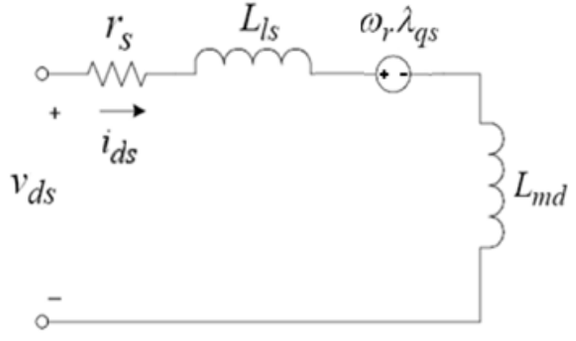
بخش سوم:
محاسبه پارامترهای مدار معادل موتورهای براشلس

- مقدمه
- تعیین تعداد قطبها (P)
- محاسبه مقاومت استاتور (R)
- محاسبه اندوکتانسها (L)
- محاسبه شار مغناطیسی روتور (λ_m) و ثابت ولتاژ K_e
- محاسبه ممان اینرسی (J)

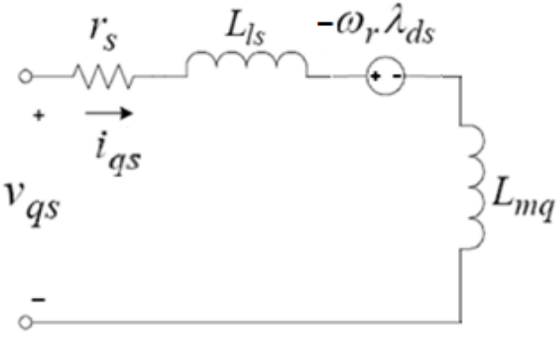
❑ مقدمه

- ✓ استفاده از مدل دینامیکی برای اغلب روشهای کنترلی حلقه بسته موتورهای براشلس بویژه PMSM ضروری است.
- ✓ در بخش قبل، مدار معادل دینامیکی دو نوع موتور براشلس DC (یا BLDC) و براشلس AC (یا PMSM) را بدست آوردیم.
- ✓ در این بخش می خواهیم پارامترهای مدار معادل را بدست آوریم.
- ✓ **بطور کلی دو روش برای تعیین پارامترهای مدار معادل وجود دارد:**
  1) بکارگیری روشهای تست
  2) استفاده از اطلاعات طراحی موتور شامل طول، ابعاد و جنس و مشخصات مواد مغناطیسی بخشهای مختلف موتور
- ✓ روش اول با انجام یک سری آزمایشهای استاندارد و بکارگیری وسایل اندازه گیری دقیق قابل انجام است.
- ✓ اما روش دوم مستلزم داشتن اطلاعات دقیقی از پارامترهای طراحی موتور و جنس مواد است که ممکن است در دسترس نباشند.
- ✓ در این بخش، روش اول به تفصیل ارائه می شود و روابط مربوط به روش دوم نیز به اختصار بیان می گردند.

- ✓ پارامترهای مدار معادل الکتریکی شامل: مقاومت هر فاز (R)، اندوکتانس نشتی (L_{ls})، اندوکتانسهای خودی یا مغناطیس کنندگی (L_m) و ولتاژهای ضدمحرکه (e) و همچنین تعداد قطبهای موتور (P) هستند.
- ✓ همچنین دو پارامتر ممان اینرسی (J) و ضریب اصطکاک (B یا D) نیز در بخش معادلات حرکت باید تعیین شوند.

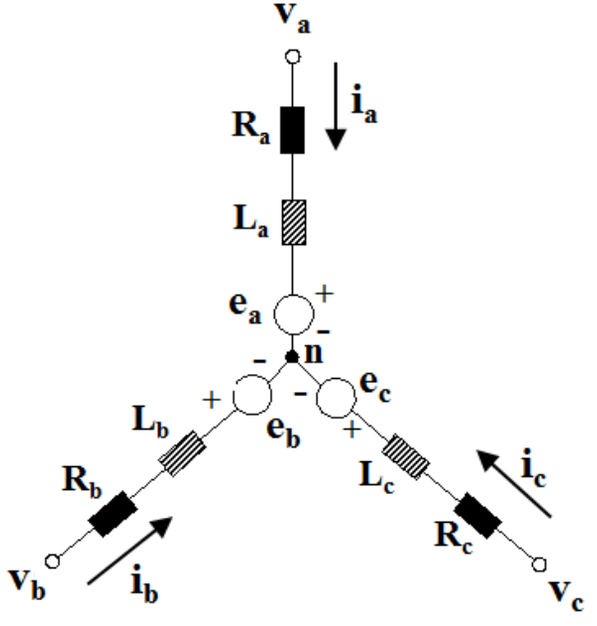


الف- مدار معادل محور d



ب- مدار معادل محور q

(ب) مدار معادل دینامیکی موتور PMSM



(الف) مدل دینامیکی موتور BLDC سه فاز

❑ تعیین تعداد قطبهای موتور

✓ **برای تعیین تعداد قطب های موتور براشلس، می توان از دو روش زیر استفاده نمود:**

(۱) چرخش موتور براشلس با استفاده از اینورتر فرکانسی و اندازه گیری فرکانس جریان و سرعت محور

(۲) چرخش محور موتور براشلس توسط یک موتور دیگر و بردن موتور براشلس به مود ژنراتوری

✓ **در روش ۱، وقتی سرعت موتور ثابت شد، با استفاده از اسیلوسکوپ، فرکانس جریان موتور را بدست می آوریم. این فرکانس، دقیقا همان فرکانس ولتاژ اعمالی توسط اینورتر است. سرعت مکانیکی موتور را هم توسط دورسنج اندازه گیری نموده و از رابطه زیر برای محاسبه تعداد قطب استفاده می کنیم.**

$$\mathbf{P} = 2\frac{\omega_e}{\omega_{shaft}} = 2\frac{\text{فرکانس جریان موتور}}{\text{فرکانس چرخش محور}} \qquad (۱)$$

✓ **در روش ۲، با اندازه گیری فرکانس ولتاژ القا شده در فاز یا ولتاژ خط به خط، و اندازه گیری سرعت مکانیکی محور توسط دورخوان، می توان از رابطه زیر برای تعیین تعداد قطب استفاده نمود:**

$$\mathbf{P} = 2\frac{\omega_e}{\omega_{shaft}} = 2\frac{\text{فرکانس ولتاژ القا شده}}{\text{فرکانس چرخش محور}} \qquad (۲)$$

❑ محاسبه مقاومت استاتور (R_s)

➢ استفاده از اهم متر (مالتی متر)

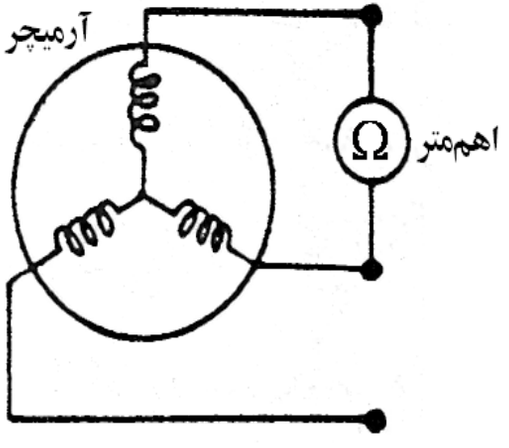
- ✓ مقاومت استاتور (آرمیچر) موتور به راحتی و با استفاده از دستگاه اهم متر قابل تعیین است.
- ✓ به فرض موتور دارای سه فاز و با اتصال ستاره باشد:
- ✓ اگر نقطه اتصال ستاره موتور در دسترس باشد، با اندازه گیری مقاومت یک فاز نسبت به نقطه ستاره، می توان آنرا اندازه گیری نمود.
- ✓ اگر نقطه ستاره در دسترس نباشد، با اندازه گیری مقاومت فاز به فاز، و تقسیم آن بر دو مقاومت هر فاز به دست می آید.
- ✓ اگر اتصال موتور به صورت مثلث باشد، فرمول محاسبه اندکی تغییر می کند.
- ✓ اینکه موتور دارای رلوکتانس متغیر باشد یا نه، هیچ تاثیری در مقدار مقاومت استاتور ندارد.

در حالت اتصال ستاره:

$$r_{dc} = \frac{1}{2} \times \frac{\text{ولتاژ خوانده شده}}{\text{جریان خوانده شده}} \qquad (۳)$$

در حالت اتصال مثلث:

$$r_{dc} = \frac{3}{2} \times \frac{\text{ولتاژ خوانده شده}}{\text{جریان خوانده شده}} \qquad (٤)$$



اندازه‌گیری مقاومت با اهم‌متر

❑ محاسبه مقاومت استاتور (R_s)

➢ استفاده از اهم متر (مالتی متر)

- ✓ توجه شود که مقدار مقاومت به دست آمده با استفاده از اهم متر، مقاومت dc موتور است.
- ✓ با توجه به آنکه تغذیه موتور بصورت سینوسی است، باید اثر پوستی را در محاسبه مقاومت لحاظ نمود.
- ✓ بطور معمول، مقدار مقاومت را در ضریبی تقریبی ضرب می کنند.

با درنظر گرفتن اثر حرارت و پوستی (برای فرکانسهای پائین تر از ۱۰۰ هرتز):

$$r_a = (1.2 \sim 1.5) \times r_{dc} \qquad (۵)$$

- ✓ راه حل مطمئن تر استفاده از دستگاه RLC متر است که مقدار مقاومت موتور را با توجه به فرکانس کاری موتور تصحیح می کند.

