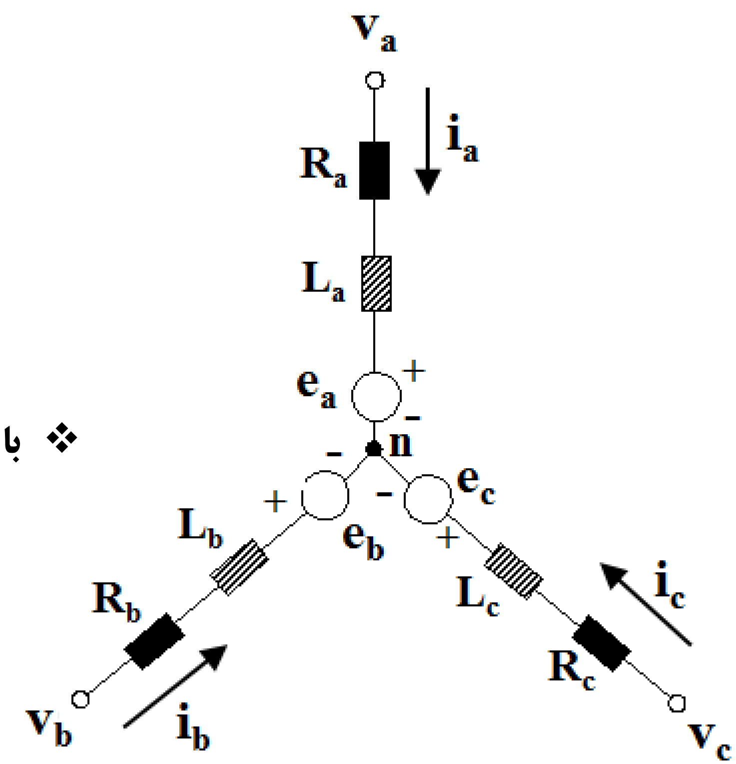
$$v_{an} = R_a i_a + \frac{d}{dt}\left(L_a i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c\right) + e_a \quad (٥)$$

$$v_{bn} = R_b i_b + \frac{d}{dt}\left(L_{ba} i_a + L_b i_b + L_{bc} i_c\right) + e_b \quad (٦)$$

$$v_{cn} = R_c i_c + \frac{d}{dt}\left(L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_c i_c\right) + e_c \quad (٧)$$

❖ با فرض تعادل فازها و عدم تغییر رلوکتانس:

$$\begin{aligned} R_a &= R_b = R_c = R \\ L_a &= L_b = L_c = L_s \\ L_{ba} &= L_{ab} = L_{ca} = L_{ac} = L_{bc} = L_{cb} = M \end{aligned} \quad (٨)$$



مدل دینامیکی موتور BLDC سه فاز

❑ مدل سازی موتور BLDC

➢ مدل دینامیکی

❖ با جایگذاری روابط و داشتن رابطه $i_a + i_b + i_c = 0$ و با ساده سازی بدست خواهیم آورد:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s - M & 0 & 0 \\ 0 & L_s - M & 0 \\ 0 & 0 & L_s - M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \qquad (۹)$$

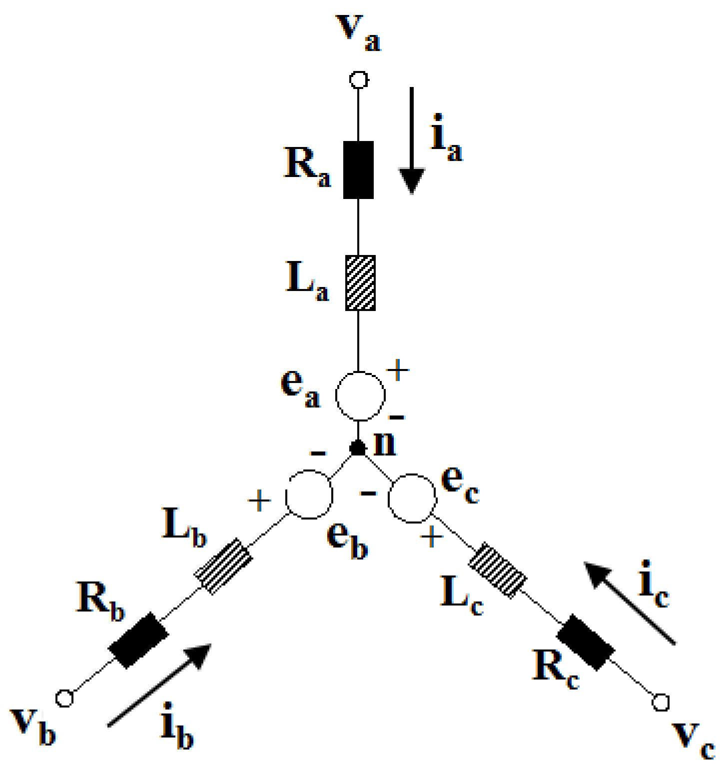
❖ اگر رابطه ولتاژ برای یک فاز را بنویسیم داریم:

$$v_{an} = Ri_a + (L_s - M)\frac{di_a}{dt} + e_a \qquad (۱۰)$$

❖ رابطه فوق همانند رابطه ولتاژ دینامیکی موتور DC است که قبلا بدست آوردیم:

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \qquad (۱۱)$$

❖ این به معنای آن است که مدل دینامیکی موتور BLDC سه فاز همانند یک موتور DC است و به همین دلیل از روش های کنترل موتورهای DC برای کنترل موتور BLDC استفاده می شود.



مدل دینامیکی موتور BLDC سه فاز

مدل سازی موتور PMSM

❑ مدل سازی موتور PMSM

➢ مدل حالت دائم موتور PMSM

✓ مدل حالت دائم موتور PMSM همانند موتور حالت دائم موتور سنکرون با سیم پیچی تحریک است.

✓ با صرفنظر از مقاومت آرمیچر موتور سنکرون داریم:

✓ زاویه δ زاویه بار یا قدرت نام دارد که اختلاف بین بردارهای E و V است.

