

## درس ماشین‌های الکتریکی ۲

مرجع اصلی درس:

کتاب ماشین‌های الکتریکی پ. س. سن (ترجمه دکتر عابدی، انتشارات کارآفرینان بصیر)

Principles of Electric Machines and Power Electronics, by P. C. Sen

مراجع کمکی:

۱- ماشین‌های الکتریکی چاپمن (ترجمه دکتر فیض، انتشارات دانشگاه تبریز)

Electric Machinery Fundamentals, by Chapman

۲- ماشین‌های الکتریکی فیتزجرالد (ترجمه مهندس دیانی، انتشارات نص)

Electric Machinery, by Fitzgerald

۳- ماشین‌های الکتریکی سلمون (ترجمه دکتر لسانی، مرکز نشر دانشگاهی)

Electric Machines, by Slemon

۴- ماشین‌های الکتریکی بیم باهرا (ترجمه دکتر لسانی، انتشارات قائم)

Electrical Machinery, Theory, Performance and Application, by Bimbhra

سرفصل درس:

۱- ترانسفورماتور (فصل دوم کتاب پ. س. سن)

۲- ماشین‌های القایی سه‌فاز (فصل پنجم کتاب پ. س. سن)

نحوه ارزیابی:

۱- امتحان میان‌ترم: ۸ نمره

۲- امتحان پایان‌ترم: ۱۰ نمره

۳- تکالیف: ۲ نمره

۴- حضور و غیاب، کویز و گزارش‌ها: حداکثر ۲ نمره اضافه بر ۲۰ (بسته به متوسط کلاس)

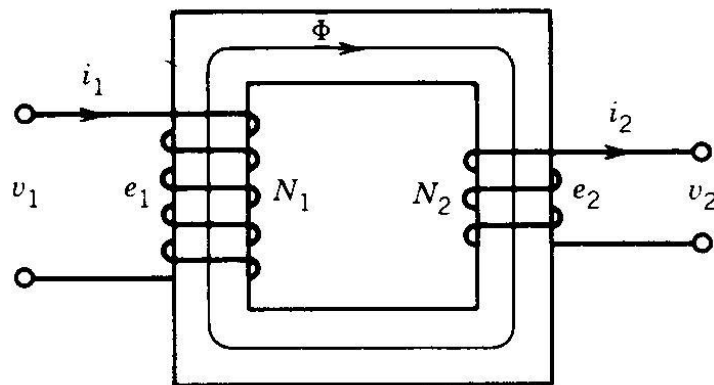
## فصل اول

### ترانسفورماتور

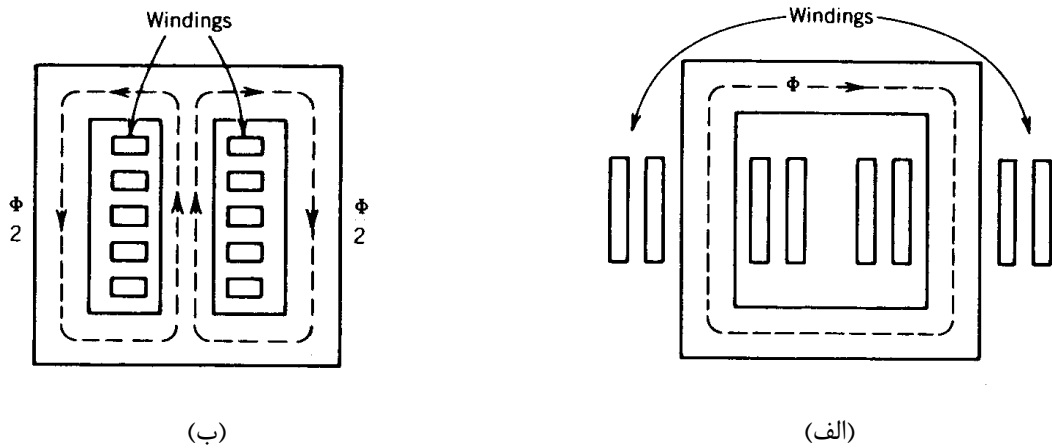
#### ۱-۱- مقدمه

- ✓ یک ترانسفورماتور از دو یا چند سیم پیچ تشکیل می شود که توسط یک مدار مغناطیسی مشترک به هم پیوند داده می شوند.
- ✓ فاقد قسمت دوار مشابه ماشین های الکتریکی می باشد.
- ✓ جنس هسته از مواد فرومغناطیسی انتخاب می شود به خاطر برقراری یک پیوند مغناطیسی قوی بین سیم پیچی ها و ایجاد شار مغناطیسی بالا.
- ✓ هسته در ترانس مورق است به خاطر کاهش تلفات جریان گردابی.

ساختمان یک ترانسفورماتور تکفاز دو سیم پیچه در شکل ۱-۱ و انواع مختلف هسته در شکل ۱-۲ نشان داده شده اند.

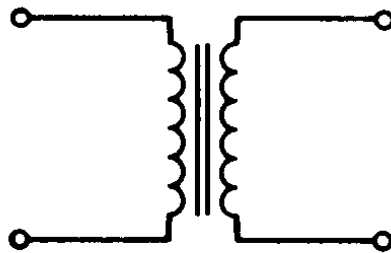


شکل ۱-۱- ساختمان یک ترانس تکفاز



شکل ۱-۲- ساختمان هسته ترانسفورماتور: (الف) نوع ستونی (ب) نوع زره ای

نحوه نمایش مداری یک ترانسفورماتور تک فاز دو سیم پیچه در شکل ۱-۳ مشاهده می شود. سیم پیچ اولیه به منبع ولتاژ متصل است و سیم پیچ ثانویه به بار یا مصرف کننده.

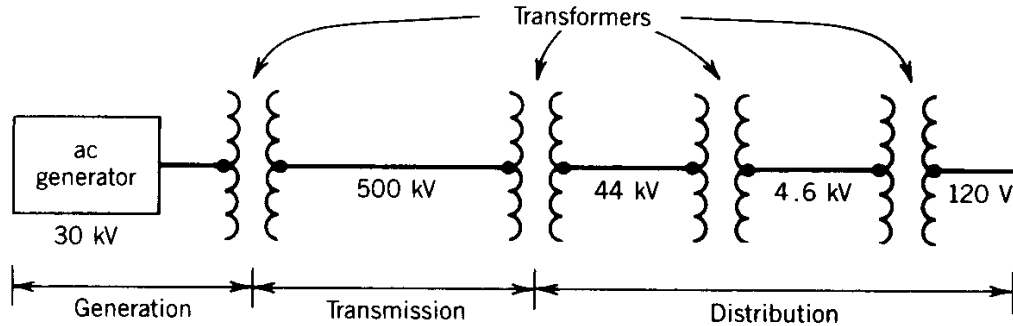


شکل ۱-۳- نمایش ترانس دو سیم پیچه

نام گذاری دیگر:

- سیم پیچی فشار قوی (High Voltage (HV) سیم پیچی با تعداد دور بیشتر و متصل به ولتاژ بالاتر
- سیم پیچی فشار ضعیف (Low Voltage (LV) سیم پیچی با تعداد دور کمتر و متصل به ولتاژ پائین تر
- ✓ ترانسفورماتورهای افزایشدهنده: سطح ولتاژ را افزایش می دهند. (در طرف ثانویه)
- ✓ ترانسفورماتورهای کاهشدهنده: سطح ولتاژ را کاهش می دهند. (در طرف ثانویه)

برای انتقال انرژی الکتریکی در مسافت های طولانی سطح ولتاژ بسیار بالا ( $230\text{kV}$  ,  $400\text{kV}$ ) انتخاب می شود و به این ترتیب تلفات اهمی در انتقال انرژی از محل تولید نیروگاه (بخار، گازی، آبی) تا مصرف کاهش یابد. برای انجام اینکار از ترانسفورماتور مطابق شکل ۴-۱ استفاده می شود.



شکل ۴-۱- نمایش وضعیت ترانسفورماتورها در سیستمهای انتقال و توزیع انرژی

توان اکتیو سه فاز انتقالی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi = 3 V_{ph} I_L \cos \varphi$$

$$P = 300 \text{ MW} , V = 30 \text{ kV} \rightarrow I_L = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ kA} \quad (\cos \varphi = 1) \quad \text{برای مثال:}$$

⇐ تلفات  $RI^2$  خیلی زیاد در صورت عدم استفاده از ترانسفورماتورها

### ۲-۱- مدارهای سه فاز

موج سینوسی: تک فرکانس است و مشتق و انتگرالش شیفت یافته خودش است.

$$v(t) = V_m \cos \omega t \quad , \quad \omega = 2\pi f$$

$$i(t) = I_m \cos (\omega t - \varphi)$$

$$v = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{X}{R}$$

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \quad , \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$V = \text{Re} (V_m e^{j\omega t})$$

$$V_m e^{j\omega t} = V_m \cos \omega t + j V_m \sin \omega t$$

$$i = \text{Re} [I_m e^{j(\omega t - \phi)}]$$

$$\text{مقدار مؤثر} : F_{\text{eff}} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt \right]^{1/2}$$

$$\text{برای سینوسی} : V_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_m$$

$$V = v \text{ فیزور} = V_{\text{rms}} e^{j\theta} \quad , \quad V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = i \text{ فیزور} = I_{\text{rms}} e^{-j\phi} \quad , \quad I_{\text{rms}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

نکته: روابط فیزوری فقط مواقعی مطرح می شود که همه عناصر در یک فرکانس باشند.

$$V = (R + jX) I = Z I$$

$$P(t) = v(t) i(t) = \frac{V_m I_m}{2} [\cos \phi + \cos (2\omega t - \phi)] \quad \text{برای توان:}$$

$$= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} [\cos \phi + \cos (2\omega t - \phi)]$$

$$\text{توان متوسط} : P_{\text{avg.}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi$$

برای سلف با فرض مقاومت صفر سیم پیچی داریم:

$$\text{انرژی الکتریکی ورودی} = \int P dt = \int v i dt = \int \frac{d\lambda}{dt} i dt$$

$$= \int i d\lambda = \text{انرژی مغناطیسی ذخیره شده}$$

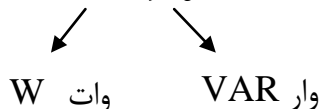
و برای سلف با فرض مقاومت برای سیم پیچی:

$$\text{توان حقیقی} = V I \cos \phi$$

$$\text{توان مجازی} = V I \sin \phi$$

$$\text{توان ظاهری} : S = V I \quad (\text{ولت آمپر } VA)$$

$$\text{توان مختلط} : S' = P + jQ = V I = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} e^{j\phi}$$



برای مدارهای سه فاز داریم:

$$\begin{cases} V_a = V_m \cos \omega t \\ V_b = V_m \cos (\omega t - 120^\circ) \\ V_c = V_m \cos (\omega t - 240^\circ) \end{cases}$$

$$V_a = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{j0}, \quad V_b = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{-j120}, \quad V_c = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{-j240}$$

$$\sum V = 0$$

$$V_a + V_b + V_c = 0$$

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos (\omega t - \varphi) \\ i_b = I_m \cos (\omega t - \varphi - 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos (\omega t - \varphi - 240^\circ) \end{cases}$$

$$P = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c$$

$$P_{avg} = ?$$

تمرین اضافی:

اتصالات سه فاز:

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_m \cos \omega t - V_m \cos (\omega t - 2\pi/3)$$

$$= -2 V_m \sin \pi/3 \sin (\omega t - \pi/3) = \sqrt{3} V_m \cos (\omega t + \pi/6)$$

ولتاژهای مزبور دارای توالی مثبت یا راستگرد هستند به این معنی که اگر این ولتاژها روی یک موتور القایی سه فاز

گذاشته شود موتور در جهت راستگرد می چرخد.

در عمل سینوسی خالص نداریم و یک سری هارمونیک داریم:

$$V_a = V_{m1} \cos \omega t + V_{m3} \cos 3\omega t + V_{m5} \cos 5\omega t + \dots$$

✓ برای یک موج فرد فقط هارمونیک های کسینوسی داریم و به دلیل شکل خاص یک موج سینوسی (وقتی

نصف پریود جلو می رویم، دامنه شکل موج منفی مقدار اولیه است)، هارمونیکهای ضریب دو وجود ندارند.

✓ دامنه هارمونیک های مرتبه بالاتر کم تر هستند و بنابراین معمولاً فقط هارمونیک سوم در نظر گرفته

می شود.

در اتصال ستاره جریان خط همان جریان فاز است و ولتاژ خط  $\sqrt{3}$  برابر ولتاژ فاز است.

$$V_{ba} = V_b - V_a = \sqrt{3} V_m \cos(\omega t + \pi/6)$$

در جایی کاربرد دارد که می خواهیم ولتاژ کمتری روی سیم پیچی قرار گیرد.

برای اتصال مثلث جریان سیم پیچی  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  برابر جریان خط است و ولتاژ خط با ولتاژ فاز برابر است. در جایی کاربرد دارد که می خواهیم جریان سیم پیچی ها را کاهش دهیم.

$$V_a = V_{m1} \cos \omega t + V_{m3} \cos 3\omega t + \dots$$

$$V_b = V_{m1} \cos(\omega t - 2\pi/3) + V_{m3} \cos 3(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \dots$$

$$V_c = V_{m1} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) + V_{m3} \cos 3(\omega t - \frac{4\pi}{3}) + \dots$$

با توجه به روابط فوق مشاهده می شود که مولفه های هارمونیک سوم هم فاز هستند (دارای توالی صفر).

#### کاربرد ترانسها:

۱- انتقال و توزیع انرژی الکتریکی

۲- تطبیق امپدانس

برای آنکه توان ماکزیمم از منبع بگیریم بایستی بار با مقاومت مبنع برابر باشد.  $Z_S = Z_L^*$

$$Z'_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L \quad \text{سپس:}$$

۳- ایزولاسیون الکتریکی

۴- اندازه گیری

Current Transformer (CT)       $*/5, 1^A$

Voltage Transformer (VT)       $*/100^V$

ولتاژ و جریان در ثانویه به  $100^V$  و  $5^A$  یا  $1^A$  تبدیل می شود و اندازه گیری می شود.

### ۳-۱- ترانسفورماتور تک فاز ایده آل

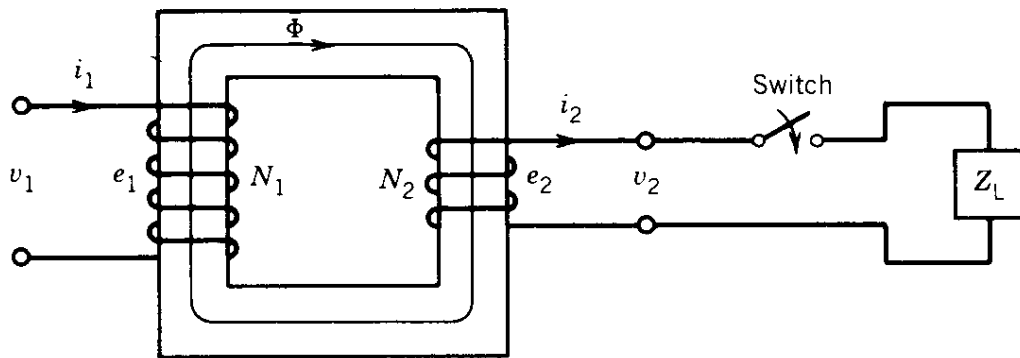
ترانس ایده آل:

۱- مقاومت سیم پیچی ها اعم از اولیه و ثانویه ناچیز و قابل چشم پوشی است

۲- کل شار در هسته بماند و شار نشتی نداشته باشیم.

۳- تلفات هسته ناچیز است.

۴- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی نهایت است.



شکل ۱-۵- ترانس تکفاز ایده آل

از مقاومت سیم پیچی های صرف نظر شده است. بنابراین:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

ولتاژ القایی ناشی از  $\phi$  در سیم پیچی اولیه

همچنین شار  $\phi$  در ثانویه ولتاژ القاء می کند و داریم:

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (1)$$

$a$  نسبت دور یا نسبت تبدیل نامیده می شود.

با نوشتن قانون مداری آمپر روی مسیر متوسط داریم:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \text{mmf} = 0 \text{ خالص}$$



به خاطر ایده آل بودن هسته، برای برقراری شار درون آن به هیچ آمپر دوری نیاز نداریم.

$$\mu = \infty \rightarrow R = \frac{\ell}{\mu A} = 0 \rightarrow \text{mmf} = R \phi = 0 \text{ خالص}$$

بنابراین:

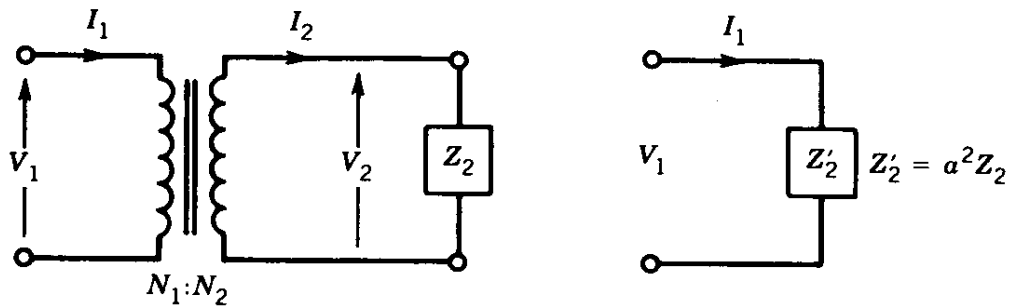
$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2$$

توان لحظه ای ورودی به ترانسفورماتور ایده آل تک فاز با توان لحظه ای خروجی مساوی است زیرا کل تلفات درون ترانس صفر است.

#### ۴-۱- انتقال امپدانس



شکل ۴-۱- انتقال امپدانس در یک ترانس ایده آل

$$Z'_2 = a^2 Z_2$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\text{امپدانس ورودی ترانس: } Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{a V_2}{I_2/a} = a^2 \frac{V_2}{I_2} = a^2 Z_2$$

$$Z_1 = a^2 Z_2 = Z'_2$$

در نتیجه:

بنابراین برای انتقال امپدانس از ثانویه به اولیه ترانس بایستی آن را در  $a^2$  ضرب کنیم. اگر امپدانس از اولیه بخواید به ثانویه ارجاع داده شود باید تقسیم بر  $a^2$  شود:

$$Z'_1 = \frac{1}{a^2} Z_1$$

با انتقال امپدانس حذف پیوند مغناطیسی  $\Leftarrow$  ساده سازی محاسبات

مثال ۱-۱- یک بلندگوی  $9 \Omega$  به یک منبع ولتاژ AC ده ولتی با مقاومت داخلی یک اهم متصل است.

الف- توان مصرفی بلندگو را حساب کنید.

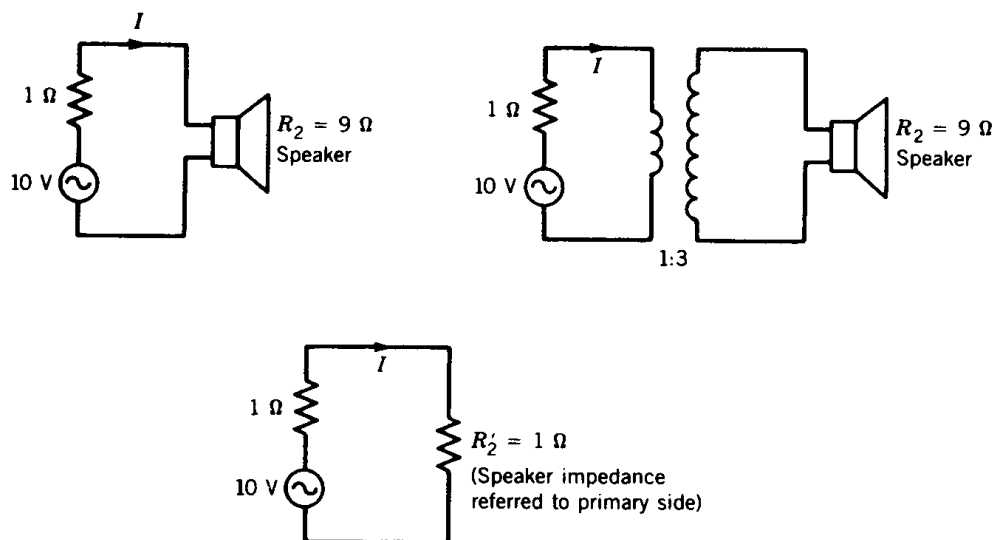
ب- اگر بخواهیم توان ماکزیمم به بلندگو برسد یک ترانسفورماتور با نسبت تبدیل ۱ به ۳ بین منبع و بلندگو

استفاده می کنیم. توان مصرفی بلندگو را در این حالت حساب کنید.

الف-

$$I = \frac{10}{1+9} = 1A$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = 9 \times 1^2 = 9W$$



شکل ۱-۷- شکل مربوط به مثال ۱-۱

ب- با توجه به شکل ۷-۱، امیدانس بلندگو که به اولیه ارجاع داده شده است عبارت است از:

$$R'_2 = 1\Omega$$

در این حالت داریم:

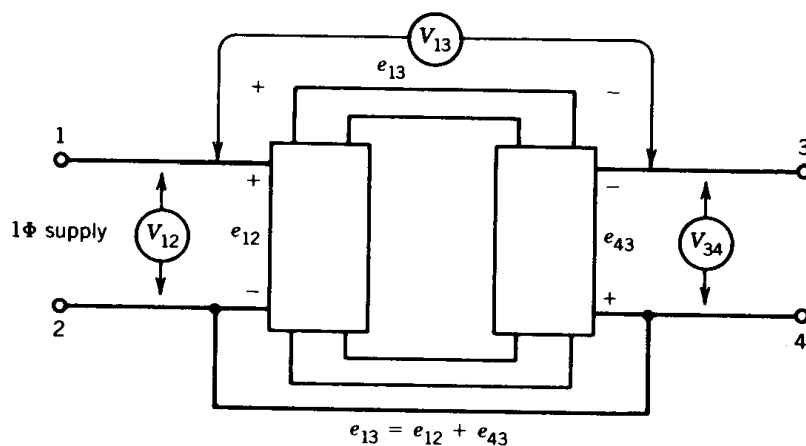
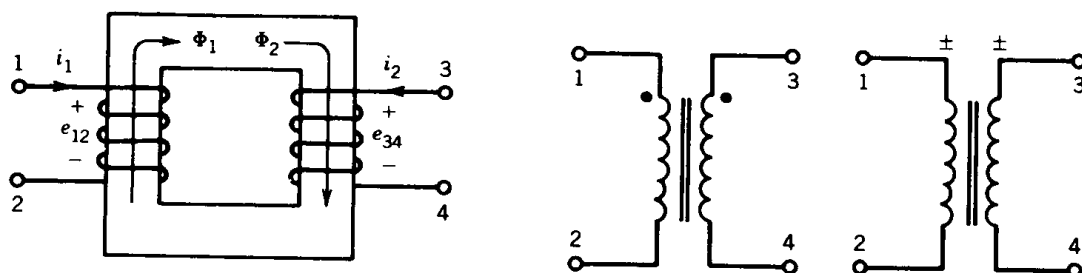
$$I = \frac{10}{1+1} = 5A$$

$$\Rightarrow P = R'_2 I^2 = 1 \times 5^2 = 25 W$$

### ۷-۱- پلاریته

روش تشخیص سرهای هم پلاریته: سرهای ۱ و ۳ در شکل ۸-۱ هم پلاریته هستند، چون جریان‌های واردشونده به آنها شارهای هم جهت تولید می‌کنند. (همینطور سرهای ۲ و ۴)

همانطور که در این شکل نمایش داده شده است، در اتصال مداری سرهای هم پلاریته توسط دو نقطه توپر نشان داده می‌شوند.



شکل ۸-۱- تعیین پلاریته

برای عملکرد نرمال ترانس نشان داده شده در شکل ۸-۱، در صورت عبور شار متغیر با زمان از هسته و در نتیجه القاء ولتاژ ac در دو سیم پیچی:

✓ هر لحظه که پتانسیل سر ۱ نسبت به ۲ مثبت باشد، در همان لحظه ولتاژ سر ۳ نسبت به سر ۴ هم مثبت است.

✓ هر لحظه که جریان به سر نقطه دار در طرف اولیه وارد شود، در همان لحظه جریان از سر نقطه دار در طرف ثانویه خارج می شود.

روش تشخیص سرهای هم پلاریته هنگامی که نحوه پیچش سیم پیچی ها قابل مشاهده نباشد:

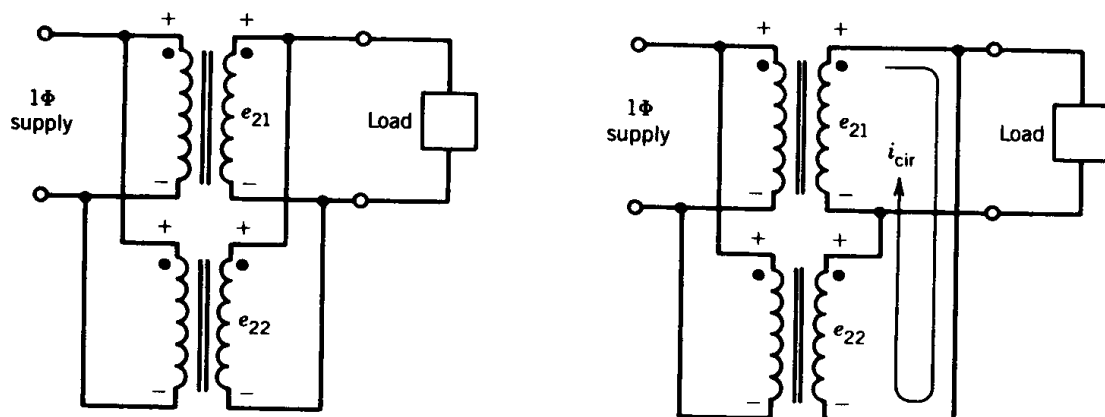
در صورتی که نحوه پیچش سیم پیچی ها قابل رؤیت نباشد، مطابق شکل ۸-۱ توسط سه ولت متر ولتاژها اندازه گیری می شوند و سپس در تشخیص سرهای هم پلاریته داریم:

(1)  $v = v_1 - v_2$  پلاریته درست

(2)  $v = v_1 + v_2$  پلاریته عکس

اهمیت سرهای هم پلاریته در بحث موازی کردن ترانس ها

اتصال غلط مطابق شکل ۹-۱ باعث جاری شدن جریان چرخش ( $I_{cir}$ ) بسیار بزرگ به خاطر کوچک بودن مقاومت سیم پیچی ها می گردد که می تواند به ترانس صدمه برساند.