❑ محاسبه مقاومت استاتور (R_s)

➢ استفاده از RLC متر

- ✓ در دستگاه RLC متر، فرکانس اندازه گیری قابل تعیین است.
- ✓ با توجه به اینکه در درایوهای سرعت متغیر، فرکانس دائما در حال تغییر است، لذا مقدار مقاومت موثر هم تغییر می کند.
- ✓ در صورتی که مقدار مقاومت در فرکانس های مختلف خیلی تغییر نکند، می توان با اندازه گیری مقاومت در فرکانس های بالا و پائین، میانگین مقادیر اندازه گیری شده را به عنوان مقاومت موثر ac درنظر گرفت.
- ✓ همچنین میانگین مقدار مقاومت اندازه گیری شده برای فازهای مختلف را باید لحاظ نمود.
- ✓ درجه حرارت هم بر مقدار مقاومت تاثیر می گذارد که در صورت نیاز باید تصحیح نمود.

$$R = R_0(1+\alpha\Delta t) \qquad (٦)$$

(for copper, $\alpha = 0.004\ K^{-1}$)

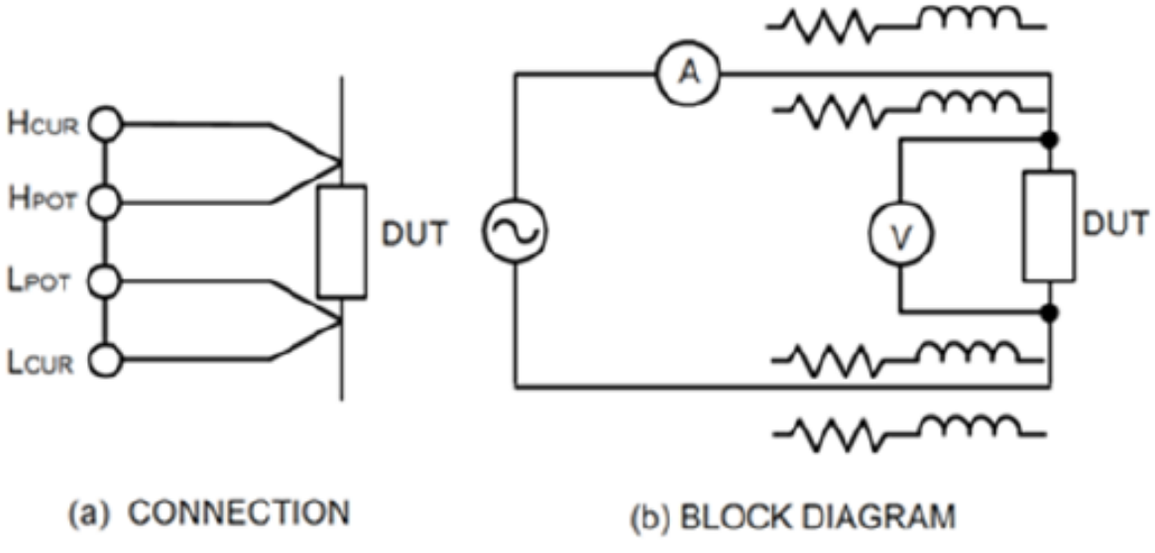
Ω (ohm) @ 20 Hz (test level 1V)	Ω (ohm) @ 400 Hz (test level 1V)
R_{as} : 16.285 Ω	R_{as} : 21.11 Ω
R_{bs} : 16.31 Ω	R_{bs} : 21.2115 Ω
R_{cs} : 16.3345 Ω	R_{cs} : 21.10 Ω
$R_{savg\,20\,Hz}$: 16.30983 Ω	$R_{savg\,400\,Hz}$: 21.1405 Ω

مقادیر اندازه گیری شده مقاومت موثر فاز برای موتور براشلس یک ماشین لباسشویی ٤٨ قطب

❑ محاسبه مقاومت استاتور (R_s)

➢ استفاده از اهم متر (مالتی متر)

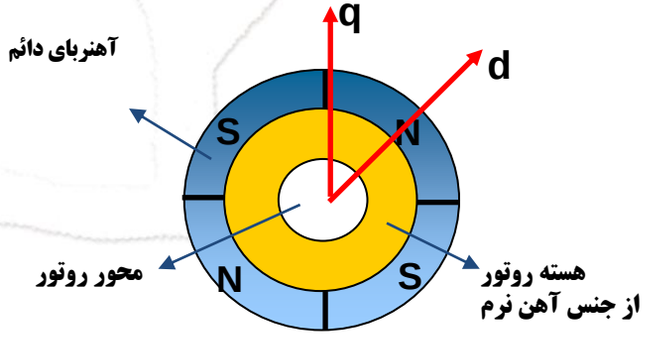
✓ **برای اندازه گیری مقاومت های کم و کاهش خطای اندازه گیری و حذف مقاومت سیم های رابط، از اندازه گیری چهارسیمه توسط RLC متر نیز استفاده می گردد.**



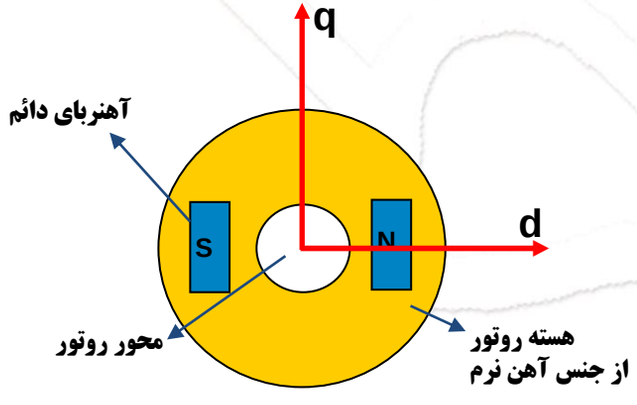
(a) CONNECTION (b) BLOCK DIAGRAM

❑ محاسبه اندوکتانس های استاتور

- ✓ در صورتیکه رلوکتانس مغناطیسی بدون تغییر بماند، اندوکتانس های موتور (خودی و متقابل) بدون تغییر می ماند.
- ✓ تغییر رلوکتانس فاصله هوایی به دلیل تغییر فاصله هوایی موثر (حتی اگر در ظاهر، طول فاصله هوایی فیزیکی بین استاتور و روتور ثابت باشد) اتفاق می افتد.
- ✓ در موتورهای PMSM داخلی (IPMSM)، تغییر رلوکتانس داریم، در صورتیکه در موتورهای PMSM سطحی (SPMSM)، تغییر رلوکتانس بسیار ناچیز است.
- ✓ علت تغییر رلوکتانس در موتور IPMSM، آن است که آهنربای دائم از لحاظ مغناطیسی مانند هوا است و μ آن به μ هوا بسیار نزدیک است. لذا در راستایی که آهنربا قرار دارد، طول فاصله هوایی موثر بیشتر و اندوکتانس کمتر است.
- ✓ موتورهای با رلوکتانس متغیر را موتورهای با saliency و موتورهای رلوکتانس ثابت رابدون saliency گویند.



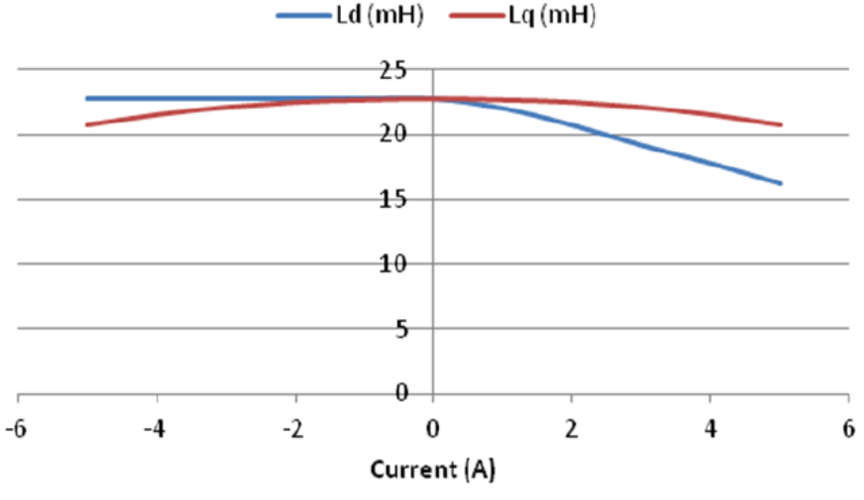
(الف) موتور PM سنکرون نوع مغناطیس سطحی چهار قطبی (SPMSM)



(ب) موتور PM سنکرون نوع مغناطیس داخلی دو قطبی (IPMSM)

❑ محاسبه اندوکتانس های استاتور

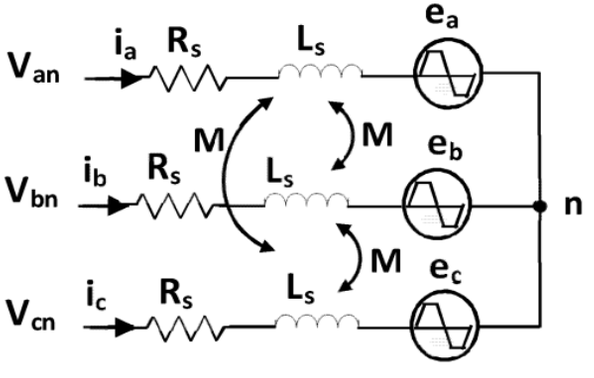
- ✓ لذا در موتورهای با رلوکتانس متغیر (با saliency)، اندوکتانسهای خودی هر فاز و اندوکتانسهای متقابل بین فازها تغییر خواهند کرد.
- ✓ اندوکتانس نشتی با تغییر رلوکتانس تغییری نخواهد کرد.
- ✓ در مدلسازی دینامیکی و یا حالت دائم موتورهای با رلوکتانس متغیر، بجای استفاده از مقدار متغیر برای اندوکتانسهای فاز، از مقادیر حداقل و حداکثر اندوکتانس (یعنی L_d و L_q) استفاده می کنند که در این حالت $L_d < L_q$ است.
- ✓ در اثر اشباع موتور مقادیر L_d و L_q نیز تغییر می کنند. اشباع می تواند در اثر افزایش جریان بار (یا مولفه I_q) اتفاق بیفتد.
- ✓ با توجه به اینکه تا سرعت نامی موتور مقدار $I_d = 0$ است، تغییرات اندوکتانس بیشتر متوجه L_q است.



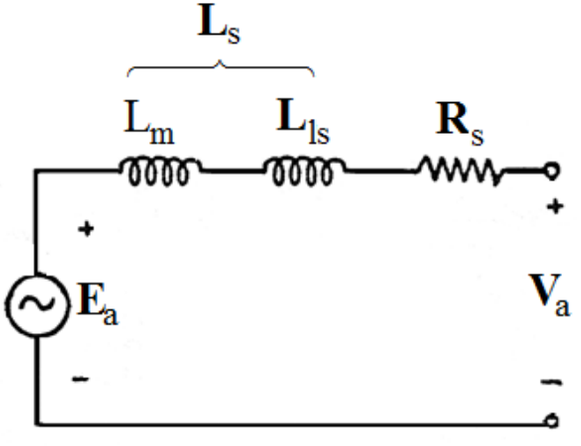
تغییرات اندوکتانسهای d و q برحسب جریان بار

❑ محاسبه اندوکتانس خودی استاتور (L_s) در موتور SPMSM

- ✓ در موتورهای مغناطیس سطحی (بدون saliency)، اندوکتانس خودی هر فاز و همچنین اندوکتانس متقابل بین دو فاز ثابت هستند.
- ✓ اندوکتانس خودی L_s هر فاز (یا اندوکتانس سنکرون)، شامل دو بخش اندوکتانس نشتی L_{ls} و اندوکتانس مغناطیس کنندگی L_m است.
- ✓ تفکیک این دو بخش و محاسبه هر کدام از آنها با آزمایش های خاص (نظیر مثلث پوتیه) و همچنین روش های مداری انجام می شود.
- ✓ فرض می شود که ساختار مغناطیسی و سیم پیچی های موتور متقارن بوده و لذا اندوکتانس های خودی (L_s) با یکدیگر و اندوکتانس های متقابل (M) نیز با یکدیگر برابرند.



