دستورکار آموزش مجازی
آزمایشگاه اپتیک

آزمایش ۴: نور شناخت موجی (پراش)

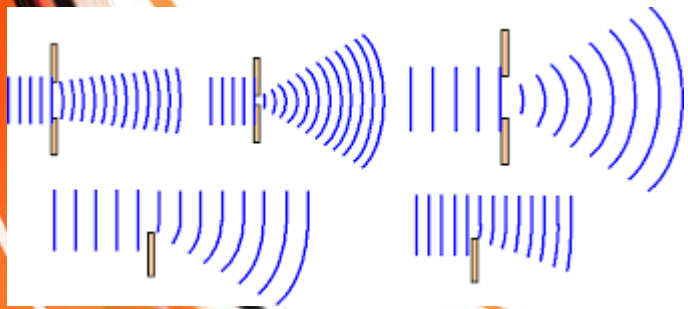
هدف آزمایش:

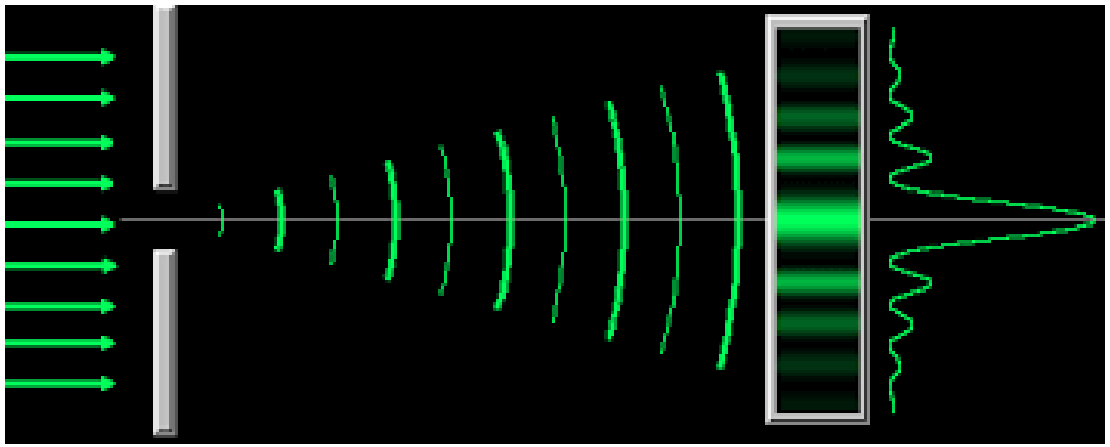
محاسبه طول موج نور مجهول به وسیله نقش پراش حاصل از شکافی با پهنای معلوم

محاسبه عرض شکاف مجهول به وسیله نقش پراش حاصل از نور با طول موج بدست آمده

وسایل آزمایش:

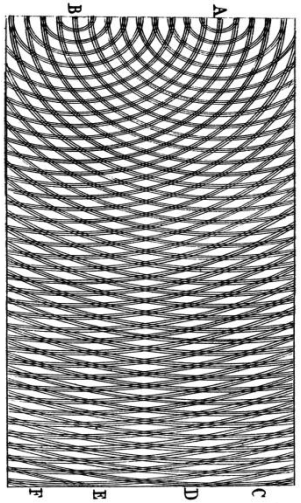
شکاف معلوم، لیزر، خط‌کش، پایه نگهدارنده اسلاید ، اسلاید با سه شکاف مجهول ، پرده





دکتر سید محمد باقر قریشی.

زمینه نظری آزمایش



نظر هویگنس: هر نقطه از یک جبههٔ موج معین نور را می‌توان چشمهٔ موجکهای کروی ثانویه گرفت. فرنل به این نظر این فرض را اضافه کرد که میدان واقعی در هر نقطه در ورای جبههٔ موج برهم‌نهشی از تمام این موجکها است که در آن هم دامنه‌ها و هم فازهای آنها به حساب آورده می‌شوند. بدین‌ترتیب، در محاسبهٔ نقش پراش شکاف دوگانه در یک نقطه از پرده، هر نقطه از جبههٔ موج خروجی از هر شکاف را به‌صورت چشمهٔ موجکهایی در نظر می‌گیریم که برهم‌نهش آنها میدان حاصل را به‌وجود می‌آورد.