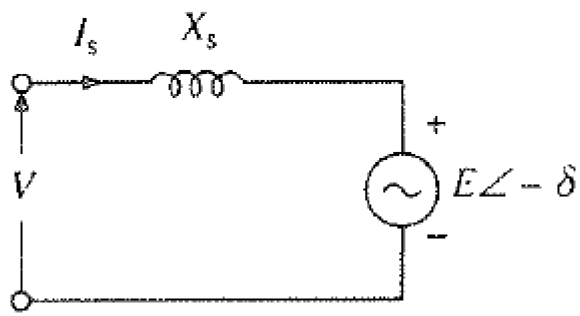
$$\vec{V} = \vec{E} + jX_s\vec{I}_s \qquad (۱۲)$$

$$P_{in} = P_m = 3VI_s \cos\phi \qquad (۱۳)$$

$$P_m = \frac{3EV}{X_s}\sin\delta \qquad (۱٤)$$

$$T = \frac{P_m}{\omega_{ms}} = \frac{3EV}{X_s\omega_{ms}}\sin\delta \qquad (۱٥)$$

$$\omega_{ms} = \frac{4\pi f}{p} \quad (rad/\sec) \qquad (۱٦)$$

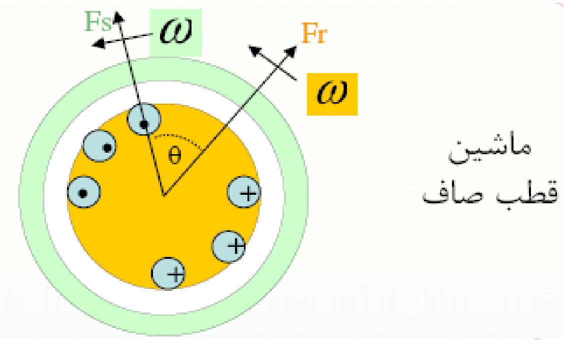


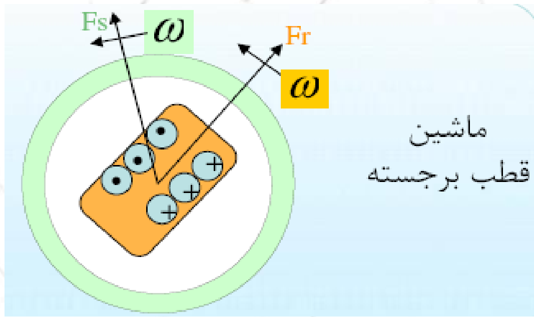
مدار معادل موتور سنکرون استوانه ای با صرفنظر از مقاومت آرمیچر

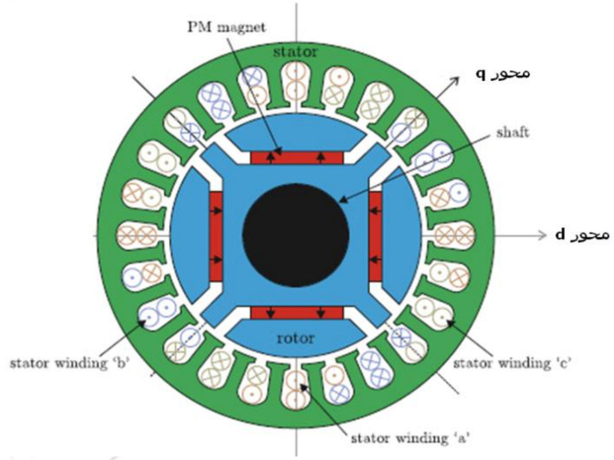
❑ مدل سازی موتور PMSM

➢ مدل حالت دائم موتور PMSM با رلوکتانس متغیر

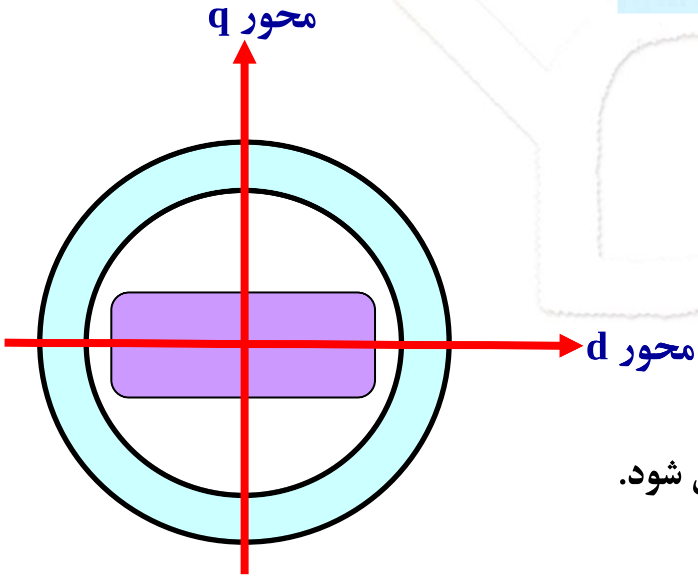
✓ در موتورهای براشلس آهنربای دائم نوع مگنت داخلی (همانند موتورهای سنکرون با قطب برجسته)، اندوکتانسهای محورهای d و q با هم متفاوت بوده و لذا مدار معادل، دیاگرام برداری، روابط توان و گشتاور با موتور نوع استوانه ای متفاوت خواهد بود.







موتور PMSM نوع مگنت داخلی چهارقطبی



محورهای d و q در موتور قطب برجسته

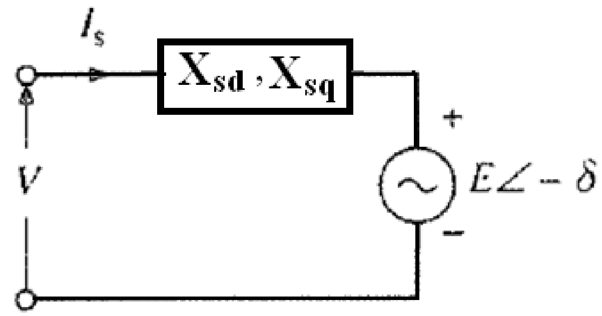
✓ برای تحلیل موتورهای قطب برجسته از تئوری دو محوری dq استفاده می شود.

❑ مدل سازی موتور PMSM

➢ مدل حالت دائم موتور PMSM با رلوکتانس متغیر

✓ رابطه ولتاژ برای موتورقطب برجسته:

$$\vec{V} = \vec{E} + j\,(X_{sd} I_{sd} + X_{sq} I_{sq}) \qquad (۱۸)$$



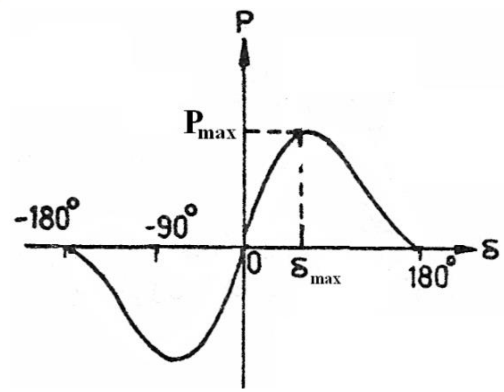
(الف) مدار معادل موتور سنکرون قطب برجسته با صرفنظر از مقاومت آرمیچر

✓ رابطه توان برای موتور قطب برجسته:

$$P = 3\left[\frac{VE}{X_{sd}}\sin\delta + \frac{V^2}{2}\left(\frac{1}{X_{sq}} - \frac{1}{X_{sd}}\right)\sin 2\delta\right] \qquad (۱۹)$$

✓ رابطه گشتاور برای موتور قطب برجسته:

$$T = \frac{3}{\omega_{ms}}\left[\frac{VE}{X_{sd}}\sin\delta + \frac{V^2}{2}\left(\frac{1}{X_{sq}} - \frac{1}{X_{sd}}\right)\sin 2\delta\right] \qquad (۲۰)$$



(ب) مشخصه توان-زاویه بار موتور قطب برجسته

➢ مدل دینامیکی موتور PMSM

- ✓ سیستم های الکترومغناطیسی در مهندسی برق، به ویژه ماشین های الکتریکی گردان، سیستم های دینامیکی چند متغیره ای هستند که دارای پارامترهای متغیر با زمان هستند.
- ✓ مثلا ماشین القایی سه فاز در دستگاه abc یک سیستم با ۷ معادله دیفرانسیل (یا ۷ متغیر حالت) است.