(الف) مدل دینامیکی موتور براشلس رلوکتانس ثابت

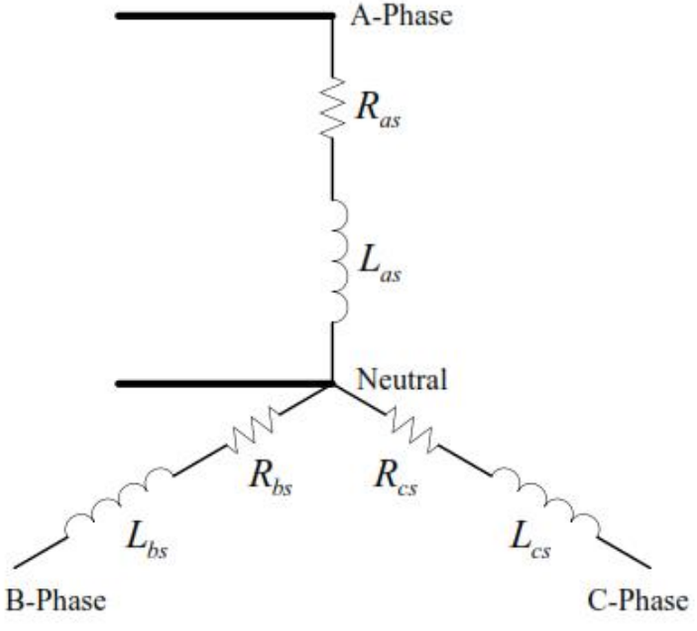


(ب) مدار معادل حالت دائم هر فاز موتور براشلس رلوکتانس ثابت

❑ محاسبه اندوکتانس خودی استاتور (L_s) در موتور SPMSM

➢ با اندازه گیری اندوکتانس ترمینال به نقطه ستاره

- ✓ برای اندازه گیری اندوکتانس خودی، می توان از دستگاه RLC متر استفاده نمود.
- ✓ برای اندازه گیری اندوکتانس خودی نیز باید در فرکانس کاری موتور، اندازه گیری ها انجام شود.
- ✓ اگر موتور در فرکانسهای مختلفی کار می کند، میانگین مقادیر اندازه گیری شده در فرکانس های مختلف لحاظ شود.
- ✓ اگر نقطه ستاره موتور در اختیار باشد، اندوکتانس اندازه گیری شده بین ترمینال یک فاز و نقطه ستاره، همان اندوکتانس خودی یا سنکرون است.



(الف) اندازه گیری مقاومت و اندوکتانس خودی هر فاز استاتور

mH @ 20 Hz (test level 1V)		mH @ 400 Hz (test level 1V)	
L_{aa} :	62.09 mH	L_{aa} :	61.72 mH
L_{bb} :	62.04 mH	L_{bb} :	62.10 mH
L_{cc} :	61.10 mH	L_{cc} :	61.86 mH
$L_{savg\,20\,Hz}$:	61.7433 mH	$L_{savg\,400\,Hz}$:	61.8933 mH

(ب) مقادیر اندازه گیری شده اندوکتانس خودی برای موتور براشلس یک ماشین لباسشویی ۴۸ قطب

❑ محاسبه اندوکتانس نشتی استاتور (L_{ls}) در موتور SPMSM

- ✓ در صورتیکه نقطه ستاره استاتور در دسترس باشد، اندوکتانس نشتی برای موتور با رلوکتانس ثابت به طریق زیر قابل محاسبه است:
- ✓ اندوکتانس خودی استاتور (L_s یا L_{as}) با اندازه گیری اندوکتانس بین ترمینال و نقطه ستاره توسط دستگاه RLC متر قابل انجام است. این اندوکتانس برابر است با:

$$L_{as} = L_{ls} + L_{m1} + L_{m2}\cos 2\theta_r \qquad (۷)$$

- ✓ اگر رلوکتانس تغییری نداشته باشد (یعنی $L_{m2}=0$ و $L_{m1}=L_m$)، داریم:

$$L_{as} = L_{ls} + L_{m1} = L_{ls} + L_m \qquad (۸)$$

- ✓ از طرفی دیگر با اندازه گیری اندوکتانس بین دو ترمینال داریم:

$$L_{LL} = L_{as} + L_{bs} - 2M_{ab} \qquad (۹)$$

- ✓ که در آن به سادگی قابل اثبات است که (در بخش مدل دینامیکی بیان شد):

$$M_{ab} = -\frac{1}{2}L_{m1} + L_{m2}\cos 2\theta_r \qquad (۱۰)$$

- ✓ اگر رلوکتانس تغییری نداشته باشد (یعنی $L_{m2}=0$ و $L_{m1}=L_m$)، داریم:

$$M_{ab} = -\frac{1}{2}L_{m1} = -\frac{1}{2}L_m \qquad (۱۱)$$

- ✓ با استفاده از دو رابطه (۸) و (۱۱) داریم:

$$L_{ls} = L_{as} - L_m = L_{as} + 2M_{ab} \qquad (۱۲)$$

- ✓ توجه نمائید که در روابط (۱۱) یا (۱۲)، اندوکتانس M_{ab} دارای مقداری منفی است.

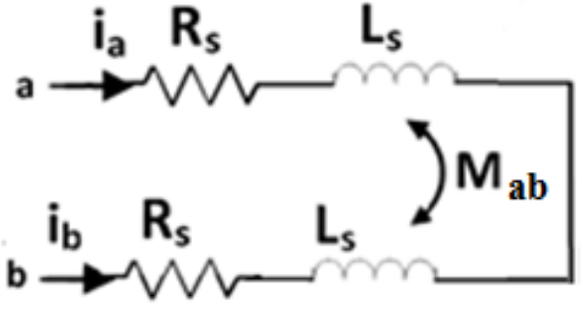
❑ محاسبه اندوکتانس متقابل (M) در موتور SPMSM

✓ اندوکتانس مغناطیس کنندگی L_m در هر فاز با استفاده از مقادیر اندوکتانس خودی L_s و اندوکتانس نشتی L_{ls} بدست آورده می شود:

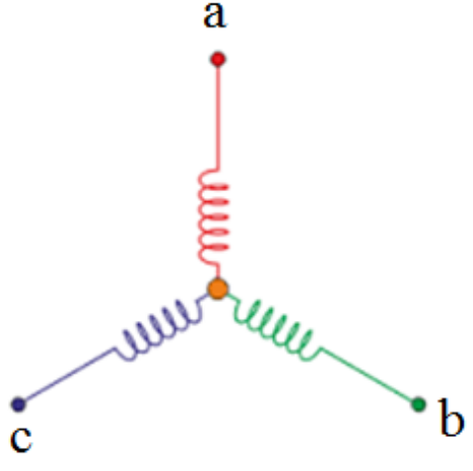
$$L_m = L_s - L_{ls} \qquad (۱۳)$$

✓ طبق روابط اندوکتانس در مدل دینامیکی، اندازه اندوکتانس متقابل بین دو فاز برابر است با:

$$M = \frac{1}{2} L_m \qquad (۱٤)$$



(الف) اندازه گیری اندوکتانس خودی هر فاز استاتور با اندازه گیری اندوکتانس خط



(ب) اختلاف فاز ۱۲۰ درجه ای بین سیم پیچهای موتور سه فاز متقارن

❑ محاسبه اندوکتانس ها در موتورهای IPMSM (با Saliency)

➢ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

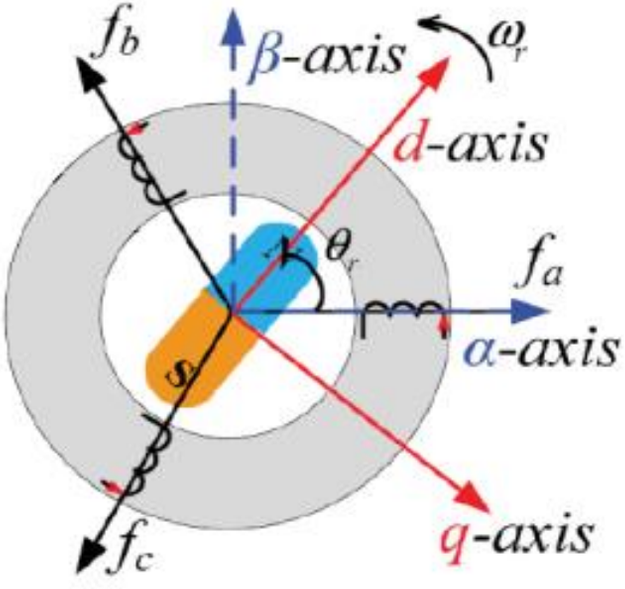
✓ در صورتیکه رلوکتانس مغناطیسی تغییر کند (به ویژه در موتورهای با آهنربای داخلی)، اندوکتانس خودی استاتور دیگر ثابت نبوده و همانطور که قبلا در بخش مدل سازی اشاره شد، از رابطه زیر تبعیت می کند:

$$L_{aa} = L_{ls} + L_{m1} + L_{m2}\cos 2\theta_r \qquad (۱۸)$$

✓ که:

$$L_{m1} = \frac{L_{mq} + L_{md}}{2} \qquad (۱۹)$$

$$L_{m2} = \frac{L_{mq} - L_{md}}{2} \qquad (۲۰)$$



✓ توجه شود که تعریف L_{m2} در اینجا منفی L_{m2} تعریف شده در بخش ۲ (مدل سازی) است و لذا در اینجا مقدار L_{m2} مثبت است.