پراش فرانهوفر :

اگر از شکافهای تداخل آن قدر دور باشد

که موج را روی صفحه تخت باشد .

پراش از یک ش

$$\left.\begin{aligned} dE_0 &= E_L\, ds \\ \Delta &= s.\sin\theta \end{aligned}\right\} \quad dE_P = \left(\frac{E_L\, ds}{r_0}\right) e^{i(kr_0 + ks\sin\theta - \omega t)}$$

که در آن E_L دامنه به‌ازای پهنای واحد شکاف در فاصلهٔ واحد است.

$$dE_0/(r_0 + \Delta)$$

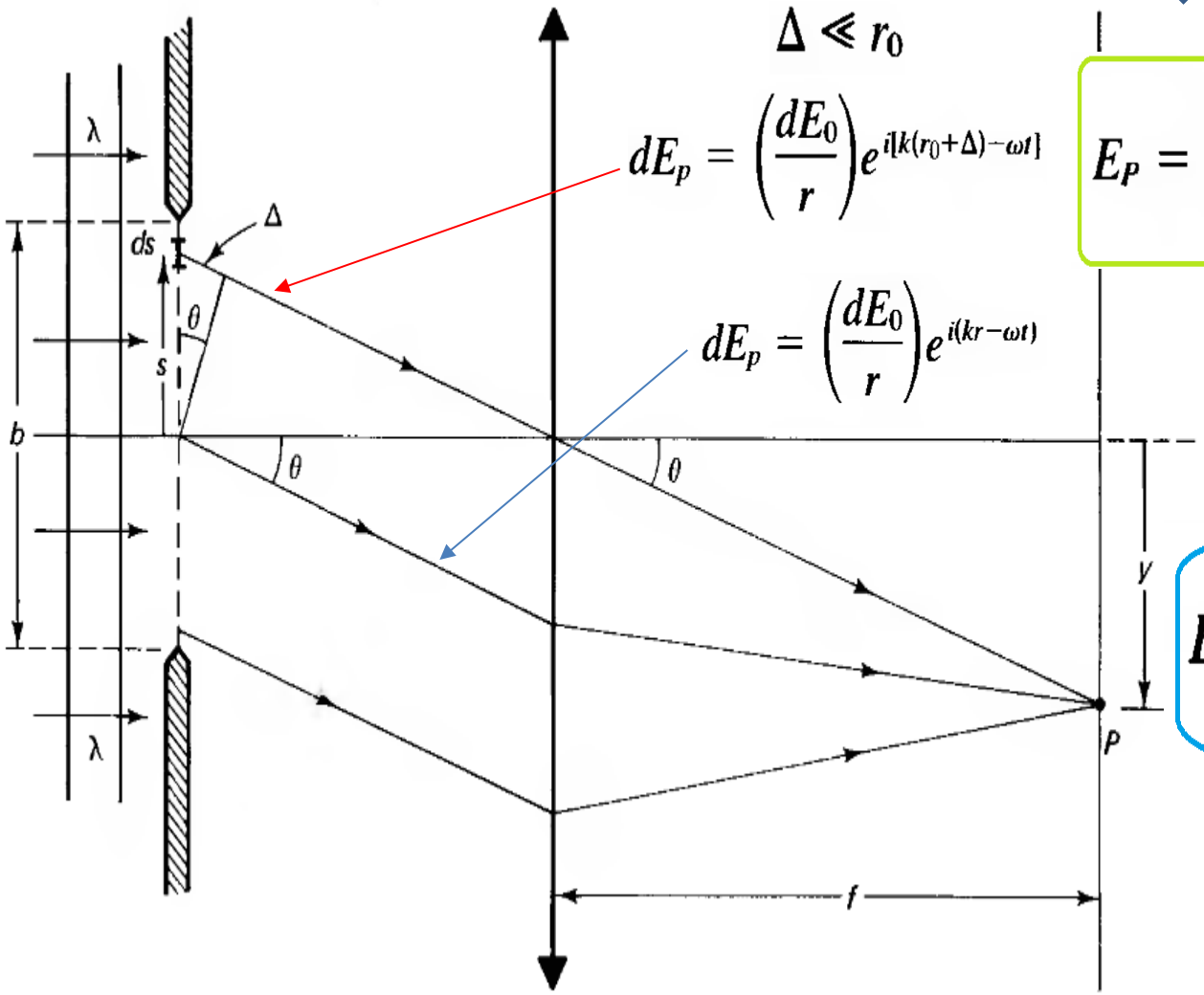
$$\Delta \ll r_0$$

$$dE_p = \left(\frac{dE_0}{r}\right) e^{i[k(r_0+\Delta)-\omega t]}$$

$$dE_p = \left(\frac{dE_0}{r}\right) e^{i(kr-\omega t)}$$

$$E_P = \left(\frac{E_L}{r_0}\int_{-b/2}^{b/2} e^{iks\sin\theta}\, ds\right) e^{i(kr_0-\omega t)}$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_0}\left(\frac{e^{iks\sin\theta}}{ik\sin\theta}\right)_{-b/2}^{b/2}$$



پراش از یک شکاف

$$E_R = \frac{E_L}{r_0}\left(\frac{e^{iks\sin\theta}}{ik\sin\theta}\right)_{-b/2}^{b/2}$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_0}\frac{1}{ik\sin\theta}\left[e^{(ikb\sin\theta)/2} - e^{-(ikb\sin\theta)/2}\right]$$

$$\beta \equiv \tfrac{1}{2}kb\sin\theta \quad \Rightarrow \quad E_R = \frac{E_L}{r_0}\frac{b}{2i\beta}(e^{i\beta} - e^{-i\beta}) = \frac{E_L}{r_0}\frac{b}{2i\beta}(2i\sin\beta)$$