❖ **مشکلات این سیستم ها:**

۱) **تعداد زیاد متغیرهای حالت:** البته در اغلب موارد برخی از این متغیرهای حالت به هم وابسته اند. مثلا در سیستم سه فاز، ولتاژ یک فاز برحسب دو فاز دیگر قابل بیان است.

۲) **تزویج متغیرها با یکدیگر:** متغیرهای حالت در معادلات دیفرانسیل سایر متغیرهای حالت ظاهر می شوند.

۳) **پارامترهای متغیر با زمان:** ضرایب یا پارامترهای مورد استفاده در معادلات فضای حالت این سیستم ها، با زمان تغییر می کنند نظیر اندوکتانس متقابل بین سیم پیچ های روتور و استاتور.

- ✓ مشکلات فوق سبب می گردد که حل معادلات فضای حالت ماشین های الکتریکی بسیار وقت سنگین و زمان بر بشود.

- ✓ جهت حل مشکلات فوق، از تبدیل های ریاضی استفاده می شود.

➢ تبدیلات ریاضی در مهندسی برق

❖ هدف از تبدیلات ریاضی در مهندسی برق، یک یا چند مورد از موارد زیر می باشد:

۱) مجزا کردن متغیرها از یکدیگر (یا Decoupling)

۲) تسهیل حل معادلات با ضرائب متغیر با زمان (ثابت نمودن ضرائب)

۳) ارجاع متغیرها به یک چارچوب (قاب یا دستگاه مختصات) مشترک

۴) کاهش تعداد متغیرها در سیستم های متعادل

❖ تبدیل های ریاضی زیادی در مهندسی برق وجود دارند که عبارتند از:

۱) تبدیل فورتسکیو (مولفه های متقارن)

۲) تبدیل کلارک

۳) تبدیل کنکوردیا

۴) تبدیل استنلی

۵) تبدیل پارک

۶) تبدیل پارک تعمیم یافته

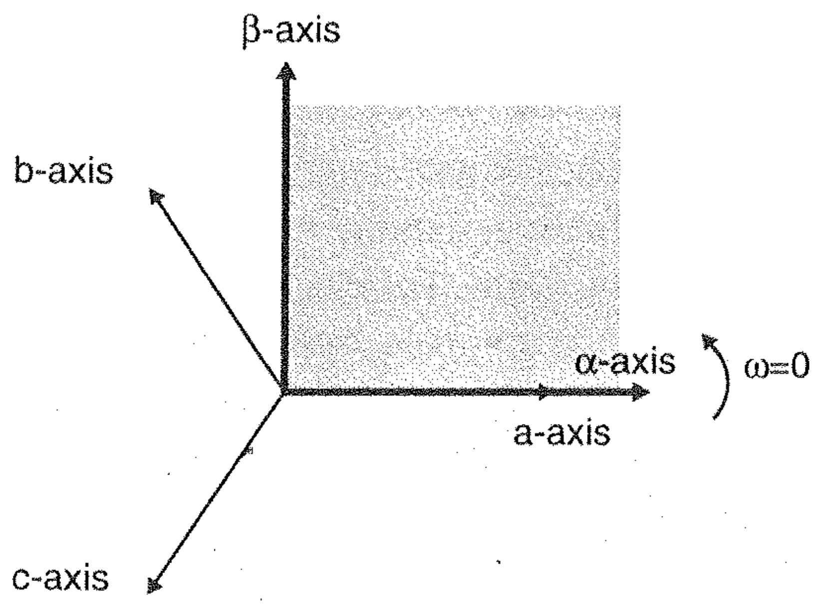
➢ تبدیل کلارک (Clarke)

- ✓ این تبدیل مولفه های سه فاز را به دو فاز عمود بر هم و یک مولفه همو‌پلار (یا مولفه توالی صفر) تبدیل می کند.
- ✓ متغیرهای دو فاز در تبدیل کلارک با اندیس های $\alpha\beta$ مشخص می شوند.
- ✓ مطابق شکل زیر، محور α معمولا منطبق بر محور فاز a است و محور β معمولا ۹۰ درجه نسبت به محور α تاخیر فاز دارد.
- ✓ این تبدیل توسط رابطه زیر قابل بیان است:

$$[\mathbf{f}_{\alpha\beta0}] = [\mathbf{T}_{\alpha\beta0}][\mathbf{f}_{abc}] \qquad (۲۱)$$

- ✓ که در آن $[T_{\alpha\beta0}]$ ماتریس تبدیل کلارک بوده و بصورت زیر تعریف می شود:

$$[\mathbf{T}_{\alpha\beta0}] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} & -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$



ارتباط بین مقادیر abc و $\alpha\beta$ در تبدیل کلارک

➢ تبدیل کنکوردیا (Concordia)

- ✓ تبدیل کنکوردیا، همان تبدیل کلارک است با این تفاوت که این تبدیل حافظ توان است.
- ✓ قانون کلی آن است که یک تبدیل وقتی می تواند حافظ توان باشد که ماتریس تبدیل آن ماتریسی متعامد باشد و ماتریس تبدیل کنکوردیا واجد چنین شرطی است.
- ✓ ماتریسی متعامد است که معکوس آن با ترانسپوزه آن یکی باشد.

$$[\mathbf{f}_{\alpha\beta 0}] = [\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}][\mathbf{f}_{abc}] \qquad (۲٤)$$

- ✓ ماتریس تبدیل کنکوردیا و ماتریس معکوس این تبدیل بصورت زیر می باشند:

$$\left[T_{\alpha\beta 0}\right] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad (۲۵)$$

$$\left[T_{\alpha\beta 0}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \qquad (۲٦)$$

➢ تبدیل استنلی (n فاز به دو فاز)

✓ تبدیل استنلی، یک سیستم n فاز متعادل را می تواند به سیستم دو فاز xy تبدیل نماید.

$$[\mathbf{f_{xy}}] = [\mathbf{T}(\theta)][\mathbf{f_{1\ 2\ 3 \ldots n}}] \qquad (۲۷)$$

✓ ماتریس این تبدیل عبارتست از:

$$[\mathbf{T}(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos \frac{P}{2}\theta & \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \alpha\right) \ldots \cos\left(\frac{P}{2}\theta - (n-1)\alpha\right) \\ \sin \frac{P}{2}\theta & \sin\left(\frac{P}{2}\theta - \alpha\right) \ldots \sin\left(\frac{P}{2}\theta - (n-1)\alpha\right) \end{bmatrix} \qquad (۲۸)$$

✓ در ماتریس فوق:

- α زاویه بین محورهای مغناطیسی مجاور سیم بندی n فاز (زاویه بین دو محور در سیستم n فازه)
- P تعداد قطب مغناطیسی (رابطه بین زاویه الکتریکی و مکانیکی)
- θ آرگومان تبدیل (زاویه بین نقطه موردنظر در فاصله هوایی با محور مرجع) هستند.