✓ همچنین اندوکتانس های خودی در راستاهای d و q عبارتند از:

$$\begin{cases} L_d = L_{ls} + L_{md} \\ L_q = L_{ls} + L_{mq} \end{cases} \qquad (۲۱)$$

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ معرفی انواع روشهای آزمایشگاهی و تست

- ✓ برای محاسبه L_d و L_q روشهای مختلفی وجود دارد که این روشها اغلب برای موتورهای سنکرون با سیم پیچی تحریک ارائه شده اند و البته برای موتورهای PMSM آهنربای داخلی نیز قابل استفاده هستند.
- ✓ در برخی از این روشها، مقدار L_d فقط بدست می آید و L_q را باید از روشهای دیگر بدست آورد.
- ✓ در برخی دیگر از روشها، هر دو مقدار L_d و L_q همزمان محاسبه می شوند.

❑ روشهای مختلف آزمایشگاهی و تست:

- ✓ آزمایش اتصال کوتاه
- ✓ آزمایش روتور قفل شده
- ✓ برمبنای مدل دینامیکی در دستگاه dq

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_d

✓ در این آزمایش، روتور با تحریک مناسب فازها در موقعیت زاویه ای دانسته شده ای قرار می گیرد و از رابطه کلی زیر، اندوکتانس محاسبه می شود:

$$L_{aa} = L_{ls} + L_{m1} + L_{m2}\cos 2\theta_r \qquad (۲۸)$$

✓ برای مثال اگر روتور با تحریک فاز a در موقعیت زاویه ای صفر قرار بگیرد، خواهیم داشت:

$$L_{aa} = L_{ls} + L_{m1} + L_{m2} \qquad (۲۹)$$

✓ با جایگذاری مقادیر L_{m1} و L_{m2} از روابط:

$$L_{m1} = \frac{L_{mq} + L_{md}}{2} \qquad L_{m2} = \frac{L_{mq} - L_{md}}{2} \qquad (۳۰)$$

✓ بدست خواهیم آورد:

$$L_{aa} = L_{ls} + L_{md} = L_d \qquad (۳۱)$$

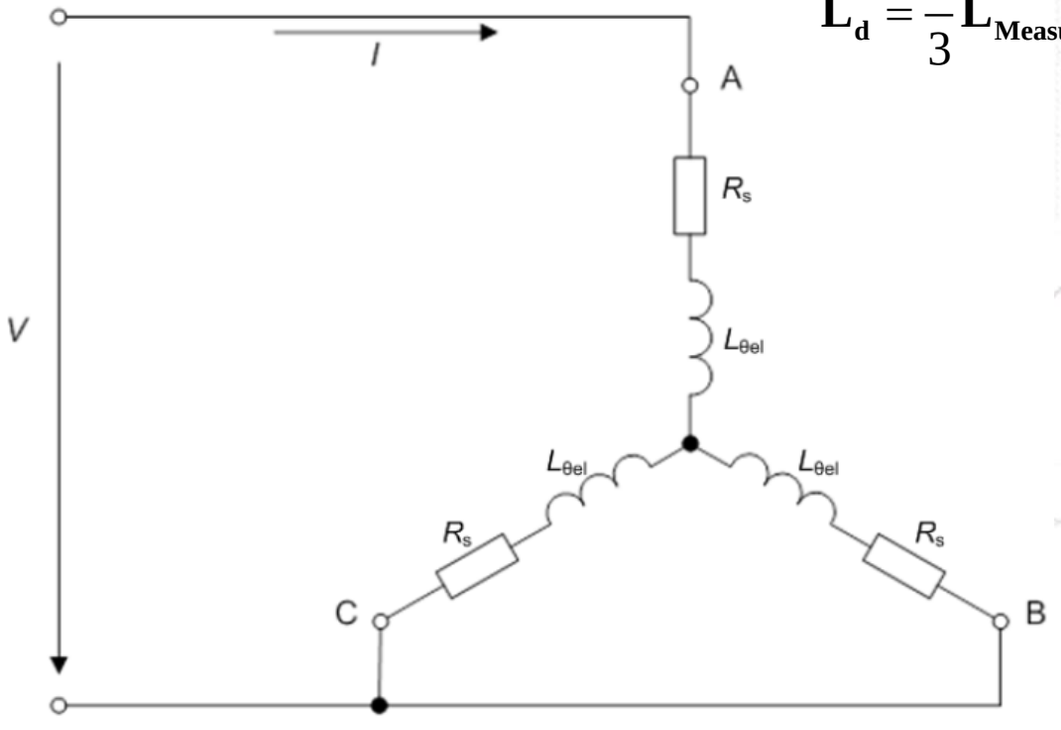
✓ توجه شود که اگر نقطه ستاره موتور در دسترس باشد و فقط فاز a با تزریق جریان dc (استفاده از منبع ولتاژ dc) تحریک شود، موتور در راستای محور d یا موقعیت صفر درجه قرار می گیرد. در این حالت با قطع تغذیه، می توان از دستگاه RLC متر برای محاسبه اندوکتانس L_d استفاده نمود.

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

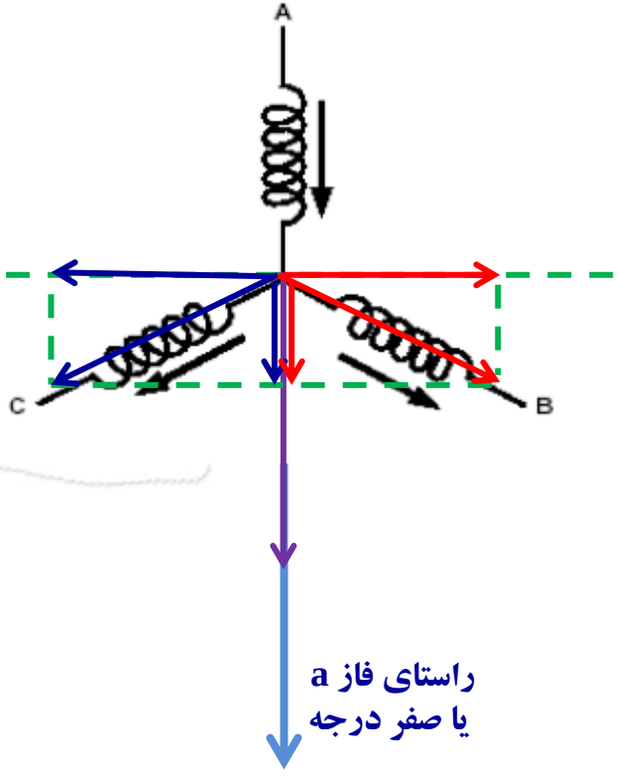
➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_d

- ✓ در صورتیکه نقطه ستاره موتور در دسترس نباشد، می توان با تغذیه موتور به شکل زیر، موتور را در راستای محور فاز a که همان محور d (موقعیت صفر درجه) است، قرار داد.
- ✓ در این حالت پس از قفل شدن روتور، مثل قبل می توان از RLC متر استفاده نمود.
- ✓ سرهای RLC متر را دقیقا همان جایی می گذاریم که منبع ولتاژ را برای قفل نمودن اعمال کرده ایم و نه بین یک سر و نقطه ستاره موتور.
- ✓ لذا

$$L_d = \frac{2}{3} L_{Measured} \qquad (۳۲)$$



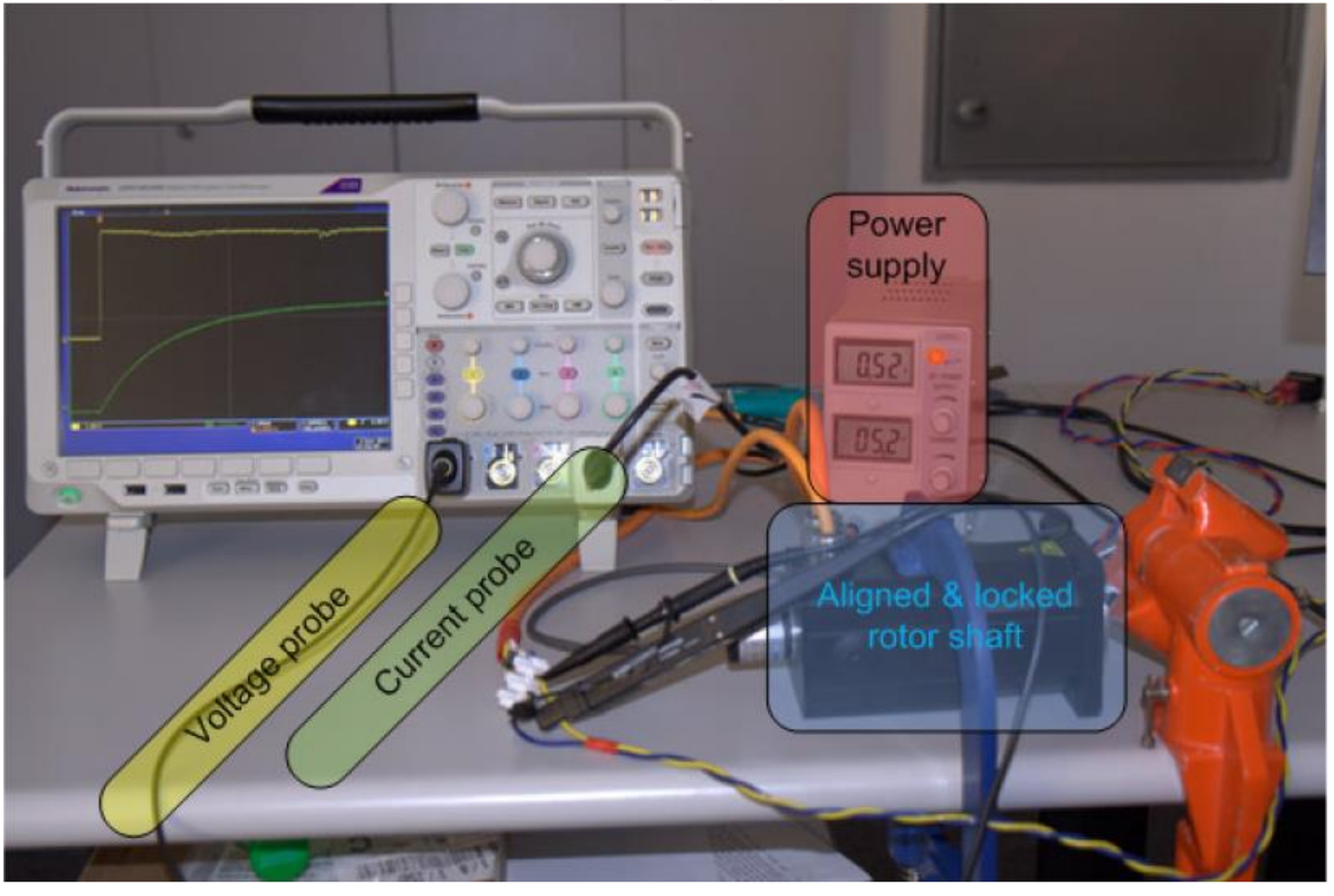
تغذیه سه فاز موتور برای قراردادن محور روتور در راستای صفر درجه (محور d)



❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

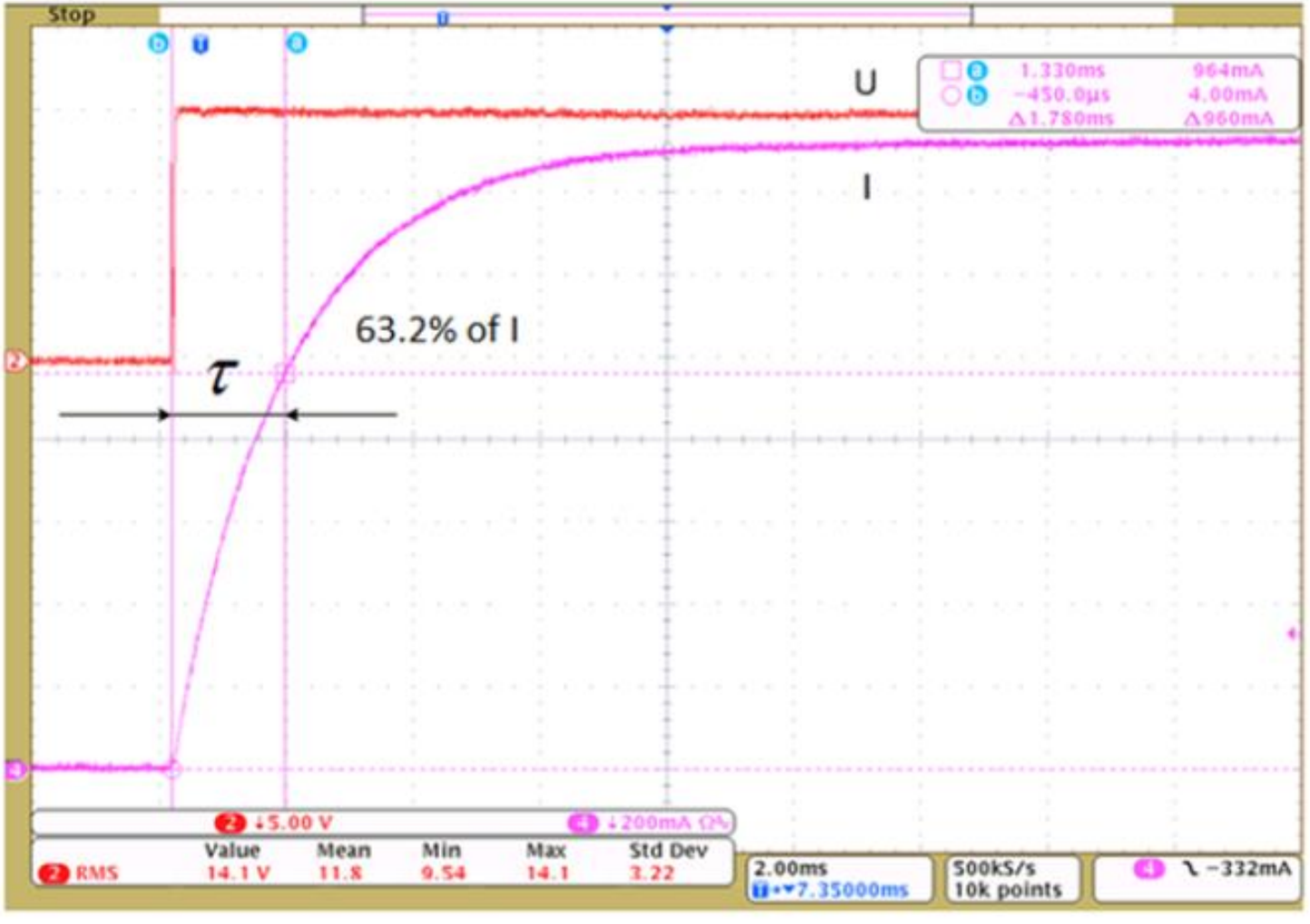
➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_d

- ✓ برای اندازه گیری اندوکتانس مدار، می توان بجای استفاده از RLC متر از شکل موج نمایی جریان استفاده نمود.
- ✓ در این حالت، جریان موتور با ثابت زمانی $\tau = L/R$ زیاد می شود تا به مقدار نهایی اش برسد.



❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_d



شکل موج جریان موتور در تست اعمال پله ولتاژ

(در اندازه گیری L_d، فاز A به قطب مثبت و دو فاز B و C به قطب منفی منبع تغذیه متصل هستند)

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_d

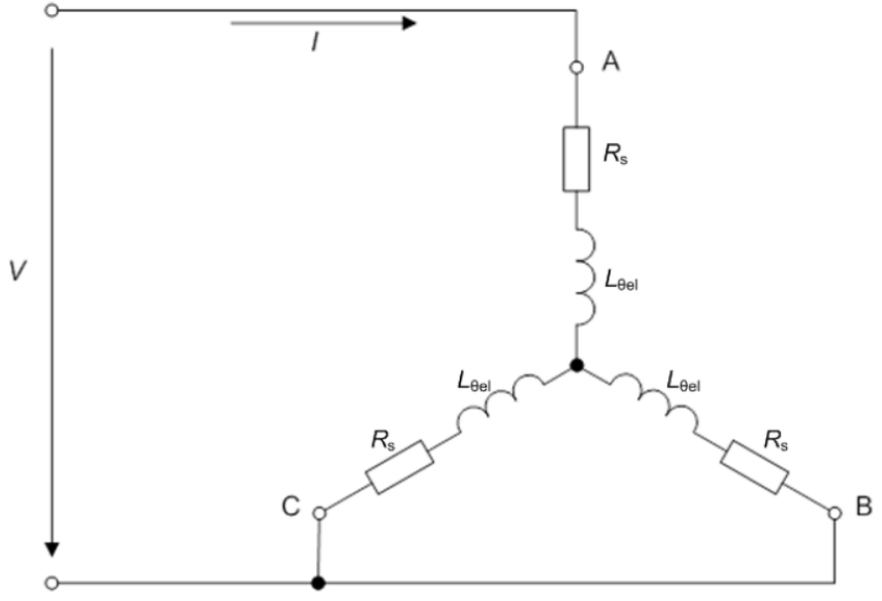
✓ شکل موج زمانی جریان در این حالت می تواند از رابطه زیر بدست آید:

$$i_a(t) = I_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad (۳۳)$$

✓ R مقدار مقاومت معادل در ثابت زمانی $\tau = L/R$، برابر کل مقاومت قرائت شده بین دو سری است که ولتاژ به آن وصل شده است (نام آنرا $R_{Measured}$ می گذاریم).

✓ برای محاسبه ثابت زمانی، با استفاده از اسیلوسکوپ، مدت زمانی را که جریان $i_a(t)$ به ۶۳/۲ درصد مقدار نهایی خود یعنی I_∞ می رسد را ثبت نموده و L_d را از رابطه زیر محاسبه می نماییم:

$$L_d = \frac{2}{3} R_{Measured} \times \tau \qquad (۳٤)$$



❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_q

- ✓ برای محاسبه اندوکتانس L_q، به اندازه ۹۰ درجه الکتریکی، اگر روتور را بچرخانیم، موقعیت محور q روتور روبروی سیم پیچی فاز a استاتور می گیرد و لذا اندوکتانس اندازه گیری شده برابر با L_q خواهد بود.

- ✓ توجه شود که در موتورهای دوقطب انجام چرخش ۹۰ درجه ای فوق امکان پذیر است. اما در موتورهایی با قطب بالا نظیر موتور ماشین لباسشویی، ۹۰ درجه الکتریکی معادل حدود ٤-٥ درجه چرخش مکانیکی است که این چرخش کوچک سخت است.

- ✓ برای ایجاد چرخش به اندازه ۹۰ درجه الکتریکی، می توان مثبت (منفی) تغذیه منبع ولتاژ را به فاز B متصل نمود و منفی (مثبت) آنرا به فاز C و فاز A را هم شناور نمود. با این کار روتور به اندازه ۹۰ درجه الکتریکی می چرخد.

- ✓ مشابه با حالت قبل برای اندازه گیری اندوکتانس ($L = L_d$) در این حالت می توان از RLC متر و یا شکل موج زمانی جریان و τ استفاده نمود.