$$E_R = \frac{E_L b}{r_0}\frac{\sin\beta}{\beta}$$

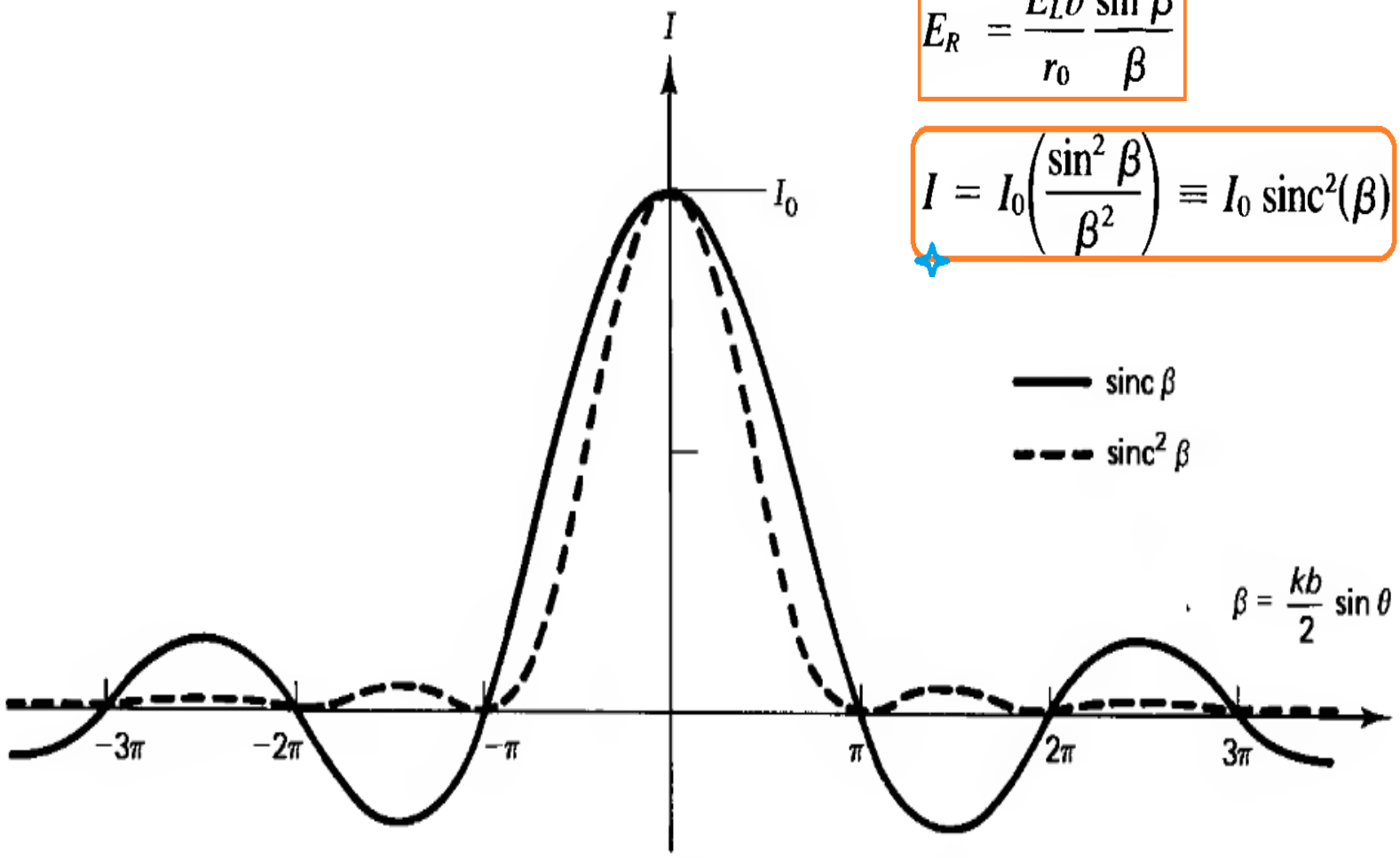
$$I = \left(\frac{\epsilon_0 c}{2}\right)E_R^2 = \frac{\epsilon_0 c}{2}\left(\frac{E_L b}{r_0}\right)^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right) \equiv I_0\,\mathrm{sinc}^2(\beta)$$

رسم تغییرات میدان و شدت

$$E_R = \frac{E_L b}{r_0}\frac{\sin\beta}{\beta}$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right) \equiv I_0\,\mathrm{sinc}^2(\beta)$$