شکل ۹-۱- موازی کردن دو ترانس

## ۸-۱- ترانسفورماتور واقعی

۱- در ترانسفورماتور واقعی سیم پیچی های اولیه و ثانویه مقاومت دارند.

۲- در ترانسفورماتور واقعی علاوه بر شار اصلی، شار نشتی مربوط به اولیه و ثانویه نیز با دو سیم پیچی پیوند

می زند.

۳- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی نهایت نیست.

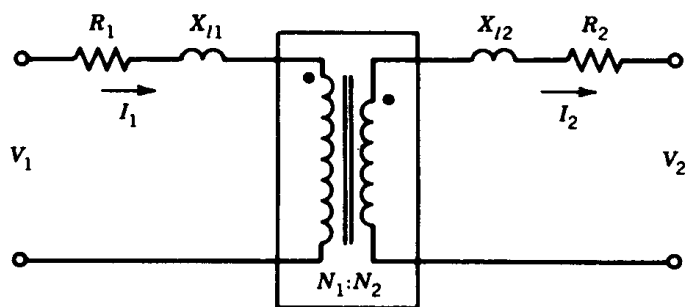
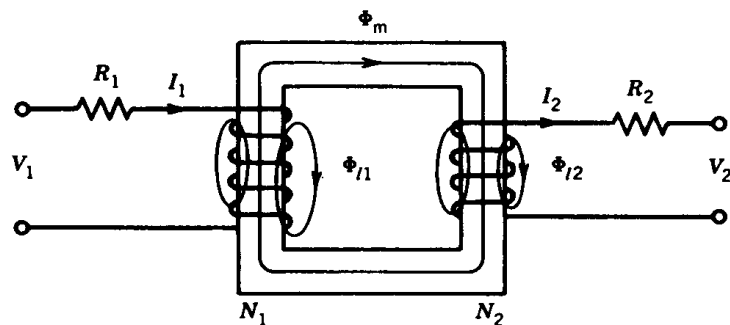
۴- تلفات هسته داریم.

بنابراین مدل ترانسفورماتور ایده آل به دست آمده بایستی با در نظر گرفتن بندهای فوق به ترتیب بسط داده شود.

تحقق بند یک:

مقاومت سیم پیچی ها به صورت یک عنصر فشرده در شکل ۱-۱۰ مدل شده است. بنابراین سیم پیچی ها نشان

داده شده در این شکل بدون مقاومت می باشند.



شکل ۱-۱۰- نحوه بدست آوردن مدارمعادل ترانس

تحقق بند دو:

شار پراکندگی برای حلقه های متفاوت یکسان نیست. برای مدل سازی فرض می کنیم برای همه ی حلقه ها یکسان است و متوسط آن را در نظر می گیریم.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_m + \varphi_{\ell_1} \\ \varphi_2 = \varphi_m - \varphi_{\ell_2} \end{cases}$$

$\varphi_{\ell_1}$ : شار پراکندگی مربوط به سیم پیچی اولیه  $\varphi_{\ell_2}$ : شار پراکندگی مربوط به سیم پیچی ثانویه

$$\begin{cases} \lambda_1 = N_1 \varphi_1 = N_1 \varphi_m + N_1 \varphi_{\ell_1} \\ \lambda_2 = N_2 \varphi_2 = N_2 \varphi_m - N_2 \varphi_{\ell_2} \end{cases} \quad \text{ولتاژ القایی در اولیه ترانس ایده آل (e_1)}$$

$$v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(N_1 \varphi_{\ell_1}) + \frac{d}{dt}(N_1 \varphi_m)$$

$$L_{l1} \triangleq \frac{N_1 \varphi_{\ell_1}}{i_1}$$

به دلیل آنکه قسمت اعظم شار ناشی از هوا عبور می کند، بنابراین شارهای ناشی با جریان رابطه خطی دارند. به عبارت دیگر  $L_{\ell}$  به زمان بستگی ندارد و مقدار آن ثابت است.

$$\Rightarrow v_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(L_{l1} i_1) + e_1 = R_1 i_1 + L_{l1} \frac{di_1}{dt} + e_1$$

به طریق مشابه با  $L_{l2} \triangleq \frac{N_2 \varphi_{\ell_2}}{i_2}$  داریم:

$$\begin{aligned} v_2 &= -R_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = -R_2 i_2 - \frac{d}{dt}(N_2 \varphi_{\ell_2}) + \frac{d}{dt}(N_2 \varphi_m) \\ &= -R_2 i_2 - L_{l2} \frac{di_2}{dt} + e_2 \end{aligned}$$

تا اینجا مدل ترانس ایده آل مطابق شکل ۱-۱۰ بسط داده شد و بندهای یک و دو در نظر گرفته شدند.

$$\text{راکتانس ناشی اولیه: } X_{\ell_1} = \omega L_{\ell_1} = 2\pi f L_{\ell_1}$$

$$\text{راکتانس ناشی ثانویه: } X_{\ell_2} = \omega L_{\ell_2} = 2\pi f L_{\ell_2}$$

برای تحقق بندهای ۳ و ۴ لازم است ابتدا مقدمه ذیل از بخش ۱-۳ کتاب پ. س. سن گفته شود.

### ۱-۸-۱- جریان تحریک

سیم پیچی به منبع ولتاژ سینوسی وصل می شود و برای ایجاد شار سینوسی درون هسته بایستی جریان از سیم پیچی  $Ni = R\phi$  بگذرد. این جریان، جریان تحریک نامیده می شود.

$$\phi = \phi_{max} \sin \omega t$$

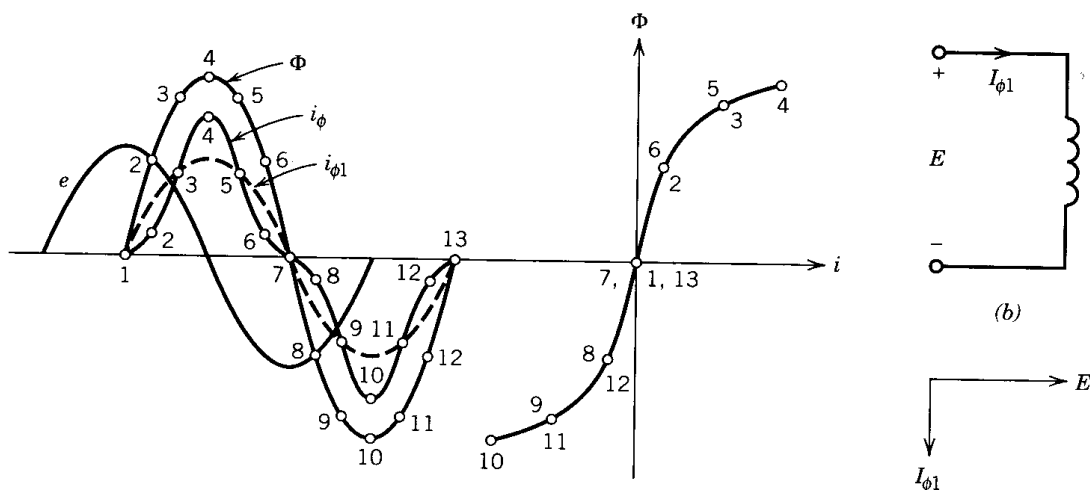
$$e = N \frac{d\phi}{dt} = N \phi_{max} \omega \cos \omega t = E_{max} \cos \omega t$$

اگر مشخصه B-H غیر خطی باشد جریان تحریک  $i\phi$  غیر سینوسی خواهد بود.

الف: بدون پسماند (هیستریزیس)

جریان تحریک  $90^\circ$  از ولتاژ عقب تر است  $i\phi_1$ : مؤلفه اصلی جریان  $i\phi$

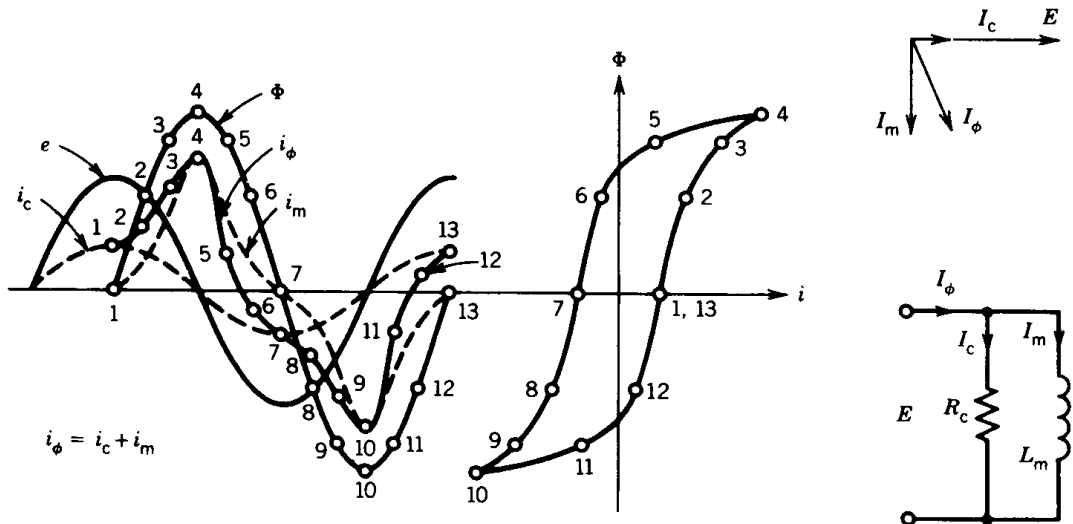
و بنابراین سیم پیچی تحریک با یک اندوکتانس خالص ( $L_m$ ) مدل می شود.



شکل ۱-۱۱- جریان تحریک هنگامی که از حلقه پسماند صرفنظر شده است

ب: با حلقه پسماند (هیستریزیس)

با دنبال کردن روند مشابه در حالتی که حلقه هیستریزیس در نظر گرفته شود (شکل ۱-۱۲) مشاهده می شود جریان در این حالت مجموع دو جریان یکی  $90^\circ$  عقب تر از  $e$  و یکی هم فاز با  $e$  می گردد.



شکل ۱-۱۲- جریان تحریک با در نظر گرفتن حلقه پسماند

لذا سیم پیچی تحریک در این حالت با یک مقاومت  $R_c$  موازی با اندوکتانس  $L_m$  می تواند مدل می گردد.

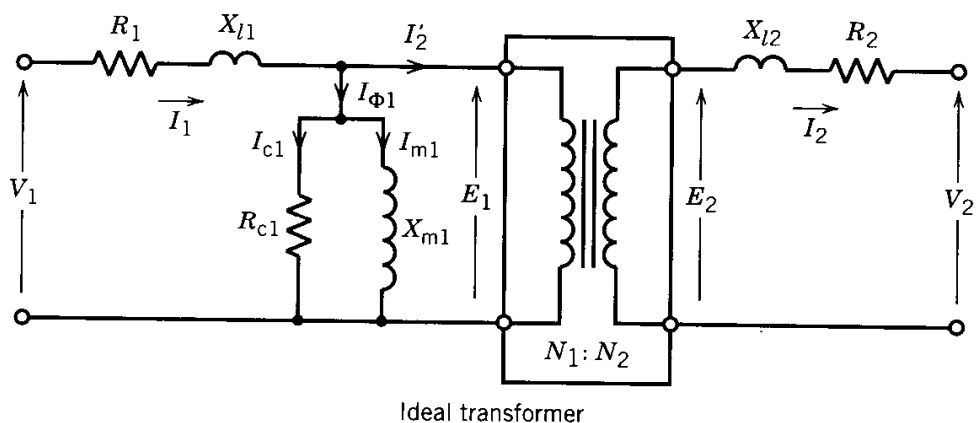
$$i_\phi = i_m + i_c$$

تلفات هسته به صورت تلفات اهمی در مقاومت  $R_c$  مدل می شود. هرچه ولتاژ بزرگتر باشد تلفات هسته بیشتر است.

تحقق بندهای سه و چهار:

با توجه به مطالب گفته شده، برای در نظر گرفتن بندهای سه و چهار مدار معادل به دست آمده در شکل ۱-۱۰ به صورت شکل ۱-۱۳ توسعه می یابد:





شکل ۱-۱۳- مدار معادل با در نظر گرفتن بندهای سه و چهار

که در آن:

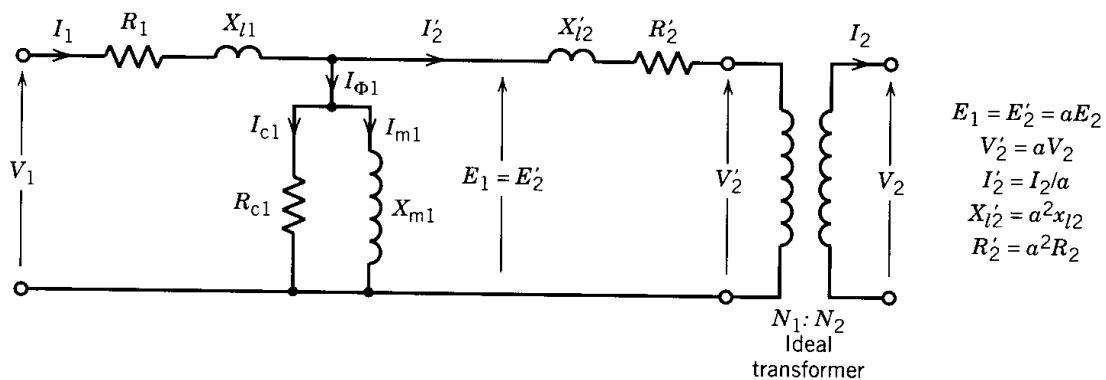
$$\begin{cases} \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \\ \frac{I_2'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \end{cases}$$

شوندگی :  $X_m = \omega L_{m1}$  راکتانس مغناطیس

شاخه موازی می تواند در هر یک از طرفین ترانس ایده آل گذاشته شود؛ اما از آنجائیکه معمولاً طرف اول به منبع متصل است و سهمی از جریان منبع بایستی صرف برقراری شار در هسته و تلفات هسته گردد، شاخه مزبور در طرف اولیه قرار داده شده است. اندیس ۱ در پارامترهای شاخه موازی اشاره به طرف اولیه می کند.

### ۱-۸-۲- مدار معادل ترانسفورماتور تک فاز واقعی ارجاع داده شده به طرف اولیه

کمیت های طرف ثانویه ترانسفورماتور ایده آل در مدار معادل می تواند بر اساس قانون انتقال امپدانس مطابق شکل ۱-۱۴ به طرف اولیه ارجاع داده شوند.



$$\begin{aligned}
 E_1 &= E'_2 = aE_2 \\
 V'_2 &= aV_2 \\
 I'_2 &= I_2/a \\
 X_{l'2} &= a^2x_{l2} \\
 R'_2 &= a^2R_2
 \end{aligned}$$

شکل ۱-۱۴- ارجاع امپدانسهای به اولیه ترانس

$$E_1 = E'_2 = a E_2$$

$$X'_{l2} = a^2 X_{l2}$$

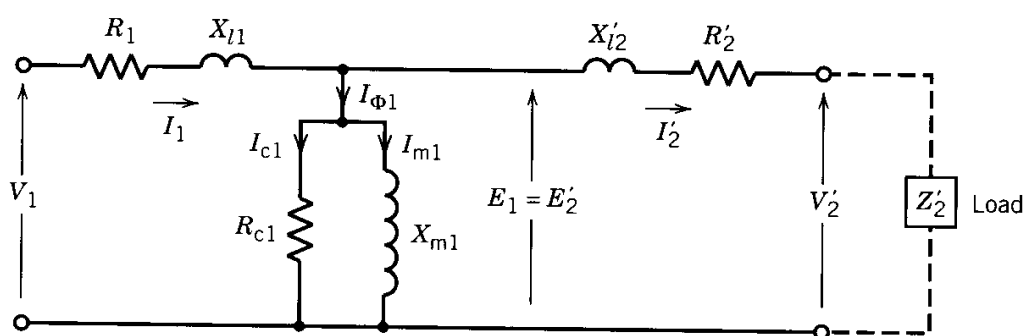
که در آن:

$$V'_2 = a V_2$$

$$R'_2 = a^2 R_2$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{a}$$

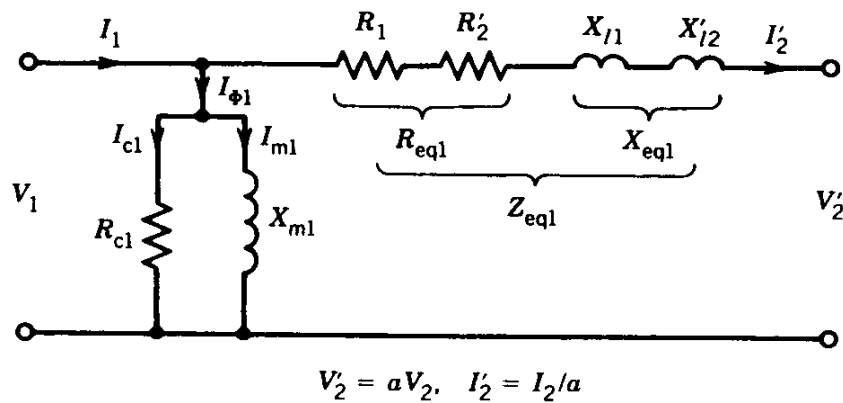
با در نظر گرفتن مدار معادل از ابتدا تا دو سر اولیه ترانس ایده ال در شکل ۱-۱۴ مدار معادل نشان داده شده در شکل ۱-۱۵ نتیجه می شود.



شکل ۱-۱۵- مدار معادل ارجاع داده شده به طرف اولیه

### ۱-۸-۳- مدار معادل های تقریبی

جریان شاخه موازی درصد کمی از جریان اسمی ترانس فورماتور است (به دلیل بزرگ بودن  $R_{c1}$  و  $X_{m1}$ ) و بنابراین می توان آن را به ابتدای مدار منتقل کرد و به مدار معادل شکل ۱۶-۱ رسید.



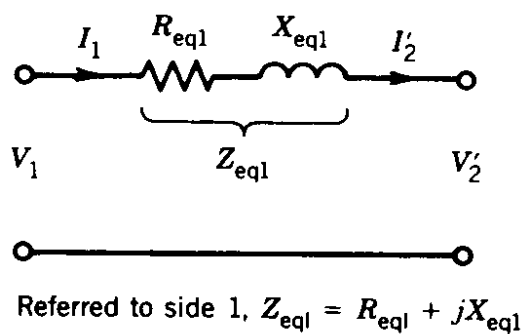
شکل ۱۶-۱- مدار معادل تقریبی نوع اول (شاخه موازی در ابتدای مدار)

که در آن:

$$\begin{cases} R_{eq1} = R_1 + R'_2 \\ X_{eq1} = X_{l1} + X'_{l2} \end{cases}$$

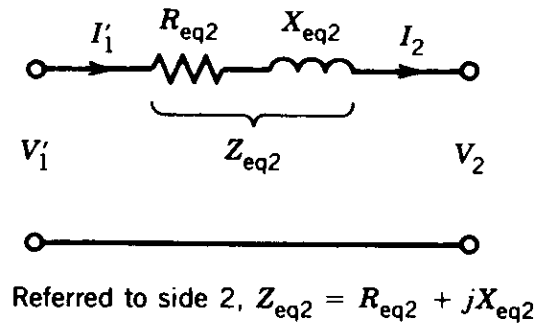
$$V'_2 = a V_2 \quad , \quad I'_2 = \frac{I_2}{a}$$

می توان کلاً به دلیل کوچک بودن جریان شاخه موازی آن را حذف کرد و به مدار معادل شکل ۱۷-۱ دست یافت.



شکل ۱۷-۱- مدار معادل تقریبی نوع دوم (بدون شاخه موازی) ارجاع داده شده به طرف اولیه

در ترانس های بزرگ  $R_{eq1} \ll X_{eq1}$  است و می توان فقط راکتانس پراکندگی را در مدار معادل داشت. در صورتی که پارامترها همه به طرف ثانویه ارجاع داده می شد در نهایت مدار معادل شکل ۱۸-۱ را داریم.



شکل ۱۸-۱- مدار معادل تقریبی نوع دوم ارجاع داده شده به طرف ثانویه

که در آن:

$$Z_{eq2} = R_{eq2} + jX_{eq2}$$

$$X_{eq2} = \frac{X_{eq1}}{a^2} = X_{\ell_2} + X'_{\ell_1}$$

$$R_{eq2} = \frac{R_{eq1}}{a^2} = R_2 + R'_1$$

$$V'_1 = \frac{V_1}{a} \quad , \quad I'_1 = a I_1 = I_2$$

مثال ۱-۲- یک ترانسفورماتور تک فاز 60 HZ و  $440/220$  V و 25 KVA با پارامترهای زیر مفروض است:

$$R_1 = 0.16 \Omega \quad , \quad X_{\ell_1} = 0.32 \Omega \quad R_2 = 0.04 \Omega \quad X_{\ell_2} = 0.08 \Omega$$

$$R_{c1} = 270 \Omega \quad , \quad X_{m1} = 100 \Omega$$

ترانسفورماتور بار 20 kW را تحت ولتاژ 220 V و ضریب توان 0.8 پس فاز تغذیه می کند. ولتاژ منبع را بیابید.

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{440}{220} = 2$$

$$V_2 = 220 \angle 0 \quad \rightarrow \quad V'_2 = a V_2 = 2 \times 220 \angle 0 = 440 \angle 0$$

$$|I_2| = \frac{P}{V_2 \cos \varphi} = \frac{20000}{220 \times 0.8} = 113.64$$

$$\angle I_2 = -\cos^{-1} \text{PF} = -\cos^{-1} 0.8 = -36.9^\circ$$

$$\rightarrow \quad I_2 = 113.64 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{a} = 56.82 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$R'_2 = a^2 R_2 = 0.16 \Omega \quad X'_{\ell 2} = a^2 X_{\ell 2} = 0.32 \Omega$$

$$E_1 = V'_2 + (R'_2 + j X'_{\ell 2}) I'_2$$

$$= 440 \angle 0 + (0.16 + j 0.32)(56.82 \angle -36.9^\circ)$$

$$= 458.3 \angle 1^\circ \text{ V}$$

$$I_{c1} = \frac{E_1}{R_{c1}} = 1.7 + j 0.03 \text{ A}$$

$$I_{m1} = \frac{E_1}{j X_{m1}} = 0.09 - j 4.58 \text{ A}$$

$$I_{\varphi 1} = I_{c1} + I_{m1} = 1.79 - j 4.55 \text{ A}$$

$$I_1 = I_{\varphi 1} + I'_2 = 61.04 \angle -36.3^\circ \text{ A}$$

$$V_1 = E_1 + (R_1 + j X_{\ell 1}) I_1 = 478.4 \angle 2.2^\circ \text{ V}$$

$$P_{\text{cu}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_1 I_1^2 + R'_2 I_2'^2 = R_{\text{eq1}} I_1^2 = R_{\text{eq1}} I_2'^2$$

$$= 0.16 \times 61.04^2 + 0.04 \times 113.64^2 = \dots$$

$$P_c = R_{c1} I_{c1}^2 = \dots$$

$$P_{out} = V_2 I_2 \cos\phi = 220 \times 113.64 \times 0.8 = \dots$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{cu} + P_c} = \dots$$

### ۹-۱- مشخصات اسمی ترانس فورماتور

توان ظاهری ( MVA, KVA ) و ولتاژهای اسمی ( نامی ) اولیه و ثانویه روی پلاک ترانس حک شده است. برای مثال:

$$10 \text{ KVA}, \quad 1100/110 \text{ V}$$

$$\text{نسبت تبدیل } a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1100}{110} = 10$$

$$\text{جریان اسمی اولیه (فشار قوی)} : I_{HV} = \frac{S}{V} = \frac{10000}{1100} = 9.09 \text{ A}$$

$$\text{جریان اسمی ثانویه (فشار ضعیف)} : I_{LV} = \frac{10000}{110} = 90.9 \text{ A}$$

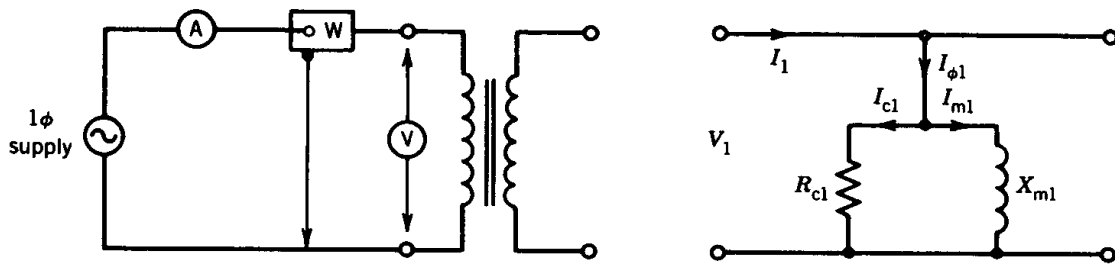
اطلاعات دیگر داده شده: 50 Hz M19  $X_m$   $X_{\ell 2}$   $X_{\ell 1}$   $R_2$   $R_1$

### ۱۰-۱- تعیین پارامترهای مدار معادل

الف: آزمایش مدار باز (Open Circuit Test (OCT))

به اولیه یا ثانویه ولتاژ اسمی داده می شود و طرف دیگر مدار باز می گردد.

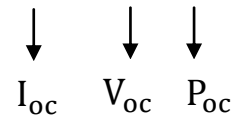
نکته: معمولاً ولتاژ به طرف ولتاژ پائین اعمال می شود چون تهیه منبع ولتاژ پائین تر سهولت دارد.



شکل ۱-۱۹- مدار معادل ارجاع داده شده به طرف اولیه در حالت مدار باز ثانویه

نکته: در حالت OCT جریان اولیه همان جریان تحریک است.