✓ ضریب $\sqrt{2/n}$ به منظور حافظ توان ماندن تبدیل استفاده شده است.

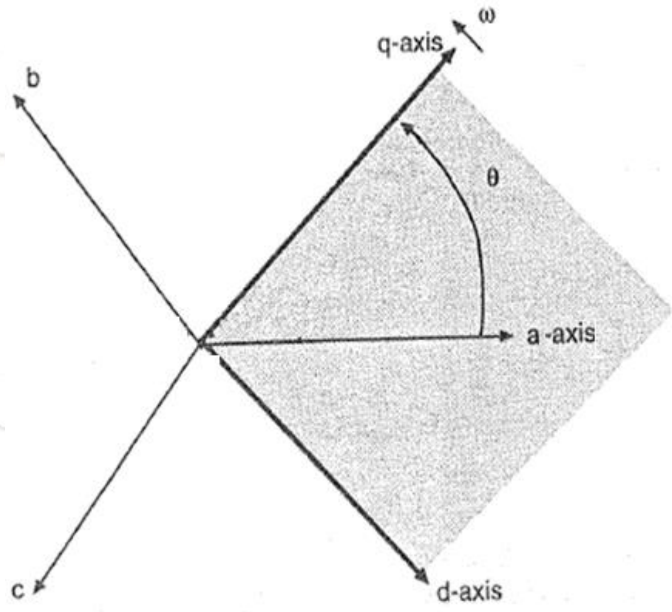
➢ تبدیل پارک (Park)

- ✓ تبدیل پارک از مهم ترین تبدیل های مورد استفاده در مدل سازی ماشین های گردان AC و سیستم قدرت سه فاز است.
- ✓ این تبدیل، مولفه های سه فاز ماشین یا سیستم را به دو مولفه عمود برهم در دستگاه مختصات d-q گردان تبدیل می کند.

$$[f_{qd0}] = [T_{qdo}] \times [f_{abc}] \qquad (۲۹)$$

- ✓ برای یافتن ماتریس تبدیل T_{qd0}، کافی است تصویر محورهای abc را روی دو محور d و q بدست آوریم.

$$[T_{qdo}(\theta)] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (۳۰)$$

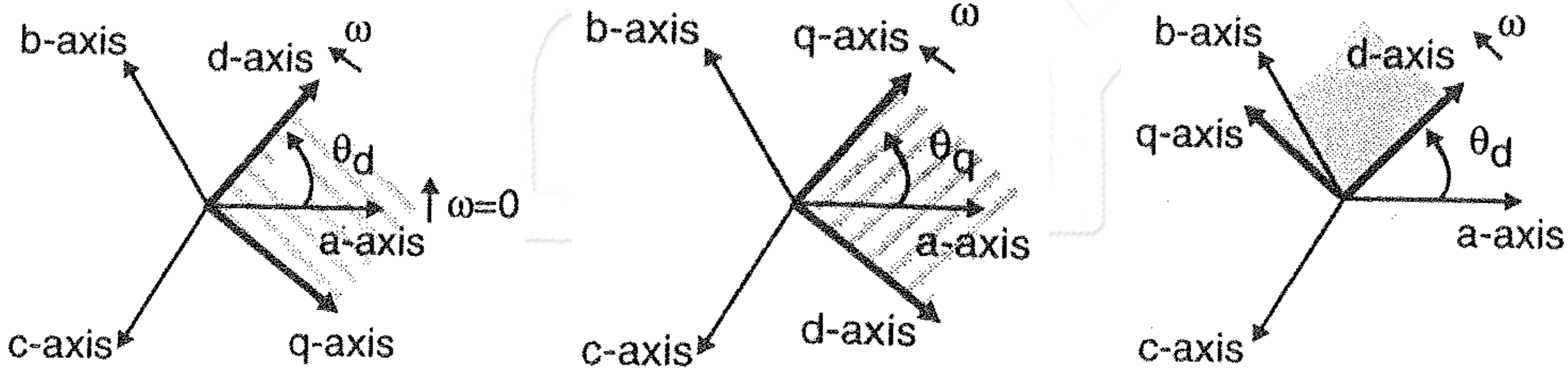


$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t)dt + \theta(0) \qquad (۳۱)$$

➢ تبدیل پارک (Park)

- ✓ محورهای d و q برهم عمود هستند و هر دو با سرعت دلخواه ω می توانند بچرخند. مقدار ω می تواند هر عددی درنظر گرفته شود اما معمولا در مدل سازی ماشین های AC گردان، آنرا برابر صفر (دستگاه dq ساکن) یا سرعت روتور (دستگاه dq روتور) و یا سرعت سنکرون (دستگاه dq سنکرون) درنظر می گیرند.

- ✓ همچنین بسته به وضعیت قرارگیری محورهای d و q نسبت به یکدیگر (کدامیک جلوتر و کدامیک عقب تر) و نسبت به محور فاز a، بیان ها و تبدیل های پارک متفاوتی در مراجع مختلف بکار رفته است که در سه شکل زیر نشان داده شده اند.
- ✓ تفاوت انواع مختلف تبدیل ها در درایه های ماتریس تبدیل ظاهر می شود.



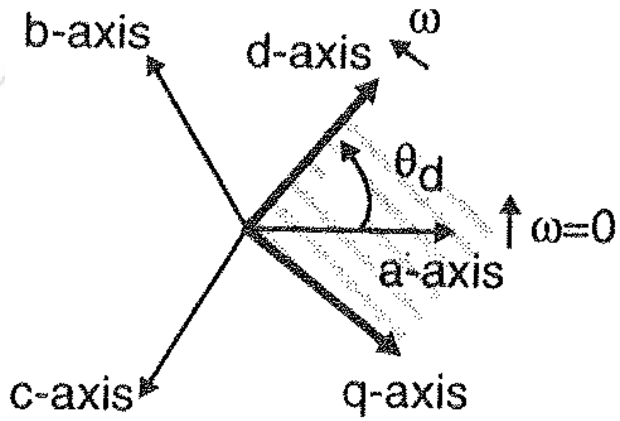
(الف) محور q جلوتر از محور d (مولدی)　(ب) محور q جلوتر از محور d (موتوری)　(ج) محور d جلوتر از محور q (موتوری)