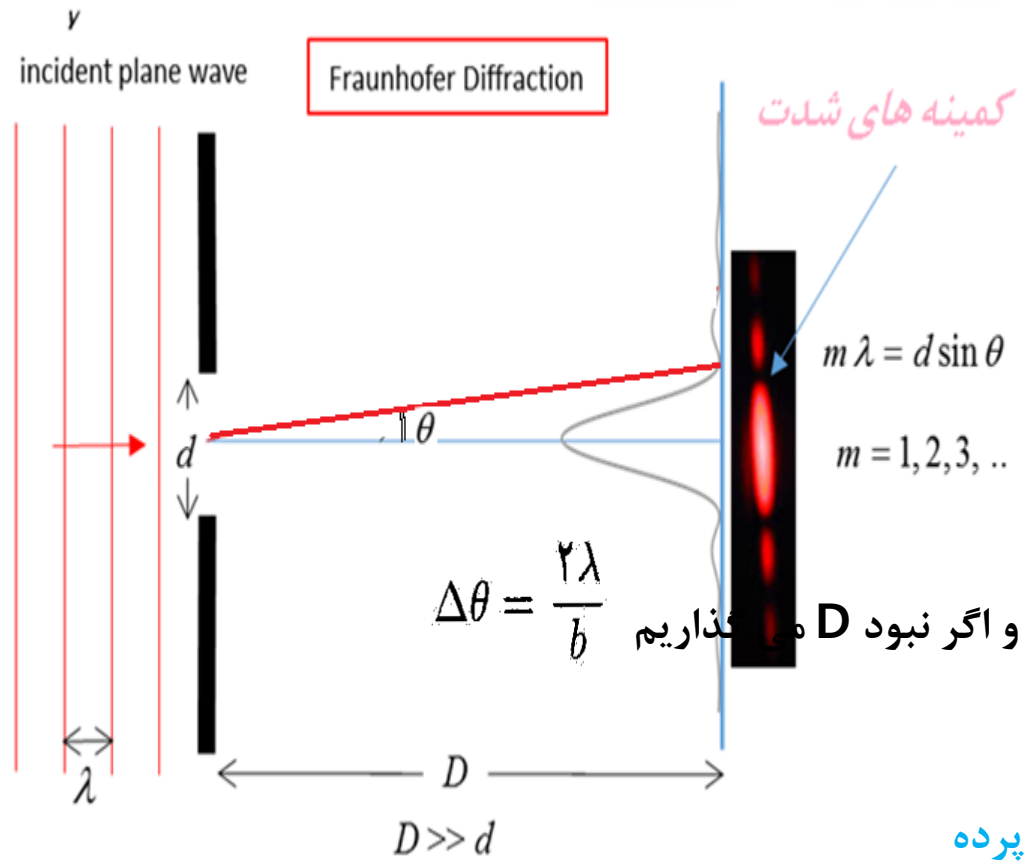


پراش از شکاف (بررسی

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right) \equiv I_0\,\mathrm{sinc}^2(\beta)$$

$$\lim_{\beta\to 0}\mathrm{sinc}\,(\beta) = \lim_{\beta\to 0}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right) = 1$$

بیشینه مرکزی در بتا صفر است
وقتی هم صورت هم مخرج صفر شود



زوایایی با شدت کمینه (صفرهای شدت)