توان، ولتاژ و جریان اندازه گیری می شوند.



$$P_{oc} = \frac{V_{oc}^2}{R_{c1}} \rightarrow R_{c1} = \text{قابل محاسبه}$$

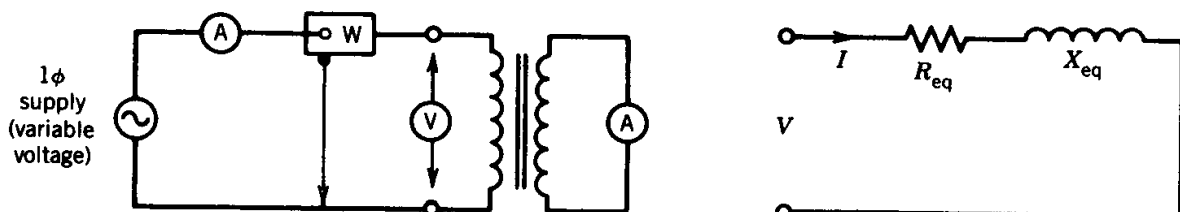
$$I_{c1} = \frac{V_{oc}}{R_{c1}} \rightarrow I_{c1} = \text{قابل محاسبه}$$

$$I_{M1}^2 = I_{oc}^2 - I_{c1}^2 \rightarrow I_{M1} = \text{قابل محاسبه} \Rightarrow X_{M1} = \frac{V_{oc}}{I_{M1}} = \text{قابل محاسبه}$$

ب: آزمایش اتصال کوتاه (Short Circuit Test (SCT)

یکی از سیم پیچی ها اتصال کوتاه می شود و به طرف دیگر ولتاژ داده می شود.

نکته: معمولاً طرف ولتاژ پائین اتصال کوتاه می شود و دستگاه های اندازه گیری در طرف فشار قوی گذاشته می شوند.



شکل ۱-۲۰- مدار معادل ارجاع داده شده به طرف اولیه در حالت اتصال کوتاه

ولتاژ در طرف فشار قوی آنقدر افزایش داده می شود که جریان در آن طرف به مقدار نامی خود برسد (جریان اندازه گیری شده در طرف فشار قوی). با توجه به شکل زیر، از آنجایی که  $R_{eq}$  و  $X_{eq}$  کوچک هستند برای برقراری جریان نامی در شرایط اتصال کوتاه، ولتاژ به مراتب کمتری از ولتاژ نامی به طرف فشار قوی اعمال می شود.

ولتاژ، جریان و توان اندازه گیری می شوند.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ P_{sc} & I_{sc} & V_{sc} \end{array}$$

امپدانس شاخه موازی در مقایسه با شاخه اتصال کوتاه شده بسیار بزرگ است و می تواند صرف نظر شود.

$$P_{sc} = R_{eq1} I_{sc}^2 \rightarrow R_{eq1} = \text{قابل محاسبه}$$

$$Z_{eq1} = \frac{V_{sc}}{I_{sc}} = \sqrt{R_{eq1}^2 + X_{eq1}^2} \rightarrow X_{eq1} = \text{قابل محاسبه}$$

در ترانس خوب طراحی شده:

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_{eq1}}{2}$$

$$X_{\ell 1} = X'_{\ell 2} = \frac{X_{eq1}}{2}$$

$$L_{\ell 1} \triangleq \frac{N_1 \varphi_{\ell 1}}{i_1}, \quad L_{\ell 2} \triangleq \frac{N_2 \varphi_{\ell 2}}{i_2} = \frac{N_1/a \varphi_{\ell 2}}{a i_1} = \frac{1}{a^2} \frac{N_1}{i_1} \varphi_{\ell 2}$$

از طرف دیگر، طبق رابطه  $Ni = R\varphi$ ، شار پراکندگی برای طرفین یکسان است چون در یک طرف تعداد دور بالاتر و جریان کمتر است و در طرف دیگر برعکس. توجه شود که رلوکتانس مسیر شار برای هر دو طرف یکسان است.

$$X_{\ell 1} = a^2 X_{\ell 2} = X'_{\ell 2} = \frac{X_{eq1}}{2} \quad \text{بنابراین:}$$



در طرف فشار ضعیف LV :  $N_1$  کمتر  $\Leftarrow$   $\ell_1$  کمتر  
 $V$  کمتر  $\Leftarrow$  جریان بالاتر  $\Leftarrow$  سطح مقطع بزرگتر

در طرف فشار قوی HV :  $N_2$  بیشتر  $\Leftarrow$   $\ell_2$  بیشتر  
 $V$  بیشتر  $\Leftarrow$  جریان کمتر  $\Leftarrow$  سطح مقطع کوچک تر

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\ell_1}{\sigma A_1}}{\frac{\ell_2}{\sigma A_2}} = \frac{\ell_1 A_2}{\ell_2 A_1} = \frac{N_1 N_1}{N_2 N_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = a^2$$

$$\rightarrow R_1 = a^2 R_2 = R'_2 = \frac{R_{eq1}}{2}$$

مثال ۱-۳: یک ترانسفورماتور تک فاز 60 Hz و 2200/220 V و 10 KVA مفروض است و نتایج آزمایش

های مدار باز و اتصال کوتاه روی آن به قرار زیر است:

$$V_{oc} = 220^V, \quad I_{oc} = 2.5^A, \quad P_{oc} = 100^W \quad (\text{مدار باز: طرف HV مدار باز})$$

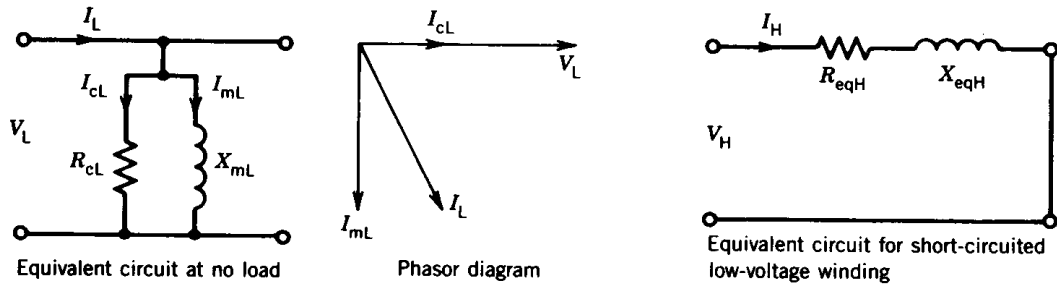
$$V_{sc} = 150^V, \quad I_{sc} = 4.55^A, \quad P_{sc} = 215^W \quad (\text{اتصال کوتاه: طرف LV اتصال کوتاه})$$

پارامترهای مدار معادل را نسبت به دو سمت LV و HV به دست آورید.

حل: مقادیر نامی ولتاژ و جریان در دو طرف عبارتند از:

$$V_H(\text{rated}) = 2200^V, \quad V_L(\text{rated}) = 220^V$$

$$I_H(\text{rated}) = \frac{S}{V} = \frac{10000}{2200} = 4.55^A, \quad I_L(\text{rated}) = \frac{S}{V} = \frac{10000}{220} = 45.5^A$$



شکل ۲۱-۱ مدار معادل برای مثال ۲-۲ در OCT و SCT

در آزمایش مدار باز، به LV ولتاژ اعمال شده طرف HV مدار باز شده و وسایل اندازه گیری ولتاژ، جریان و توان در سمت LV قرار داده شده اند.

$$V_{oc} = 220 \text{ V} , \quad I_{oc} = 2.5 \text{ A} , \quad P_{oc} = 100 \text{ W}$$



برابر با تلفات هسته



کسری از جریان  $45.5 \text{ A}$  برای برقرای شار در هسته (جریان مغناطیس کنندگی)

$$P_{oc} = \frac{V_{oc}^2}{R_{cL}} \rightarrow R_{cL} = \frac{V_{oc}^2}{P_{oc}} = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega$$

$$I_{cL} = \frac{V_{oc}}{R_{cL}} = \frac{220}{484} = 0.45 \text{ A}$$

$$I_{mL} = (I_L^2 - I_{cL}^2)^{1/2} = (2.5^2 - 0.45^2)^{1/2} = 2.46 \text{ A}$$

$$X_{mL} = \frac{V_L}{I_{mL}} = \frac{220}{2.46} = 89.4 \Omega$$

کمیت های به دست آمده در سمت فشار قوی:

$$\text{نسبت تبدیل } a = \frac{2200}{220} = 10$$

$$R_{cH} = a^2 R_{cL} = 10^2 \times 484 = 48400 \Omega$$

$$X_{mH} = a^2 X_{mL} = 10^2 \times 89.4 = 8940 \Omega$$

برای آزمایش اتصال کوتاه، طرف LV اتصال کوتاه شده است و به طرف HV آنقدر ولتاژ می دهیم ( $150^V$ ) تا جریان نامی ( $4.55^A$ ) در آن ایجاد گردد. وسایل اندازه گیری ولتاژ، جریان و توان در طرف HV قرار داده می شوند.

$$V_{sc} = 150^V \quad , \quad I_{sc} = 4.55^A \quad , \quad P_{sc} = 215^W$$

$$P_{sc} = R_{eqH} I_{eq}^2 \quad \rightarrow \quad R_{eqH} = \frac{215}{4.55^2} = 10.4 \Omega$$

$$Z_{eqH} = \frac{V_H}{I_H} = \frac{150}{4.55} = 32.97 \Omega$$

$$X_{eqH} = (Z_{eqH}^2 - R_{eqH}^2)^{1/2} = (32.97^2 - 10.4^2)^{1/2} = 31.3 \Omega$$

کمیت ها در سمت فشار ضعیف LV:

$$R_{eqL} = \frac{R_{eqH}}{a^2} = \frac{10.4}{10^2} = 0.104 \Omega \quad , \quad X_{eqL} = \frac{31.3}{10^2} = 0.313 \Omega$$

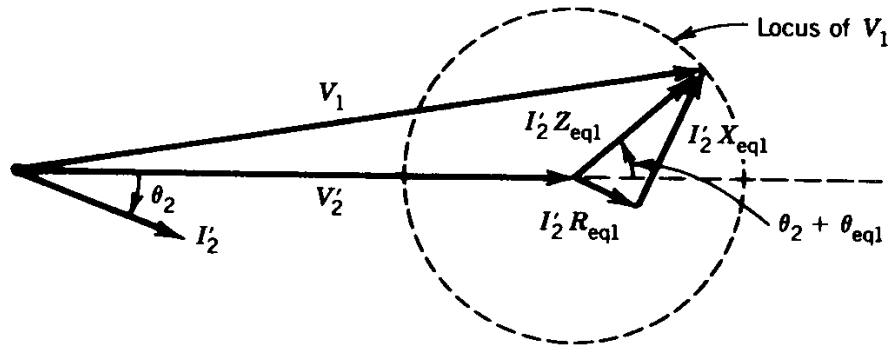
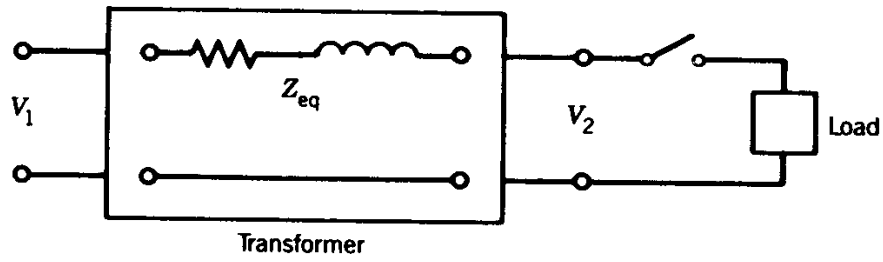
$$R_H = a^2 R_L = \frac{R_{eqH}}{2} = \frac{10.4}{2} = 5.2 \Omega \quad \xrightarrow{a=10} \quad R_H = 5.2 \Omega \quad , \quad R_L = 0.052 \Omega$$

$$X_{\ell H} = a^2 X_{\ell L} = \frac{X_{eqH}}{2} = \frac{31.3}{2} = 15.65 \Omega \quad \xrightarrow{a=10} \quad X_{\ell H} = 15.65 \Omega \quad , \quad X_{\ell L} = 0.1565 \Omega$$

## ۱۱-۱- تنظیم ولتاژ

در حالت بارداری:  $V_2|_L = V_2|_{NL} \pm \Delta V_2$

$$\text{تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_2|_{NL} - |V_2|_L}{|V_2|_L} \quad (\text{نمایانگر تغییرات از بی باری تا بارداری})$$



شکل ۱-۲۲- تنظیم ولتاژ

$$\text{تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_2'|_{NL} - |V_2'|_L}{|V_2'|_L}$$

برای کمیت های ارجاع داده شده به طرف اولیه:

$$|V_2'|_L = |V_2'|_{\text{rated}}$$

اکثراً ولتاژ دو سر بار مقدار نامی انتخاب می شود:

$$V_1 = V_2' + R_{eq1} I_2' + j X_{eq1} I_2'$$

$$\text{حالت بی باری } I_2' = 0 \Rightarrow |V_2'|_{NL} = |V_1|$$

تنظیم ولتاژ یک عدد مثبت، منفی یا صفر است.

$$\Rightarrow \text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_1| - |V_2'|_{\text{rated}}}{|V_2'|_{\text{rated}}} \times 100$$

مثال ۱-۴ - ترانس مثال ۱-۳ در نظر گرفته می شود:

$$10 \text{ KVA} , 2200/220 \text{ V}$$

$$R_{eqH} = 10.4 \Omega , X_{eqH} = 31.3 \Omega$$

محاسبه تنظیم ولتاژ در شرایط زیر:

الف: 75% بار اسمی و ضریب توان 0.6 پس فاز

ب: 75% بار اسمی و ضریب توان 0.6 پیش فاز

حل: دقت شود در محاسبه درصد تنظیم ولتاژ برای 75% بار اسمی، ولتاژ دوسر بار ولتاژ نامی است و جریان بار 75% جریان نامی در نظر گرفته می‌شود.

$$I_{H,\text{rated}} = \frac{S}{V_{H,\text{rated}}} = \frac{10000}{2200} = 4.55 \text{ A}$$

$$I_H = I'_L = 0.75 \times 4.55 = 3.41 \text{ A}$$

$$\text{ضریب توان: } PF = \cos \varphi = 0.6 \rightarrow \varphi = \pm 53.13^\circ$$

برای ضریب توان پس فاز:

$$I_H = 3.41 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} V_H &= V'_L + Z_{\text{eqH}} I'_L = 2200 \angle 0 + (10.4 + j 31.3) \times 3.41 \angle -53.13^\circ \\ &= 2306.94 \angle 0.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{2306.94 - 2200}{2200} \times 100 = 4.86 \%$$

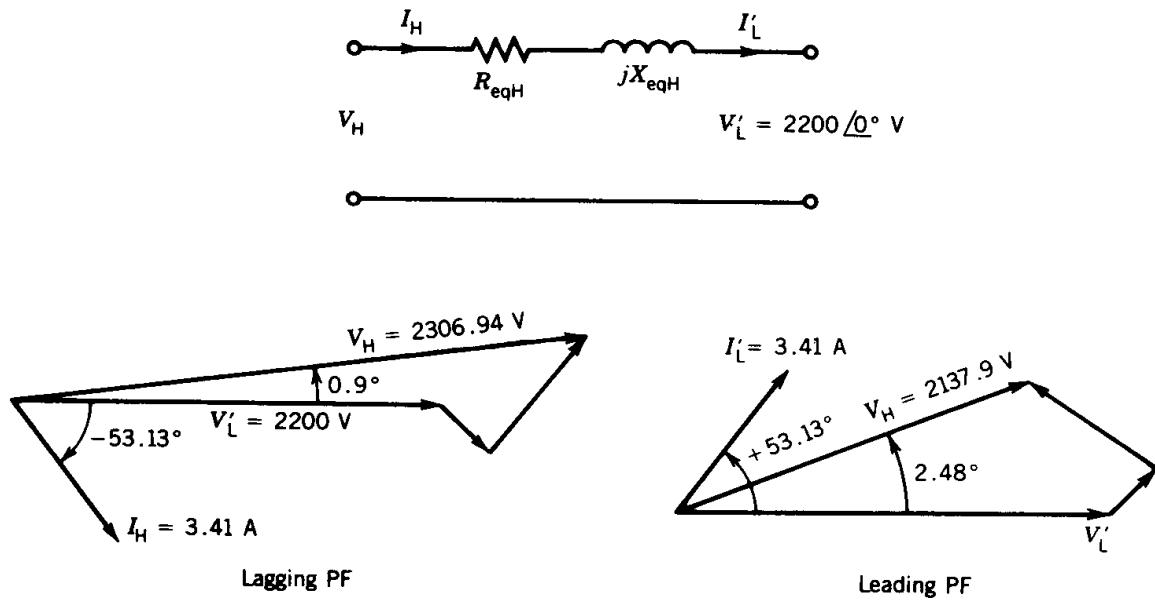
برای ضریب توان پیش فاز:

$$V_H = 2200 \angle 0 + (10.4 + j 31.3) \times 3.41 \angle 53.13^\circ = 2137.9 \angle 2.48^\circ \text{ V}$$

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{2137.9 - 2200}{2200} \times 100 = -2.82 \%$$

برای بار پیش فاز (مقاومتی-خازنی)، تنظیم ولتاژ منفی شده است.

دیگرام فازوری مربوط به دو قسمت فوق در شکل ۱-۲۳ آورده شده است.



شکل ۱-۲۳- نتایج مربوط به مثال ۱-۳

### ۱-۱۲- بازده یا بهره

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی } (P_{out})}{\text{توان ورودی } (P_{in})}$$

$$= \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{loss}}$$

تلفات :  $P_{loss} = P_c + P_{cu}$

در ترانس، تلفات مکانیکی نداریم.

توان خروجی :  $P_{out} = V_2 I_2 \cos\phi$

$\cos\phi$  : ضریب توان بار

تلفات مسی :  $P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_1 I_1^2 + R'_2 I_2'^2$  ,  $I_1 = I_2'$

$$\rightarrow P_{cu} = (R_1 + R'_2)I_1^2 = R_{eq1} I_1^2 = R_{eq2} I_2^2$$

به طریق مشابه

معمولاً ولتاژ دوسر بار ثابت است و بنابراین:

معمولاً ولتاژ دوسر بار ثابت است و بنابراین:

$$\Rightarrow \eta = \frac{V_2 I_2 \cos\phi}{V_2 I_2 \cos\phi + P_c + R_{eq2} I_2^2} \quad (*)$$

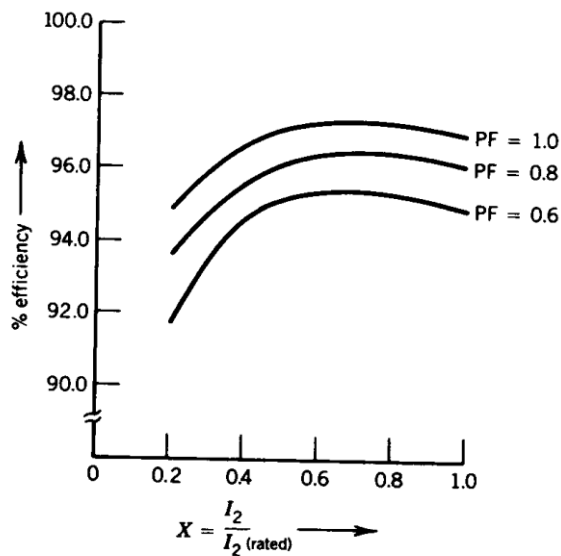
بازده ماکزیمم

برای ولتاژ خروجی ثابت  $V_2 = \text{const}$  و ضریب توان ثابت، در چه باری (جریانی) حداکثر بازده رخ می‌دهد؟

$$\frac{\partial \eta}{\partial I_2} = 0 \quad \rightarrow \quad P_c = R_{eq2} I_2^2$$

✓ وقتی تلفات هسته با تلفات مسی برابر شود، ماکزیمم راندمان را داریم.

معمولاً  $I^*$  در 75% بار نامی اتفاق می‌افتد.



شکل ۱-۲۴- بازده یک ترانس

برای ولتاژ و جریان خروجی ثابت و  $\cos\varphi$  متغیر داریم:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varphi} = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = 0 \quad \text{یا} \quad \cos\varphi = 1$$

بنابراین بازده ماکزیمم برای بار مقاومتی رخ می دهد.

### ۱-۱۲-۱- بازده شبانه روزی یا ۲۴ ساعته (All-day efficiency)

$$\eta_{AD} = \frac{\text{انرژی خروجی در یک شبانه روز}}{\text{انرژی ورودی در یک شبانه روز}}$$

$$= \frac{\text{انرژی خروجی در 24 ساعت}}{\text{کل انرژی تلف شده در 24 ساعت} + \text{انرژی خروجی در 24 ساعت}}$$

بیشتر برای ترانس های توزیع، بار در طول ۲۴ متغیر است و همواره در شرایط اسمی کار نمی کند.

مثال ۱-۵: یک ترانس تک فاز  $2400/240$  V و 50 KVA مفروض است. تلفات هسته در شرایط اسمی

$P_c = 200$  W و تلفات مسی در شرایط اسمی  $P_{cu} = 500$  W. سیکل بار برای آن:

درصد بار	صفر	50%	75%	100%	110%
ضریب توان بار		1	0.8 پس فاز	0.9 پس فاز	1
ساعت تداوم بار	6	6	6	3	3

بازده شبانه روزی را محاسبه نمایید.



$$\text{انرژی خروجی در طی ۲۴ ساعت} = 0.5 \times 50 \times 6 + 0.75 \times 50 \times 0.8 \times 6$$

$$+ 1 \times 50 \times 0.9 \times 3 + 1.1 \times 50 \times 1 \times 3 = 630 \text{ kWh}$$

تلفات در طول ۲۴ ساعت:

$$\text{تلفات هسته} : P_c = 24 \times 0.2 = 4.8 \text{ kWh}$$

$$\text{تلفات اهمی یا مسی} : P_{cu} = 0.5^2 \times 0.5 \times 6 + 0.75^2 \times 0.5 \times 6$$

$$+ 1^2 \times 0.5 \times 3 + 1.1^2 \times 0.5 \times 3 = 5.76 \text{ kWh}$$

$$\text{کل انرژی تلف شده} = 4.8 + 5.76 = 10.56 \text{ kWh}$$

$$\eta_{AD} = \frac{630}{630 + 10.56} \times 100 = 98.35 \%$$

### ۱۳-۱- اتوترانس فورماتور تک فاز

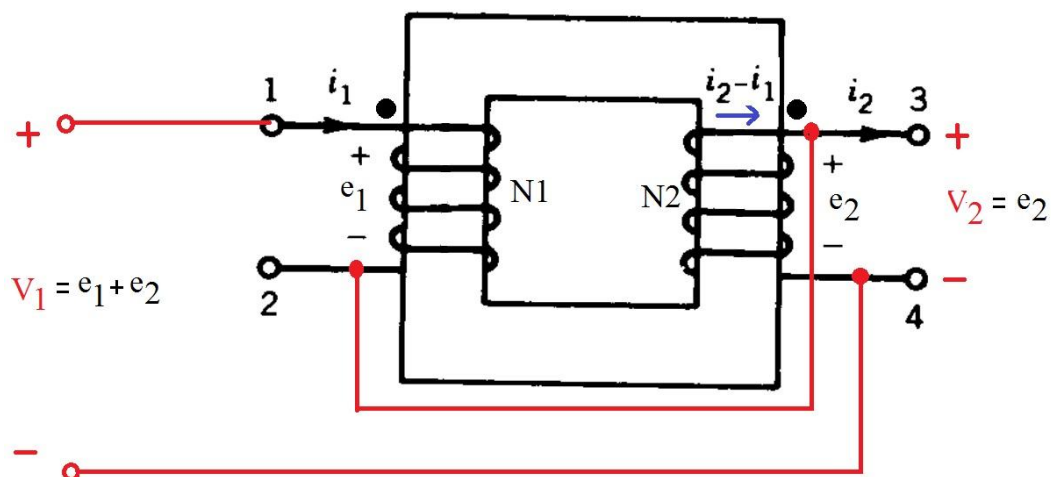
✓ وجود پیوند الکتریکی بین دو سیم پیچی علاوه بر پیوند مغناطیسی

⇐ علت کیلوولت آمپر تحویلی بیشتر نسبت به ترانس مشابه

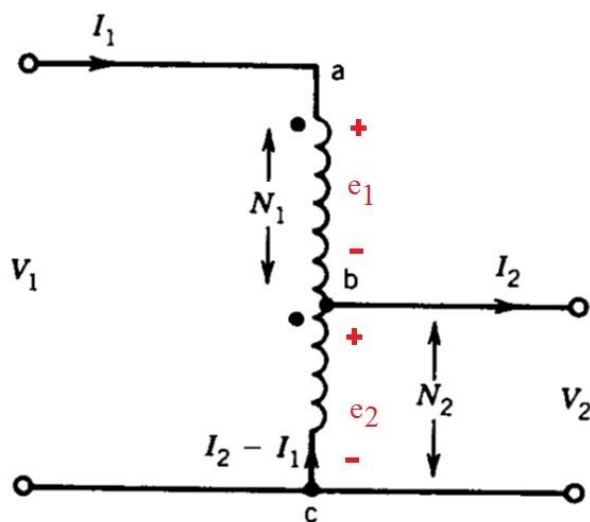
عیب: وجود اتصال الکتریکی بین سیم پیچی ها مطابق شکل ۱-۲۵-الف

با توجه به شکل ۱-۲۵-ب، جریان  $I_1$  به سر نقطه دار اولیه وارد می شود ← جریان  $I_2 - I_1$  از سر نقطه دار

ثانویه خارج می شود. مقدار  $I_2 - I_1$  بایستی حداکثر برابر جریان نامی ثانویه در ترانس دو سیم پیچه باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۱-۲۵- اتوترانسفورماتور، (الف) ساختمان فیزیکی، (ب) نمایش مداری

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = a$$

آمپر دور شاخه بالا (بین نقاط a و b) :  $F_u = N_1 I_1$

آمپر دور شاخه پایین (بین نقاط b و c) :  $F_L = N_2 (I_2 - I_1)$

$$F_u = F_L \Rightarrow N_1 I_1 = N_2 (I_2 - I_1)$$

$$\rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{1}{a}$$

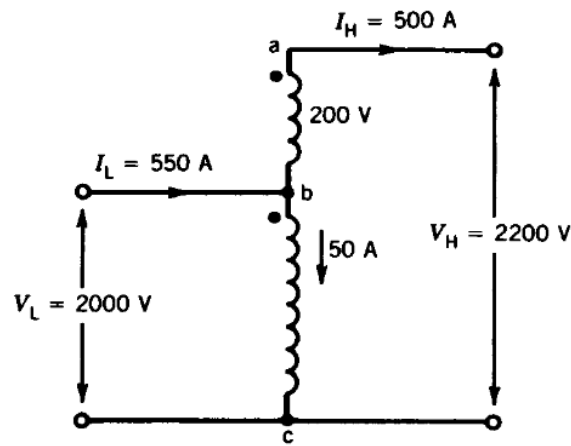
⇐ وجود روابط مشابه در اتوترانس

✓ امکان داشتن ولتاژ متغیر در خروجی به خاطر وجود سر لغزان در نقطه b در شکل ۱-۲۵-ب (مزیت)