❖ **حالت (ج): حالت موتوری** (محور d جلوتر از محور q است و زاویه Θ زاویه محور d با محور a است)

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \left[T_{dqo}(\theta_d)\right] \times \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \qquad (٤٠)$$

$$\left[T_{dqo}(\theta_d)\right] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_d & \cos(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta_d & \sin(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (٤١)$$

$$\left[T_{dqo}(\theta_d)\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_d & \sin\theta_d & 1 \\ \cos(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \qquad (٤٢)$$



(ج) محور d جلوتر از محور q (موتوری)

✓ زاویه Θ_d از رابطه زیر بدست می آید که ω سرعت چرخش دو محور d و q است:

$$\theta_d(t) = \int_0^t \omega(t)dt + \theta(0) \qquad (٤٣)$$

❖ مثال: محاسبه توان در یک سیستم سه فاز

○ توان لحظه ای یک سیستم سه فاز برای یک بار اهمی با روابط جریان و ولتاژ بصورت زیر در دو دستگاه abc و دستگاه qd0 (تبدیل پارک حالت ب) را بدست آورید و با هم مقایسه نمائید.

$$\begin{cases} v_a(t) = V_m \cos(\omega_s t) \\ v_b(t) = V_m \cos(\omega_s t - 120^o) \\ v_c(t) = V_m \cos(\omega_s t + 120^o) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_a(t) = I_m \cos(\omega_s t) \\ i_b(t) = I_m \cos(\omega_s t - 120^o) \\ i_c(t) = I_m \cos(\omega_s t + 120^o) \end{cases}$$

○ با استفاده از تبدیل پارک زیر، مقادیر تبدیل یافته ولتاژ و جریان را بدست می آوریم.

$$[T_{qdo}(\theta_q)] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_q & \cos(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta_q & \sin(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

دانشگاه کاشان / دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر / گروه قدرت/ درس کنترل موتورهای براشلس/ دکتر حلوایی

○ با جایگذاری ماتریس تبدیل T_{qd0} و بردار ولتاژ V_{abc} در رابطه مقابل داریم:

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_0 \end{bmatrix} = \left[T_{qdo}(\theta_q)\right] \times \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_q & \cos(\theta_q t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta_q & \sin(\theta_q t - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_m \cos(\omega_s t) \\ V_m \cos(\omega_s t - 120^o) \\ V_m \cos(\omega_s t + 120^o) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{2V_m}{3}\begin{bmatrix} \frac{3}{2}\cos(\theta_q - \omega_s t) \\ -\frac{3}{2}\sin(\omega_s t - \theta_q) \\ 0 \end{bmatrix} = V_m \begin{bmatrix} \cos(\theta_q - \omega_s t) \\ \sin(\theta_q - \omega_s t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

➢ تبدیل پارک (Park)

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_0 \end{bmatrix} = V_m \begin{bmatrix} \cos(\theta_q - \omega_s t) \\ \sin(\theta_q - \omega_s t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

- اگر سرعت چرخش محورهای d و q یعنی ω را برابر با فرکانس زاویه ای ولتاژهای سه فاز انتخاب کنیم ($\omega = \omega_s$)، و مقدار اولیه θ را برابر صفر فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\theta_q(t) = \int_0^t \omega_s(t)dt \quad \Rightarrow \theta_q(t) = \omega_s t$$

- در نتیجه از رابطه فوق، ولتاژهای انتقال یافته خواهند شد:

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- معنای رابطه فوق آن است که مولفه های ولتاژ روی محورهای d و q همواره مقدار ثابتی دارند.
- به عبارت دیگر، استفاده از تبدیل پارک، ولتاژ AC در دستگاه abc را به ولتاژ DC در دستگاه dq دوار تبدیل نموده است. این بدان معناست که ولتاژهای v_d و v_q با زمان تغییر نمی کنند. این ویژگی، یکی از مزایای استفاده از تبدیل پارک است.

➢ تبدیل پارک (Park)

○ به ترتیبی مشابه، جریان های سه فاز abc به دو مولفه dq قابل تبدیل هستند که نتیجه آن عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

○ حال مقدار توان را در دستگاه دومحوری qd0 بدست می آوریم.

○ توجه نمائید با توجه به اینکه مقادیر متغیرها در دستگاه qd ثابت هستند، دیگر مثل قبل نمی گوئیم توان را در لحظه مثلا $\pi/2$ محاسبه می کنیم. توان در تمامی لحظات ثابت است.

$$P = v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0 = 0 + V_m I_m + 0 \quad \Rightarrow \quad P = V_m I_m$$

❖ مقایسه مقدار توان بدست آمده در بالا با مقدار توان در دستگاه abc در لحظه $\pi/2$ نشان می دهد که تبدیل پارک یک تبدیل **حافظ توان** نیست.

✓ تبدیل پارک تعمیم یافته، همان تبدیل پارک معمولی است با این تفاوت که این تبدیل حافظ توان است.

تبدیل پارک معمولی

$$[T_{qdo}(\theta_q)]=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}\cos\theta_q & \cos(\theta_q-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_q+\frac{2\pi}{3})\\ \sin\theta_q & \sin(\theta_q-\frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_q+\frac{2\pi}{3})\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix} \quad (٤٤)$$

تبدیل پارک تعمیم یافته

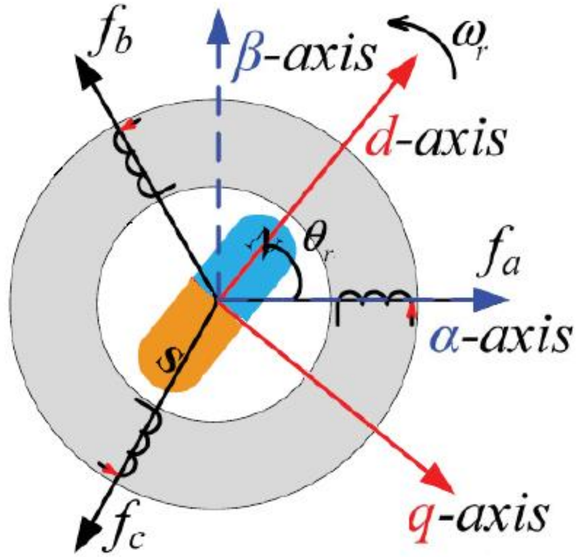
$$[T_{qdo}(\theta_q)]=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos\theta_q & \cos(\theta_q-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_q+\frac{2\pi}{3})\\ \sin\theta_q & \sin(\theta_q-\frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_q+\frac{2\pi}{3})\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix} \quad (٤٥)$$

✓ جهت ساده تر بودن روابط، معمولا از تبدیل پارک معمولی استفاده می شود. در این درس نیز ما از تبدیل پارک معمولی استفاده می کنیم.