وقتی است که باز صورت صفر می شود

$$\beta = \tfrac{1}{2}(kb\sin\theta) = m\pi$$

$$m\lambda = b\sin\theta$$

در زوایای کوچک
(معمولاً هم کوچک است)

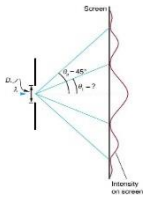
$$\sin\theta \cong y/f$$

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{b}$$

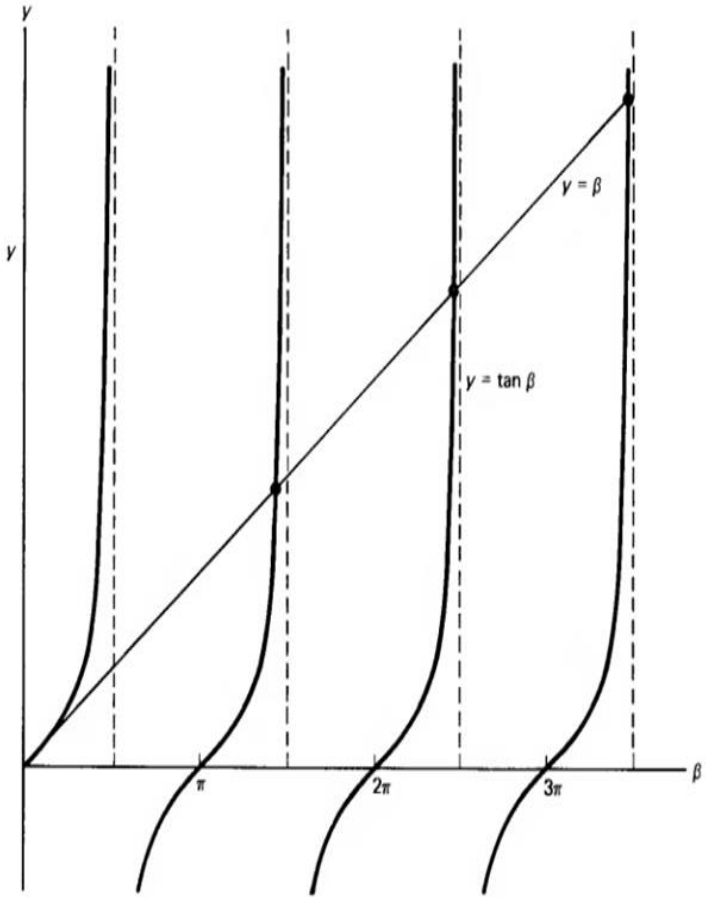
اگر لنز بعد از شکاف بود f و اگر نبود D می گذاریم