مثال ۱-۶- ترانس تکفاز 100 KVA, 2000/200 V مفروض است و آن را مطابق شکل زیر به صورت یک

اتوترانسفورماتور در می آوریم تا بتوان در ورودی  $2000^V$  و در خروجی  $2200^V$  ایجاد نمود. کیلوولت آمپر اسمی

(KVA اسمی) اتوترانسفورماتور را بیابید.



$$I_{ab} = \frac{100000}{200} = 500 \text{ A}$$

جریان اسمی سیم پیچی ها:

$$I_{bc} = \frac{100000}{2000} = 50 \text{ A}$$

جریان سیم پیچی ها در اتصال اتو ترانس نباید از این مقادیر بیشتر شود.

$$I_H = 500 \text{ A}$$

برای اتوترانس در شرایط نامی داریم:

$$I_L = 500 + 50 = 550 \text{ A}$$

و برای ولتاژها:

$$V_L = 2000 \text{ V}$$

$$V_H = 2000 + 200 = 2200 \text{ V}$$

$$KVA|_L = \frac{2000 \times 550}{1000} = 1100$$

$$KVA|_H = \frac{2200 \times 500}{1000} = 1100$$

### ۱-۱۴- ترانسفورماتورهای سه فاز

ترانس سه فاز سه پارچه:

از سه ترانس تک فاز تشکیل شده که اولیه و ثانویه آنها به طرق مختلف به هم مربوط می شوند:

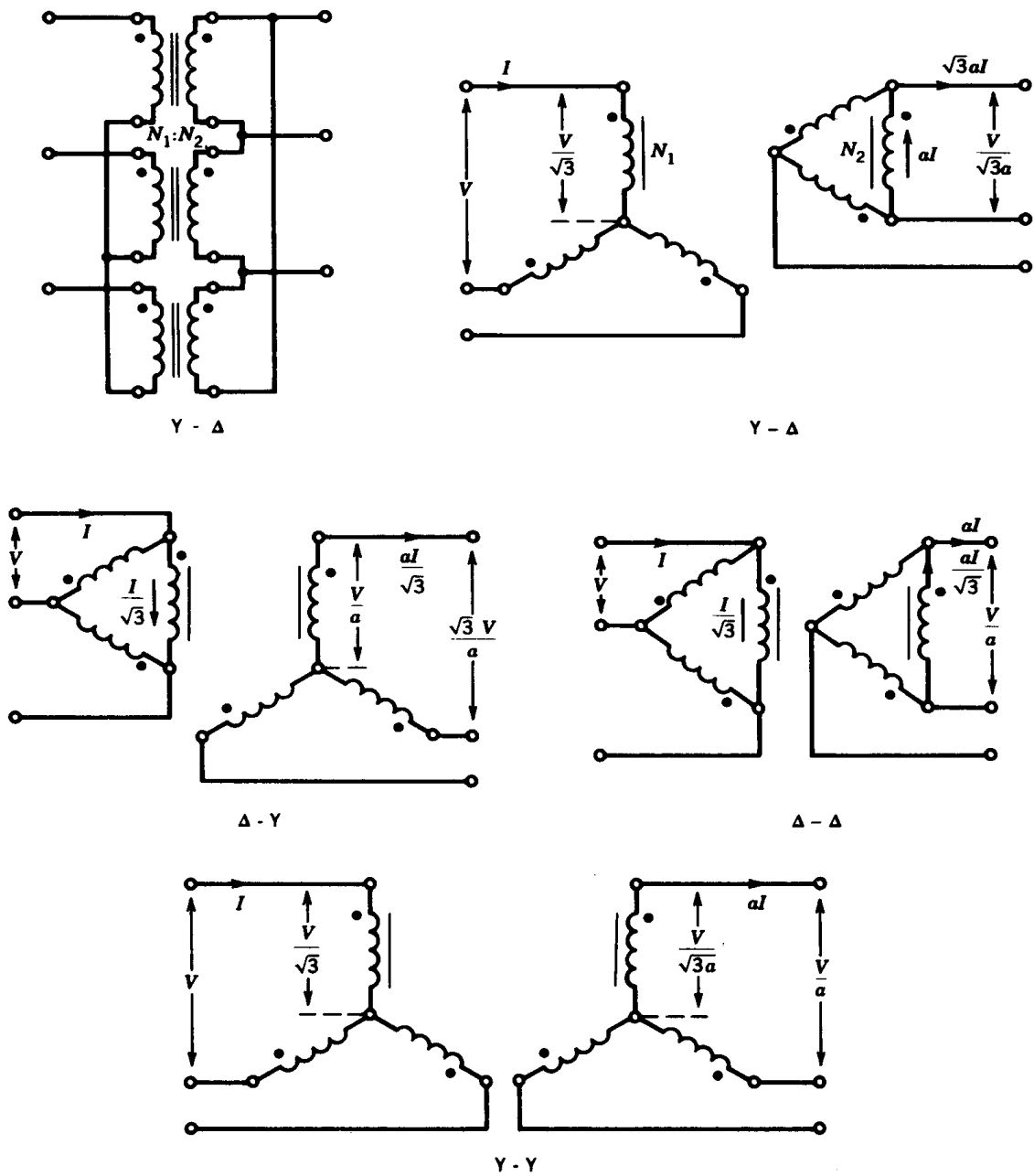
الف: اتصال ستاره-ستاره Yy : سه سیم پیچی اولیه به صورت ستاره و سه سیم پیچی ثانویه به صورت ستاره به هم

متصل شده اند.

ب: اتصال ستاره-مثلث  $Yd$ : سه سیم پیچی اولیه به صورت ستاره و سه سیم پیچی ثانویه به صورت مثلث به هم متصل شده اند.

ج: اتصال مثلث-ستاره  $\Delta y$ : سه سیم پیچی اولیه به صورت مثلث و سه سیم پیچی ثانویه به صورت ستاره به هم متصل شده اند.

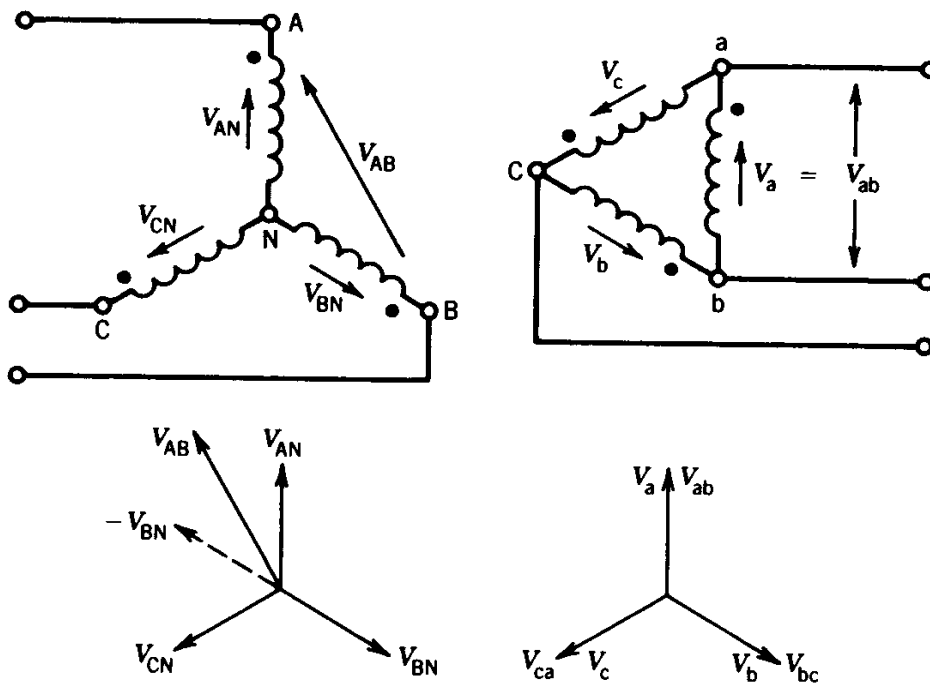
د: اتصال مثلث-مثلث  $\Delta d$ : سه سیم پیچی اولیه به صورت مثلث و سه سیم پیچی ثانویه به صورت مثلث به هم متصل شده اند.



شکل ۱-۲۶- اتصالات ترانس سه فاز

توان ظاهری هر ترانس تک فاز  $\times 3 =$  توان ظاهری ترانس سه فاز

### جابجایی فاز (اختلاف فاز)



شکل ۱-۲۷- شیفت فاز در ولتاژ خط به خط

مطابق شکل ۱-۲۷ در اتصال ستاره مثلث زاویه ولتاژ خط در طرف اولیه ترانس ( $V_{AB}$ ) به اندازه  $30^\circ$  از زاویه ولتاژ خط در ثانویه جلوتر است. به طریق مشابه وجود اختلاف فاز  $30^\circ$  برای اتصال  $\Delta Y$  اثبات می‌شود.

### ۱-۱۵- مدار معادل تک فاز

#### Balanced Three-Phase Load

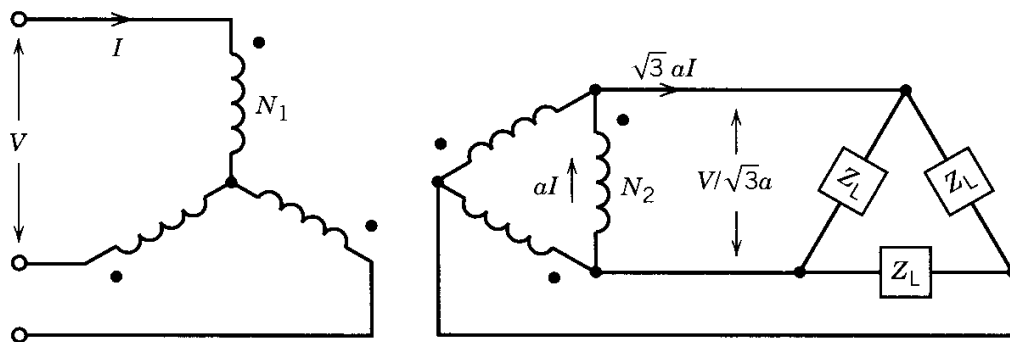
سه ترانس تک فاز کاملاً مشابه در ساخت ترانس سه فاز به کار روند و بار سه فاز متعادل داشته باشیم.

⇐ متعادل بودن ولتاژها و جریان های سه فاز (از نظر دامنه برابر و اختلاف فاز  $120^\circ$  بین آن ها)

⇐ تحلیل یک فاز برای تعیین کمیت های ولتاژ و جریان کافی است.

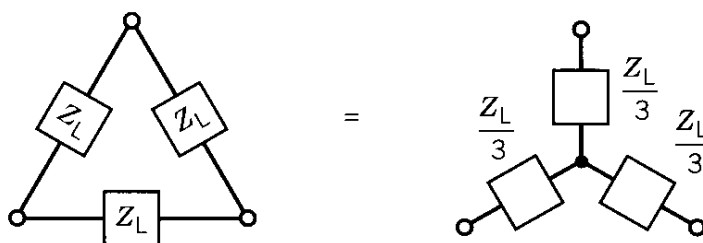
سهولت دستیابی به مدار معادل تک فاز برای اتصال به صورت ستاره بودن همگی اجزاء (منبع، ترانس و بار)

⇐ لزوم استفاده از تبدیل مثلث- ستاره



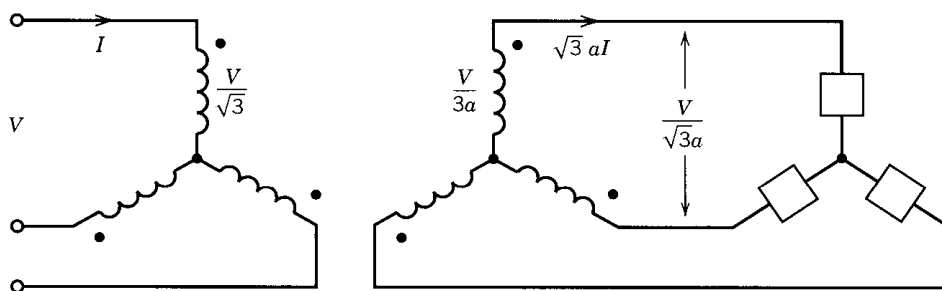
شکل ۱-۲۸- اتصال ترانس سه فاز به بار

تبدیل بار مثلثی به ستاره ای:



شکل ۱-۲۹- تبدیل بار مثلث به ستاره

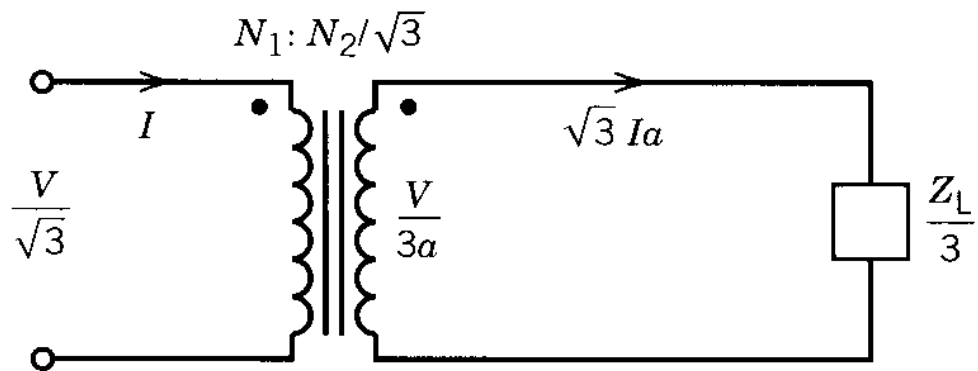
مدار معادل وقتی همه ی اتصالات ستاره باشند مطابق شکل ۱-۳۰ می گردد.



شکل ۱-۳۰- مدار معادلی وقتی همه ی اتصالات ستاره باشند

دقت شود که ولتاژها و جریان های خط مشابه به مدار شکل ۱-۲۸ است. با در نظر گرفتن یک فاز مدار نشان داده

شده در شکل ۱-۲۸ مدار معادل تکفاز مطابق شکل ۱-۳۱ نتیجه می شود.



شکل ۱-۳۱- مدار معادل تک فاز

$$\text{نسبت تبدیل در مدار معادل تک فاز: } a' = \frac{V/\sqrt{3}}{V/3a} = \sqrt{3} a \Rightarrow a' = \sqrt{3} a$$

از طرف دیگر نسبت ولتاژهای خط طرفین در مدار شکل ۱-۲۸ عبارت است از:

$$\frac{\text{ولتاژ خط به خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط به خط ثانویه}} = \frac{V}{V/a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$$

$$a' = \frac{\text{ولتاژ خط به خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط به خط ثانویه}} \quad \text{در نتیجه:}$$

مثال ۱-۷- یک بار مصرف کننده سه فاز  $230V$  و  $27 \text{ KVA}$  با ضریب توان  $0.9$  پس فاز مفروض است و برای تغذیه آن از سه ترانس تک فاز  $60 \text{ Hz}$  و  $1330/230 \text{ V}$  و  $10 \text{ KVA}$  مطابق شکل استفاده می شود.

بین ترانس فورماتور و بار یک تغذیه کننده (فیدر) با مشخصات زیر قرار دارد:

$$Z = 0.003 + j 0.015 \ \Omega/\text{Phase}$$

بین منبع تغذیه و ترانسفورماتور یک فیدر با مشخصات زیر قرار دارد:

$$Z = 0.8 + j 5 \ \Omega/\text{Phase}$$

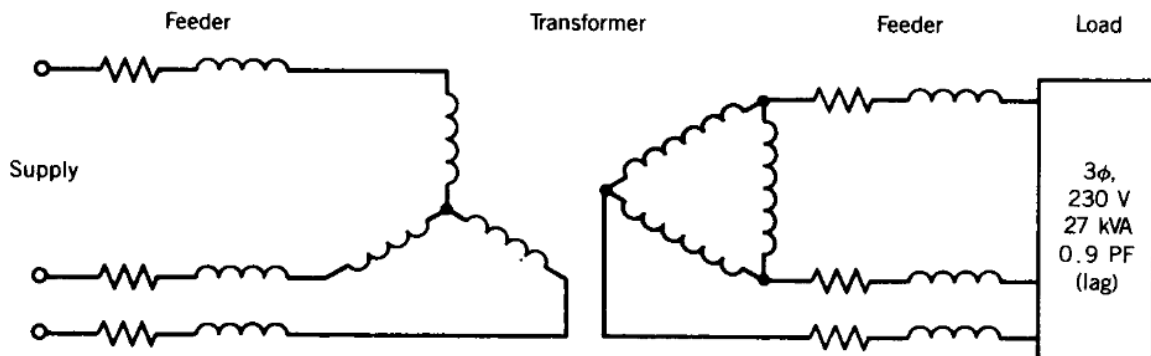
امپدانس معادل هر ترانسفورماتور تک فاز نسبت به سمت فشار ضعیف به قرار زیر است:

$$Z_{eqL} = 0.12 + j 0.25 \ \Omega$$

اگر بخواهیم ولتاژ دو سر بار  $230^V$  باشد، ولتاژ منبع تغذیه را به دست آورید.

حل: امپدانس معادل ترانسفورماتور ارجاع داده شده به طرف فشار قوی (HV):

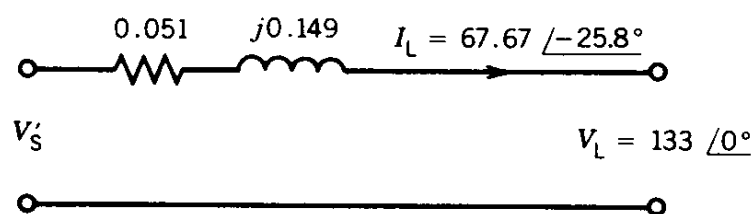
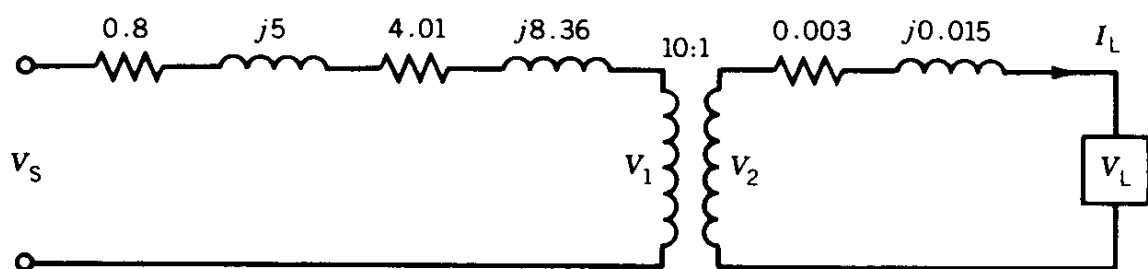
$$R_{eqH} + j X_{eqH} = \left(\frac{1330}{230}\right)^2 (0.12 + j 0.25) = 4.01 + j 8.36$$



شکل ۱-۳۲- شکل مثال ۱-۶

نسبت تبدیل در مدار معادل تک فاز عبارت است از:

$$a' = \sqrt{3} a = \sqrt{3} \times \frac{1330}{230} = 10$$



شکل ۱-۳۳- مدار معادل تک فاز ارجاع داده شده به طرف ثانویه



$$R = (0.8 + 4.01) \times \frac{1}{10^2} + 0.003 = 0.051 \Omega$$

$$X = (5 + 8.36) \times \frac{1}{10^2} + 0.015 = 0.149 \Omega$$

$$V_L = \frac{230}{\sqrt{3}} \angle 0 = 133 \angle 0$$

$$I_L = \frac{27 \times 10^3}{3 \times 133} = \frac{27 \times 10^3}{\sqrt{3} V_L} = 67.67 \text{ A}$$

$$\varphi_L = -\cos^{-1} 0.9 = -25.8^\circ$$

$$\rightarrow I_L = 67.67 \angle -25.8^\circ$$

از مدار معادل  $\rightarrow V_S' = 133 \angle 0 + (0.051 + j 0.149) (67.67 \angle -25.8^\circ)$

$$= 140.7 \angle 3.1^\circ$$

$$\rightarrow V_S = 140.7 \times 10 = 1407$$

$$\text{ولتاژ خط به خط} = \sqrt{3} \times 1407 = 2437$$

### ۱-۱۶- اتصال مثلث باز V - V

ایجاد این اتصال در صورت خارج شدن یکی از ترانس ها در اتصال  $\Delta - \Delta$  (مثلاً برای تعمیر)

همانطور که دیاگرام فازوری شکل ۱-۳۴ نشان می دهد،  $V_{an}$  و  $V_{bn}$  و  $V_{cn}$  ولتاژهای فاز در ثانویه هستند که به

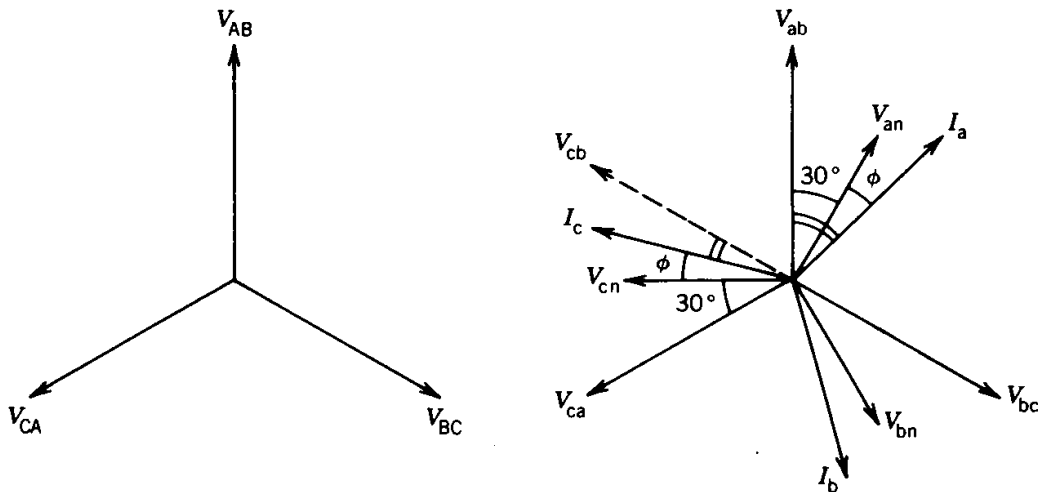
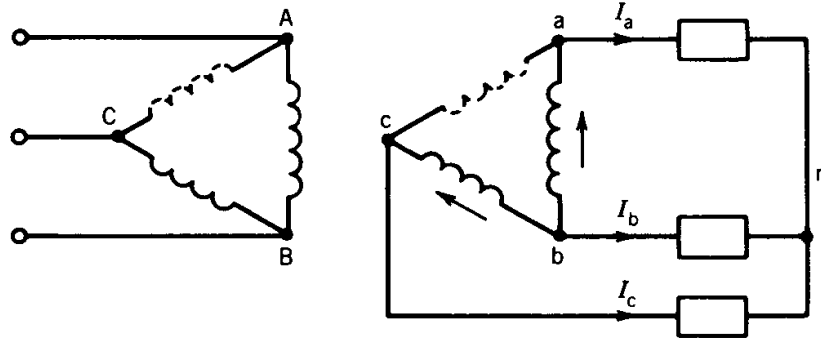
اندازه  $30^\circ$  عقبتر از ولتاژهای خط متناظر  $V_{ab}$  و  $V_{bc}$  و  $V_{ca}$  می باشند. به علاوه، برای بار مقاومتی - سلفی

جریان به اندازه  $\varphi$  از ولتاژ عقب تر است، یعنی:

$$V_{an} \text{ از } I_a$$

$$V_{bn} \text{ از } I_b$$

$$V_{cn} \text{ از } I_c$$



شکل ۱-۳۴- اتصال مثلث باز

توان های تحویلی توسط سیم پیچی های ab و bc :

$$P_{ab} = V_{ab} I_a \cos(30 + \varphi)$$

$$P_{bc} = V_{cb} I_c \cos(30 - \varphi)$$

فرض کنید:

$$|V_{ab}| = |V_{cb}| = V \text{ ولتاژ اسمی سیم پیچی ثانویه:}$$

$$|I_a| = |I_c| = I \text{ جریان اسمی سیم پیچی ثانویه:}$$

برای بار صرفاً مقاومتی  $\varphi = 0$  و توان تحویلی توسط اتصال  $V - V$  :

$$P_V = P_{ab} + P_{bc} = 2 V I \cos 30$$

برای اتصال  $\Delta - \Delta$  توان تحویلی:

$$P_{\Delta} = 3 V I$$

$$\rightarrow \frac{P_v}{P_\Delta} = \frac{2 \cos 30}{3} = 0.58$$

علی رغم خروج یک فاز، ترانس توان را تحویل می دهد.