❑ مدل دینامیکی موتور PMSM

➢ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه abc ساکن

✓ برای مدلسازی دینامیکی موتور PMSM، دستگاه دومحوری dq را مطابق شکل مقابل درنظر می گیریم (d نسبت به q پیشفاز است):



✓ معادلات ولتاژ موتور در دستگاه abc (استاتور) به فرم ماتریسی زیر قابل بیان است:

$$\mathbf{v}_{abc} = p\boldsymbol{\lambda}_{abc} + \mathbf{r}_s\,\mathbf{i}_{abc} \qquad (٤٦)$$

✓ که در آن، p بیانگر عملگر مشتق بوده و v_{abc} بردار ولتاژ استاتور، i_{abc} بردار جریان استاتور و λ_{abc} بردار شار پیوندی استاتور هستند که عبارتند از:

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c \end{bmatrix}^t \qquad (٤٧)$$

$$\mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix}^t \qquad (٤٨)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_a & \lambda_b & \lambda_c \end{bmatrix}^t \qquad (٤٩)$$

❑ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه abc ساکن

➢ معادلات شار – جریان

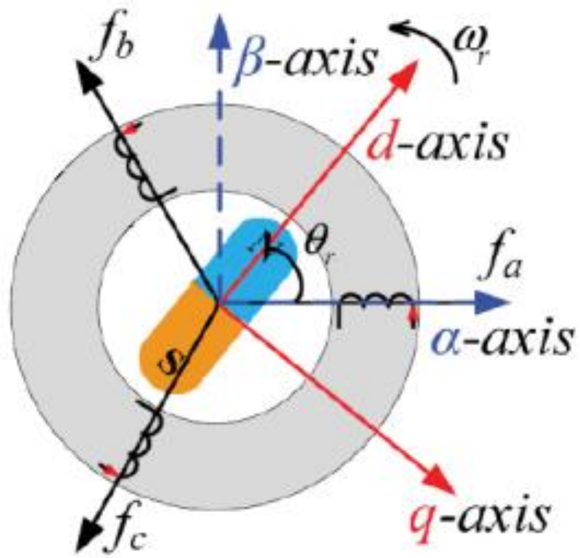
✓ بردار شار استاتور λ_{abc} از معادله زیر بدست می‌آید:

$$\lambda_{abc} = \lambda_{abc(s)} + \lambda_{abc(r)} \qquad (۵۰)$$

✓ در رابطه (۵۰) $\lambda_{abc(s)}$ ناشی از جریان‌های سیم‌پیچ‌های استاتور و $\lambda_{abc(r)}$ شار روتور القا شده در سیم‌پیچ‌های سه فاز استاتور هستند که از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\lambda_{abc(s)} = \mathbf{L}\mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \qquad (۵۱)$$

$$\lambda_{abc(r)} = \lambda_m \begin{bmatrix} \cos\theta_r \\ \cos(\theta_r - 120^o) \\ \cos(\theta_r + 120^o) \end{bmatrix} \qquad (۵۲)$$

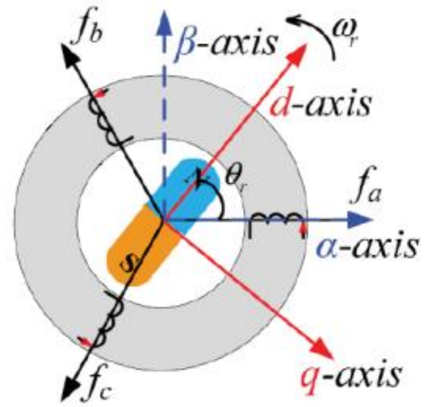


✓ که λ_m مقدار شار ایجاد شده توسط آهنربای روتور در راستای محور d است.

➢ روابط اندوکتانس خودی هر فاز

✓ همچنین مقادیر اندوکتانس خودی هر فاز استاتور در رابطه (۵۱) از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\begin{aligned} \mathbf{L_{aa}} &= \mathbf{L_{ls}} + \mathbf{L_{m1}} - \mathbf{L_{m2}} \cos 2\theta_r \\ \mathbf{L_{bb}} &= \mathbf{L_{ls}} + \mathbf{L_{m1}} - \mathbf{L_{m2}} \cos 2(\theta_r - 120^o) \\ \mathbf{L_{cc}} &= \mathbf{L_{ls}} + \mathbf{L_{m1}} - \mathbf{L_{m2}} \cos 2(\theta_r + 120^o) \end{aligned} \qquad (۵۳)$$



✓ که در آنها $\mathbf{L_{ls}}$ اندوکتانس نشتی سیم‌پیچی استاتور، $\mathbf{L_{m1}}$ بخش ثابت اندوکتانس مغناطیسی هر سیم‌پیچ استاتور و $\mathbf{L_{m2}}$ بخش متغیر اندوکتانس مغناطیسی هر سیم‌پیچ استاتور هستند.

➢ روابط اندوکتانس متقابل

✓ در رابطه (٤٧) اندوکتانسهای متقابل بین فازهای استاتور نیز از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}
L_{ab} &= L_{ba} = -\frac{L_{m1}}{2} - L_{m2}\cos(2\theta_r - 120^o) \\
L_{bc} &= L_{cb} = -\frac{L_{m1}}{2} - L_{m2}\cos(2\theta_r + 120^o) \qquad (٥٥) \\
L_{ca} &= L_{ac} = -\frac{L_{m1}}{2} - L_{m2}\cos 2\theta_r
\end{aligned}$$

✓ با جایگذاری روابط (٥٣) تا (٥٥) در رابطه (٥٠) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
\lambda_a &= [L_{ls} + L_{m1} - L_{m2}\cos 2\theta_r]i_a - [\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos(2\theta_r - 120^o)]i_b - [\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos 2\theta_r]i_c + \lambda_m \cos\theta_r \\
\lambda_b &= -[\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos(2\theta_r - 120^o)]i_a + [L_{ls} + L_{m1} - L_{m2}\cos(2\theta_r + 120^o)]i_b - [\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos(2\theta_r + 120^o)]i_c + \lambda_m \cos(\theta_r - 120^o) \qquad (٥٦) \\
\lambda_c &= -[\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos 2\theta_r]i_a + [\frac{L_{m1}}{2} + L_{m2}\cos(2\theta_r + 120^o)]i_b - [L_{ls} + L_{m1} - L_{m2}\cos(2\theta_r - 120^o)]i_c + \lambda_m \cos(\theta_r + 120^o)
\end{aligned}$$

✓ روابط (٥٦) وقتی در معادله ولتاژ دیفرانسیلی (٤٢) قرار داده شوند، یکسری معادلات ضرایب با متغیر را نتیجه می‌دهند که حل آنها بسیار وقت‌گیر است.

✓ برای کاهش حجم محاسبات، با انتقال معادلات فوق از دستگاه abc ساکن استاتور به دستگاه dq دوار با سرعت دلخواه ω یکسری معادلات دیفرانسیل با ضرایب ثابت بدست خواهیم آورد.