$$y \cong \frac{m\lambda f}{b}$$

محل کمینه ها روی پرده
(صفرهای شدت)



پراش از شکاف (بیشینه های شدت)



$$E_R = \frac{E_L b}{r_0}\frac{\sin\beta}{\beta}$$

$$\frac{d}{d\beta}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right) = \frac{\beta\cos\beta - \sin\beta}{\beta^2} = 0$$

$$\beta = \tan\beta$$

دو تابع را قطع رسم کرده باهر جا قطع کردند
یعنی با هم برابرند پس آن **بتا** جواب معادله ماست

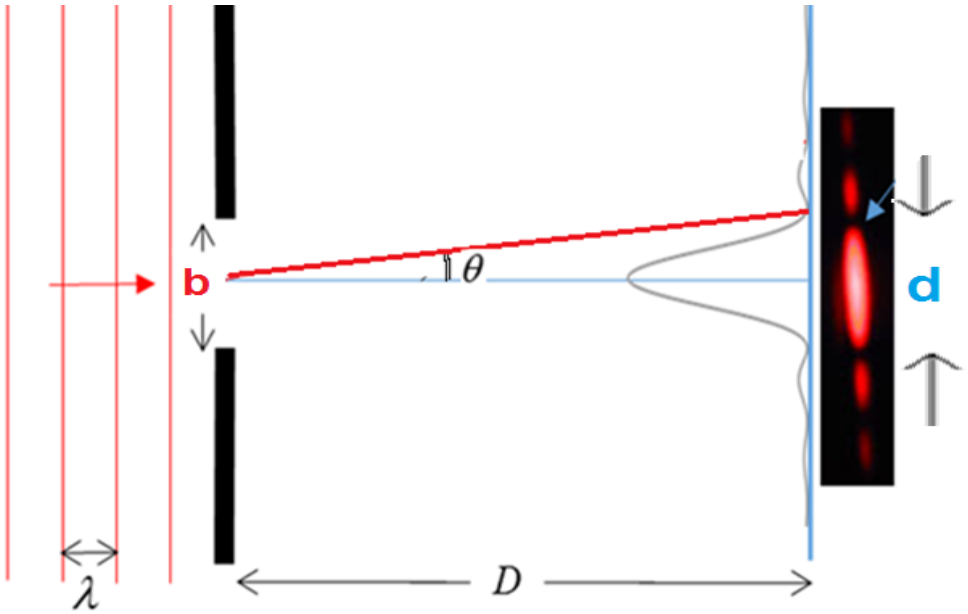
$$\beta_1 = 1.43\pi(1.5\pi),\quad \beta_2 = 2.46\pi(2.5\pi),\ \beta_1 = 3.47\pi(3.5\pi)$$

جواب تقریبی

$$\beta_m = (m+\frac{1}{2})\pi, \Rightarrow y = \frac{(m+0.5)f\lambda}{b}$$

رابطه نهایی

حال شکافی به پهنای b را در نظر بگیرید که نوری تک فام و موازی چون نور لیزر بر شکاف می‌تابد.
نقش پراش حاصل از آن را بر روی پرده‌ای در فاصله D از شکاف بررسی می‌کنیم.