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

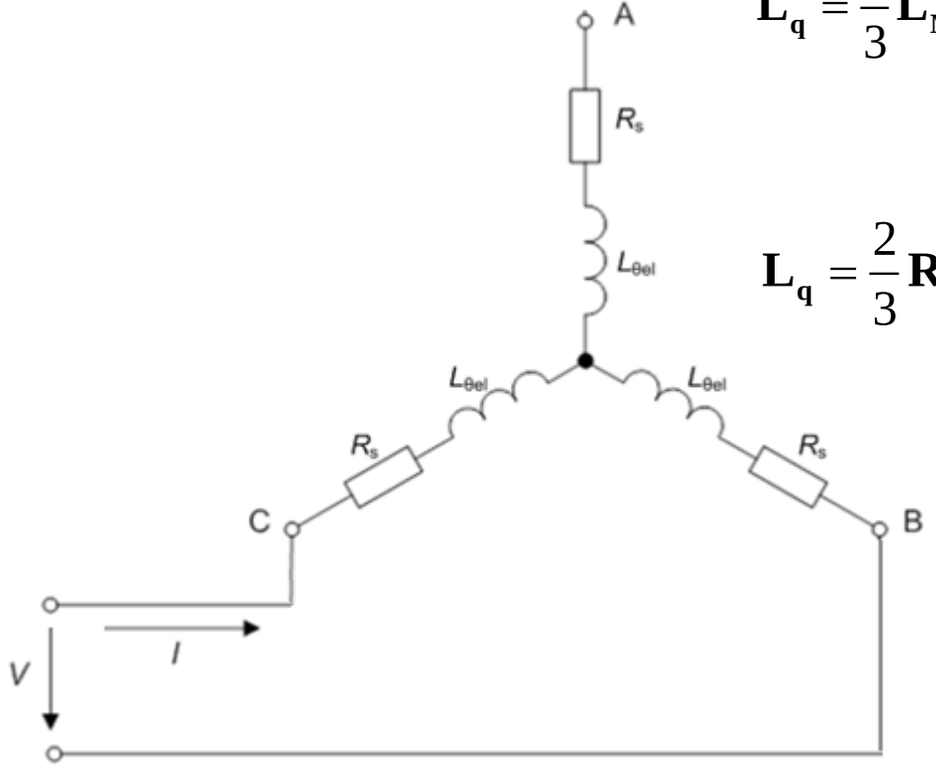
➢ آزمایش روتور قفل شده: محاسبه L_q

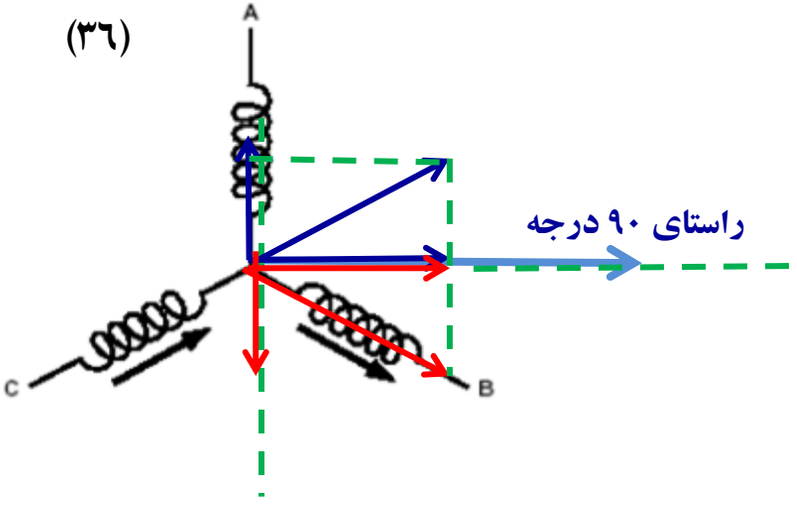
- ✓ اینکه چرا با تغذیه دو فاز B و C روتور به اندازه ۹۰ درجه می چرخد، به راحتی با ترسیم جهت میدان برآیند دو سیم پیچ B و C و اینکه این میدان برآیند عمود بر راستای محور سیم پیچی فاز A می شود، قابل اثبات است.
- ✓ باز هم مشابه قبل، سرهای RLC متر را دقیقا همان جایی می گذاریم که منبع ولتاژ را برای قفل نمودن اعمال کرده ایم و نه بین یک سر و نقطه ستاره موتور.
- ✓ لذا:

$$L_q = \frac{2}{3} L_{Measured} \qquad (۳۵)$$

- ✓ و یا در حالت استفاده از اسیلوسکوپ:

$$L_q = \frac{2}{3} R_{Measured} \times \tau \qquad (۳۶)$$





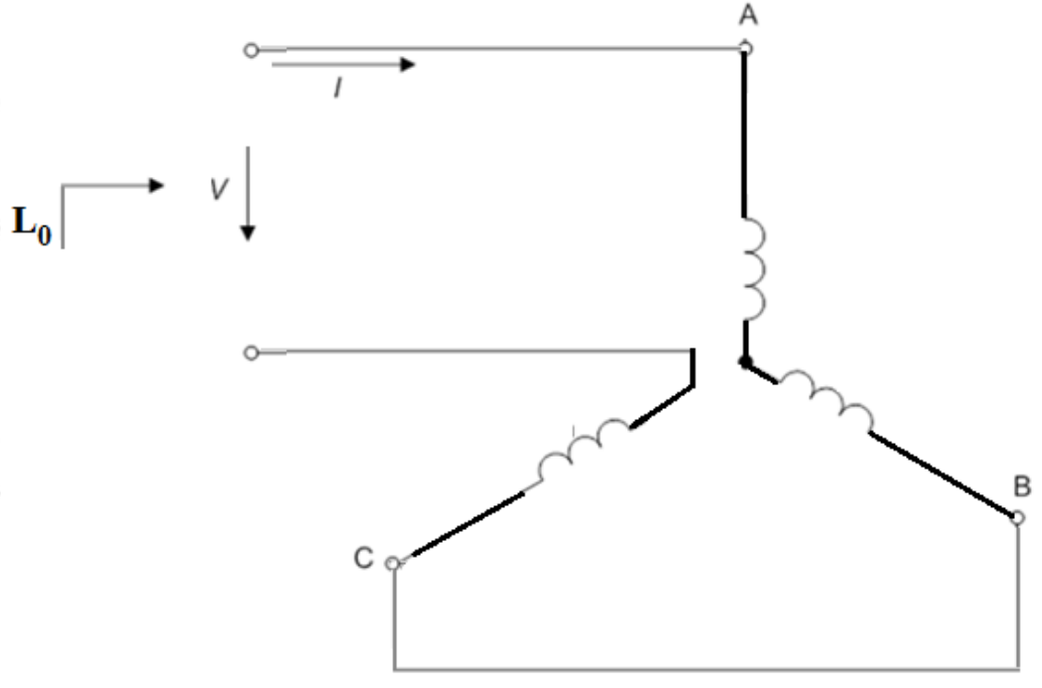
تغذیه سه فاز موتور برای قراردادن محور روتور در راستای ۹۰ درجه (محور q)

❑ محاسبه پارامترهای ماشین سنکرون

➢ محاسبه L_0

- ✓ اندوکتانس نشتی استاتور L_{ls} برابر اندوکتانس توالی صفر L_0 است.
- ✓ برای محاسبه این اندوکتانس، سه فاز استاتور را با یکدیگر سری می نمائید.
- ✓ ولتاژ تکفازی را به استاتوراعمال نموده و جریان و ولتاژ را اندازه گیری می نمائیم.
- ✓ راکتانس اندازه گیری شده در این حالت، سه برابر راکتانس نشتی هر فاز است.
- ✓ این روش برای اندازه گیری اندوکتانس نشتی موتورهای بدون Saliency نیز می تواند بکارر رود.

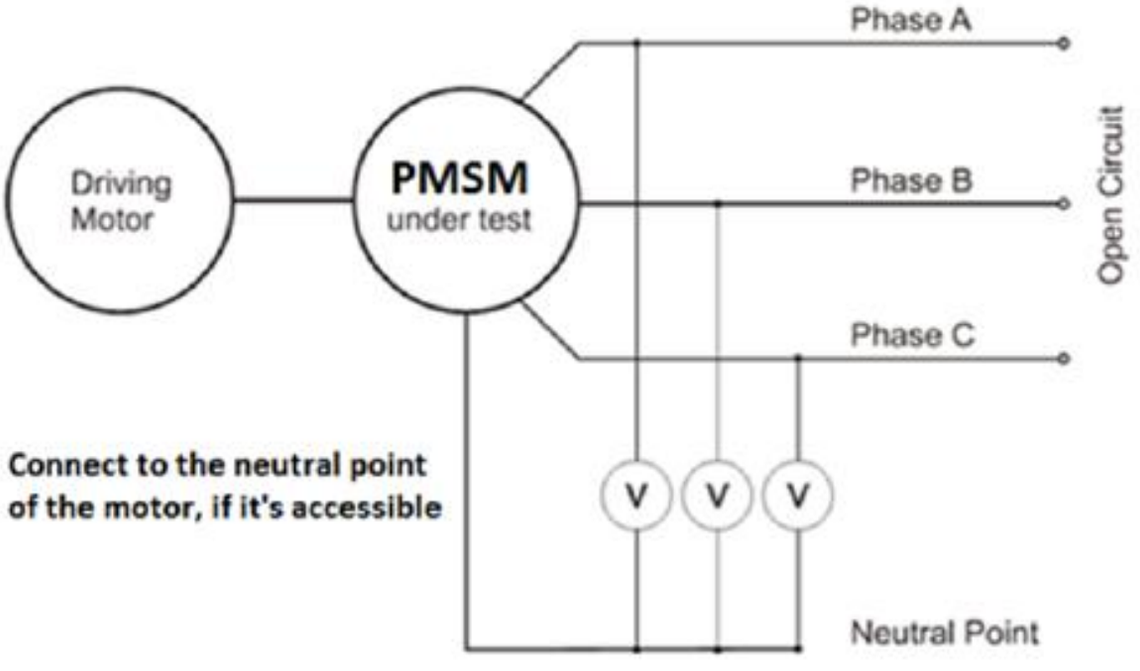
$$L_0 = \frac{1}{3} L_{Measured} \qquad (۳۷)$$



اتصالات موتور برای اندازه گیری اندوکتانس نشتی استاتور L_{ls} یا L_0

❑ محاسبه شار مغناطیسی λ_m و ثابت ولتاژ K_e

- ✓ شار مغناطیسی روتور λ_m یا معادل آن ثابت ولتاژ ضدمحرکه (K_e) نیز با استفاده از آزمایش ژنراتوری مدار باز قابل تعیین است.
- ✓ در این آزمایش موتور با سرعت مشخصی چرخانده و ولتاژ فاز نسبت به نقطه ستاره و یا ولتاژ خط به خط توسط ولت متر اندازه گیری می شود.



چرخش موتور براشلس توسط موتور محرکی دیگر و اندازه گیری ولتاژ مدار باز

❑ محاسبه شار مغناطیسی λ_m و ثابت ولتاژ K_e

✓ روابط زیر بین ولتاژ پیک خط به خط $E_{ab,peak}$ و ولتاژ پیک هر فاز $E_{an,peak}$ و شار مغناطیسی روتور λ_m وثابت ولتاژ ضدمحرکه K_e و سرعت الکتریکی چرخش ω_e برقرار است:

$$E_{an,peak} = \omega_e \lambda_m = \sqrt{2} K_e \omega_e \qquad (۳۸)$$

$$E_{an,peak} = \frac{E_{ab,peak}}{\sqrt{3}} \qquad (۳۹)$$

✓ با داشتن مقدار ولتاژ فاز و یا خط و سرعت الکتریکی چرخش، دامنه شکل موج شار مغناطیسی یا ثابت ولتاژ ضدمحرکه قابل محاسبه هستند:

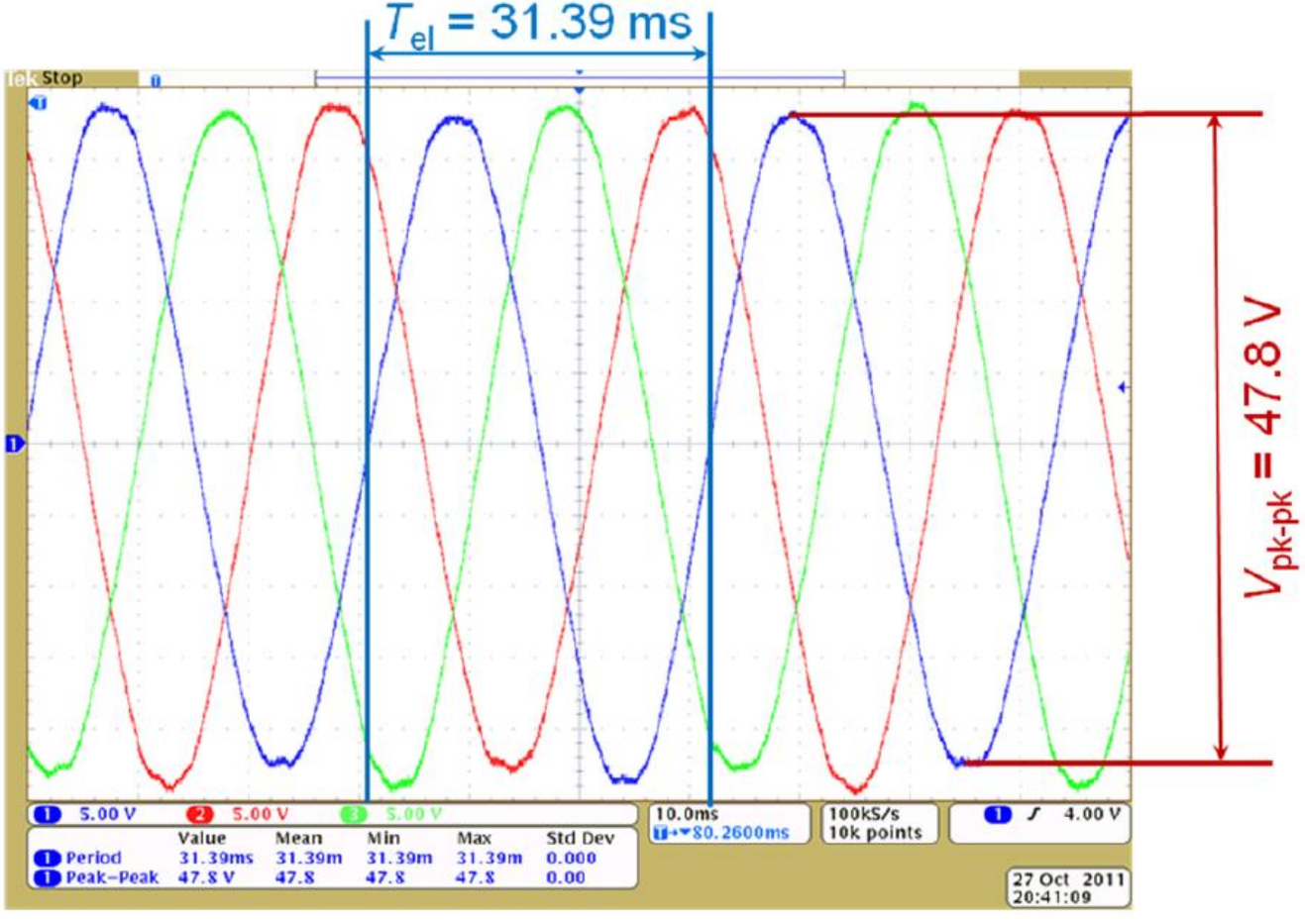
$$K_e = \frac{E_{an,peak}}{\sqrt{2}\omega_e} \quad [V/(rad/sec)] \qquad (۴۰) \qquad ,\lambda_m = \frac{E_{an,peak}}{\omega_e} \quad [Web] \qquad (۴۱)$$

✓ در صورتیکه از ولت متر و دورسنج برای اندازه گیری ها استفاده می شود، چون ولت متر ولتاژ موثر E_{rms} را اندازه می گیرد و دورسنج نیز سرعت مکانیکی ω_m $(\omega_m = 2/P \times \omega_e)$ را می دهد، باید ضرایب مربوطه را لحاظ نمود. لذا داریم:

$$K_e = \frac{2}{P}\frac{E_{rms}}{\omega_m} \quad [V/(rad/sec)] \qquad (۴۲) \qquad ,\lambda_m = \frac{2\sqrt{2}}{P}\frac{E_{rms}}{\omega_m} \quad [Web] \qquad (۴۳)$$

❑ محاسبه شار مغناطیسی λ_m و ثابت ولتاژ K_e

- ✓ در صورتی که اسیلوسکوپ در اختیار باشد، دیگر نیازی به ولت متر و دورسنج نبوده و اندازه گیری ها از روی شکل موج ولتاژها قابل انجام است.



شکل موج ولتاژ اندازه گیری شده توسط اسیلوسکوپ و اندازه گیری ولتاژ و دوره تناوب شکل موج

❑ محاسبه شار مغناطیسی λ_m و ثابت ولتاژ K_e

✓ **اگر از اسیلوسکوپ استفاده شود:**

✓ **در این حالت دوره تناوب شکل موج ولتاژ (T_{el}) اندازه گیری گردیده و در روابط بصورت زیر لحاظ می شود:**

$$\omega_e = 2\pi f_e = \frac{2\pi}{T_{el}} \quad [rad/sec] \qquad (٤٤)$$

$$K_e = \frac{E_{an,peak}}{\sqrt{2}\omega_e} = \frac{E_{an,peak} \times T_{el}}{\sqrt{2} \times 2\pi} = \quad [V/(rad/sec)] \qquad (٤٥)$$

$$\lambda_m = \frac{E_{an,peak} \times T_{el}}{2\pi} \quad [Web] \qquad (٤٦)$$

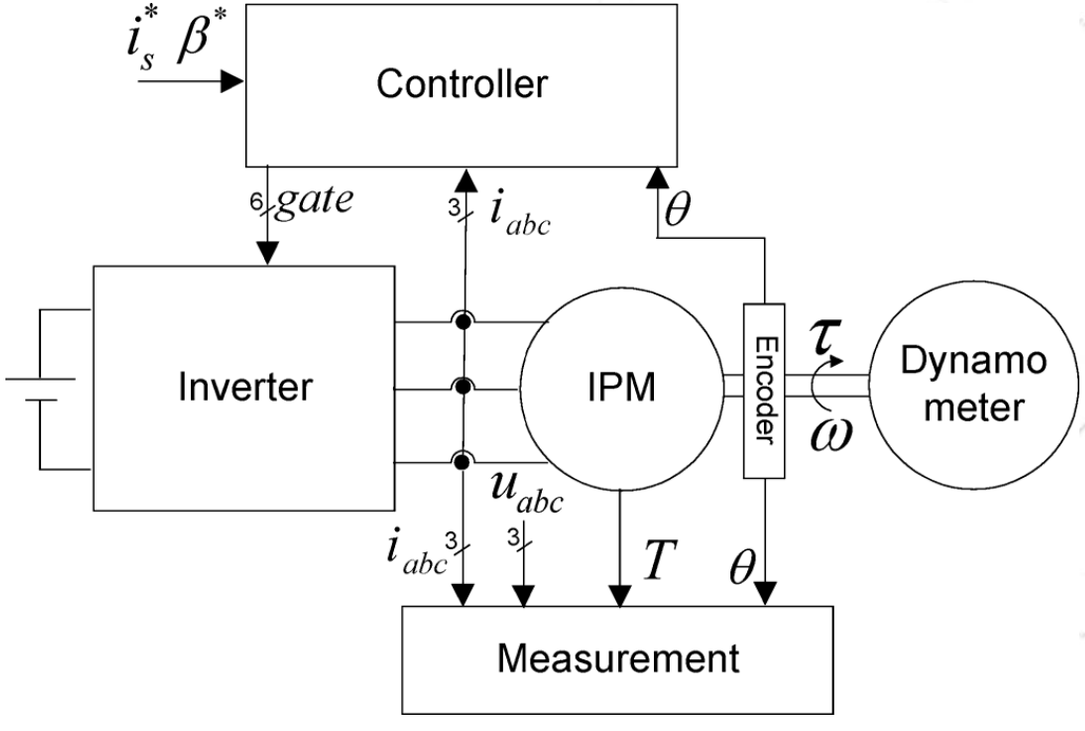
✓ **اگر بخواهیم ثابت ولتاژ را برحسب واحد (ولتاژ موثر فاز بر rpm مکانیکی) بدست آوریم، می توانیم از رابطه زیر استفاده نمائیم:**

$$K_e = \frac{2}{P}\frac{E_{rms}}{\omega_{m,rad/sec}} \Rightarrow K_e = \frac{2}{P}\frac{E_{rms}}{\omega_{m,rpm} \times \frac{2\pi}{60}} \Rightarrow K_e = \frac{60}{\pi P}\frac{E_{rms}}{\omega_{m,rpm}} \quad [V/(rpm)] \qquad (٤٧)$$

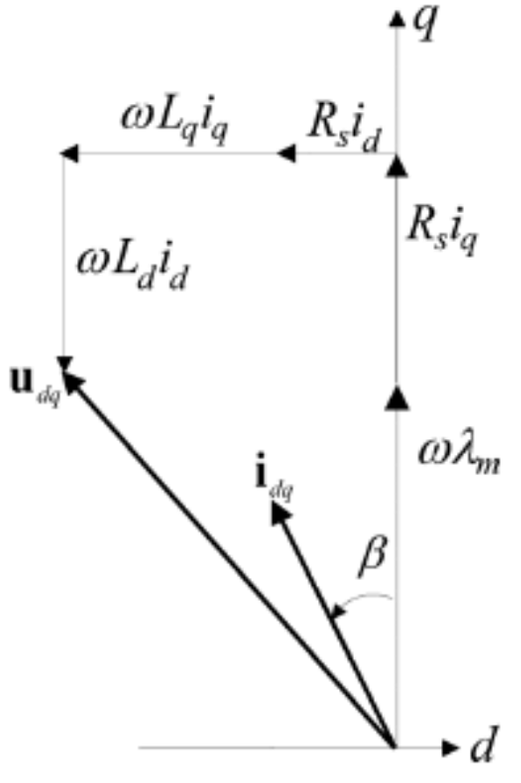
❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ با استفاده از مدل دینامیکی در دستگاه dq

- ✓ یک مرجع دیگر با استفاده از مدل دینامیکی موتور IPMSM در دستگاه dq، موفق به تعیین اندوکتانسهای d و q شده است.
- ✓ حتی تغییرات مقاومت استاتور و اشباع را هم لحاظ نموده است.



(ب) سیستم تست مورد استفاده جهت تعیین اندوکتانس های L_d و L_q موتور IPMSM



(الف)دیاگرام برداری موتور IPMSM در دستگاه dq

❑ محاسبه اندوکتانس های L_d و L_q استاتور

➢ با استفاده از مدل دینامیکی در دستگاه dq

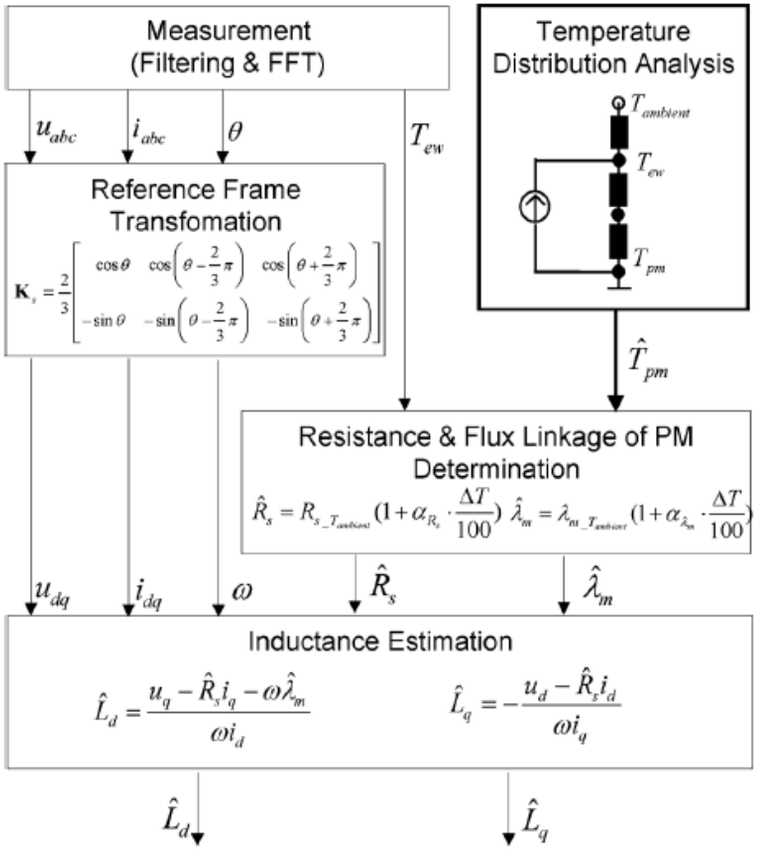
✓ **معادلات دینامیکی ولتاژ در دستگاه dq:**

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d - \omega L_q i_q \\ u_q = R_s i_q + \omega L_d i_d + \omega \lambda_m . \end{cases} \quad (٤٨)$$

✓ **بازنویسی روابط فوق و تعیین اندوکتانسهای موردنظر برحسب سایر پارامترها:**

$$L_d(i_d, i_q) = \frac{u_q - R_s i_q - \omega \lambda_m}{\omega i_d}$$

$$L_q(i_d, i_q) = -\frac{u_d - R_s i_d}{\omega i_q} \quad (٤٩)$$



بلوک دیاگرام طریقه انجام محاسبات و تخمین اندوکتانس ها

❑ محاسبه اندوکتانس های موتور با استفاده از روابط طراحی

- ✓ در صورتیکه پارامترهای طراحی موتور بطور دقیق و کامل در دسترس باشند، پارامترهای مختلف مدار معادل قابل محاسبه هستند.
- ✓ روابط اندوکتانس برای هر موتور بسته به نوع روتور (داخلی- خارجی)، حرکت شار (شعاعی- محوری)، نوع قرار گیری مگنت (سطحی - داخلی) و نوع دفن مگنت در روتور نوع داخلی (Inset-Burried – ...) با یکدیگر متفاوت است.
- ✓ برای مثال مرجع زیر، روابط یک دستی برای انواع موتورها بدست آورده است:

Main inductance determination in rotating machines. Analytical and Numerical Calculation: A didactical approach, By: R. Bargallo

- ✓ در این مرجع، برای یک موتور با رلوکتانس ثابت، گفته است که اندوکتانس مغناطیس کنندگی L_m از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$L_m = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot m \cdot \frac{D \cdot L}{g_{eq}} \cdot \left(\frac{N \cdot \xi}{p} \right)^2 \qquad (۵۰)$$

with: m – number of phases, D – air gap diameter, L – length of the machine, g_{eq} – equivalent air gap (with Carter's and saturation correction), N – number of turns per phase, p – pole pairs.

❑ محاسبه اندوکتانس های موتور با استفاده از روابط طراحی

✓ سپس برای یک موتور با رلوکتانس متغیر گفته است که اندوکتانسهای L_d و L_q می توانند از روابط زیر حساب شوند:

$$L_{md} = k_d \cdot L_m; \quad L_{mq} = k_q \cdot L_m \qquad (۵۱)$$

✓ که ضرایب K_d و K_q را را برای آرایش های مختلف قرار گیری آهنربا در روتور از جدول زیر محاسبه می کند:

Salient pole synchronous machine	$k_d = \frac{1}{\pi} \cdot (\psi \cdot \pi + sin(\psi \cdot \pi))$ $k_q = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\psi \cdot \pi - sin(\psi \cdot \pi) + \frac{2}{3} \cdot \cos(\psi \cdot \frac{\pi}{2}) \right)$
PMSM. Surface magnets	$k_d = 1; \quad k_q = 1$
PMSM. Inset magnets	$k_d = \frac{1}{\pi} \cdot \left[\psi \cdot \pi + sin(\psi \cdot \pi) + c_g \cdot (\pi - \psi \cdot \pi - sin(\psi \cdot \pi)) \right]$ $k_q = \frac{1}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{c_g} \cdot (\psi \cdot \pi - sin(\psi \cdot \pi)) + (\pi - \psi \cdot \pi + sin(\psi \cdot \pi)) \right]$ $c_g \approx 1 + \frac{h}{g}$
PMSM. Buried magnets	$k_d = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\psi}{1-\psi^2} \cdot \cos\left(\frac{\psi \cdot \pi}{2} \right)$ $\psi = \frac{\beta}{\tau_p} = \frac{D - 2 \cdot p \cdot h}{D}$ $k_q = \frac{1}{\pi} \cdot (\psi \cdot \pi - sin(\psi \cdot \pi))$

With: τ_p = pole pitch,

ψ = pole arc/ pole pitch,

h = permanent magnet height.

❑ محاسبه ممان اینرسی (J)

- ✓ ممان اینرسی موتور یا J معادل جرم یک بار در هنگام حرکت خطی است و به آن جرم دورانی هم می گویند.
- ✓ در هنگام شتاب گیری موتور، گشتاور شتاب گیری متناسب با ممان اینرسی و شتاب زاویه ای است.
- ✓ لذا ممان اینرسی موتور برای شبیه سازی مدل دینامیکی و بررسی رفتار موتور در شبیه سازی مورد نیاز است.
- ✓ اما برای کنترل سرعت موتور در عمل به روشهای حلقه بسته، دانستن آن ضرورتی ندارد.
- ✓ اما از طرف دیگر، در کنترل حلقه بسته سرعت، با دانستن مقدار ممان اینرسی، تنظیم کنترلر PI سرعت بهتر انجام می شود.
- ✓ ممان اینرسی برای بارهای با شکل هندسی مشخص از روابط مخصوص به خود محاسبه می گردد.

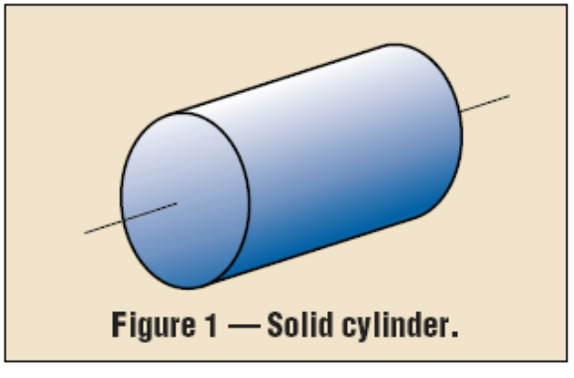


Figure 1 — Solid cylinder.

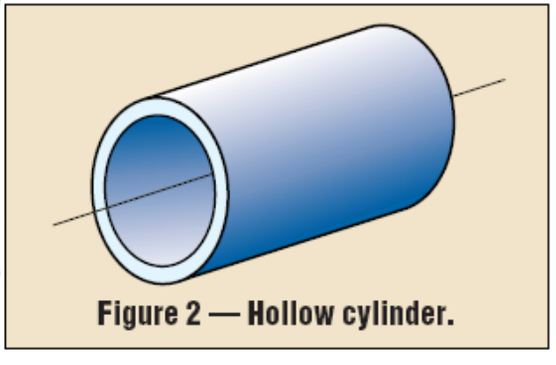


Figure 2 — Hollow cylinder.

$$J = \frac{1}{2} M R^2 \qquad (۵۷)$$

$$J = \frac{1}{2} M(R_o^2 + R_i^2) = \frac{\pi L \rho}{2g} M(R_o^4 - R_i^4) \qquad (۵۸)$$

❑ محاسبه ممان اینرسی (J)

- ✓ روشی که برای محاسبه ممان اینرسی در تمامی اشکال محور چرخش قابل استفاده است، روش آزمایش است.
- ✓ روشی موسوم به تست Retardation یا پس افتادگی برای محاسبه ممان اینرسی مجموعه موتور و بار استفاده می شود.
- ✓ در این روش سرعت موتور اندکی از سرعت نامی اش بالاتر برده می شود و تغذیه موتور توسط کلید بطور ناگهانی قطع می شود.
- ✓ به دلیل وجود بار و تلفات گردشی، سرعت موتور شروع به افت می کند. توان متناظر با این افت سرعت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P_{mech} = \frac{dW_{mech}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} J\omega_m^2\right) \quad \Rightarrow \quad P_{mech} = J\omega_m \times \frac{d\omega_m}{dt} \quad \Rightarrow \quad P_{mech} = J\omega_m \times \frac{\Delta\omega_m}{\Delta t} \qquad (۵۹)$$

- ✓ حال اگر زمان افت سرعت تا مقدار سرعت نامی یادداشت شود و به محض رسیدن به سرعت نام، تغذیه وصل و مجددا توان ورودی اندازه گیری شود، توان ورودی با توان تلفات P_{mech} تقریبا برابر است.
- ✓ لذا با اندازه گیری داده شده توسط منبع به بار در سرعت نامی، J با استفاده از فرمول فوق قابل تعیین است.

- ✓ از مشکلات روش فوق، وجود توان تلفاتی هسته و تلفات گردشی در مقدار توان فوق است.