❑ مدل دینامیکی موتور PMSM

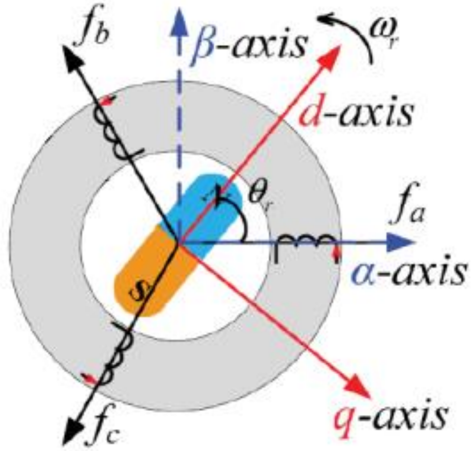
➢ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه dq سنکرون

✓ متغیرهای شار، ولتاژ و جریان استاتور از دستگاه ساکن abc را با استفاده از تبدیل پارک زیر (حالت ج) به دستگاه dq دوار منتقل می‌کنیم:

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{T}_{dqo}\mathbf{f}_{abc} \qquad (۵۷)$$

✓ که در آن:

$$\mathbf{f}_{dq0}^{T} = [\mathbf{f}_d \quad \mathbf{f}_q \quad \mathbf{f}_0]$$
$$\mathbf{f}_{abc}^{T} = [\mathbf{f}_a \quad \mathbf{f}_b \quad \mathbf{f}_c] \qquad (۵۸)$$



$$\left[\mathbf{T}_{dqo}(\theta_r)\right] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - 120^o) & \cos(\theta_r + 120^o) \\ \sin\theta_r & \sin(\theta_r - 120^o) & \sin(\theta_r + 120^o) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (۵۹)$$

✓ مولفه صفر کمیت f (که می‌تواند ولتاژ، جریان و یا شار باشد) از رابطه زیر قابل محاسبه است که در صورت متعادل بودن تغذیه، برابر با صفر خواهد بود:

$$\mathbf{f}_0 = \frac{1}{3}(\mathbf{f}_a + \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_c) \qquad (۶۰)$$

✓ با اعمال ماتریس تبدیل T_{dq0} به معادلات ولتاژ و شار (۴۶) و (۵۶)، معادلات ولتاژ در دستگاه dq بصورت زیر بدست خواهند آمد:

➢ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه dq سنکرون

✓ با اعمال ماتریس تبدیل T_{dq0} به معادلات ولتاژ و شار (٤٦) و (٥٦)، معادلات ولتاژ در دستگاه dq بصورت زیر بدست خواهند آمد:

$$v_{ds}=r_s i_{ds}+\frac{d\lambda_{ds}}{dt}+\omega_r\lambda_{qs} \qquad (٦١)$$

$$v_{qs}=r_s i_{qs}+\frac{d\lambda_{qs}}{dt}-\omega_r\lambda_{ds} \qquad (٦٢)$$

✓ معادلات شار استاتور در دستگاه dq نیز خواهد بود:

$$\lambda_{qs}=(L_{ls}+L_{mq})i_{qs}=L_q i_{qs} \qquad (٦٣)$$

$$\lambda_{ds}=(L_{ls}+L_{md})i_{ds}+\lambda_m=L_d i_{ds}+\lambda_m \qquad (٦٤)$$

✓ که در آن L_{md} و L_{mq} اندوکتانس‌های مغناطیس کنندگی در راستاهای d و q بوده و از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$L_{md}=\frac{3}{2}(L_{m1}-L_{m2}) \qquad (٦٥) \qquad\qquad L_{mq}=\frac{3}{2}(L_{m1}+L_{m2}) \qquad (٦٦)$$

✓ روابط شار (٦٣ و ٦٤) فوق که در دستگاه dq هستند را با رابطه شار در دستگاه abc مقایسه کنید و ببینید چقدر ساده تر شده اند:

$$\lambda_a=[L_{ls}+L_{m1}-L_{m2}\cos 2\theta_r]i_a-[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos(2\theta_r-120^o)]i_b-[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos 2\theta_r]i_c+\lambda_m\cos\theta_r$$

$$\lambda_b=-[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos(2\theta_r-120^o)]i_a+[L_{ls}+L_{m1}-L_{m2}\cos(2\theta_r+120^o)]i_b-[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos(2\theta_r+120^o)]i_c+\lambda_m\cos(\theta_r-120^o)$$

$$\lambda_c=-[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos 2\theta_r]i_a+[\frac{L_{m1}}{2}+L_{m2}\cos(2\theta_r+120^o)]i_b-[L_{ls}+L_{m1}-L_{m2}\cos(2\theta_r-120^o)]i_c+\lambda_m\cos(\theta_r+120^o)$$

❑ مدل دینامیکی موتور PMSM

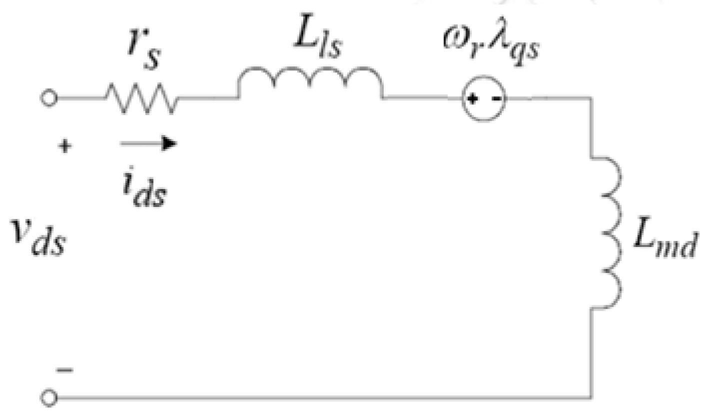
➢ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه dq سنکرون

✓ در نهایت، معادلات ولتاژ استاتور در دستگاه dq به صورت زیر قابل بازنویسی هستند:

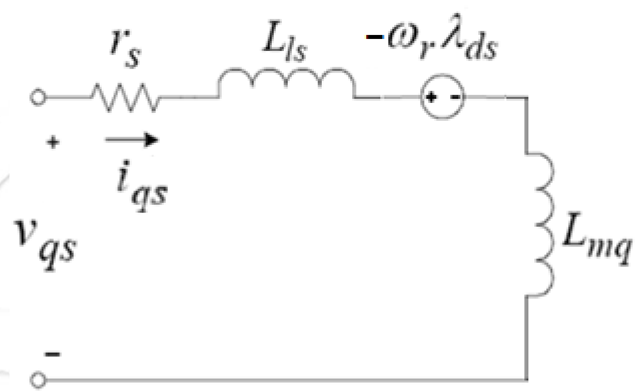
$$v_{ds}=r_s i_{ds}+L_d\frac{di_{ds}}{dt}+\omega_r L_q i_{qs}=r_s i_{ds}+L_d\frac{di_{ds}}{dt}+\omega_r\lambda_{qs} \qquad (٦٧)$$

$$v_{qs}=r_s i_{qs}+L_q\frac{di_{qs}}{dt}-\omega_r\left(L_d i_{ds}+\lambda_m\right)=r_s i_{qs}+L_q\frac{di_{qs}}{dt}-\omega_r\lambda_{ds} \qquad (٦٨)$$

✓ مدار معادل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه dq دوار با استفاده از روابط فوق بصورت شکل زیر قابل استخراج است.