$$Sin\theta \approx tan\theta = \frac{\frac{d}{2}}{D} = \frac{d}{2D}$$

$$bSin\theta = b\left(\frac{d}{2D}\right) = \lambda \rightarrow \boxed{b = \frac{2D}{d}\lambda}$$

مرحله ۱) محاسبه طول موج لیزر

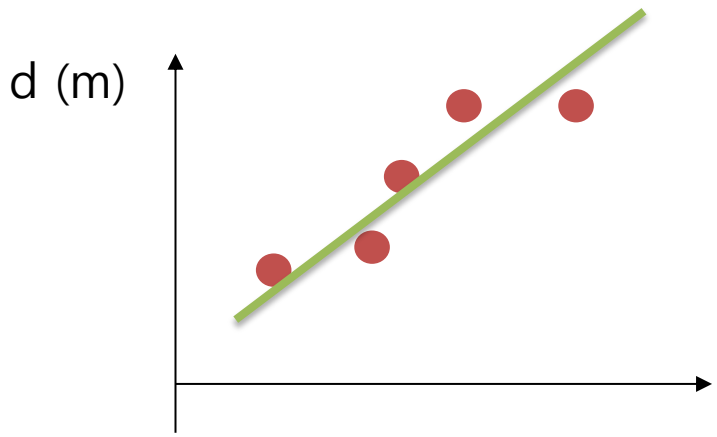
$$b = \frac{2D}{d}\lambda$$

عرض شکاف b (mm)	فاصله‌شکاف‌تاپرده D (m)	پهنای‌لکه‌مرکزی (cm)	طول موج لیزر λ	طول‌موج‌متوسط $\acute{\lambda}$	$\frac{\Delta\lambda}{\acute{\lambda}}$	
0.12	6	6.5				
	9	10.45				
0.24	6	3.53				
	9	5.43				
0.48	6	1.64				
	9					

مرحله ۲) محاسبه ی عرض شکاف

تنظیم لیزر مانند قبل است. اسلاید را مقابل لیزر به ترتیب بر شکاف تنظیم کرده ، نقش پراش را بر دیوار واضح کنید. طول موج لیزر همان مقدار بدست آمده در قسمت الف منظور شود.

اسلاید		فاصله شکاف تا پرده D (m)	پهنای لکه مرکزی D cm	عرض شکاف b (mm)	عرض متوسط شکاف $\acute{b}$	$\frac{\Delta b}{\acute{b}}$
	A	۳	1.82			
		۶	3.43			
		۹	5.02			
	B	۳	3.15			
		۶	6.36			
		۹	9.45			
	C	۳	0.82			
		۶	1.67			
		۹	2.49			

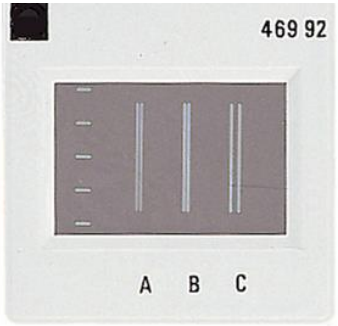


$$slope = \frac{2\lambda}{b} \rightarrow b = ?$$

تکالیف :

*** خطای نسبی طول موج تئوری مرحله ی ۱ را محاسبه کرده و با خطای عملی مقایسه کنید.

*** خطای نسبی طول موج تئوری مرحله ی ۲ را نیز محاسبه کرده و با خطای عملی مقایسه کنید.



Diaphragm with 3 double slits

1 ADD TO PRODUCT LIST

DESCRIPTION TECHNICAL DATA

- Calibration scale: 50 mm divisions
- Dimensions (frame): 50 mm x 50 mm
- Slit width/Slit spacing:
  0.12 mm/0.6 mm
  0.24 mm/0.6 mm
  0.24 mm/1.2 mm