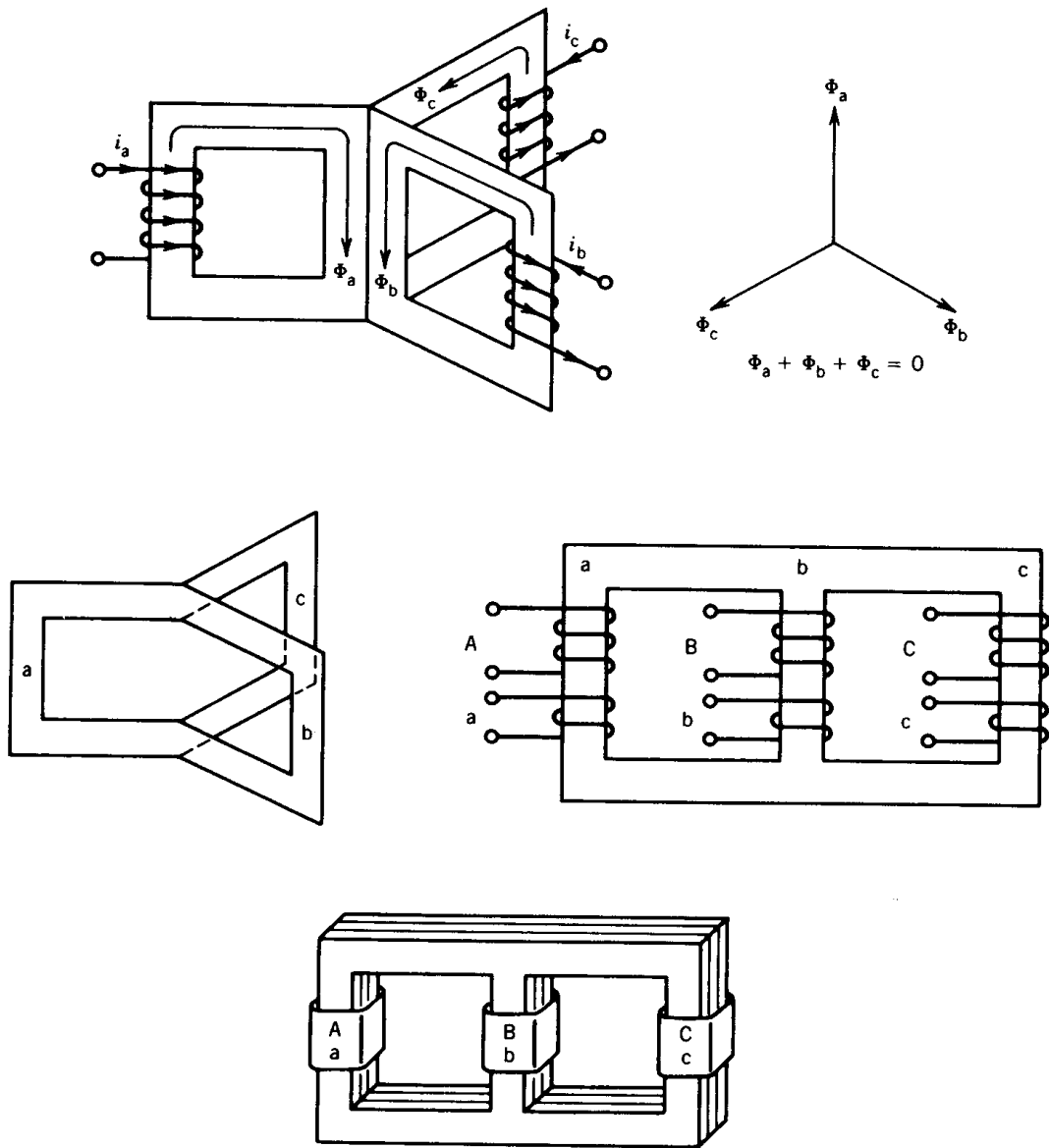
### ۱-۱۷- ترانس فورماتور سه فاز یک پارچه

$$\varphi_a + \varphi_b + \varphi_c = 0$$

در شکل زیر، فقط سیم پیچی اولیه نشان داده شده است. به علاوه، سیم پیچی ثانویه و اولیه روی هم پیچیده می شوند.

برای ولتاژهای سه فاز متعادل  $\Leftarrow$  شارها نیز متعادل و سینوسی  $\Leftarrow$  شار عبوری از پایه وسط صفر است و می توان آن را حذف کرد.

ساخت چنین هسته ای مشکل است، بنابراین شکل مسطح نشان داده شده در شکل زیر پیشنهاد می شود. مزایای استفاده از این ساختار عبارتند از: وزن کمتر، هزینه کمتر- و نیاز به فضای کمتر. توجه شود در این شکل، مسیر مغناطیسی پایه های  $a$  و  $c$  بزرگتر از آن برای شاخه  $b$  است.



شکل ۱-۳۵- ایجاد ترانس سه فاز

نابرابری مسیرهای مغناطیسی باعث عدم تعادل جریان های مغناطیس شوندگی که آنچنان فاحش نیست.

فرض کنید  $R_1$  رلوکتانس هر ستون و  $R_2$  رلوکتانس هر یک از بازوهای افقی باشد. از قانون مداری آمپر برای ساختار مزبور داریم:

$$(R_1 + 2 R_2) \varphi_A - R_1 \varphi_B = F_A - F_B$$

$$(R_1 + 2 R_2) \varphi_C - R_1 \varphi_B = F_C - F_B$$

از طرف دیگر برای یک سیستم بدون سیم نول داریم:

$$F_A + F_B + F_C = 0$$

از حل سه معادله فوق داریم:

$$\begin{cases} F_A = (R_1 + 2 R_2) \varphi_A + \frac{2}{3} R_2 \varphi_B \\ F_B = (R_1 + \frac{2}{3} R_2) \varphi_B \\ F_C = (R_1 + 2 R_2) \varphi_C + \frac{2}{3} R_2 \varphi_B \end{cases}$$

معادلات فوق به وضوح عدم تعادل جریان های مغناطیس شونده را نشان می دهند که همانطور که در بالا اشاره شد آنچنان نگران کننده نیست.

در نهایت به منظور کاهش تلفات هسته، مطابق آخرین تصویر در شکل ۱-۳۵ هسته به صورت موزق (Laminated) ساخته می شود.

#### ۱-۱۸- بررسی هارمونیک ها در ترانس های سه فاز

با توجه به شکل ۱-۳۶ سه حالت مختلف که در ادامه شرح داده می شوند، بررسی می شود.

الف- کلید  $SW_1$  بسته و کلید  $SW_2$  باز:

$$i_A = I_{m1} \sin \omega t + I_{m3} \sin 3\omega t$$

$$i_B = I_{m1} \sin(\omega t - 120^\circ) + I_{m3} \sin 3(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = I_{m1} \sin(\omega t - 240^\circ) + I_{m3} \sin 3(\omega t - 240^\circ)$$

با در نظر گرفتن هارمونیک ها فقط تا مؤلفه سوم مطابق معادلات فوق، جریان سیم نول در طرف ستاره برای

شکل ۱-۳۶ عبارت است از:

$$i_{N'N} = i_A + i_B + i_C = 3 I_{m3} \sin 3\omega t$$

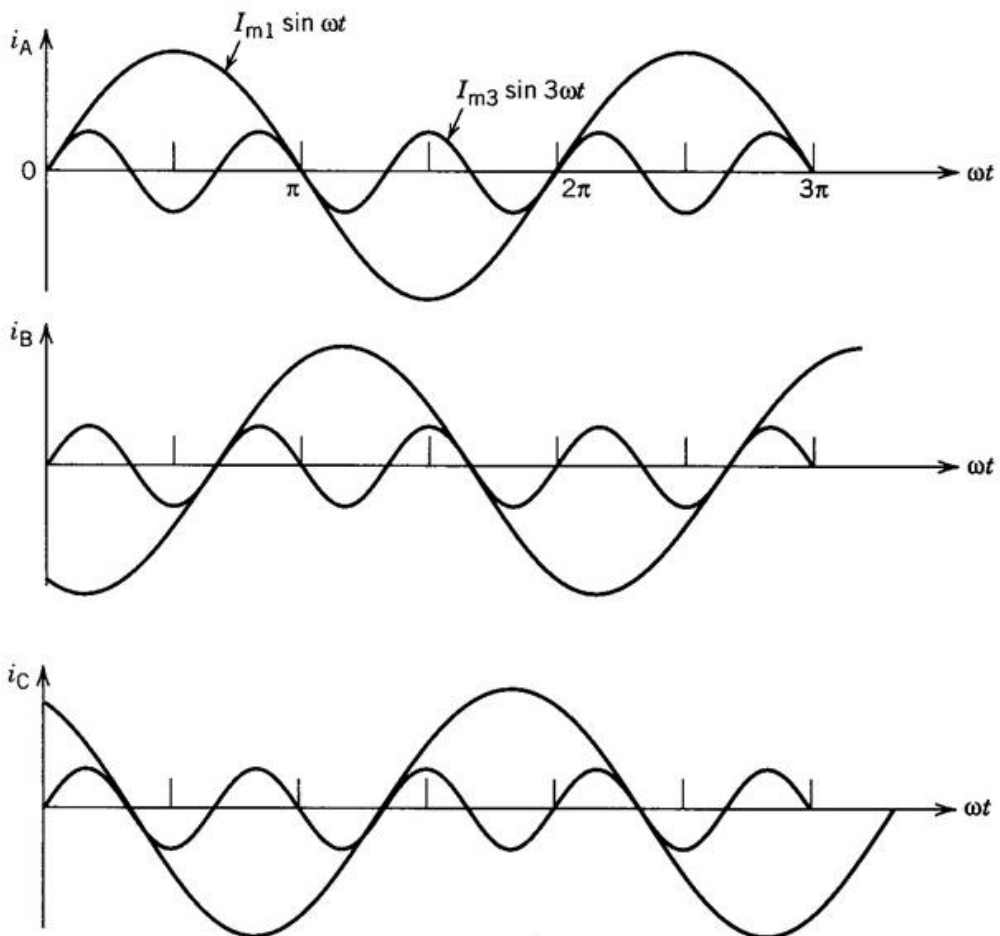
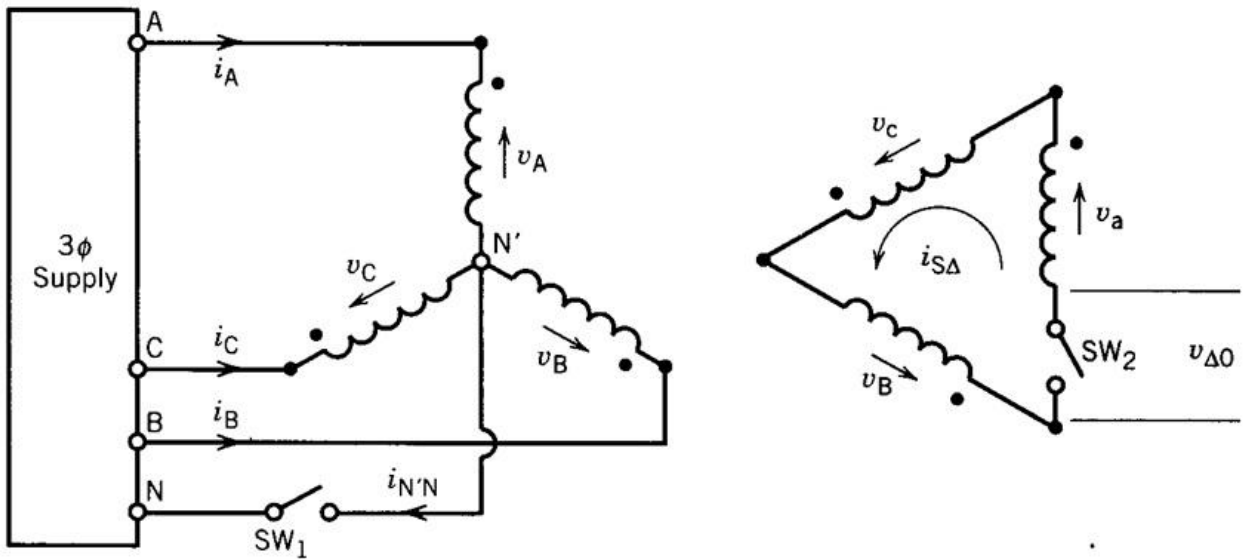
⇐ سیم نول حامل هارمونیک سوم جریان است و بنابراین جریان تحریک سینوسی نیست.

قبلاً نشان دادیم برای جریان تحریک غیرسینوسی، شار می تواند سینوسی باشد (در بحث در نظر گرفتن جریان تحریک و تلفات هسته در مدل ترانس).

بنابراین در این حالت شار در هسته و ولتاژهای القایی در سیم پیچی ها سینوسی اند.

باز است  $SW_2$   
 $\longrightarrow v_{\Delta 0} = v_a + v_b + v_c = 0$

(مجموع سه شکل موج کاملاً سینوسی دارای اختلاف فاز  $120^\circ$ )



شکل ۱-۳۶- جریان هارمونیک در اتصال سه فاز

ب-  $SW_1$  و  $SW_2$  باز:

$$i_{N'N} = 3 I_{m3} \sin 3\omega t = 0 \Rightarrow I_{m3} = 0 \Rightarrow$$

بنابراین، در اولیه هارمونیک سوم جریان نداریم و جریان تحریک سینوسی است.

⇐ شار و ولتاژهای القایی غیرسینوسی

در این حالت، برای سمت اولیه داریم:

$$\begin{cases} v_A = v_{A1} + v_{A3} \\ v_B = v_{B1} + v_{B3} \\ v_C = v_{C1} + v_{C3} \end{cases}$$

$$v_{AB} = v_A - v_B = v_{A1} - v_{B1}$$

ولتاژ خط به خط

چون  $v_{A3} - v_{B3} = 0$  در نتیجه مساوی اند در نتیجه  $v_{A3} - v_{B3} = 0$  است.

⇐ علی رغم وجود هارمونیک سوم در ولتاژهای فاز، ولتاژهای خط عاری از هارمونیک اند.

$$v_{\Delta 0} = v_a + v_b + v_c = (v_{a1} + \cancel{v_{b1}} + v_{c1}) + (v_{a3} + \cancel{v_{b3}} + v_{c3})$$

$\swarrow$   $= 0$                        $\swarrow$   $3 v_{a3}$

ج-  $SW_1$  باز و  $SW_2$  بسته

با بسته شدن  $SW_2$ ،  $v_{\Delta 0}$  در حالت قبل باعث جاری شدن جریان هارمونیک سوم در اتصال مثلث می گردد ⇐

جریان تحریک غیرسینوسی و شار و ولتاژهای القایی سینوسی می گردند.

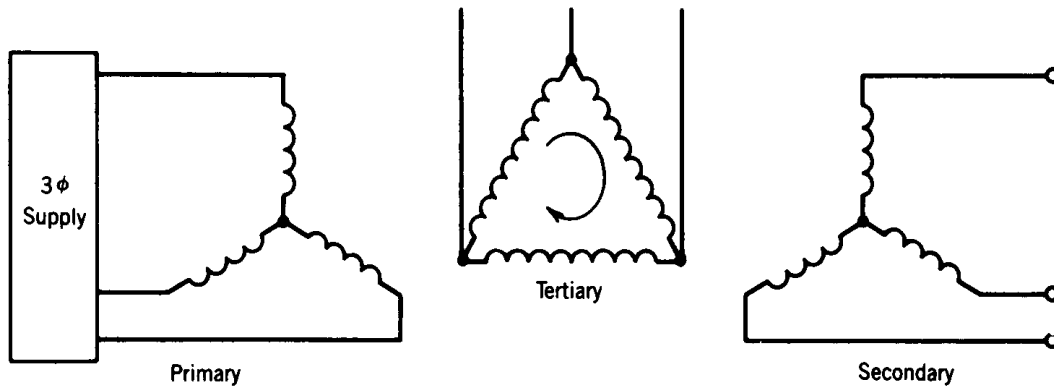
نکته: اتصالهای ستاره با سیم نول یا مثلث می توانند باعث برقراردن هارمونیک سوم جریان گردند و بنابراین

جریان تحریک غیرسینوسی گردد ⇐ شار و ولتاژهای القایی سینوسی می شوند.

### ۱-۱۸-۱- اتصال $Y Y$ با سیم پیچ ثالئیه

بدون در نظر گرفتن ثالئیه به خاطر عدم وجود سیم نول، جریان تحریک هارمونیک سوم ندارد و سینوسی است ⇐

شارها و ولتاژهای القایی غیرسینوسی اند.



شکل ۱-۳۷- اتصال ستاره ستاره با سیم پیچی ثالثیه

سیم پیچی ثالثیه در شکل ۱-۳۷ نقش تأمین کننده هارمونیک سوم جریان تحریک را دارد. به علاوه، از این سیم پیچی می توان برای تغذیه یک بار محلی استفاده نمود.

#### ۱-۱۹- سیستم یکایی (پریونیت)

$$\text{کمیت یکایی شده (پریونیت شده)} = \frac{\text{مقدار واقعی کمیت}}{\text{مقدار مبنای آن کمیت}}$$

مزایای پریونیت:

۱- کوچک شدن ابعاد کمیت ها

۲- یکسان بودن ارجاع کمیت ها به طرفین

مقادیر مبنا: توان ظاهری، ولتاژ، جریان و امپدانس ← انتخاب ۲ تا فقط کافیست و معمولاً  $V_{base}$  و  $P_{base}$  در نظر گرفته می شوند.

$$I_{base} = \frac{P_{base}}{V_{base}}, \quad Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{P_{base}}$$

معمولاً:

$$P_{base} = \text{توان ظاهری (ولت آمپر اسمی)}$$

$$V_{base} = \text{ولتاژ اسمی}$$



در سمت اولیه:

$$\begin{cases} V_{\text{base}} = V_{B1} = \text{ولتاژ اسمی اولیه} = V_{R1} \\ I_{\text{base}} = I_{B1} = \text{جریان اسمی اولیه} = I_{R1} \\ Z_{\text{base}} = Z_{B1} = \frac{V_{R1}}{I_{R1}} \end{cases}$$

در سمت ثانویه:

$$\begin{cases} V_{\text{base}} = V_{B2} = \text{ولتاژ اسمی ثانویه} = V_{R2} \\ I_{\text{base}} = I_{B2} = \text{جریان اسمی ثانویه} = I_{R2} \\ Z_{\text{base}} = Z_{B2} = \frac{V_{R2}}{I_{R2}} \end{cases}$$

فرض کنید  $Z_{\text{eq1}}$  امپدانس معادل ترانس ارجاع داده شده به طرف اولیه باشد:

$$Z_{\text{eq1,pu}} = \frac{Z_{\text{eq1}}}{Z_{B1}}$$

و  $Z_{\text{eq2}}$  امپدانس معادل ترانس ارجاع داده شده به طرف ثانویه:

$$Z_{\text{eq2,pu}} = \frac{Z_{\text{eq2}}}{Z_{B2}} = \frac{Z_{\text{eq1}}/a^2}{Z_{B1}/a^2} = \frac{Z_{\text{eq1}}}{Z_{B1}} = Z_{\text{eq1,pu}}$$

⇐ امپدانس معادل ترانس پریونیت شده ارجاع داده شده به طرف اولیه و ثانویه یکسان است.

$$I_{1,pu} = \frac{I_1}{I_{B1}} = \frac{I_1}{I_{R1}} = \frac{I_2/a}{I_{R2}/a} = \frac{I_2}{I_{R2}} = \frac{I_2}{I_{B2}} = I_{2,pu}$$

$$V_{1,pu} = \frac{V_1}{V_{B1}} = \frac{V_1}{V_{R1}} = \frac{aV_2}{aV_{R2}} = \frac{V_2}{V_{R2}} = \frac{V_2}{V_{B2}} = V_{2,pu}$$

⇐ مقادیر پریونیت شده ولتاژ و جریان در اولیه و ثانویه یکسان اند.

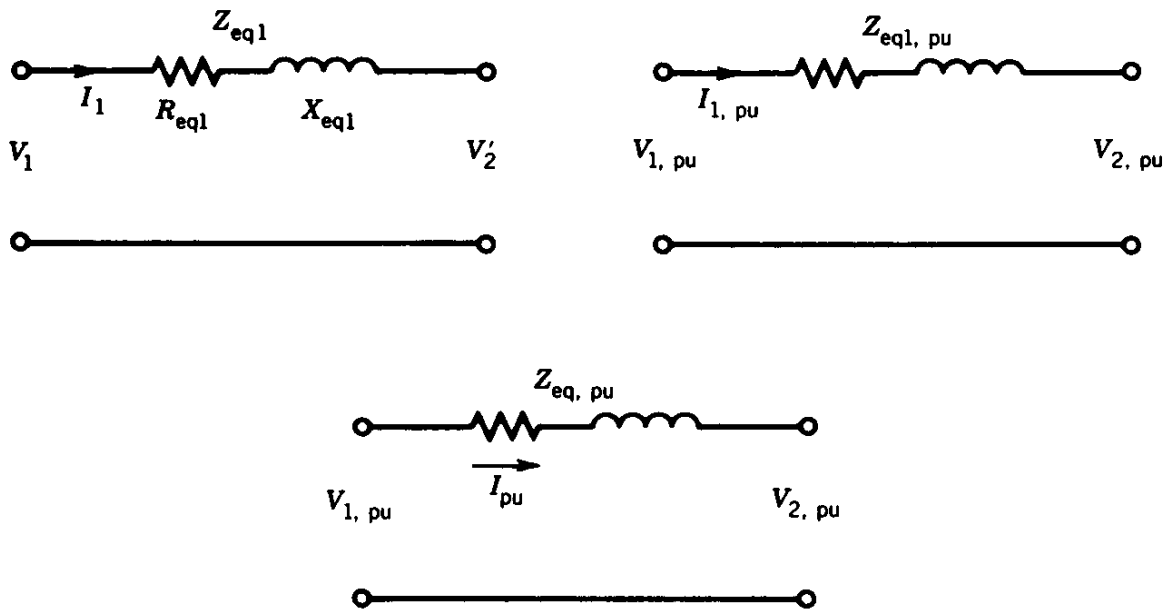
$$V_1 = Z_{\text{eq1}} I_1 + V_2'$$

مدار معادل ارجاع داده شده به طرف اولیه  $\rightarrow \frac{V_1}{V_{R_1}} = \frac{I_1 Z_{eq1}}{V_{R_1}} + \frac{V'_2}{V_{R_1}}$

$$= \frac{I_1 Z_{eq1}}{I_{R_1} Z_{B_1}} + \frac{aV_2}{a V_{R_2}}$$

$$\rightarrow V_{1,pu} = I_{1,pu} Z_{eq1,pu} + V_{2,pu}$$

بنابراین مدار معادل پریونیت شده مطابق شکل ۳۸-۱ بدست می آید.



شکل ۳۸-۱- مدار معادل در سیستم پریونیت

تمرین اضافی: اعمال سیستم یکایی به مدار معادل ارجاع داده شده به طرف ثانویه تلفات مسی (اهمی) در بار کامل یا بار اسمی:

$$P_{cu,FL} = \text{تلفات مسی در بار کامل} = I_{R_1}^2 R_{eq1}$$

$$P_{cu,FL}|_{pu} = \frac{R_{eq1} I_{R_1}^2}{P_{base}} = \frac{R_{eq1} I_{R_1}^2}{V_{R_1} I_{R_1}} = \frac{R_{eq1}}{V_{R_1}/I_{R_1}} = \frac{R_{eq1}}{Z_{B_1}} = R_{eq1,pu}$$

$$\Rightarrow P_{cu,FL}|_{pu} = R_{eq1,pu}$$

مقاومت معادل یکایی شده ترانسفورماتور برابر تلفات مسی در بار کامل پریونیت شده است.

مثال ۱-۸- ترانس تک فاز 60 Hz ، 2200/220 V و 10 KVA مغروض است و امپدانس معادل ارجاع

داده شده به طرف فشار قوی برابر است با:

$$Z_{eq} = 10.4 + j 31.3 \Omega$$

بدست آورید:

الف: مقادیر مبنای ولتاژ، جریان و امپدانس در طرفین ترانس

ب: مدار معادل یکایی شده

ج: تلفات مسی یکایی شده در بار کامل

د: تنظیم ولتاژ را اگر بار ترانس 75% بار اسمی و ضریب توان بار 0.6 پس فاز

الف-

$$P_{base} = 10000 \text{ VA} , a = 10$$

$$V_{base,H} = 2200 \text{ V} : \text{ولتاژ مبنا در طرف فشار قوی}$$

$$V_{base,L} = 220 \text{ V} : \text{ولتاژ مبنا در طرف فشار ضعیف}$$

$$I_{base,H} = \frac{10000}{2200} = 4.55 \text{ A}$$

$$I_{base,L} = \frac{10000}{220} = 45.5 \text{ A}$$

$$Z_{base,H} = \frac{V_{base,H}}{I_{base,H}} = \frac{2200}{4.55} = 483.52 \Omega$$

$$Z_{base,L} = \frac{V_{base,L}}{I_{base,L}} = \frac{220}{45.5} = 4.835 \Omega$$

ب-

$$Z_{eq,H} |_{pu} = \frac{10.4 + j 31.3}{483.52} = 0.0215 + j 0.0647 \text{ pu}$$

$$Z_{eq,pu} = 0.0215 + j 0.0647 \text{ pu}$$

-ج

$$P_{\text{Cu,FL}} = 10.4 \times 4.55^2 = 215 \text{ W}$$

$$P_{\text{Cu,FL}}|_{\text{pu}} = \frac{215}{10000} = 0.0215 = R_{\text{eq,pu}}$$

-د

$$I = 0.75 \angle -53.13^\circ \text{ pu}$$

$$V_2 = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\begin{aligned} V_{1,\text{pu}} &= V_{2,\text{pu}} + Z_{\text{eq,pu}} \times I_{\text{pu}} = 1 \angle 0^\circ + (0.0215 + j 0.0647) \times (0.75 \angle -53.13^\circ) \\ &= 1.0486 \angle 9^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\text{تنظیم ولتاژ} = \frac{1.0486-1}{1} \times 100 = 4.86 \%$$

در سیستم پریونیت کار با اعداد در رنج کوچک است.

## فصل دوم

### ماشین‌های القایی (آسنکرون) سه‌فاز

#### Three-phase Induction (Asynchronous) Machines

#### ۱-۲- ساختمان موتورهای القایی سه فاز

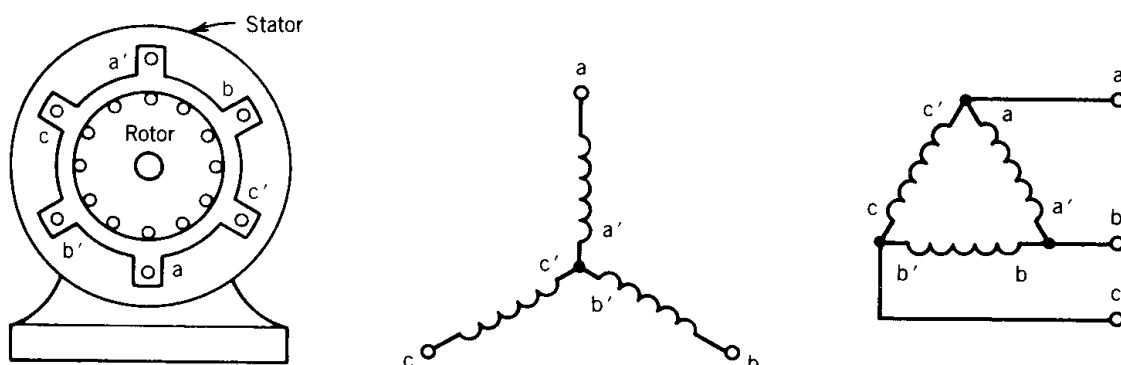
تحریک فقط روی استاتور (برق سه فاز) و القاء جریان در هادی‌های رتور (قانون فارادی)

← لفظ موتور القایی

هسته استاتور از جنس فولاد مرغوب به صورت مورق (به خاطر کاهش تلفات هسته) دارای یک دسته سیم پیچی سه فاز و رتور از جنس مواد فرومغناطیسی می‌باشد.

سیم پیچی سه فاز استاتور درون شیارهای تعبیه شده در سطح داخلی استوانه بیرونی (یوغ استاتور) قرار داده می‌شود و در عمل به صورت گسترده (Distributed Winding) است.

برای جلوگیری از شلوغی شکل و سادگی بحث، مطابق شکل ۱-۲ مدل سازی سیم پیچی به صورت متمرکز (Concentrated) نشان داده می‌شود.



شکل ۱-۲- ماشین القایی سه فاز

اتصال سیم پیچی رتور می‌تواند ستاره یا مثلث باشد.

رتور دو نوع است:

الف- رتور سیم بندی شده (درون شیارهای تعبیه شده روی سطح خارجی رتور یک دسته سیم پیچی سه فاز با اتصال ستاره اتصال کوتاه شده قرار دارد).

در عمل با استفاده از حلقه های لغزان به فازهای رتور امکان دسترسی وجود دارد.

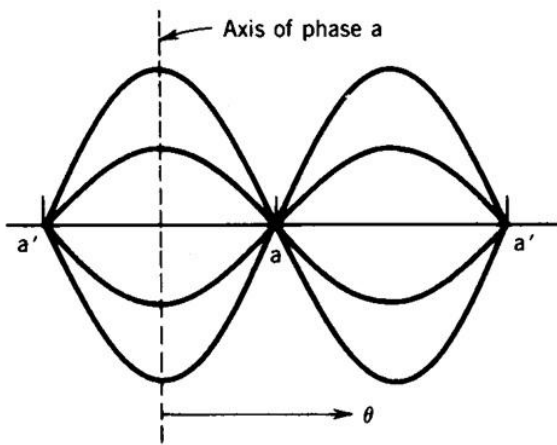
ب- رتور قفس سنجابی: میله های آلومینیمی یا مسی درون شیار که از دو طرف توسط دو حلقه اتصال کوتاه شده اند (شبه قفس سنجاب). این نوع رتور کاربرد بیشتر دارد.

## ۲-۲- میدان مغناطیسی گردان یا دوار

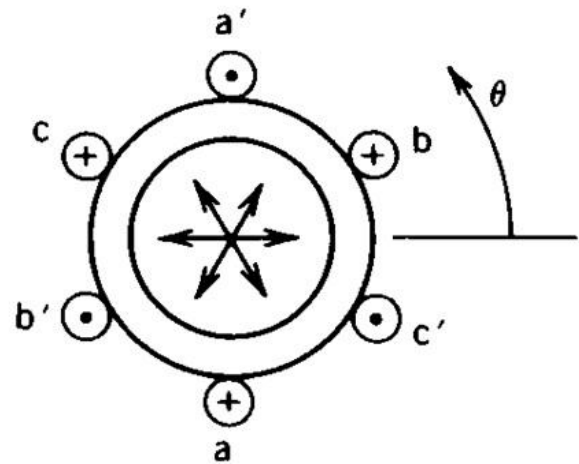
با توجه به شکل ۲-۲، نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) تولیدی ناشی از جریان فاز a در نقاط مختلف فاصله هوایی ( $\theta$ های مختلف)، در حقیقت تصویر mmf فاز در آن موقعیت می باشد:

$$F(\theta) = N i_a \cos \theta$$

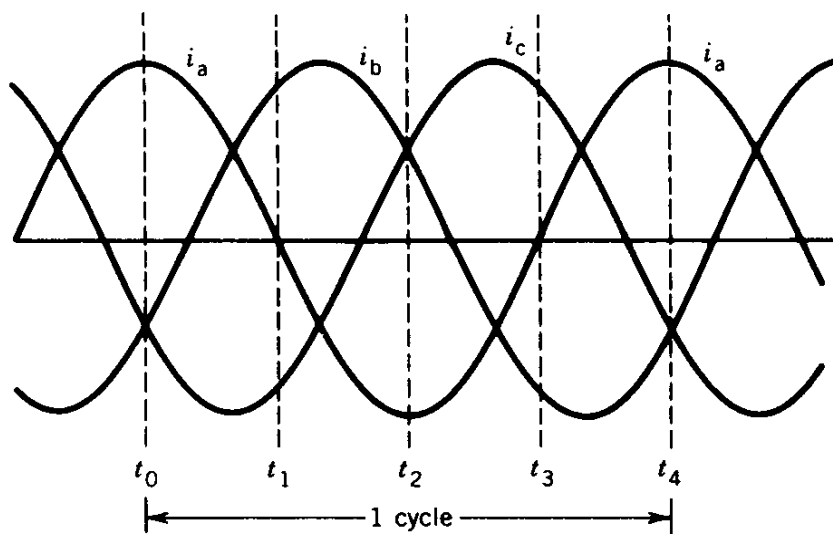
همانطور که در شکل ۲-۲-ب نشان داده شده است، نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) تولیدی ناشی از جریان فاز a یک موج ضربانی یا نوسانی است و به خاطر متغیربودن جریان ( $i_a = I_m \cos \omega t$ )، دامنه mmf در لحظات مختلف یکسان نیست.



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۲-۲- موتور القایی سه فاز: (الف) ساختار هندسی، (ب) نیروی محرکه مغناطیسی فاز a در زمان‌های مختلف، (ج) جریان‌های سه فاز

مشابه آنچه برای فاز a در شکل ۲-۲-ب مشاهده شد، تولید mmf های با توزیع سینوسی توسط سیم پیچی های فاز b و c نیز اتفاق می افتد.

⇐ وجود سه mmf سینوسی مربوط به سه فاز که محورهای آنها  $120^\circ$  اختلاف فاز مکانی دارند.

از طرف دیگر مطابق شکل ۲-۲-ج، جریان های اعمالی به سیم پیچی استاتور، سه فاز متغیر با زمان هستند (سینوسی اند) و دارای اختلاف فاز زمانی  $120^\circ$  هستند.

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \end{cases}$$

اعمال سه جریان سینوسی با اختلاف فاز زمانی  $120^\circ$  به سه سیم پیچی a و b و c که محورهای مغناطیسی آنها در فضا  $120^\circ$  اختلاف فاز مکانی دارند باعث شکل گرفتن mmf منتهجه (برآیند سه mmf مربوط به سه فاز) در فاصله هوایی می گردد. در ادامه به دو طریق اثبات می شود این mmf منتهجه یک موج دوار است و با سرعت سنکرون در فاصله هوایی می چرخد.

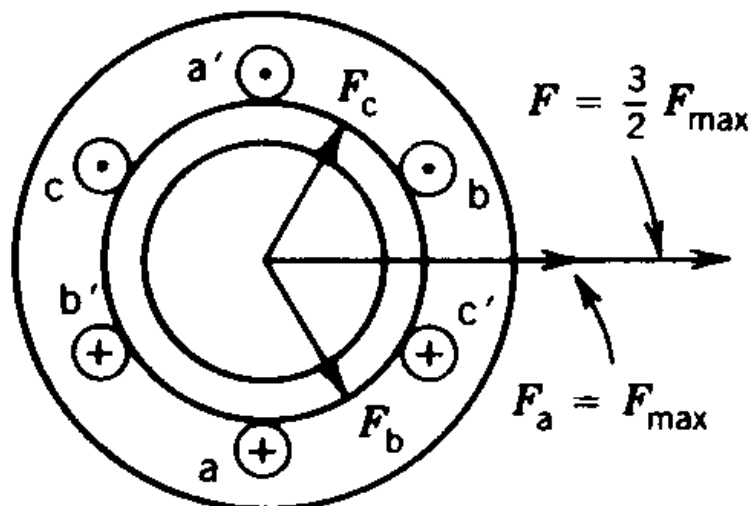
### ۲-۲-۱- اثبات گردان بودن میدان به روش گرافیکی

ارزیابی مقدار و جهت mmf منتهجه در لحظات مختلف نشان داده شده در شکل ۲-۲-ج در ادامه انجام می شود.  
لحظه  $t_0$ :

$$\begin{cases} i_a = I_m & \text{از سیم پیچی فاز a حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \\ i_b = -\frac{I_m}{2} & \text{از سیم پیچی فاز b حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \\ i_c = -\frac{I_m}{2} & \text{از سیم پیچی فاز c حداکثر جریان مثبت می گذرد.} \end{cases} \longrightarrow |F| = \frac{3}{2} F_{\max}$$

همانطور که از شکل ۲-۳ واضح است mmf منتهجه در لحظه  $t_0$  در جهت محور مغناطیسی فاز a می باشد.





شکل ۲-۳- نیروی محرکه منتجه (برآیند) در لحظات  $t=t_0$  و  $t=t_4$

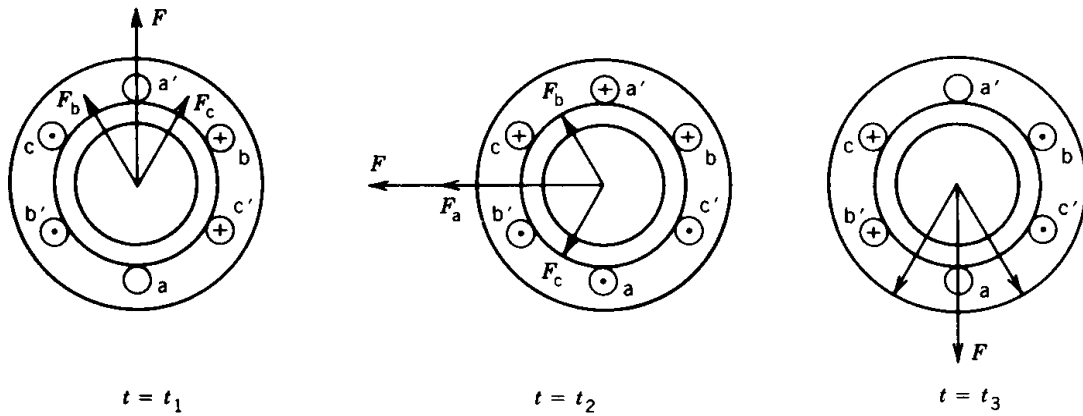
برای لحظات دیگر جریان ها و نیروی محرکه های مغناطیسی تولیدی فازها عبارتند از:

$$t = t_1 : \begin{cases} i_a = 0 & \Rightarrow F_a = 0 \\ i_b = I_m \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m & \Rightarrow F_b = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{\max} \\ i_c = -I_m \sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_m & \Rightarrow F_c = -\frac{\sqrt{3}}{2} F_{\max} \end{cases}$$

$$t = t_2 : \begin{cases} i_a = -I_m \\ i_b = i_c = \frac{1}{2} I_m \end{cases}$$

$$t = t_3 : \begin{cases} i_a = 0 \\ i_b = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \\ i_c = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \end{cases}$$

برای این لحظه ها، نیروی محرکه منتجه (برآیند) در شکل ۲-۴ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۴- نیروی محرکه منتجه (برآیند) در لحظات دیگر

با توجه به شکل‌های ۲-۳ و ۲-۴ مشاهده می‌شود که مقدار mmf منتجه همواره  $\frac{3}{2} F_{\max}$  است و جهت آن دائماً عوض می‌شود.

با کامل شدن یک دوره تناوب فاز a، mmf منتجه یک دور زده است. در صورتیکه فرکانس منبع تغذیه f باشد در یک ثانیه f دوره تناوب جریان داریم و بنابراین موج mmf منتجه، f دور در ثانیه می‌زد. در نتیجه:

$$\text{سرعت mmf منتجه} = f \text{ (rps)}$$

بحث فوق برای یک ماشین ۲ قطبی است. در یک ماشین ۴ قطبی با کامل شدن یک دوره تناوب جریان موج mmf منتجه نصف دور می‌زند. بنابراین در یک ثانیه که f دوره تناوب جریان کامل می‌شود، mmf منتجه  $f/2$  دور می‌زند. به عبارت دیگر برای یک ماشین ۴ قطبی:

$$\text{سرعت mmf منتجه} = f/2 \text{ (rps)}$$

به طور کلی در یک ماشین P قطبی:

$$\text{سرعت mmf منتجه} = \frac{2}{p} f \text{ (rps)} = \frac{2}{p} f \times 60 \text{ (rpm)} = \frac{120 f}{p} \text{ (rpm)}$$

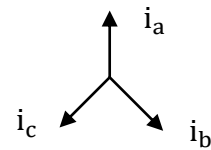
سرعت میدان گردان (mmf منتجه)، سرعت سنکرون نامیده می‌شود و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{سرعت سنکرون} : n_s = \frac{120 f}{p}$$

در تحلیل فوق جریان ها به صورت ذیل بودند:

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \end{cases}$$

→ توالی مثبت نامیده می شود



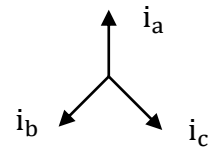
این باعث شد موج mmf منتجه در خلاف عقربه های ساعت بچرخد (میدان ساعت گرد Forward)

اگر جریان ها از ابتدا به صورت زیر فرض می شد موج mmf منتجه در جهت عقربه های ساعت می چرخید (میدان

چپ گرد backward)

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \end{cases}$$

→ توالی منفی نامیده می شود



⇐ جهت چرخش میدان گردان به توالی فاز تحریک بستگی دارد.

## ۲-۲-۱- اثبات گردان بودن میدان به روش تحلیلی

$$F(\theta) = F_a(\theta) + F_b(\theta) + F_c(\theta) \quad \text{mmf منتجه در راستای } \theta$$

قبلاً بحث شد هر فاز mmf تولیدی با توزیع سینوسی دارد که مقدار ماکزیممش منطبق به محور آن فاز است و

دامنه آن به مقدار جریان بستگی دارد.

$$F(\theta) = N i_a \cos \theta \quad \rightarrow \quad \text{آمپر دور (mmf) مربوط به فاز a در راستای } \theta$$

در حقیقت تصویر آمپر دور ماکزیمم در آن جهت است.

محورهای مغناطیسی فازهای دیگر نسبت به a به اندازه  $120^\circ$  اختلاف فاز مکانی دارند. بنابراین:

$$F_b(\theta) = N i_b \cos(\theta - 120^\circ) \quad \text{آمپر دور مربوط به فاز b در راستای } \theta$$

$$F_c(\theta) = N i_c \cos(\theta + 120^\circ) \quad \text{آمپر دور مربوط به فاز c در راستای } \theta$$

$$\text{mmf منتجه} : F(\theta) = N i_a \cos \theta + N i_b \cos(\theta - 120^\circ) + N i_c \cos(\theta + 120^\circ)$$

(\*)

از طرف دیگر:

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \end{cases} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{**} F(\theta, t) = N I_m \cos \omega t \cos \theta$$

$$+ N I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ)$$

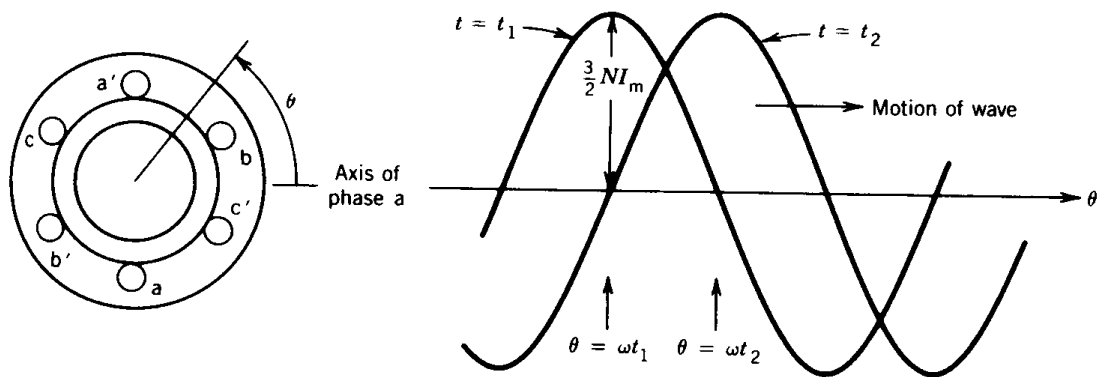
$$+ N I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)$$

با استفاده از بسط مثلثاتی  $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A - B) + \frac{1}{2} \cos(A + B)$  داریم:

$$\begin{aligned} F(\theta, t) &= \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t + \theta) \\ &+ \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t + \theta - 240^\circ) \\ &+ \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2} N I_m \cos(\omega t + \theta + 240^\circ) \\ &\qquad \qquad \qquad \downarrow \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow F(\theta, t) = \frac{3}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta)$$

رابطه فوق نشان‌دهنده یک موج دوار راست‌گرد است (شکل ۲-۵).



شکل ۲-۵- حرکت موج منتجه

با توجه به شکل فوق، موج mmf یک لحظه بعد به سمت راست حرکت کرده است و بنابراین میدان گردان راست گرد داریم. (Forward)

به عنوان تمرین اضافی برای توالی منفی جریان که در آن:

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos \omega t \\ i_b = I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \end{cases}$$

نشان دهید در نهایت یک موج گردان چپ گرد داریم.

همانطور که با دو روش مختلف در این زیربخش نشان داده شد، زمانی که سه جریان سینوسی با اختلاف فاز زمانی  $120^\circ$  به سه سیم پیچی سه فاز که محورهای مغناطیسی آنها در فضا به اندازه  $120^\circ$  اختلاف فاز مکانی دارند اعمال می دهد. یک توزیع mmf سینوسی در فاصله هوایی شکل می گیرد که مقدار ماکزیمم آن با سرعت سنکرون در جهت راست گرد یا چپ گرد (بسته به توالی فاز) می چرخد. این مسئله را می توان با دوران یک قطب N و S در فاصله هوایی مدل سازی کرد.

### ۲-۳- ولتاژ القاء شده

شار عبوری از حلقه متناظر با فاز a در  $\theta = 0$  مقدار ماکزیمم  $\varphi_{max}$  و در  $\theta = 90^\circ$  صفر است. با تقریب قابل قبولی می توان شار عبوری از سیم پیچی فاز a را سینوسی فرض کرد:

$$\varphi = \varphi_{max} \cos \theta \quad \xrightarrow{\lambda=N\varphi} \quad \lambda_a(t) = N \varphi_{max} \cos \omega t \quad \text{شار پیوندی با فاز a}$$

از قانون فارادی ولتاژ القایی در سیم پیچی فاز a ناشی از میدان گردان مزبور:

$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} = N \varphi_{\max} \omega \sin \omega t = E_{\max} \sin \omega t$$

به طریق مشابه میدان گردان در فازهای دیگر نیز ولتاژ القاء می کند:

$$e_b = E_{\max} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_c = E_{\max} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

مقدار مؤثر ولتاژ القایی در سیم پیچی ها:

$$E_{\text{rms}} = \frac{N \varphi_{\max} \omega}{\sqrt{2}} = 4.44 N f \varphi_{\max}$$

همان طور که قبلاً اشاره شد در ماشین های واقعی برای استفاده بهینه از محیط استاتور سیم پیچی گسترده استفاده می شود. ولتاژهای القایی در کلاف های مختلف مربوط به یک فاز با یکدیگر اختلاف فاز پیدا می کنند و اثبات می شود:

$$E_{\text{rms}} = 4.44 N f \varphi_{\max} K_w$$

$$K_w = 0.85 - 0.9 \text{ : ضریب سیم پیچی}$$

## ۲-۴- عملکرد موتور القایی سه فاز در شرایط مختلف

الف- حالت سکون

موتور القایی سه فاز با رتور از نوع سیم‌بندی شده را در نظر بگیرید که مدار رتور باز است (جریان القایی نداریم). میدان گردان در فاصله هوایی به خاطر تحریک سیم‌پیچی‌های سه‌فاز استاتور با سرعت سنکرون سیم‌پیچی‌های استاتور و رتور را قطع می کنند و در آنها ولتاژهایی با فرکانس یکسان القاء می شود.

$$E_1 = 4.44 N_1 f \varphi_{\max} K_{w1} \text{ : مقدار مؤثر ولتاژ القایی در سیم پیچی استاتور}$$

$$E_2 = 4.44 N_2 f \varphi_{\max} K_{w2} \text{ : مقدار مؤثر ولتاژ القایی در سیم پیچی رتور}$$

که در آن:

$N_1$  : تعداد دور سیم پیچی استاتور در هر فاز

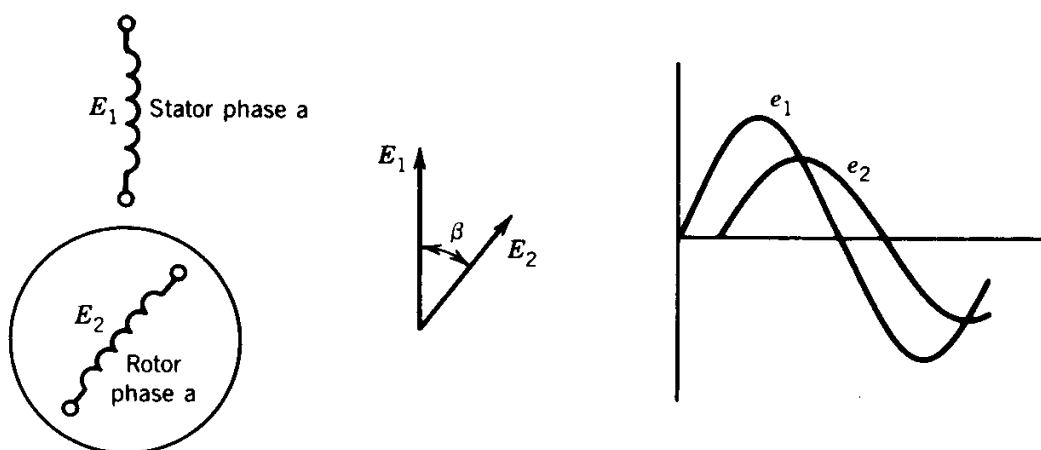
$N_2$  : تعداد دور سیم پیچی رتور در هر فاز

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \frac{K_{w1}}{K_{w2}}$$

برای ضریب سیم پیچی های یکسان داریم:

$$\leftarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{نسبت تبدیل}) \quad \leftarrow \text{مشابه ترانس فورماتور}$$

جابجایی فاز: در حالت سکون رتور اگر محورهای مغناطیسی سیم پیچی فاز از استاتور و رتور با یکدیگر زاویه داشته باشند در این صورت ولتاژهای القایی در فازهای هم نام دارای اختلاف فاز می گردند.



شکل ۲-۵- شیف دهنده فاز

ب- حالت کاری عادی (چرخش)

سیم پیچی رتور اتصال کوتاه شده  $\leftarrow$  ولتاژ القایی باعث جاری شدن جریان در رتور  $\leftarrow$  تولید گشتاور ناشی

از تقابل میدان گردان استاتور و جریان رتور  $\leftarrow$  چرخش رتور با سرعت  $n$

✓ همواره سرعت رتور ( $n$ ) از سرعت میدان گردان استاتور ( $n_s$ ) کمتر است.

در صورت تساوی سرعت ها القاء ولتاژ و جریان در رتور نداریم. (علت اطلاق لفظ موتور آسنکرون)

$$S \triangleq \frac{n_s - n}{n_s} \quad \text{لغزش}$$

$n_s$  : سرعت میدان گردان استاتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

$n$  : سرعت رتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

محاسبه لغزش می تواند بر حسب سرعت زاویه ای نیز انجام پذیرد:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$$

که در آن:

$$\omega_s = n_s \times \frac{2\pi}{60} \text{ (rad/s)}$$
 سرعت زاویه ای میدان گردان بر حسب رادیان بر ثانیه

$$\omega = n \times \frac{2\pi}{60} \text{ (rad/s)}$$
 سرعت زاویه ای رتور بر حسب رادیان بر ثانیه

$$s = \frac{n_s}{n_s} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad n = 0$$
 در حالت سکون

$$s = \frac{n_s - n_s}{n_s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad n = n_s$$
 برای سرعت سنکرون

$$0 < s \leq 1$$
 بنابراین در حالت عملکرد موتوری:

فرکانس ولتاژ و جریان القایی در رتور با سرعت نسبی بین رتور و میدان گردان متناسب است:

$$f_2 = \frac{p}{120} (n_s - n) = \frac{p}{120} s n_s = s f_1$$
 فرکانس رتور

$f_1$  : فرکانس ولتاژ استاتور

ولتاژ القایی در رتور:

$$E_{2s} = 4.44 N_2 f_2 \varphi_{\max} K_{w_2}$$

$$= 4.44 N_2 s f_1 \varphi_{\max} K_{w_2} = s E_2$$

$$\rightarrow E_{2s} = s E_2$$

در مورد میدان گردان رتور:

جریان های القایی در مدار رتور یک دسته جریان های سه فاز هستند که خود باعث تولید یک میدان گردان مربوط

به رتور می کنند.



$$n_2 = \frac{120 f_2}{p} = \frac{120 s f_1}{p} = s n_s$$

رتور با سرعت  $n$  می چرخد. بنابراین:

$$\text{سرعت میدان گردان رتور نسبت به استاتور} = n + n_2 = n + s n_s = (1 - s)n_s + s n_s = n_s$$

نتیجه کلی: میدان های گردان استاتور و رتور با سرعت یکسان در فاصله هوایی می چرخند و از تقابل این دو میدان گردان، گشتاور در موتور القایی سه فاز تولید میگردد.

مثال ۱-۲- موتور القایی سه فاز 4 قطب 60 Hz و 100 hp و 460 V مفروض است و توان اسمی را در لغزش 5% تحویل می دهد. مطلوب است:

الف- سرعت سنکرون میدان گردان استاتور و سرعت موتور

ب- فرکانس مدار رتور

ج- سرعت میدان گردان رتور: ۱- نسبت به رتور

۲- نسبت به استاتور

۳- نسبت به میدان گردان استاتور

حل:

$$\text{الف: } n_s = \frac{120 f}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\text{سرعت رتور: } n = (1 - s)n_s = (1 - 0.05) \times 1800 = 1710 \text{ rpm}$$

$$\text{ب: } f_2 = s f_1 = 0.05 \times 60 = 3 \text{ Hz}$$

ج: سرعت میدان گردان رتور

$$\text{نسبت به رتور} = 90 \text{ rpm}$$

$$\text{نسبت به استاتور} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\text{نسبت به میدان گردان استاتور} = 0$$

## ۲-۵- بررسی سه حالت عملکرد ماشین القایی: موتوری، ژنراتوری و ترمزی

### حالت موتوری:

اتصال استاتور به برق سه فاز ← تولید میدان گردان استاتور با سرعت سنکرون  $n_s$  در فاصله هوایی ← القاء ولتاژ در مدار رتور ← جاری شدن جریان در مدار اتصال کوتاه رتور ← تولید میدان گردان مربوط به رتور ← ایجاد گشتاور به خاطر تقابل میدان های گردان استاتور و رتور و نتیجتاً چرخش رتور با سرعت  $n$  که همواره

$$n < n_s$$

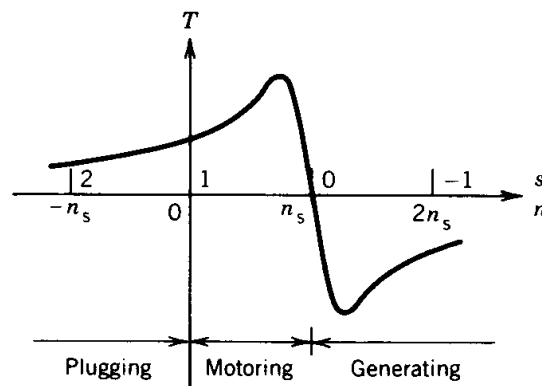
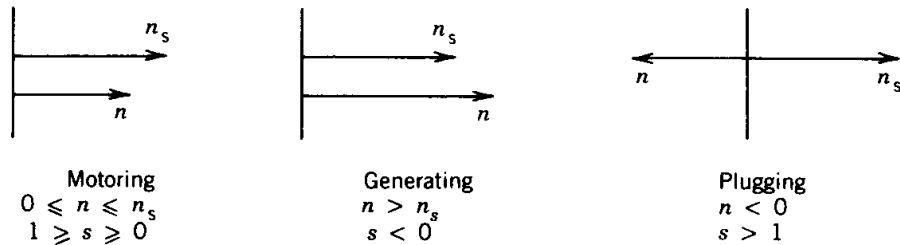
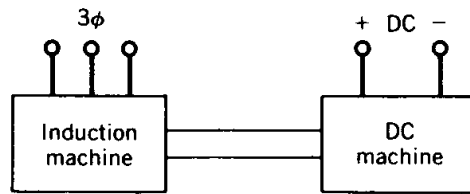
### حالت ژنراتوری:

اتصال پایانه های استاتور به برق سه فاز و چرخاندن شفت ماشین در جهت میدان گردان استاتور توسط یک محرک اولیه (برای مثال یک موتور DC)

بالا بردن سرعت چرخش رتور به طوری که  $n > n_s$  ⇒ تولید توان اکتیو در پایانه های ماشین القایی

### حالت ترمزی:

تغییر توالی فازها در حالت چرخش رتور ⇒ میدان گردان استاتور در خلاف جهت چرخش رتور (ترمز رتور)



شکل ۲-۶- سه حالت عملکرد ماشین القایی

## ۲-۶- مدل مدار معادل

هدف: به دست آوردن مدار معادل موتور القایی سه فاز در حالت کار ماندگار (Steady State (SS)

فرضیات: رتور از نوع سیم بندی شده باشد.

(برای رتور قفس سنجابی، میله‌ها به صورت یک دسته سیم‌پیچی سه‌فاز مدل می‌شوند)

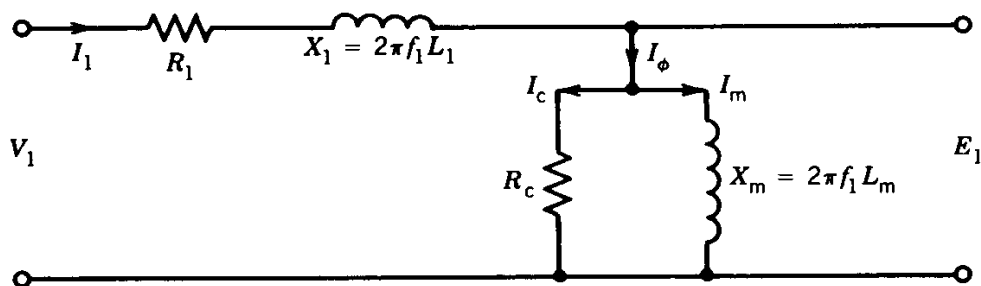
✓ میدان گردان استاتور با سرعت سنکرون  $n_s$  در فاصله هوایی می‌چرخد.

✓ میدان گردان رتور با سرعت سنکرون  $n_s$  در فاصله هوایی می‌چرخد.

✓ منتجه میدان های استاتور و رتور با سرعت  $n_s$  در فاصله هوایی می‌چرخد.

الف- سیم پیچی استاتور

مدار معادل یک فاز استاتور موتور القایی سه فاز در شکل ۲-۷ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۷- مدل یک فاز استاتور

$V_1$ : ولتاژ فاز در پایانه استاتور

$R_1$ : مقاومت هر فاز سیم پیچی استاتور

$X_1$ : راکتانس نشتی سیم پیچی استاتور (یک فاز)

$R_c$ : مقاومت مدل کننده تلفات هسته استاتور ( $R_c I_c^2$  معادل تلفات هسته در استاتور به خاطر عبور شار متغیر با زمان از استاتور)

$X_m$ : راکتانس مغناطیس کنندگی استاتور ( $N_1 I_m$  آمپر دور مورد نیاز برای برقراری شار در هسته استاتور)

$E_1$ : ولتاژ القایی در سیم پیچی استاتور به خاطر شار منتهجه فاصله هوایی

✓ شباهت زیاد با مدار معادل ترانس فورماتور (طرف اولیه)

✓ به خاطر وجود فاصله هوایی در ساختار مغناطیسی موتور القایی جریان تحریک  $I_\phi$  در اینجا بزرگتر از  $I_\phi$  در ترانس است.

جریان اسمی  $I_\phi = 30 - 50\%$ : در موتورهای القایی

جریان اسمی  $I_\phi = 1 - 5\%$ : در ترانس

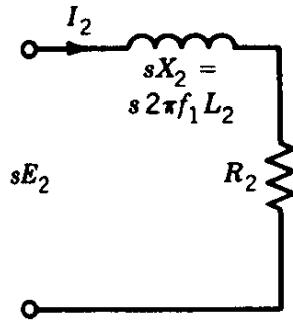
✓ همچنین بزرگتر بودن  $X_1$  در موتور القایی نسبت به آن در ترانس به خاطر وجود فاصله هوایی

ب- مدار رتور (مدار معادل یک فاز رتور)

$E_{2s}$ : ولتاژ القایی در رتور در حالت چرخش رتور تحت لغزش  $S$

$E_2$ : ولتاژ القایی در رتور در حالت سکون

✓ مدار معادل رتور از دیدگاه رتور به صورت ساده با یک مقاومت و راکتانس پراکندگی به طور سری با یکدیگر مدل شده است.



شکل ۲-۸- مدار رتور از دیدگاه رتور

$$X_{2s} = 2\pi f_2 L_2 = s 2\pi f_1 L_2$$

دقت شود فرکانس مدار رتور  $f_2 = s f_1$  است و بنابراین:

$$\text{راکتانس پراکنده (نشستی)} = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi (s f_1) L_2 = s \times 2\pi f_1 L_2 = s X_2$$

از مدار فوق، جریان رتور عبارت است از:

$$I_2 = \frac{s E_2}{R_2 + j s X_2} \quad (*)$$

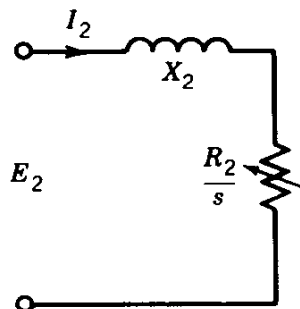
$$P_2 = R_2 I_2^2 \quad \text{: تلفات مسی رتور}$$

رابطه (\*) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2/s + j X_2}$$

با توجه به رابطه فوق، مدار نشان داده شده در شکل زیر می تواند برای هر فاز رتور پیشنهاد شود. دقت شود

فرکانس در این مدار همان فرکانس استاتور ( $f_1$ ) است.



شکل ۲-۹- مدار رتور از دیدگاه استاتور

$$E_2 = 4.44 f_1 N_2 \Phi_{\max} kW_2$$

جریان رتور در دو مدار نشان داده شده برای رتور (شکل های ۸-۲ و ۹-۲) برابر است.

با توجه به دومین مدار در نظر گرفته شده برای رتور (شکل ۹-۲)، توان اکتیو تلف شده در رتور عبارت است از:

$$P_{ag} = \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{P_2}{s}$$

که در آن  $P_2$  تلفات مسی رتور (توان اکتیو تلف شده در مدار نشان داده شده در شکل ۸-۲) می باشد. در حالت کار موتوری، لغزش (s) عددی مثبت و مقدار کوچکی دارد و در نتیجه:

$$(توان اکتیو تلف شده در مدار شکل ۸-۲)  $P_{ag} > P_2$  (توان اکتیو تلف شده در مدار شکل ۹-۲)$$

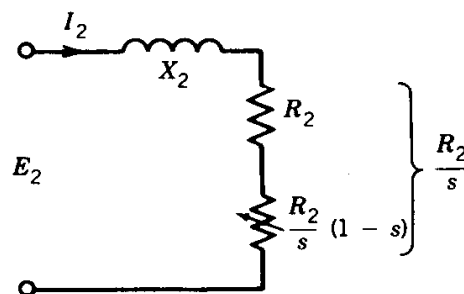
توجه شود  $P_{ag}$  توان عبوری از فاصله هوایی نامیده می شود که از استاتور وارد رتور می شود.

تفاوت بین  $P_{ag}$  و  $P_2$ ، در حقیقت توان مکانیکی ظاهر شده روی محور رتور (شفت) را نشان می دهد.

$$P_{ag} = \frac{R_2}{s} I_2^2 = \underbrace{R_2 I_2^2}_{P_2} + \underbrace{\frac{R_2(1-s)}{s} I_2^2}_{P_{mech}} \quad (**)$$

$P_{mech}$ : توان مکانیکی حاصله       $P_2$ : تلفات مسی رتور

با توجه به رابطه (\*\*\*) مدار معادل رتور از دیدگاه استاتور (مدار شکل ۹-۲) می تواند به صورت زیر در نظر گرفته شود:



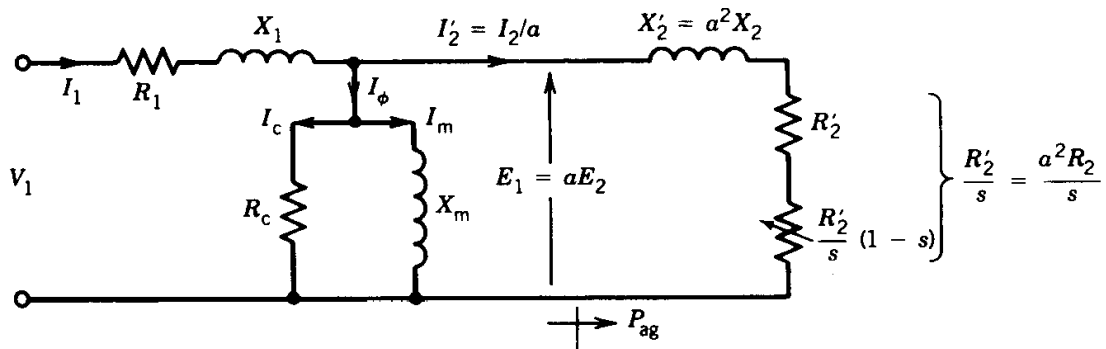
شکل ۱۰-۲- مدار رتور از دیدگاه استاتور (اصلاح شده)

توان مکانیکی حاصله در حقیقت توان تلف شده در مقاومت  $\frac{R_2(1-s)}{s}$  است:

$$P_{mech} = I_2^2 \frac{R_2}{s} (1-s) = (1-s) P_{ag}$$

ج- مدار معادل کامل

هر دو مدار به دست آمده برای استاتور و رتور (شکل های ۲-۷ و ۲-۱۰) در فرکانس  $f_1$  هستند و بنابراین امکان ارجاع مدار معادل رتور به طرف استاتور و الحاق دو مدار به منظور ایجاد مدار معادل کامل موتور مطابق شکل ۲-۱۱ وجود دارد.



شکل ۲-۱۱- مدار معادل موتور القایی سه فاز

پارامترهای نشان داده شده در شکل ۲-۱۱ عبارتند از:

$$I_2' = I_2/a \quad X_2' = a^2 X_2 \quad R_2' = a^2 R_2$$

که در آن  $a = \frac{N_1}{N_2}$  و  $P_{ag}$  توان عبوری از فاصله هوایی است.

۲-۷- مدار معادل پیشنهادی توسط IEEE

Institute of Electrical and Electronics Engineering (IEEE)

I triple E ↙  
آی تریپلی

اگر  $V_1$  و  $f_1$  ثابت باشند (که معمولاً نیز اینچنین است)، تلفات هسته استاتور ثابت است.  $(P_c = K V^\alpha f^\beta)$

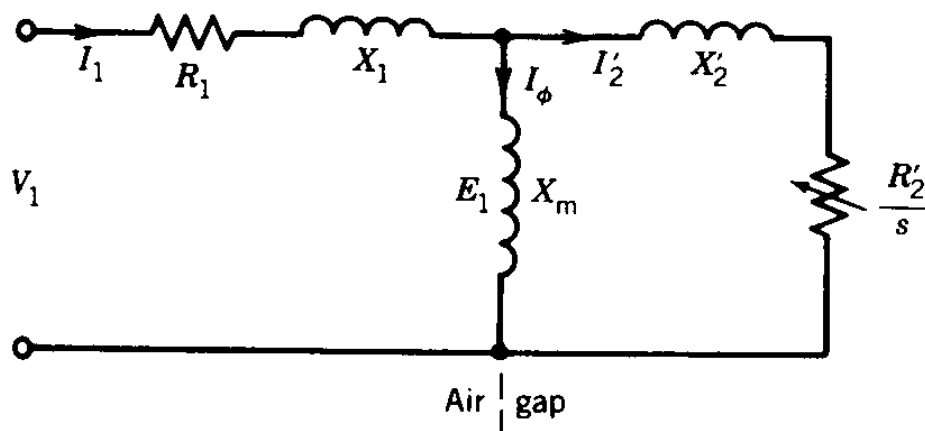
در سرعت های بالا فرکانس رتور  $f_2 = s f_1$  بسیار کوچک است و تلفات هسته رتور ناچیز است. از طرف دیگر

تلفات اصطکاک و بادزنی در سرعت های زیاد قابل توجه است.

در مقابل، برای سرعت‌های پائین تلفات هسته رتور قابل ملاحظه است ولی تلفات مکانیکی (اصطکاک و بادزنی) قابل اغماض می باشد.

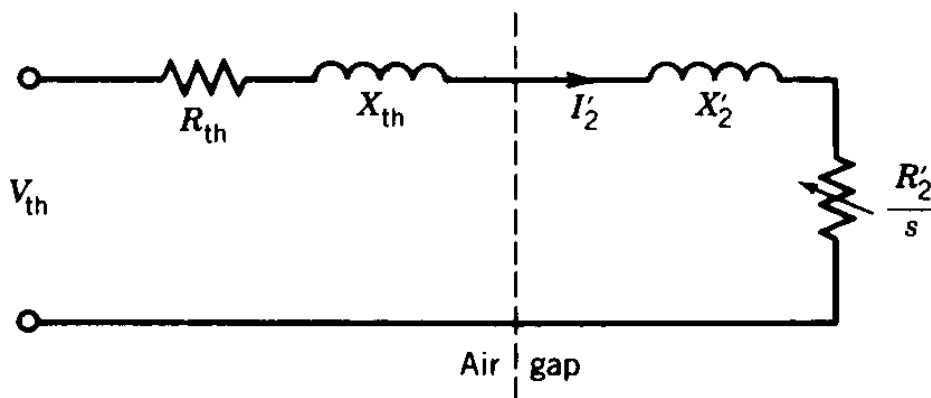
⇐ مجموع تلفات هسته استاتور، تلفات هسته رتور، تلفات مکانیکی (اصطکاک و بادزنی) برای سرعت های مختلف ثابت است و آنرا تلفات چرخشی می نامند.

بنابراین مقاومت  $R_c$  از مدار معادل حذف می شود و در تلفات چرخشی  $P_{rot}$  در نظر گرفته می شود و به این ترتیب مدار معادل نشان داده در شکل ۱۲-۲ بدست می آید.



شکل ۱۲-۲- مدار معادل پیشنهادی IEEE

۸-۲- مدار معادل تونن



شکل ۱۳-۲- مدار معادل تونن



$$V_{th} = \frac{X_m}{(R_1^2 + (X_1 + X_m)^2)^{1/2}} V_1$$

معمولاً در نتیجه:  $R_1 \ll X_1 + X_m$

$$V_{th} \approx \frac{X_m}{X_1 + X_m} V_1$$

$$Z_{th} = R_{th} + j X_{th} = j X_m \parallel (R_1 + j X_1) = \frac{j X_m (R_1 + j X_1)}{R_1 + j (X_1 + X_m)}$$

وقتی  $R_1 \ll X_1 + X_m$  داریم:

$$R_{th} = \left( \frac{X_m}{X_1 + X_m} \right)^2 R_1$$

$$X_{th} \approx X_1$$

و معمولاً  $X_1 \ll X_m$  و در نتیجه: (به عنوان تمرین اثبات شود).

## ۲-۹- مشخصه های موتورهای القایی سه فاز

$\omega_m$ : سرعت زاویه ای رتور

$$\text{توان مکانیکی حاصله: } P_{mech} = T \omega_m = \frac{R'_2 (1-s)}{s} I_2'^2$$

$$\rightarrow T = \frac{R'_2}{s} I_2'^2 \frac{(1-s)}{\omega_m}$$

$$\omega_m = (1-s) \omega_s$$

از تعریف لغزش داریم:

$\omega_s$ : سرعت سنکرون

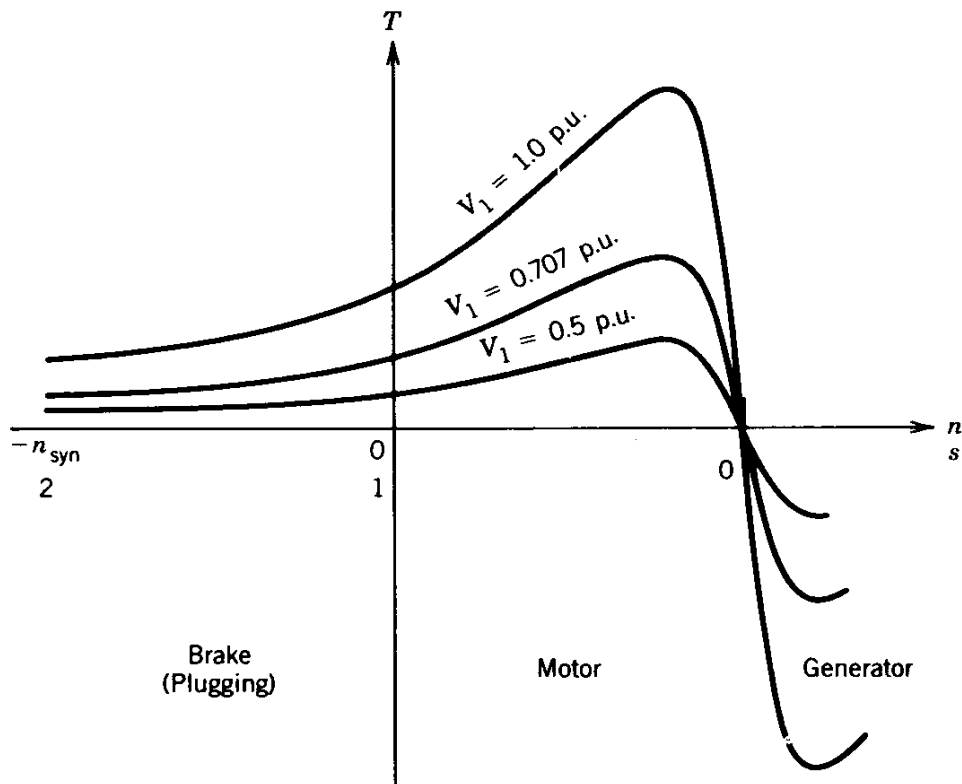
$$\Rightarrow T = \frac{R'_2}{s} I_2'^2 \times \frac{1}{\omega_s} \Rightarrow T \omega_s = \frac{R'_2}{s} I_2'^2 = P_{ag} \text{ : توان عبوری از فاصله هوایی}$$

$$\rightarrow T = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{1}{\omega_s} \frac{R'_2}{s} I_2'^2$$

$$I'_2 = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\omega_s} \times \frac{R'_2}{s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \quad (\text{گشتاور تولیدی مربوط به یک فاز})$$

گشتاور تولیدی کل سه برابر مقدار فوق است. (موتور سه فاز)



شکل ۲-۱۴- منحنی تغییرات گشتاور سرعت در حالت عملکرد موتوری

در شرایط لغزش کم:

$$R_{th} + \frac{R'_2}{s} \gg X_{th} + X'_2 \quad , \quad \frac{R'_2}{s} \gg R_{th}$$

$$\Rightarrow T \approx \frac{3}{\omega_s} \frac{V_{th}^2}{R'_2} s$$

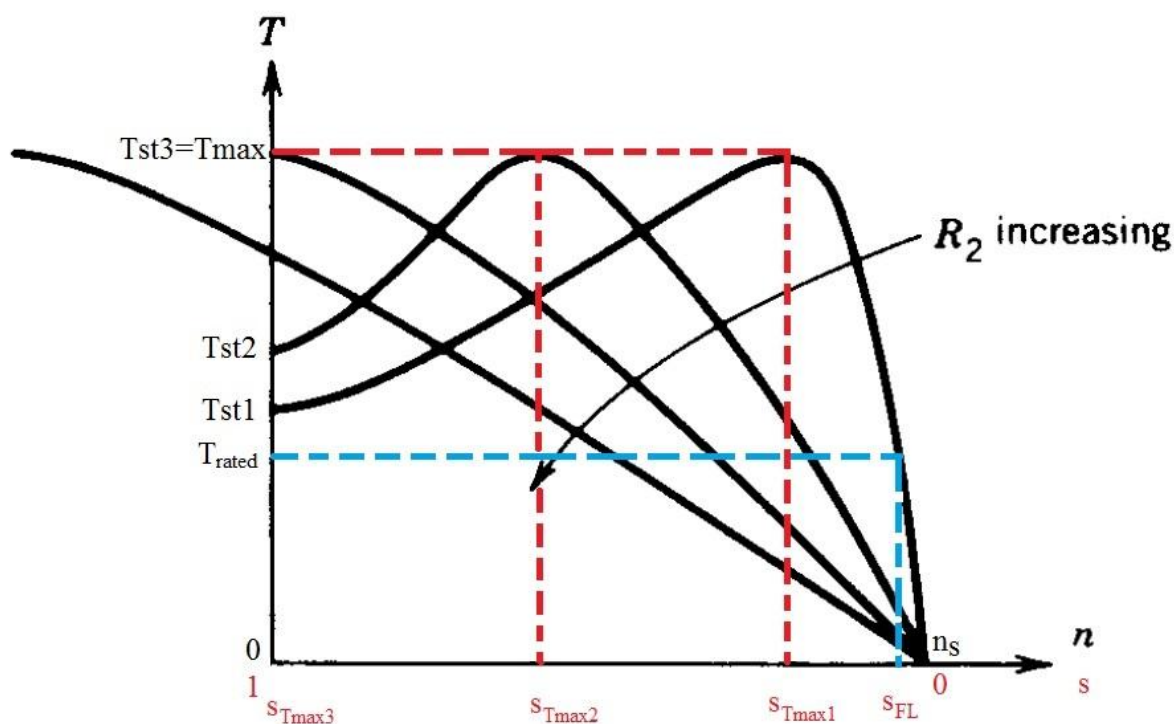
(وجود رابطه خطی در لغزش های کم)

$T_{max}$ : گشتاور ماکزیمم $S_{T_{max}}$ : لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد.

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s}$$

$$\frac{dT}{ds} = 0 \rightarrow \begin{cases} S_{T_{max}} = \frac{R'_2}{(R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2)^{1/2}} \\ T_{max} = \frac{3}{2\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{R_{th} + [R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} \end{cases}$$

از روابط فوق مشهود است که گشتاور ماکزیمم مستقل از مقاومت رتور ( $R'_2$ ) است ولی لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد متناسب با مقاومت رتور است. هرچه مقاومت افزایش یابد لغزش  $S_{T_{max}}$  بزرگتر می شود.



شکل ۲-۱۵- اثر مقاومت رتور روی مشخصه گشتاور

در عمل از این روش برای افزایش گشتاور راه انداز استفاده می شود.

در رتور نوع سیم بندی شده در لحظه راه اندازی توسط حلقه های لغزان مقاومت وارد مدار رتور می کنند.

اگر مقاومت استاتور ( $R_1$ ) کوچک باشد  $\Leftarrow R_{th}$  ناچیز و در نتیجه:

$$S_{T_{max}} \simeq \frac{R'_2}{X_{th} + X'_2} \quad (*)$$

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s}$$

$$\rightarrow \frac{T_{max}}{T} = \frac{(R_{th} + R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}{(R_{th} + R'_2/S_{T_{max}})^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{s}{S_{T_{max}}}$$

$$\xrightarrow{\text{ناچیز } R_{th}} \frac{T_{max}}{T} = \frac{(R'_2/s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}{(R'_2/S_{T_{max}})^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{s}{S_{T_{max}}}$$

$$\xrightarrow{*} \frac{T_{max}}{T} = \frac{(R'_2/s)^2 + (R'_2/S_{T_{max}})^2}{2 (R'_2/S_{T_{max}})^2} \times \frac{s}{S_{T_{max}}} = \frac{S_{T_{max}}^2 + s^2}{2 S_{T_{max}} s}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{max}}{T} = \frac{1}{2} \left( \frac{S_{T_{max}}}{s} + \frac{s}{S_{T_{max}}} \right)$$

## ۲-۹-۱- جریان استاتور

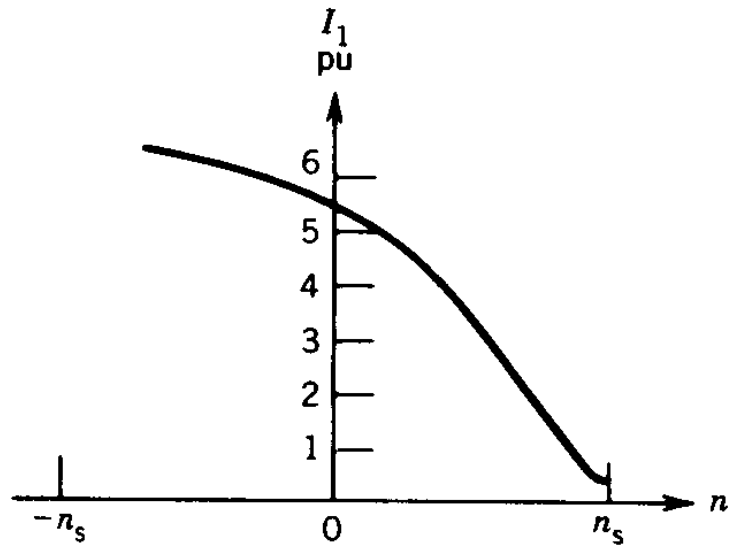
با توجه به شکل ۲-۱۲ داریم:

$$\text{امپدانس ورودی: } Z_1 = R_1 + jX_1 + jX_m \parallel \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right)$$

$$= R_1 + jX_1 + \frac{jX_m (R'_2/s + jX'_2)}{R'_2/s + j(X_m + X'_2)} = |Z_1| \angle \theta$$

$$\text{جریان استاتور: } I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{|V_1| \angle 0}{|Z_1| \angle \theta} = \frac{V_1}{|Z_1|} \angle -\theta$$

مطابق شکل زیر در لحظه راه اندازی ( $s=1$ ) جریان 5 تا 6 برابر جریان نامی می تواند افزایش یابد.

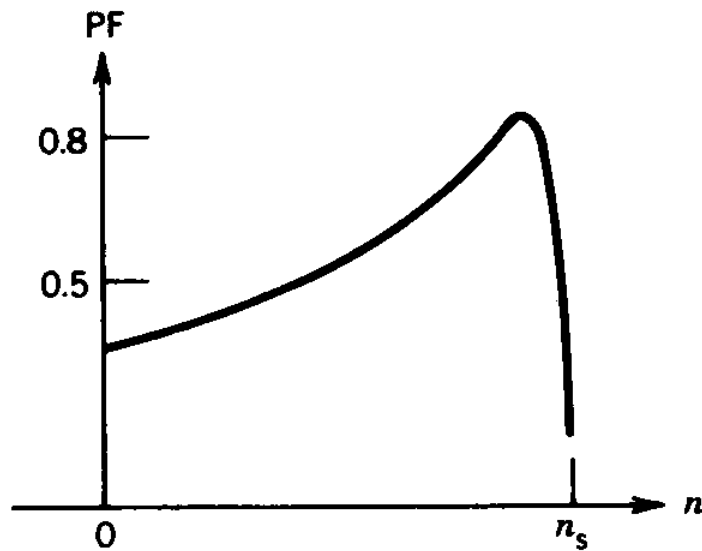


شکل ۲-۱۶- جریان همچون تابعی از سرعت

۲-۹-۲- ضریب توان ورودی

$$PF = \cos \theta : \text{ضریب توان ورودی}$$

با تغییر لغزش ضریب توان ورودی تغییر می کند.



شکل ۲-۱۷- ضریب توان همچون تابعی از سرعت

۲-۹-۳- بازده (بهره)

$$P_{in} = 3 V_1 I_1 \cos \theta : \text{توان ورودی}$$

$$P_1 = 3 R_1 I_1^2$$

$$P_2 = 3 R'_2 I'^2_2$$

$$E_{ff} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \text{ : بازده (بهره)}$$

بازده تابع لغزش است.

اگر از کل تلفات به غیر از تلفات مسی رتور صرف نظر کنیم:

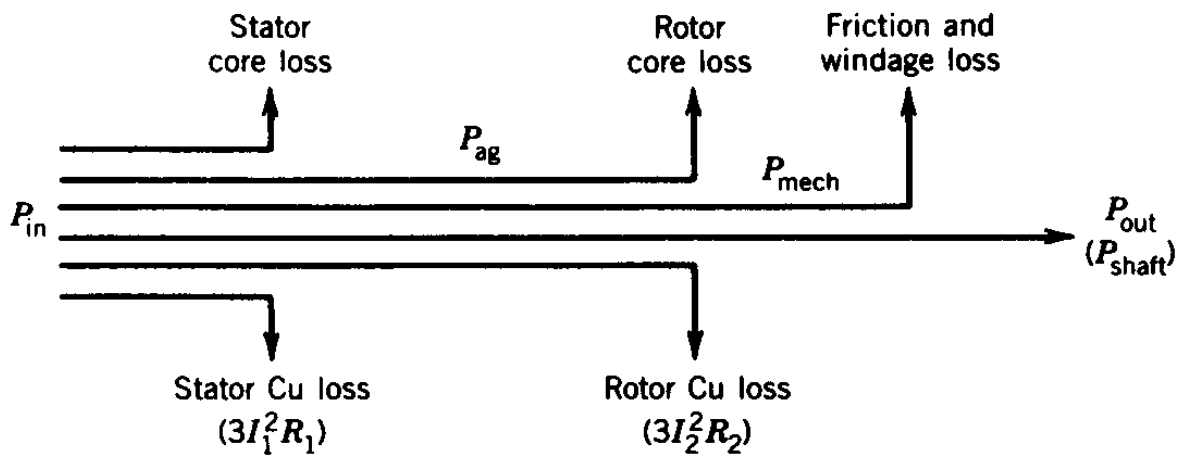
$$P_{in} = P_{ag}$$

$$P_2 = R'_2 I'^2_2 = s P_{ag} \text{ : تلفات مسی رتور}$$

$$P_{out} = P_{ag} - P_2 = (1 - s)P_{ag} \text{ : توان ورودی}$$

$$\Rightarrow \text{بازده ایده آل : } E_{ff(ideal)} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 1 - s$$

نحوه پخش توان برای حالت موتوری  $0 < s < 1$  در شکل ۱۸-۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱۸-۲- پخش توان در موتور القایی

مثال ۲-۲- موتور القایی سه فاز ۴ قطب 60 Hz و 1740 rpm و 460 V دارای پارامترهای زیر مفروض است:

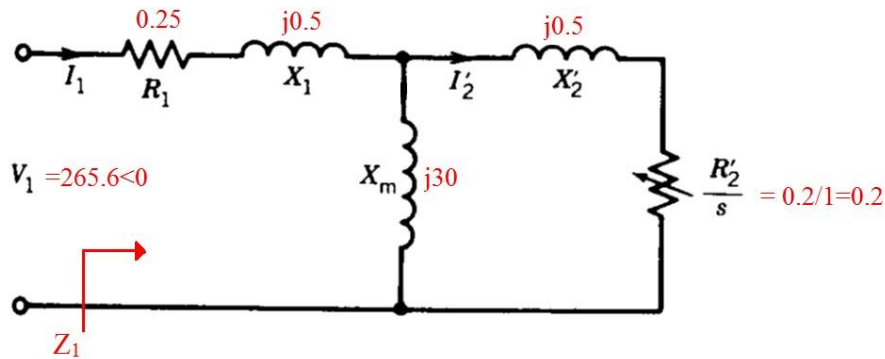
$$R_1 = 0.25 \Omega \quad X_1 = X'_2 = 0.5 \Omega \quad R'_2 = 0.2 \Omega \quad X_m = 30 \Omega$$

رتور از نوع سیم بندی و از دو طرف اتصال کوتاه شده است. موتور به ولتاژ نامی متصل است و تلفات چرخش

1700 W می باشد.

الف- جریان راه اندازی؟

$$n=0 \Rightarrow s=1$$



شکل ۲-۱۹- مدار معادل در حالت سکون (s=1)

$$Z = V_1 = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265.6 \text{ V}$$

$$Z_1 = 0.25 + j 0.5 + \frac{j 30(0.2 + j 0.5)}{0.2 + j 30.5} = 1.08 \angle 66^\circ \Omega$$

$$I_{st} = \frac{265.6}{1.08 \angle 66^\circ} = 245.9 \angle -66 \text{ A}$$

ب- گشتاور راه انداز؟

$$n_s = \frac{120 f}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = 1800 \times \frac{2\pi}{60} = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$V_{th} = \frac{X_m}{X_1 + X_m} V_1 = \frac{j 30}{j 30.5 + 0.25} \times 265.6 \approx 261.3 \text{ V}$$

$$Z_{th} = \frac{j 30(0.25 + j 0.5)}{0.25 + j 30.5} = 0.55 \angle 63.9^\circ = 0.24 + j 0.49$$

$\downarrow$   
 $R_{th}$

$\downarrow$   
 $X_{th}$

$$\begin{cases} R_{th} = 0.24 \Omega \\ X_{th} = 0.49 \Omega \approx X_1 \end{cases}$$

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s}$$

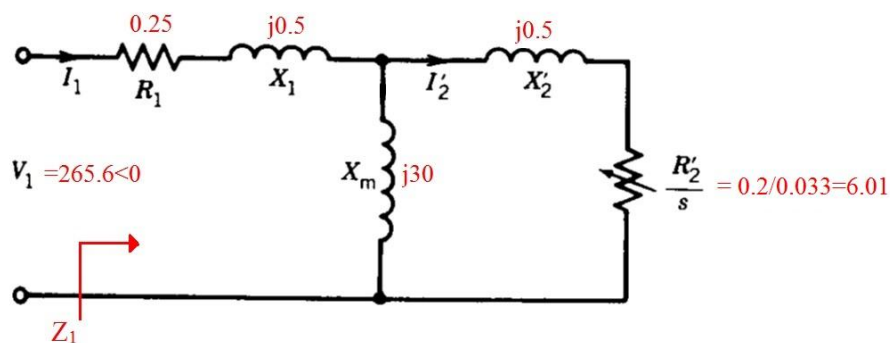
$$\xrightarrow{s=1} T_{st} = \frac{3}{188.5} \times \frac{261.3^2}{(0.24 + 0.2)^2 + (0.49 + 0.5)^2} \times \frac{0.2}{1} = 185.2 \text{ N.m}$$

$$S = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.033$$

ج- لغزش در شرایط اسمی؟

د- جریان اسمی؟

Rated conditions  $\rightarrow s=0.033$



شکل ۲-۲- مدار معادل در شرایط نامی (s=0.033)

$$Z_1 = 0.25 + j 0.5 + j 30 \parallel (j 0.5 + 6.01) = 6.2 \angle 19.7^\circ \Omega$$

$$I_{FL} = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{265.6}{6.2 \angle 19.7^\circ} = 42.7 \angle -19.7^\circ \text{ A}$$

ه- نسبت جریان راه اندازی به اسمی؟

$$\frac{I_{st}}{I_{FL}} = \frac{245.9}{42.7} = 5.7$$

و- ضریب توان در شرایط اسمی؟

$$PF = \cos 19.7^\circ = 0.94 \text{ پس فاز}$$

ز- گشتاور در شرایط اسمی؟



$$T = \frac{3}{188.5} \times \frac{261.3^2}{(0.24 + 6.01)^2 + (0.49 + 0.5)^2} \times 6.01 = 163.1 \text{ N.m}$$

ح- بازده واقعی و ایده آل؟

$$\text{توان عبوری از فاصله هوایی} : P_{ag} = T \omega_s = 163.1 \times 188.5 = 30.7 \text{ kW}$$

$$\text{تلفات مسی رتور} : P_2 = s P_{ag} = 0.033 \times 30.7 = 1.02 \text{ kW}$$

$$\text{توان مکانیکی حاصله} : P_{mech} = (1 - s)P_{ag} = (1 - 0.033) \times 30.7 = 29.7 \text{ kW}$$

$$\text{توان خروجی} : P_{out} = P_{mech} - P_{rot} = 29.7 - 1.7 = 28 \text{ kW}$$

$$\text{توان ورودی} : P_{in} = 3 V I \cos \theta = 3 \times 265.6 \times 42.7 \times 0.94 = 32 \text{ kW}$$

$$\text{بازده} : E_{ff} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{28}{32} \times 100 = 87.5 \%$$

$$\text{بازده داخلی (ایده آل)} : E_{ff_{internal}} = 1 - s = 1 - 0.033 = 96.7 \%$$

ت- گشتاور ماکزیمم و لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد؟

: لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد

$$s_{T_{max}} = \frac{R'_2}{(R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2)^{1/2}} = \frac{0.2}{(0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2)^{1/2}} = 0.19$$

: گشتاور ماکزیمم

$$T_{max} = \frac{3}{2 \omega_s} \times \frac{V_{th}^2}{R_{th} + [R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} = \frac{3}{2 \times 188.5} \times \frac{261.3^2}{0.24 + [0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2]^{1/2}} =$$

$$431.6 \text{ N.m}$$

ی: مقاومت اضافه شونده در رتور برای حصول گشتاور ماکزیمم در لحظه راه اندازی.

$$s_{T_{max}} = 1 = \frac{R'_2 + R_{ext}}{[R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2]^{1/2}} = \frac{0.2 + R_{ext}}{[0.24^2 + (0.49 + 0.5)^2]^{1/2}}$$

$$\rightarrow R_{ext} = 0.8$$

## ۲-۱۰- آزمایش بی باری و رتور قفل شده جهت تعیین پارامترهای مدار معادل

الف- آزمایش بی باری (NLT) No Load Test

✓ اتصال استاتور به ولتاژ و فرکانس نامی و عملکرد موتور بدون اعمال بار مکانیکی

تلفات مسی استاتور و رتور + تلفات چرخشی = توان ورودی به موتور

در بی باری به خاطر کوچک بودن لغزش تلفات مسی رتور قابل اغماض است.

ب- آزمایش رتور قفل شده (BRT) Blocked Rotor Test

رتور ثابت نگه داشته می شود و به استاتور ولتاژ و فرکانسی کمتر از مقادیر نامی اعمال می شود.

ولتاژ اعمالی بایستی کم باشد چون مقاومت رتور کوچک است.

برای عملکرد نرمال موتور لغزش و فرکانس رتور پائین است. بنابراین به منظور تعیین دقیق تر پارامترهای رتور در

آزمایش رتور قفل شده که رتور ثابت است و فرکانس رتور برابر فرکانس استاتور است، فرکانس ولتاژ اعمالی حدود

25% فرکانس نامی انتخاب می شود. نهایتاً راکتانس به دست آمده با یک تناسب ساده در فرکانس نامی محاسبه می

شود.

فرکانس استاتور = فرکانس رتور  $\Rightarrow$  رتور ایستا

$\Leftarrow$  کاهش فرکانس ولتاژ اعمالی به حدود 25% فرکانس نامی به منظور تعیین مناسب تر پارامترها

(در صورت بالا بودن فرکانس مقاومت ac رتور محاسبه می شود به جای مقاومت dc)

توجه شود مقاومت استاتور ( $R_1$ ) توسط آزمایش DC تعیین می شود.

مثال ۲-۳- یک موتور القایی سه فاز قفس سنجابی با مشخصات زیر مفروض است:

ولتاژ اسمی = 2200 V (خط به خط)

توان اسمی = 2200 hp

فرکانس اسمی = 60 Hz

تعداد قطب ها = 6

۱- نتایج آزمایش بی باری:

۲- نتایج آزمایش رتور قفل شده

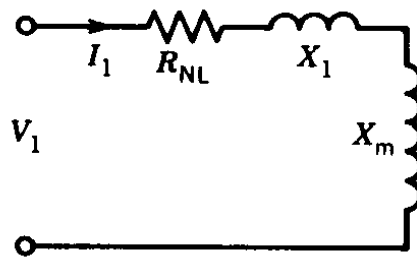
(خط به خط) ولتاژ منبع تغذیه = 2200 V	(خط به خط) ولتاژ منبع = 270 V
فرکانس منبع = 60 Hz	فرکانس منبع = 15 Hz
جریان خط = 4.5 A	جریان خط = 25 A
توان ورودی به موتور = 1600 W	توان ورودی به موتور = 9000 W

مقاومت استاتور به دست آمده از آزمایش DC برابرست با  $R_1 = 2.8 \Omega$ .

پارامترهای مدار IEEE را به دست آورید.

مدار معادل در آزمایش بی باری:

لغزش بسیار کوچک است و بنابراین می توان مدار معادل را به صورت شکل ۲-۲۱ داشت.



شکل ۲-۲۱- مدار معادل در آزمایش بی باری

در این حالت توان ورودی تلفات مسی استاتور و تلفات چرخش را تأمین می کند. بنابراین بجای  $R_1$  در مدار  $R_{NL}$  جایگزین شده است.

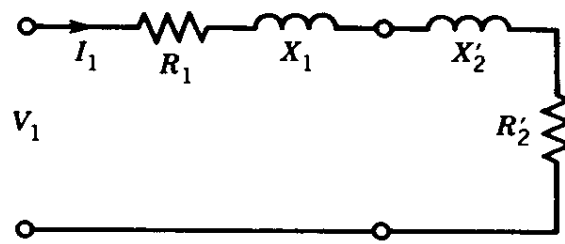
$$V_1 = \frac{2200}{\sqrt{3}} = 1270.2$$

$$Z_{NL} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1270.2}{4.5} = 282.27 \Omega$$

$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{3 I_1^2} = \frac{1600}{3 \times 4.5^2} = 26.34 \Omega$$

$$X_{NL} = (Z_{NL}^2 - R_{NL}^2)^{1/2} = 281 \Omega \quad \rightarrow \quad X_1 + X_m = 281 \Omega \quad (*)$$

در آزمایش رتور قفل شده: ( $S = 1$ )



شکل ۲-۲۲- مدار معادل در آزمایش رتور قفل شده

می توان از شاخه موازی  $X_m$  با تقریب قابل قبولی صرف نظر کرد.

$$P_{BL} = 3 R_{BL} I_1^2 \quad \rightarrow \quad R_{BL} = \frac{9000}{3 \times 25^2} = 4.8 \quad \Omega$$

$$R'_2 + R_1 = R_{BL} = 4.8 \quad \xrightarrow{R_1=2.8} \quad R'_2 = 2 \quad \Omega$$

$$Z_{BL} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{370}{\sqrt{3} \times 25} = 6.24 \quad \Omega$$

$$X_{BL} = (Z_{BL}^2 - R_{BL}^2)^{1/2} = (6.24^2 - 4.8^2)^{1/2} = 3.98 \quad \Omega$$

این مقدار در فرکانس 15 Hz می باشد. برای فرکانس 60 Hz داریم:

$$X_{BL} = 3.98 \times \frac{60}{15} = 15.92 \quad \Omega$$

$$X_{BL} = X_1 + X'_2$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{15.92}{2} = 7.96$$

با تقریب خوبی:

$$\rightarrow X_m = 281 - 7.96 = 273.04 \quad \Omega$$

تمرین اضافی: محاسبه دقیق تر مقاومت رتور با در نظر گرفتن شاخه موازی (مراجعه به کتاب مرجع)

## ۲-۱۱- روش تغییر مقاومت در بحث کنترل سرعت

الف- موتور القایی با رتور سیم بندی شده

اثبات شد لغزشی که در آن گشتاور ماکزیمم رخ می دهد متناسب با مقاومت رتور است. بنابراین در رتور نوع سیم بندی شده با اضافه کردن مقاومت به هر فاز رتور از طریق حلقه های لغزان در لحظه راه اندازی این کار به سادگی تحقق می پذیرد. البته خارج کردن مقاومت اضافه شده در شرایط کار عادی موتور بایستی دقت شود.

ب- رتور نوع قفس سنجابی

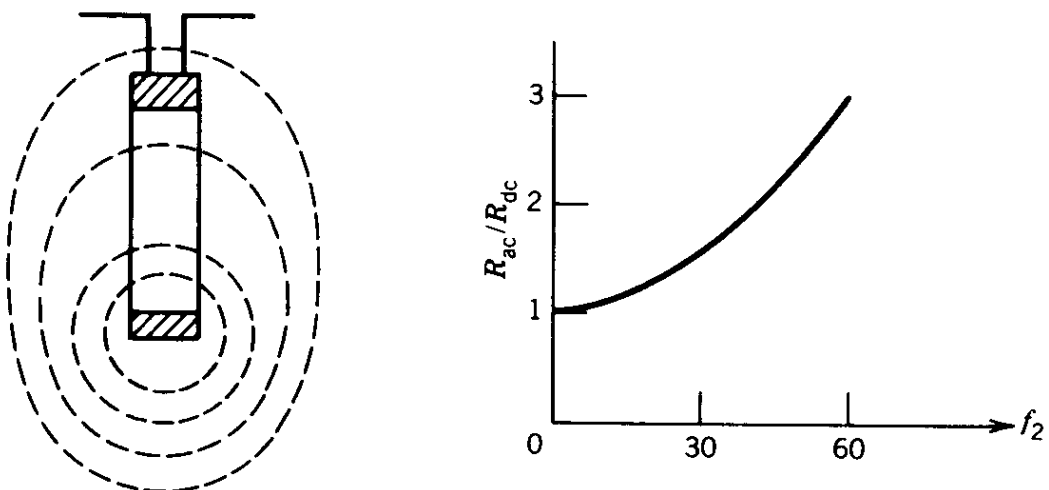
نکته: افزایش مقاومت رتور در مرحله راه اندازی با انتخاب میله های عمیق

اندوکتانس لایه های تحتانی به خاطر بیشتر بودن شار نشتی متناظر بزرگتر است زیرا مطابق شکل ۲-۲۳ شار پیوندی بیشتری لایه های تحتانی را دربر می گیرد.

در نتیجه جریان به خاطر اثر پوستی بیشتر از لایه های فوقانی میله عبور می کند زیرا در لایه های تحتانی با راکتانس بزرگترین جریان مواجه است.

⇐ عدم یکنواختی توزیع جریان در روی سطح هادی و نتیجتاً افزایش مقاومت رتور این امر در لحظه راه اندازی که فرکانس رتور زیاد است پر اهمیت تر است.

دقت شود با دورگرفتن موتور کاهش فرکانس رتور را داریم و در نتیجه با کم شدن مقاومت رتور در لغزش های کم توزیع جریان در هادی ها یکنواخت می شود.



شکل ۲-۲۳- رتور با میله های عمیق

## ۲-۱۲- کنترل سرعت

$$n_s = \frac{120 f}{p}$$

الف- تغییر تعداد قطب ها

امکان تغییر قطب ها از نسبت ۲ به ۱ با تغییر اتصالات کلاف های استاتور و در نتیجه تغییر پله ای سرعت وجود دارد. تعداد قطب های استاتور و رتور بایستی همواره مساوی باشند. بنابراین در رتور سیم بندی شده هنگام تغییر تعداد قطب های استاتور لزوم تغییر آرایش سیم پیچی رتور به طوری که تعداد قطب های رتور و استاتور برابر گردند.

توجه: در رتور قفس سنجانی نیاز به تغییر آرایش رتور نیست.

$$n_s = \frac{120 f}{p}$$

ب- تغییر فرکانس

تغییر فرکانس توسط یک اینورتر (مبدل DC-AC) و در نتیجه امکان کنترل سرعت نرم برای بازه گسترده سرعت وجود دارد.

نکته: برای جلوگیری از به اشباع رفتن هسته بایستی ولتاژ پایانه متناسب با فرکانس تغییر کند.

$$V = 4.44 N f \varphi_{\max} \quad \rightarrow \quad \varphi_{\max} \propto \frac{V}{f}$$

با افزایش فرکانس، ولتاژ ترمینال نیز زیاد می شود تا در فرکانس  $f_{\text{base}}$  ولتاژ به مقدار نامی خود می رسد.

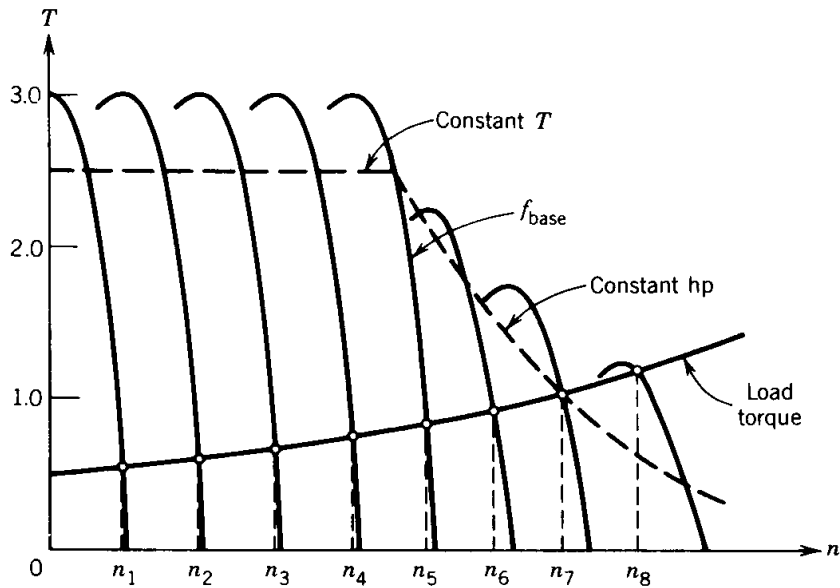
تا این لحظه گشتاور تولیدی ماشین مطابق شکل ۲-۲۴ ثابت است (ناحیه گشتاور ثابت). بعد از  $f_{\text{base}}$  مقدار شار ماشین کاهش می یابد و در نتیجه گشتاور تولیدی کم می شود و سرعت زیاد می گردد.

$$P = T \omega_m = \text{const.} \quad (\text{ناحیه توان ثابت})$$

ج- کنترل ولتاژ

$$T = \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_{\text{th}}^2}{(R_{\text{th}} + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{\text{th}} + X'_2)^2} \times \frac{R'_2}{s}$$

⇐ با تغییر ولتاژ ورودی  $V_{\text{th}}$  و در نتیجه مشخصه گشتاور سرعت موتور تغییر می کند.



شکل ۲-۲۴- مشخصه گشتاور سرعت

## ۲-۱۳- راه اندازی موتورهای القایی سه فاز

به دلیل بالا بودن جریان راه اندازی (۵ تا ۶ برابر جریان نامی) اثر بد موتور القایی روی مصرف کننده های دیگر متصل به شبکه یا صدمه رساندن به عایق موتور مشاهده می شود.

روش های راه اندازی:

۱- استفاده از یک اتوترانسفورماتور کاهنده (با دور گرفتن موتور از مدار خارج می شود)

۲- کلید ستاره- مثلث: لحظه راه اندازی اتصال ستاره  $\Leftarrow$  کاهش ولتاژ ورودی موتور

۳- استفاده از یک مبدل الکترونیک قدرت (اینورتر) به منظور کاهش ولتاژ در لحظه راه اندازی جهت راه

اندازی نرم

نکته: علی رغم کاهش جریان راه اندازی در روش کم کردن ولتاژ ورودی، گشتاور راه انداز نیز در این روش کم می شود که یک عیب محسوب می شود.