الف – مدار معادل محور d



ب – مدار معادل محور q

مدار معادل مدل دینامیکی موتور PMSM سه فاز در دستگاه دومحوری dq دوار

➢ مدل دینامیکی موتور PMSM در دستگاه dq سنکرون

✓ برای بدست آوردن معادله گشتاور، با استفاده از رابطه توان لحظه‌ای ورودی به موتور بصورت:

$$P_{in} = \frac{3}{2}\mathbf{Re}\left(\vec{v}_{dq}\vec{i}^{*}_{dq}\right) = \frac{3}{2}\left(v_{ds}i_{ds} + v_{qs}i_{qs}\right) \qquad (۷۱)$$

✓ و حذف بخش‌های توان تلفات اهمی و توان ذخیره شده در میدان مغناطیسی، مقدار توان مکانیکی (یا توان فاصله هوایی) را بدست می‌آوریم. با تقسیم این توان بر سرعت، گشتاور مطابق رابطه زیر قابل محاسبه است:

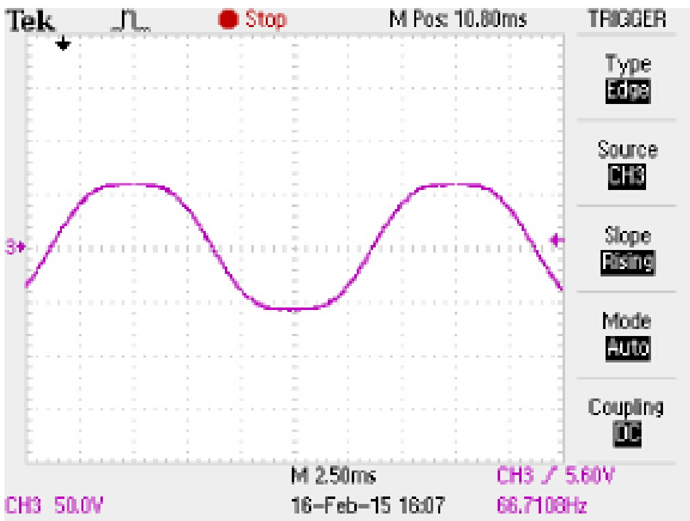
$$T_{em} = \frac{3P}{4}\left[\lambda_m i_{qs} + (L_d - L_q) i_{ds} i_{qs}\right] \qquad (۷۲)$$

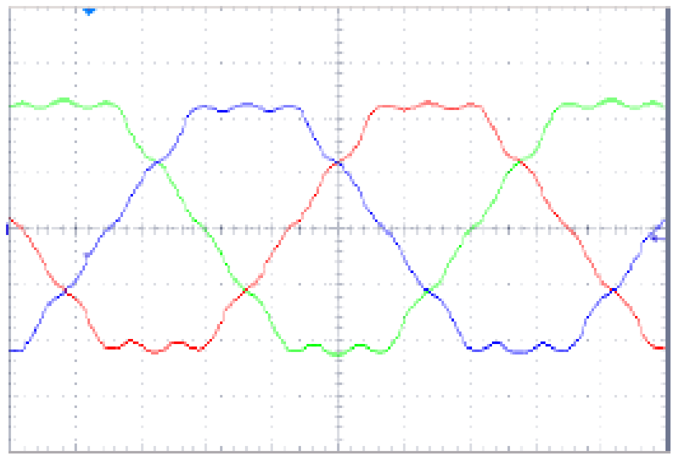
✓ سرعت مکانیکی موتور نیز از رابطه دورانی نیوتن بصورت زیر قابل محاسبه است:

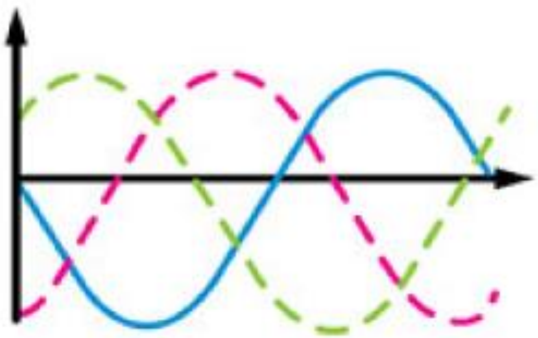
$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J}(T_{em} - T_L - B\omega_m) \qquad (۷۳)$$

❑ مدل سازی موتور براشلس غیر ایده آل

✓ موتورهای براشلس غیر ایده‌آل برخلاف موتورهای PMSM دارای توزیع شار فاصله هوایی سینوسی نبوده و استفاده از تئوری دومحوری dq برای آنها به دلیل وجود مولفه‌های با هارمونیک‌های بالاتر همراه با خطاهای فراوان مدل‌سازی خواهد بود.







الف- موتور *PMSM*

ب- موتور *BLDC*

❑ مدل سازی موتور براشلس غیر ایده آل

- ✓ برای مدلسازی دینامیکی این موتورها دو روش اصلی وجود دارد که عبارتند از:
  (۱) مدل‌سازی در دستگاه های دومحوری dq چندگانه (MRF)
  (۲) مدل‌سازی در دستگاه abc همانند موتورهای BLDC ذوزنقه ای.

- ✓ در روش مدل‌سازی در دستگاه‌های دومحوری dq چندگانه، با توجه به محتوای هارمونیکی شکل موج ولتاژ ضدمحرکه، دستگاه‌های dq سنکرون با سرعت‌های برابر سرعت هارمونیک‌های موجود تشکیل می‌شود و مقادیر ولتاژها، جریان‌ها و شارهای سه‌فاز به این دستگاه‌های dq چندگانه منتقل می‌شوند.

- ✓ این روش مدل‌سازی (MRF) دارای حجم محاسبات بسیار بالا و پیچیده‌ای است و نیازمند پردازشگرهای قوی می‌باشد. اگر تعداد هارمونیک‌ها بالاتر باشد، پیچیدگی نیز بیشتر می‌شود. از این روش مدل‌سازی موقعی استفاده می‌گردد که بخواهیم از روش‌های کنترل برداری برای کنترل موتور بدون جاروبک استفاده شود که به آن روش کنترل برداری بهبود یافته گویند. به دلیل حجم محاسبات بالا، خطاهای زیاد و پیچیدگی روش‌های کنترلی مربوطه، این روش مدل‌سازی کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد.